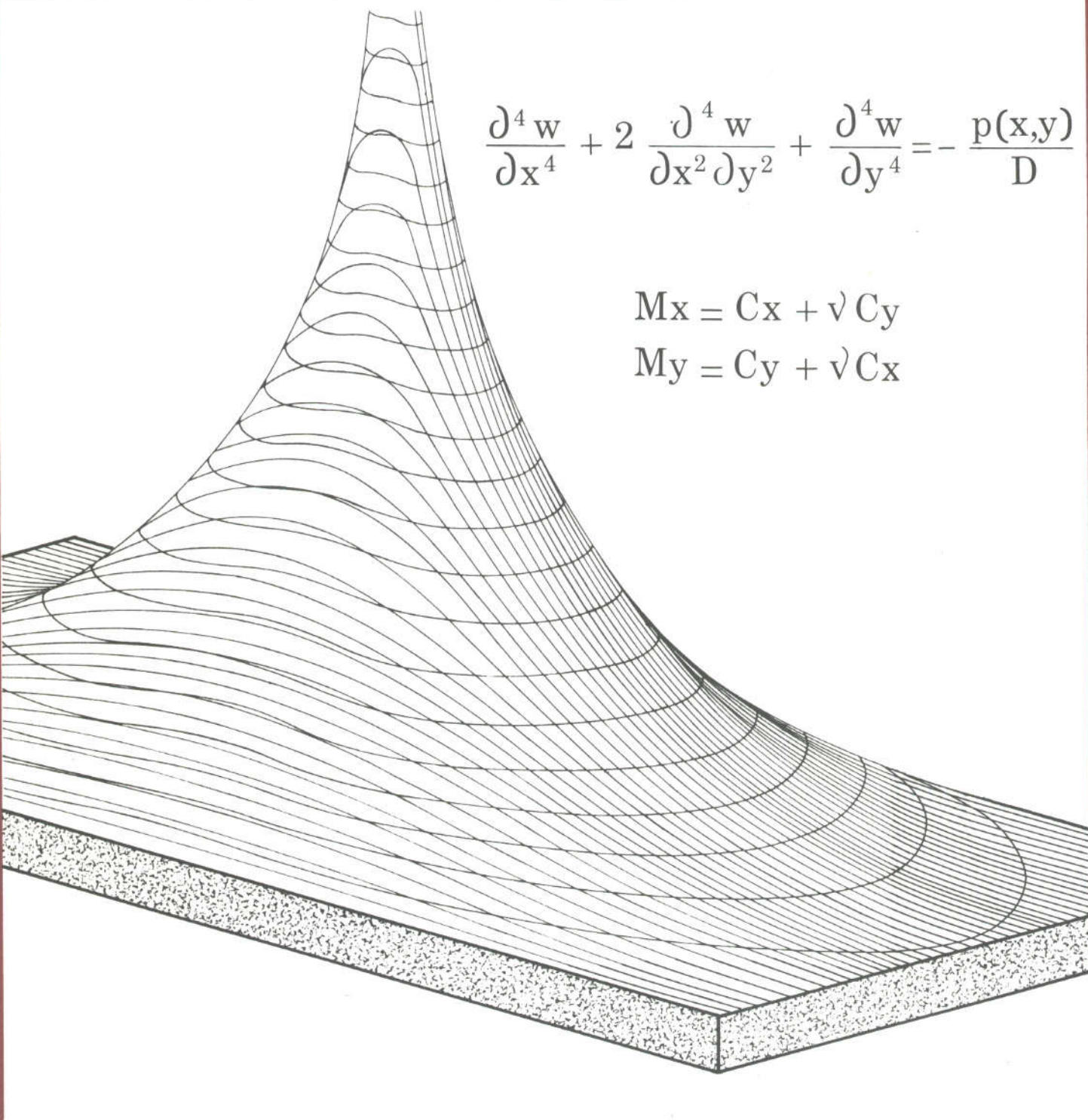


calculs de hourdis de ponts

SETRA

DIVISIONS
DES
OUVRAGES D'ART

Bulletin technique n° 1


$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = - \frac{p(x,y)}{D}$$

$$M_x = C_x + \nu C_y$$

$$M_y = C_y + \nu C_x$$

Ministère de l'Équipement et du Logement
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

46, AVENUE ARISTIDE BRIAND - 92 - BAGNEUX - TÉL. : 655.42.42

CALCULS DE HOURDIS DE PONTS

Bulletin rédigé par M. THENOZ, Ingénieur des Ponts et Chaussées, Chef du Centre de Calcul
des Divisions d'Ouvrages d'Art

Mai 1972

SOMMAIRE

	Page
I – Avant propos	3
II – Abaques relatifs aux dalles rectangulaires soumises aux surcharges réglementaires :	
II – 1 – Vue générale :	5
II – 2 – Moments fléchissants au centre d'une dalle rectangulaire appuyée sur ses quatre côtés :	8
II – 3 – Moments de continuité dans les dalles de couverture de ponts à poutres sous chaussées :	77
II – 4 – Moments fléchissants au centre d'une dalle rectangulaire infinie encastrée totalement ou partiellement sur ses côtés :	141
II – 5 – Moments d'encastrement maximaux d'une dalle rectangulaire infinie encastrée sur ses côtés :	159
II – 6 – Dalle en encorbellement :	167
III – Dalles soumises à des conditions d'appuis diverses :	182

Pour obtenir des exemplaires supplémentaires, s'adresser à la Division des Ouvrages d'Art A du S. E. T. R. A.

AVANT – PROPOS

1 – L'approbation du nouveau Titre II du fascicule 61 du C. P. C. par l'arrêté en date du 28 décembre 1971 de M. Le Ministre de l'Équipement et du Logement rend caducs la plupart des abaques publiés dans les éditions antérieures du Bulletin Technique n° 1 de la D. O. A. – A du S. E. T. R. A.

L'objet de la présente édition est de présenter les nouveaux abaques à utiliser pour le calcul des dalles formant hourdis de pont sous les charges d'exploitation définies par le nouveau titre II du fascicule 61 du C. P. C.

Par ailleurs, diverses améliorations ont été apportées aux éditions précédentes.

- Le cas de dalles dont la grande dimension est perpendiculaire au sens de la circulation (cas des dalles de couverture de la plupart des ponts métalliques actuellement projetés ou de culées creuses) a été traité.
- Dans la détermination des moments au centre d'une dalle simplement appuyée sur ses quatre côtés sous l'effet de camions B_C il a été tenu compte des roues arrière de ces camions situées à une certaine distance du centre de la dalle.
- Dans la détermination des moments de continuité sur poutres de pont en béton un nouveau cas de charge relatif aux camions B_C a été envisagé ; ce cas correspond aux faibles largeurs de chaussée.

2 – Une deuxième note de l'édition précédente du Bulletin Technique n° 1 de la D. O. A. A du S. E. T. R. A. faisait une synthèse rapide des principaux moyens dont on dispose pour le calcul des dalles soumises à des conditions d'appui variées. Cette note a été maintenue.

3 – Le présent Bulletin Technique ne traite pas du calcul des dalles orthotropes. Un bulletin Technique à paraître traitera des platelages légers incluants, en plus de la dalle orthotrope, la dalle type « Robinson ». En conséquence, la troisième note de l'édition précédente du Bulletin Technique n° 1 a été supprimée.

VUE GÉNÉRALE SUR LES ABAQUES DE CALCULS DES DALLES DE COUVERTURE DE PONT.

I – PRÉAMBULE

Précisons tout d'abord qu'il s'agit de calculer les dalles de couvertures d'un pont qui comprend également des poutres qu'il s'agisse de poutres double T, de poutres caissons ou de poutres en simple T ; le problème des ponts dalles n'est donc pas traité ici. Il faut alors distinguer 3 cas :

- dalle reposant sur des poutres en double T, donc sans rigidité notable à la torsion.
- dalle reposant sur des poutres rigides à la torsion.
- dalle en encorbellement.

II – DALLE REPOSANT SUR DES POUTRES EN DOUBLE T :

Dans ce cas, les âmes des poutres sont minces et la rigidité à la torsion de telles poutres est faible. La dalle peut être considérée comme simplement appuyée sur les poutres ; mais il faut tenir compte de la continuité de la dalle. Le cas des caissons métalliques à membrure supérieure en béton armé peut être traité de la même façon.

Les moments au centre de telles dalles se calculent en les supposant limitées au rectangle formé par les poutres et les entretoises et simplement appuyées sur celles-ci. On tient compte, le cas échéant, de la continuité en appliquant au moment obtenu un coefficient minorateur (cf article 39-42 du titre du fascicule 61 du C.P.C. applicable aux marchés de travaux publics). Ces moments sont obtenus au moyen des abaques joints à la notice intitulée : « Détermination des moments fléchissants au centre d'une dalle rectangulaire appuyée sur ses quatre côtés sous l'effet des surcharges du système B ».

Les moments de continuité sur appui d'une telle dalle se calculent en prenant en compte des cas de charge symétrique par rapport à l'appui considéré; par raison de symétrie, la dalle est encastrée sur le côté considéré ; on peut considérer qu'elle est simplement appuyée sur les 3 autres côtés. Les moments sont obtenus au moyen des abaques joints à la notice intitulée : « Calcul des moments d'encastrement dans les dalles de couverture de ponts à poutres sous chaussées ».

III – DALLE REPOSANT SUR DES POUTRES RIGIDES A LA TORSION :

Ces poutres peuvent être :

- soit des poutres caissons en béton
- soit des poutres en simple Té à âme épaisse.

En général, l'utilisation de telles poutres permet de ne pas prévoir d'entretoises intermédiaires. La dalle formant couverture est alors partiellement encastrée sur les poutres.

Pour le calcul des moments au centre, une méthode de calcul consiste alors à calculer d'abord la dalle comme parfaitement encastrée sur les poutres puis à appliquer à celles-ci les moments d'encastrement parfait de la dalle. En conséquence, pour le calcul des moments au centre de telles dalles, il faut déterminer d'abord :

- le moment au centre des dalles parfaitement encastrées
- le moment d'encastrement des dalles parfaitement encastrées pour le cas de charge correspondant.

Ces moments sont obtenus au moyen des abaques qui figurent immédiatement après la notice intitulée : « Détermination des moments fléchissants au centre d'une dalle rectangulaire infinie encastrée totalement ou partiellement sur ses côtés ».

Un exemple correspondant au cas d'un hourdis d'un pont - caisson est donné en annexe de cette notice ; dans le cas de hourdis reliant 2 poutres en simple Té, le calcul serait beaucoup plus complexe, il serait plus indiqué de faire appel aux programmes N2BC et N2CH disponibles à la D. O. A. – A du S. E. T. R. A. Il est à noter que le résultat définitif donne des résultats intermédiaires entre ceux de la dalle parfaitement encastrée et ceux de la dalle simplement appuyée.

On peut obtenir une approximation du résultat en majorant les moments au centre de la dalle parfaitement encastrée de 5 à 30 %.

Il faut par ailleurs, déterminer les moments à l'encastrement ; on est défavorable en supposant que la dalle est parfaitement encastrée sur ses appuis ; les charges sont placées dans la position la plus défavorable (quand on considère le cas de l'encastrement parfait). Ces moments sont obtenus au moyen des abaques figurant immédiatement à la suite de la notice intitulée : « Détermination des moments d'encastrement maximaux d'une dalle encastrée sur ses côtés ».

IV – DALLE EN ENCORBELLEMENT :

Dans ce cas, on peut considérer la dalle comme parfaitement encastrée sur la poutre de rive. Théoriquement, il faudrait envisager une infinité de cas de charge, la distance des roues au

. . . / . . .

bord libre de la dalle pouvant varier d'une façon continue ; nous avons envisagé deux cas qui nous ont paru intéressants

- bord de chaussée autoroutière sans passage de service : l'extrémité de l'impact est supposée située à 0,40 m du bord libre de la dalle.
- bord de route nationale comprenant un trottoir de 1,25 m de large et un garde corps dont le nu intérieur se trouve à 0,10 m du bord libre de la dalle vers l'intérieur ; alors les extrémités des impacts des roues de 6 tonnes des camions B_C , de la roue B_R , du tandem B_t , de la chenille du char de 120 tonnes, sont situées à 1,35 mètre du bord libre de la dalle, de plus pour une route nationale, il faut aussi considérer le cas de la roue de 6 tonnes d'un camion B_C dont l'extrémité de l'impact est à 0,10 m du bord libre de la dalle.

Il faut, par ailleurs préciser que seules les dalles d'épaisseur constante ont été prises en compte. Les moments sont obtenus au moyen des abaques joints à la notice intitulée : « Détermination des moments fléchissants dans une dalle en encorbellement d'épaisseur constante ».

**DÉTERMINATION DES MOMENTS FLÉCHISSANTS
AU CENTRE D'UNE DALLE RECTANGULAIRE APPUYÉE
SUR SES QUATRE CÔTÉS SOUS L'EFFET DES
SURCHARGES RÉGLEMENTAIRES.**

I – INTRODUCTION :

Les abaques PIGEAUD permettent de déterminer les moments fléchissants au centre d'une dalle rectangulaire simplement appuyée sur ses 4 côtés pour une charge uniformément répartie sur un rectangle concentrique à la plaque d'où l'on peut déduire, par combinaisons diverses de rectangles chargés, ceux correspondant aux surcharges civiles (B_c , B_t ou B_r) ou militaire (système M_c 120 appelé communément char de 110 tonnes).

Les abaques ci-joints visent à déterminer directement les moments fléchissants maximaux produits au centre de la dalle par les surcharges civiles et militaires, en fonction :

- de l'épaisseur E ($3/4$ de l'épaisseur de la chaussée + $1/2$ épaisseur de plaques) ; (cf- article 39.5 du titre VI du fascicule 61 du C. P. C.).
- des dimensions a et b de la dalle (a étant la dimension du côté perpendiculaire à l'axe de l'ouvrage).

Les abaques ci-après qui résultent de calculs effectués à partir de la méthode Maurice LEVY et au moyen d'un ordinateur électronique donnent les moments :

- pour une épaisseur E variant de 0,08 mètres à 0,20 mètres
- et un couple de dimensions a et b variant ainsi :
 - a variant de 2 m à 6 m et $b = 6, 8, 10, 12$ mètres et l'infini (dalles de couvertures de ponts à poutres en béton, éventuellement de certains ponts à poutres métalliques).
 - $a = 6, 8, 10, 12$ mètres et l'infini b variant de 3 à 6 mètres (dalles de couvertures de ponts à poutres métalliques ou de culées creuses).

Le dernier abaque (n° 61) est la reproduction de l'abaque PIGEAUD relatif à une charge uniformément répartie sur toute la surface de la dalle. Il est à utiliser pour le calcul des moments dus à la charge permanente et des moments dus aux surcharges du système A (ces dernières ne peuvent être prépondérantes que pour une dalle de grande largeur.

II – NOTATIONS

Dimensions de la dalle a et b :

Comme il est indiqué plus haut le côté de dimension a est le côté perpendiculaire à l'axe de l'ouvrage, le côté de dimension b le côté parallèle à l'axe de l'ouvrage ; l'axe Ox est supposé parallèle au côté de dimension a, l'axe Oy est supposé parallèle au côté de dimension b. Les convois sont donc supposés se déplacer parallèlement à Oy.

Moments M_a et M_b au centre de la dalle.

M_a : Moment fléchissant unitaire s'exerçant au centre de la dalle dans une bande découpée dans celle-ci parallèlement à Ox (poutre de portée a et de largeur l) sur une section perpendiculaire à Ox. Le moment à son axe parallèle à Oy ; dans le cas où $b > a$, ce qui correspond notamment aux ponts à poutres en béton (armé ou précontraint, ce moment est dit « transversal ».

M_b : Moment fléchissant unitaire s'exerçant au centre de la dalle dans une bande découpée dans celle-ci parallèlement à Oy (poutre de portée b et de largeur l) ; ce moment a son axe parallèle à Ox. Dans le cas où $b > a$, ce moment est dit longitudinal ; en effet, la poutre considérée se développe alors dans le sens de la longueur du pont aussi bien que dans le sens de la longueur de la dalle.

Les moments tiennent compte d'un coefficient de POISSON de 0,15 ; cette valeur convient parfaitement pour le béton armé ; en ce qui concerne le béton précontraint une valeur de 0,2 serait plus convenable mais les résultats seraient assez peu différents.

HAUTEUR DE RÉPARTITION

$$E = \frac{3}{4} e + \frac{h}{2} \quad (\text{voir figure 2})$$

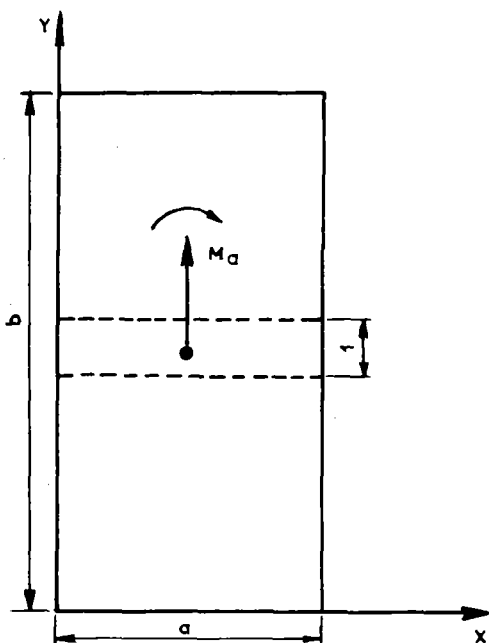


FIG:1

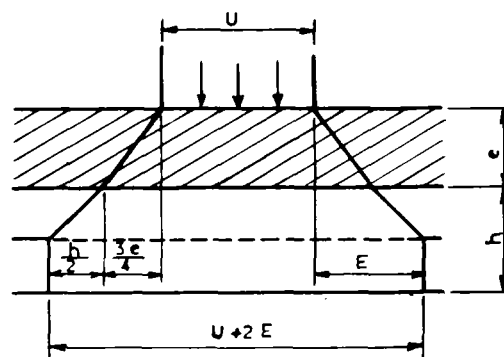


FIG:2

UTILISATION DES ABAQUES :

III. 1 – Dans le cas où $a < b$, ce qui est notamment le cas des ponts à poutres en béton, chaque abaque correspond à une valeur fixe de b , a étant variable. Les diverses courbes correspondent à diverses valeurs de E . On interpolera si nécessaire entre les courbes $E = cte$ et $b = cte$.

Les abaques à utiliser dans tous les cas courants (sauf cas particuliers visés en IV), sont

– les abaques n° 1 à 25 si le système militaire STANAG 120 ne doit pas être pris en considération, les cas les plus défavorables sont alors

. pour M_a

- . surcharge B_C cas de charge 1 (fig 3) pour les faibles valeurs de a ou si le pont est de troisième classe.
- . surcharge B_t cas de charge 3 (fig 3) pour les grandes valeurs de a ou si le pont est de première ou deuxième classe. La valeur limite de a au-delà de laquelle B_t devient prépondérant est voisine de 3,30 m mais sa valeur exacte dépend de la dalle et de l'épaisseur E . Par ailleurs, l'attention de l'utilisateur est attirée sur le fait que pour comparer les effets de b_t et de b_C , il faut tenir compte des coefficients b_C et b_t (articles 5.22 et 5.42 du titre II du fascicule 61 du C.P.C.) coefficient dont il n'a pas été tenu compte dans les abaques.

. pour M_b

- . Tandem B_t cas de charge 4 (fig 3) si le pont est de première ou deuxième classe.
 - . Camions B_C cas de charge 1 (fig 3) pour les petites portées si le pont est de troisième classe.
 - . Roue B_r cas de charge 2 (fig 3) pour les grandes portées dans le cas de pont de troisième classe. La « portée limite » au-delà de laquelle B_r devient prépondérant est voisine de 4 mètres mais elle varie avec la longueur b de la dalle et l'épaisseur E . Par ailleurs, l'attention de l'utilisateur est attirée sur le fait que pour comparer les effets de B_C et de B_r il faut tenir compte du coefficient b_C .
- si le système militaire STANAG 120 doit être pris en compte toujours les abaques 10 à 15 pour le moment M_b ; (il a été en effet reconnu que le système M_C 120 ne constituait pas un cas plus défavorable) les abaques 26 à 29 pour le moment M_a le cas de charge le plus défavorable pour M_a étant alors constitué par le char M_C 120 cas de charge 5 (fig.3).

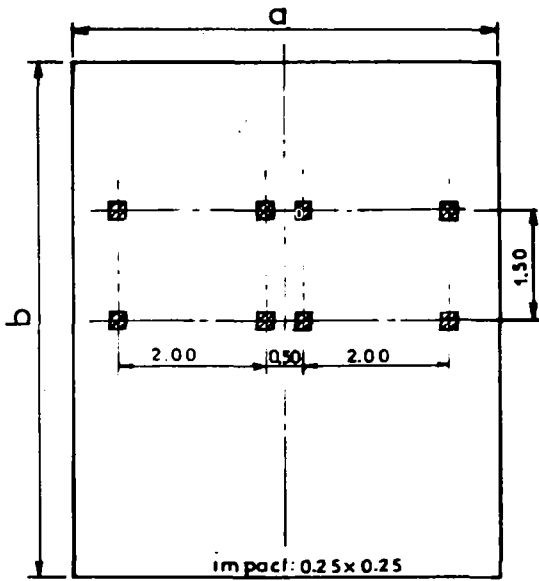
III. 2 – Dans le cas où $a > b$ ce qui est le cas de dalles de couvertures de la plupart des ponts métalliques actuellement projetés et des culées creuses, chaque abaque correspond à une valeur fixe de a , b étant variable. Les diverses courbes correspondent à diverses valeurs de $E = cte$ et $b = cte$.

Les abaques à utiliser dans tous les cas courants (sauf cas visés en IV di-dessous) sont les abaques 36 à 55 ; les cas les plus défavorables sont alors

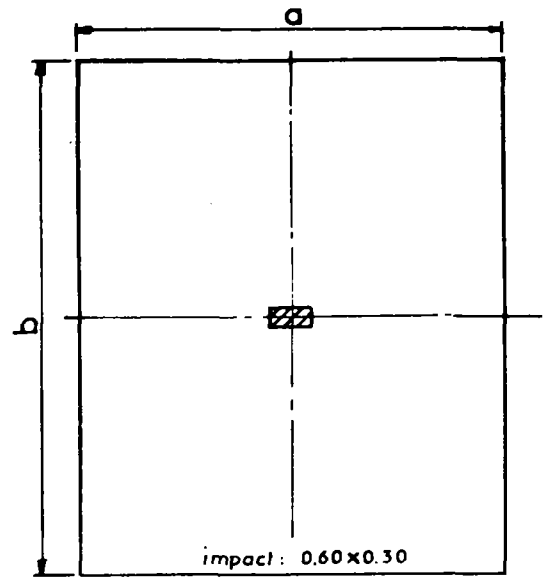
pour M_b (qui est le moment le plus important)

- . surcharge B_C cas de charge 1 (fig 3) pour les faibles valeurs de b ou si le pont est de troisième classe.
- . surcharge B_t cas de charge 4 (fig 3) pour les valeurs de b plus importantes et si le pont est de première ou deuxième classe.

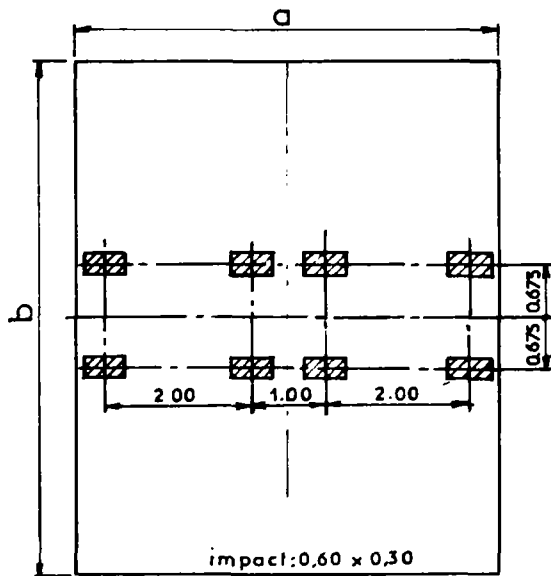
. . . / . . .



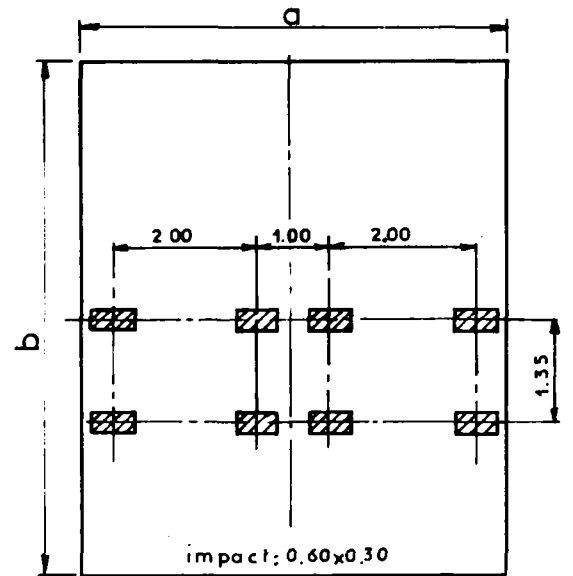
CAS DE CHARGE 1
chaque impact représente
une roue de camion Bc



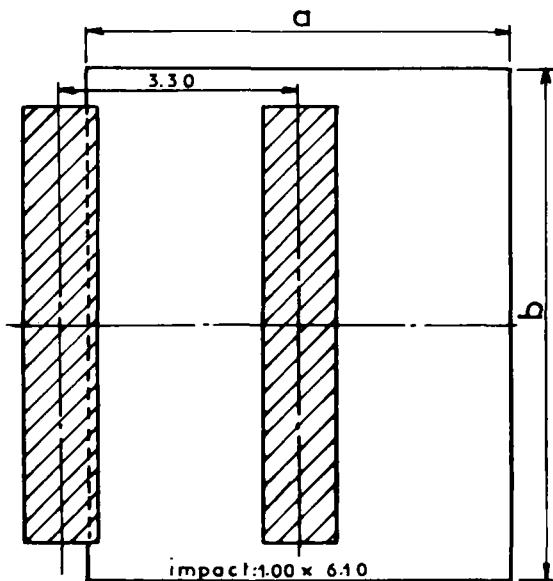
CAS DE CHARGE 2
(Roue Br)



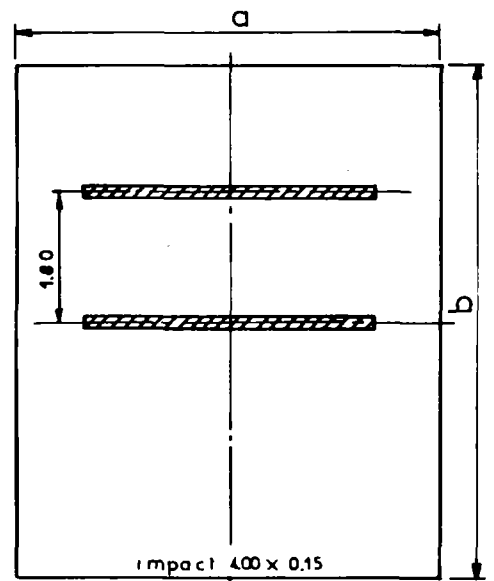
CAS DE CHARGE 3
chaque impact représente
une roue de tandem Bt



CAS DE CHARGE 4
chaque impact représente
une roue de tandem Bt



CAS DE CHARGE 5
chaque impact représente
une chenille de char Mc120



CAS DE CHARGE 6
chaque impact représente
un essieu de système Me 120

FIG. 3

La valeur limite de b au-delà de laquelle B_t devient prépondérant est voisine de 2,50 m mais sa valeur exacte varie avec la longueur a de la dalle et l'épaisseur E .

– pour M_a

- . surcharge B_r si le pont est de 3^{ème} classe et si le pont a des dimensions (a et b) faibles.
 - . surcharge B_c dans les autres cas.
- (1)

L'attention de l'utilisateur est attirée sur les points suivants :

- pour comparer l'effet de B_c , B_t , B_r il faut tenir compte des coefficients b_c , b_t
- les systèmes militaires M_c120 et $M_e 120$ ne sont jamais prépondérants pour un pont de première classe.

III. 3 – En principe des roues supplémentaires du convoi B_c non considérées sur la figure 3 peuvent apparaître vers les extrémités de la portée de longueur b si $b > 9$ m. En pratique, leur effet pourra être négligé. En ce qui concerne les roues d'essieux arrière de camions, B_c pouvant apparaître sur la dalle quand $a > 4,50$ m.

- il a été tenu compte des roues appartenant aux 2 camions qui ont été placés sur la dalle, roues qui sont d'ailleurs représentées sur la figure 3.
- il a été reconnu qu'un cas de charge constitué par plus de 2 camions n'est pas plus défavorable à cause des coefficients b_c .

III. 4 – Il convient d'affecter éventuellement les résultats obtenus par les abaques

- du coefficient de majoration dynamique (articles 5.5 et 9.6 du titre II du fascicule 61 du C. P. C.).
- du coefficient b_c ou b_t (articles 5.22 et 5.42 du titre II du fascicule).
- du coefficient de pondération des surcharges (article 7 du titre VI dudit fascicule ; pour les ouvrages en béton armé, article 2.1 de la circulaire n° 71.156 du 30 décembre 1971 pour les ouvrages en béton précontraint.
- du coefficient de réduction tenant compte de l'encastrement partiel sur appuis (0,8 en général – article 39.4.2 du titre VI du fascicule 61 du C. P. C.).

Il est rappelé qu'il y a lieu d'étudier éventuellement l'incidence des surcharges du trottoir (celles-ci pouvant être évaluées comme il est dit au paragraphe IV – 1 ci-après.).

EXEMPLE NUMÉRIQUE :

1^o Exemple relatif au cas $a < b$ (cas des ponts à poutres en béton notamment)

données $a = 4$ m Epaisseur de la dalle 19 cm.

(1) Dans ce cas il est difficile de donner les limites précises, signalons seulement que pour a infinie B_c est toujours prépondérant.

$b = 8 \text{ m}$ Épaisseur de la chaussée 6 cm .

Coefficient de majoration dynamique $1,33$

Coefficient b_c $1,1$

Coefficient b_t 1 (pont de première classe)

Coefficient de pondération des surcharges $1,2$

Coefficient de réduction pour encastrement partiel sur pappuis : $0,8$

$$E = \frac{19}{2} + \frac{3}{4} \times 6 = 14 \text{ cm.}$$

L'abaque n° 3 ($b = 8 \text{ m}$) donne pour $a = 4,00 \text{ m}$ $Ma = 3940$ (correspondant à B_c)

L'abaque n° 4 ($b = 8 \text{ m}$) donne pour $a = 4,00 \text{ m}$ $Ma = 4420$ (correspondant à B_t)

Les chiffres à comparer sont compte tenu des coefficients b_c et b_t

$$1,1 \times 3940 = 4334 \text{ pour } B_c$$

$$1 \times 4420 = 4420 \text{ pour } B_t$$

C'est donc **4420** qu'il faut retenir pour Ma .

L'abaque n° 12 ($b = 8 \text{ m}$) donne pour $a = 4,00$ $Mb = 2600$

Compte tenu des coefficients applicables

$$Ma = 4420 \times 1,33 \times 1 \times 1,2 \times 0,8 = 5643 \text{ kg m/ml}$$

$$Mb = 2600 \times 1,33 \times 1 \times 1,2 \times 0,8 = 3320 \text{ kg m/ml.}$$

2° Exemple relatif au cas où $a < b$ (cas de ponts à poutres ou caissons métalliques notamment)

données $a = 8 \text{ mètres}$ Épaisseur de la dalle 19 cm .

$b = 4 \text{ mètres}$ Épaisseur de la chaussée 6 cm .

Coefficient de majoration dynamique $1,33$

Coefficient b_c $1,1$ (pont première classe)

Coefficient b_t 1

Coefficient de pondération des surcharges $1,2$

Coefficient de réduction pour encastrement partiel sur appui : $0,8$.

$$\text{On a donc } E = \frac{19}{2} + \frac{3}{4} \times 6 = 14 \text{ cm.}$$

D'après ce qui est dit en III. 2 ci-dessus, B_t sera prépondérant pour M_b et B_c sera prépondérant pour M_a .

. . . / . . .

L'abaque n° 39 (a = 8 m) donne pour b = 4 m $M_b = 5360$

L'abaque n° 43 (a = 8 m) donne pour b = 4 m $M_a = 2320$

Compte-tenu des divers coefficients applicables, les moments à prendre en compte pour la justification des sections seront :

$$M_b = 5360 \times 1,33 \times 1 \times 1,2 \times 0,8 = 6844 \text{ kg m/ml}$$

$$M_a = 2260 \times 1,33 \times 1,1 \times 1,2 \times 0,8 = 3174.$$

IV . CAS PARTICULIERS

IV. 1 – Présence de trottoirs sur les parties latérales de la dalle

Dans le cas où $a > b$, la présence de trottoirs sur les parties latérales de la dalle influe fort sur la valeur du moment au centre de la dalle.

Dans le cas où $a < b$ l'effet pourra être double :

- d'une part , la présence de trottoirs est incompatible avec le cas de charge 1 si $a < 5$ m (voir ci-après en IV. 2).
- d'autre part, les charges et surcharges dues au trottoir produisent des moments qui resteront faibles.

On pourra calculer ces derniers moments de la façon suivante :

a) – Dans le cas fréquent où $b/a > 2,5$ les effets sont pratiquement les mêmes que dans une dalle de longueur infinie. Le moment transversal M_a se calcule très simplement en considérant que la dalle travaille comme une poutre de portée a. On a (fig 4)

$$M_a = \frac{\alpha^2}{4} s$$

$$M_b = \nu M_a \text{ (on prend généralement } \nu = 0,15 \text{)}$$

b) – Lorsque $b/a < 2,5$, on pourra utiliser les abaques PIGEAUD ou les abaques de PUCHER.

IV. 2 – Les roues ou les essieux ne peuvent occuper effectivement les positions de la figure 3

(présence de trottoirs sur une partie importante de la dalle).

On pourra alors s'inspirer des principes suivants :

a) – Si la présence de trottoirs n'entraîne qu'un léger décalage des surcharges B_C par rapport aux positions de la figure 3, on pourra toutes les fois qu'on ne recherchera pas une haute précision.

- continuer à considérer les positions de surcharges de la figure 3, celles-ci de caractère fictif étant légèrement plus défavorables que les positions réelles que l'on pourrait considérer en les décalant du fait des trottoirs.

b) – En cas de décalage important on aura recours aux abaques PIGEAUD ; la surcharge la plus défavorable pourra devenir tant pour M_a que pour M_b la surcharge B_T qui fait l'objet des abaques n° 11 à 20.

L'attention est attirée sur le fait qu'il est alors inutile de calculer au moyen des abaques PIGEAUD l'effet de 2 roues d'un même camion B_C , la surcharge constituée par la roue B_T étant toujours plus défavorable.

V – RAPPEL DES REGLES CONCERNANT LES EFFORTS TRANCHANTS

Bien qu'elles n'aient aucun rapport avec les abaques, il nous a paru utile de rappeler ici les règles concernant les efforts tranchants.

Charge totale P uniformément répartie sur toute la surface de la dalle.

Effort tranchant par unité de longueur

si $a < b$

au milieu du côté de dimension a

$$\frac{P}{3b}$$

au milieu du côté de dimension b

$$\frac{P}{2b + a}$$

si $a > b$

au milieu du côté de dimension a

$$\frac{P}{2a + b}$$

au milieu du côté de dimension b

$$\frac{P}{3a}$$

Charge totale P uniformément répartie sur un rectangle concentrique à la dalle de dimensions u et v

Effort tranchant par unité de longueur

si $u > v$

au milieu de u : $\frac{P}{2u + v}$

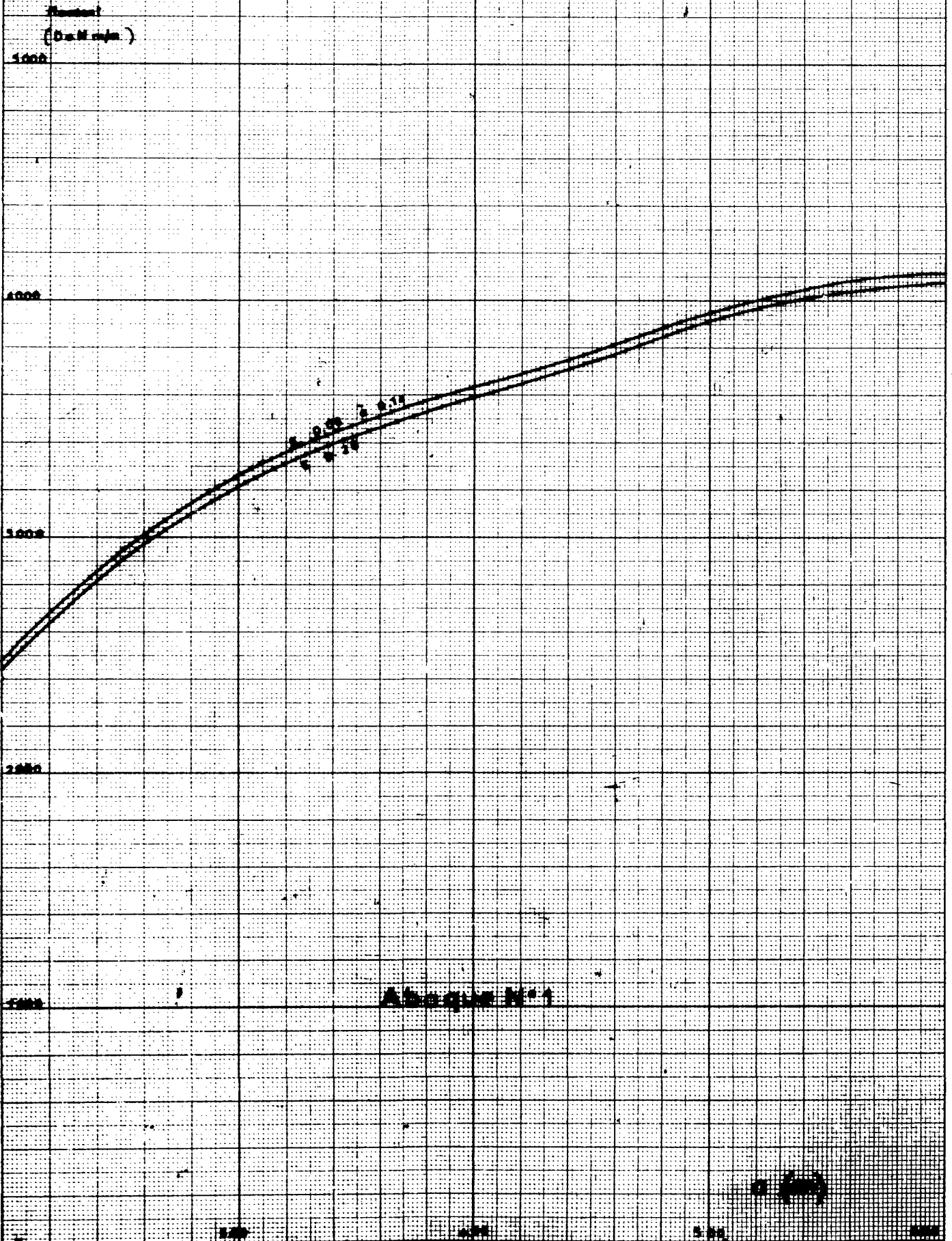
au milieu de v : $\frac{P}{3u}$

si $u < v$

au milieu de u : $\frac{P}{3v}$

au milieu de v : $\frac{P}{2v + u}$

b=6m (Camions Bc) Moment transversal Mo



b=6m (Système B1)
Moment transversal Ma

10000
(kg·m)

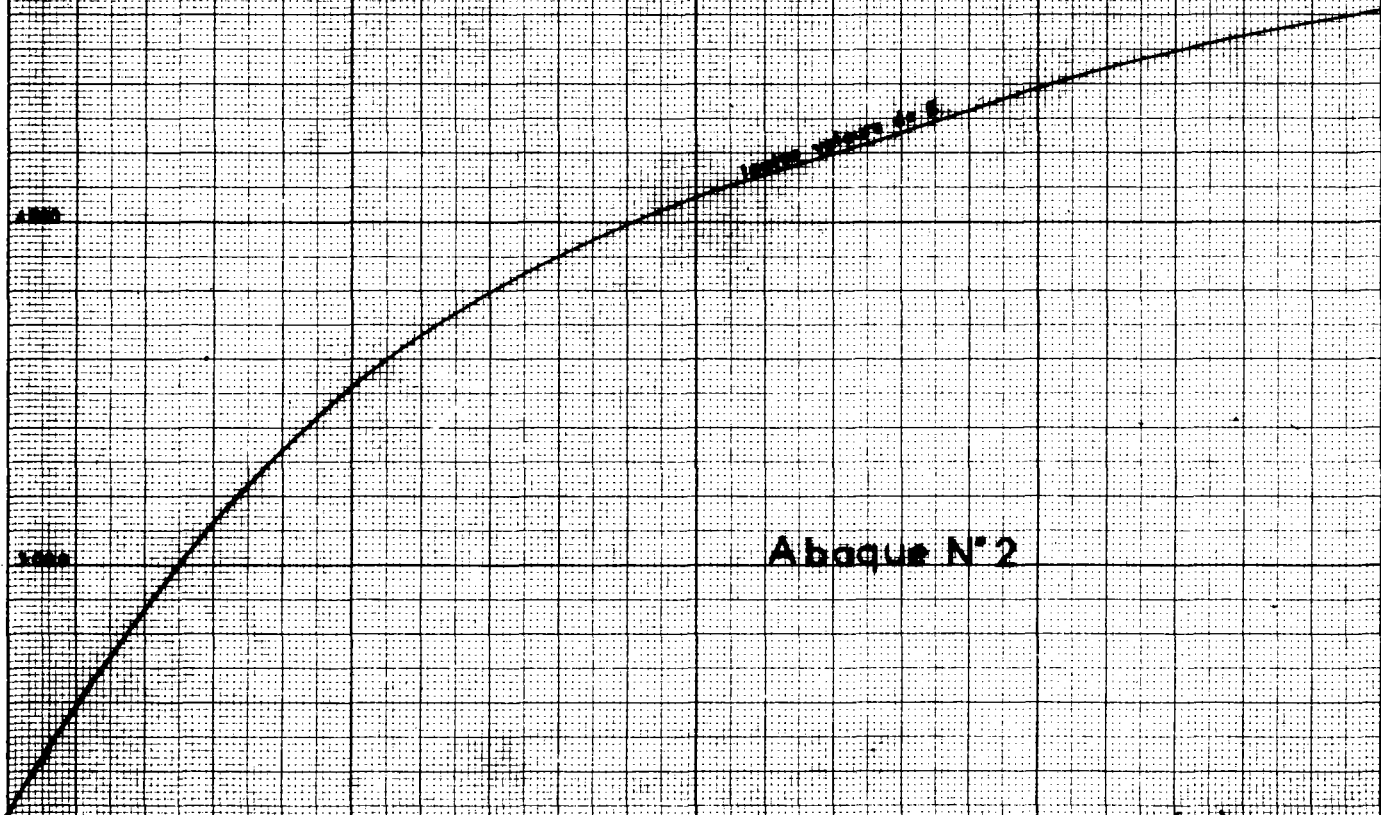
7000

4000

2000

1000

0



Abaque N°2

x (m)

1.00

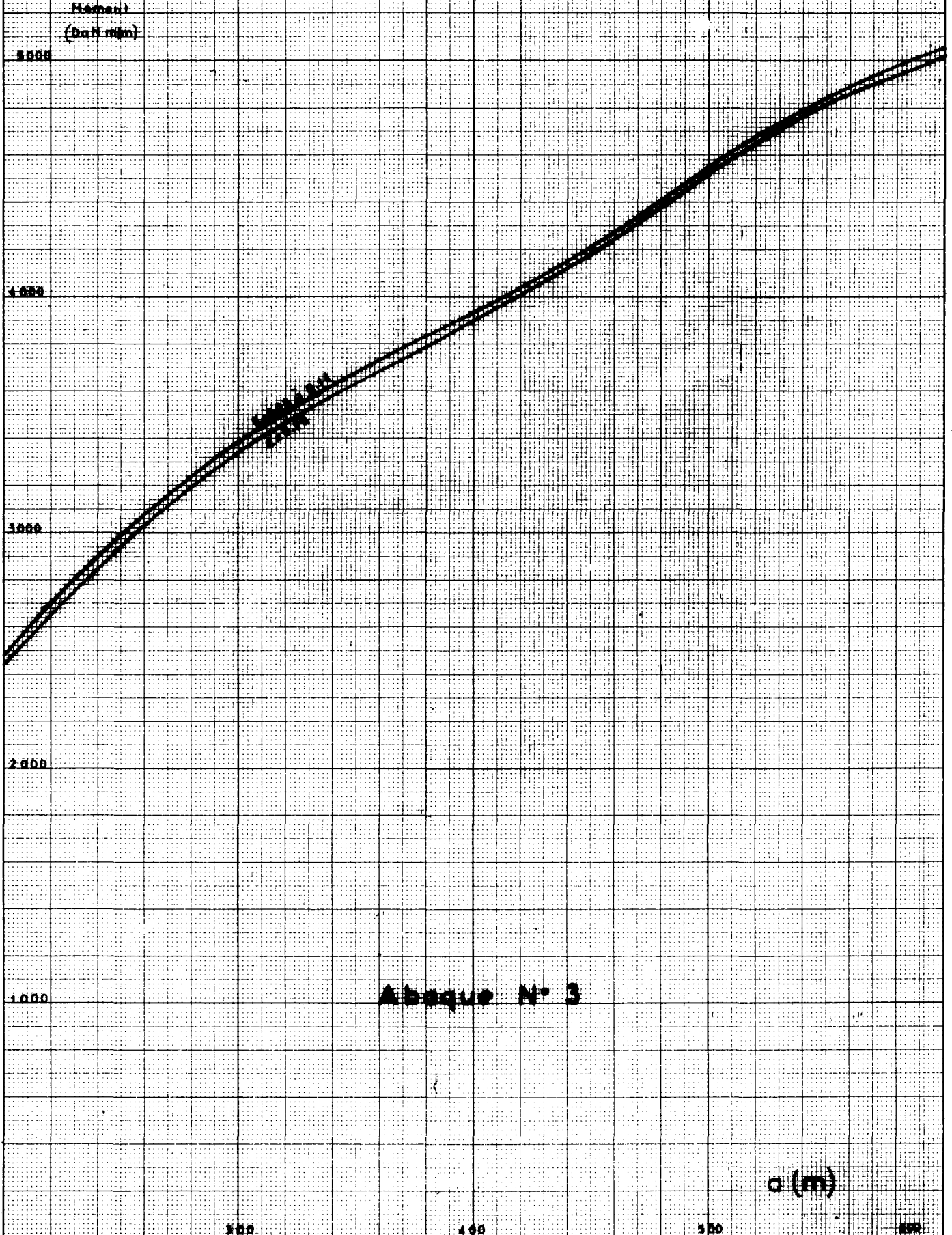
2.00

3.00

4.00

30m (Comions Bc)

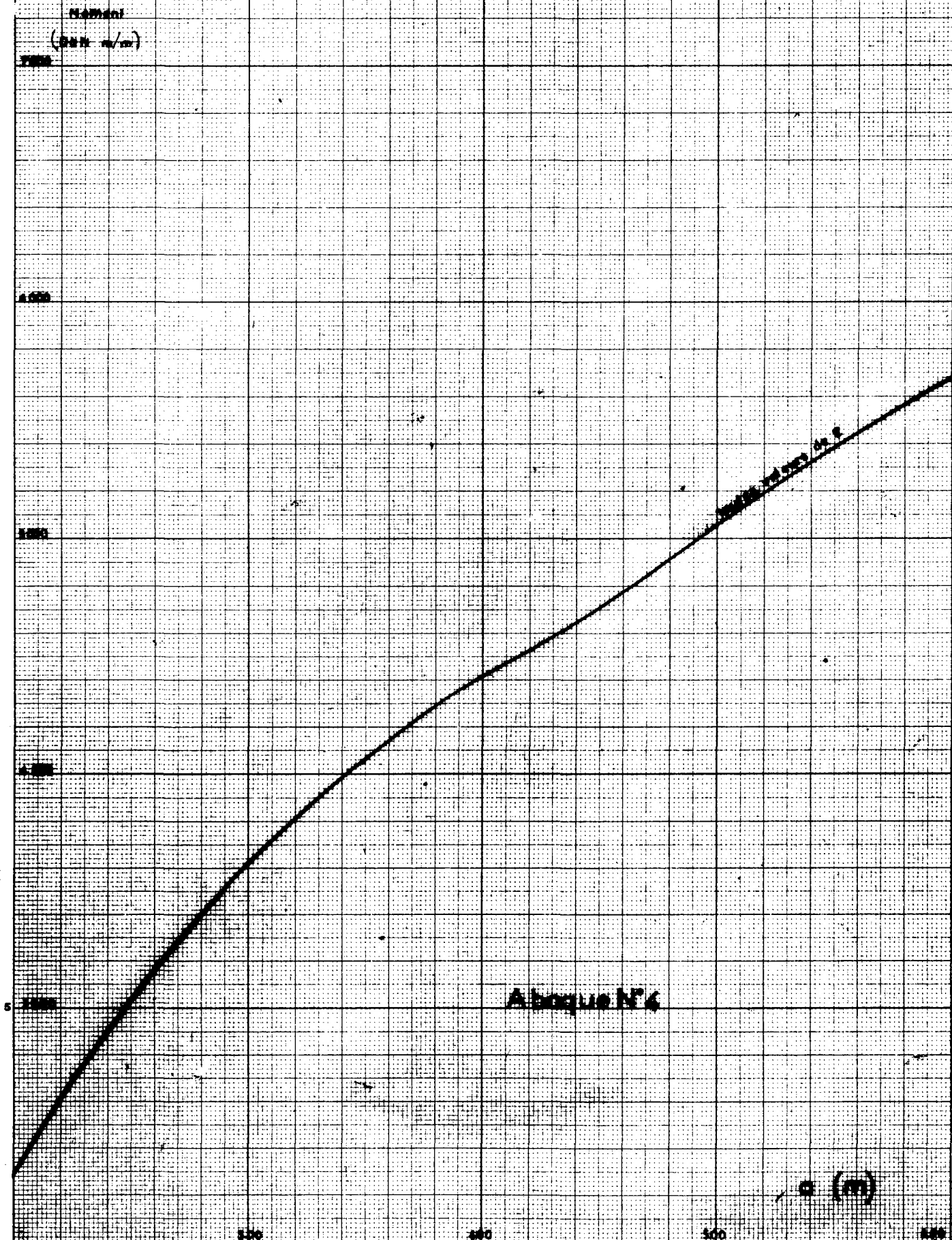
Moment transversal M_x



Abaque N° 3

x (m)

Beam (Spine No) Moment Transversal No



b=10 m (Camions Bc)
Moment transversal Mo

Moment
(D.N.m/m)

5000

4000

3000

2000

1000

5.036×10^4
 $E = 0.20$

Abaque N° 5

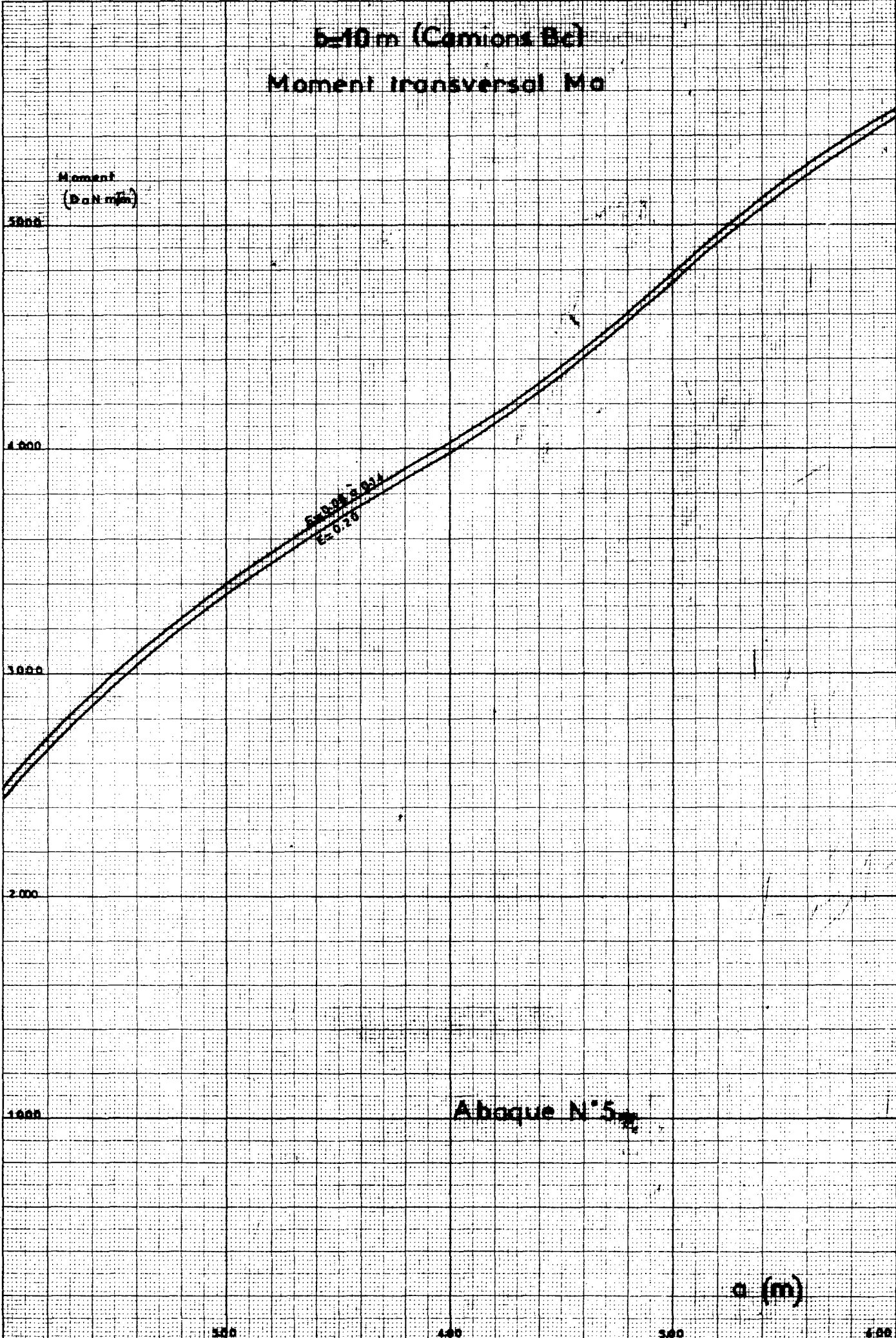
a (m)

500

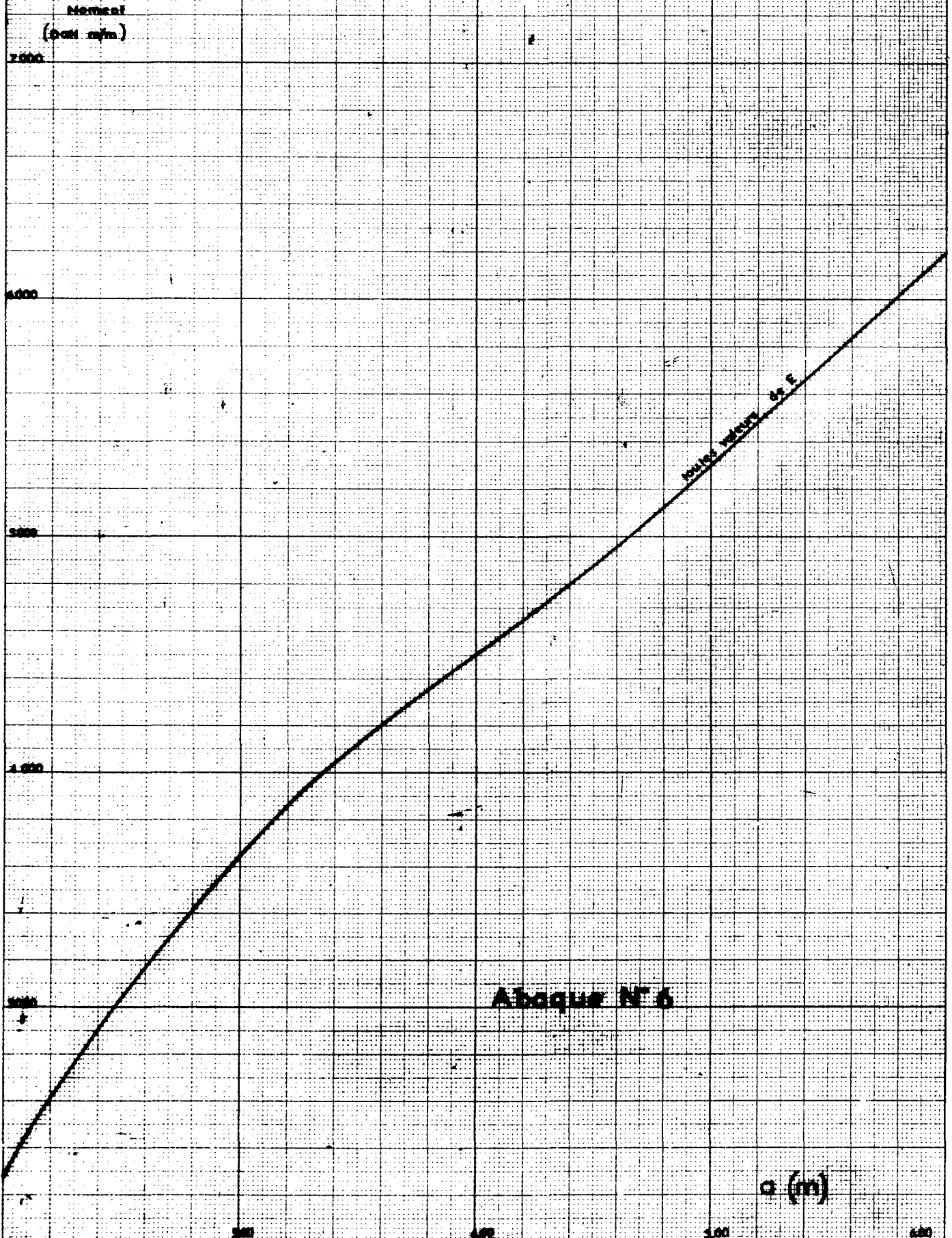
400

300

200



$b=10m$ (Système B1)
Moment transversal M_a



$b=12m$ (Commons Bc)
Moment transversal M_0

Moment
(Dm m/m)

4.888

4.000

3.000

2.000

1.000

25.00
20.70

Abaque N° 7

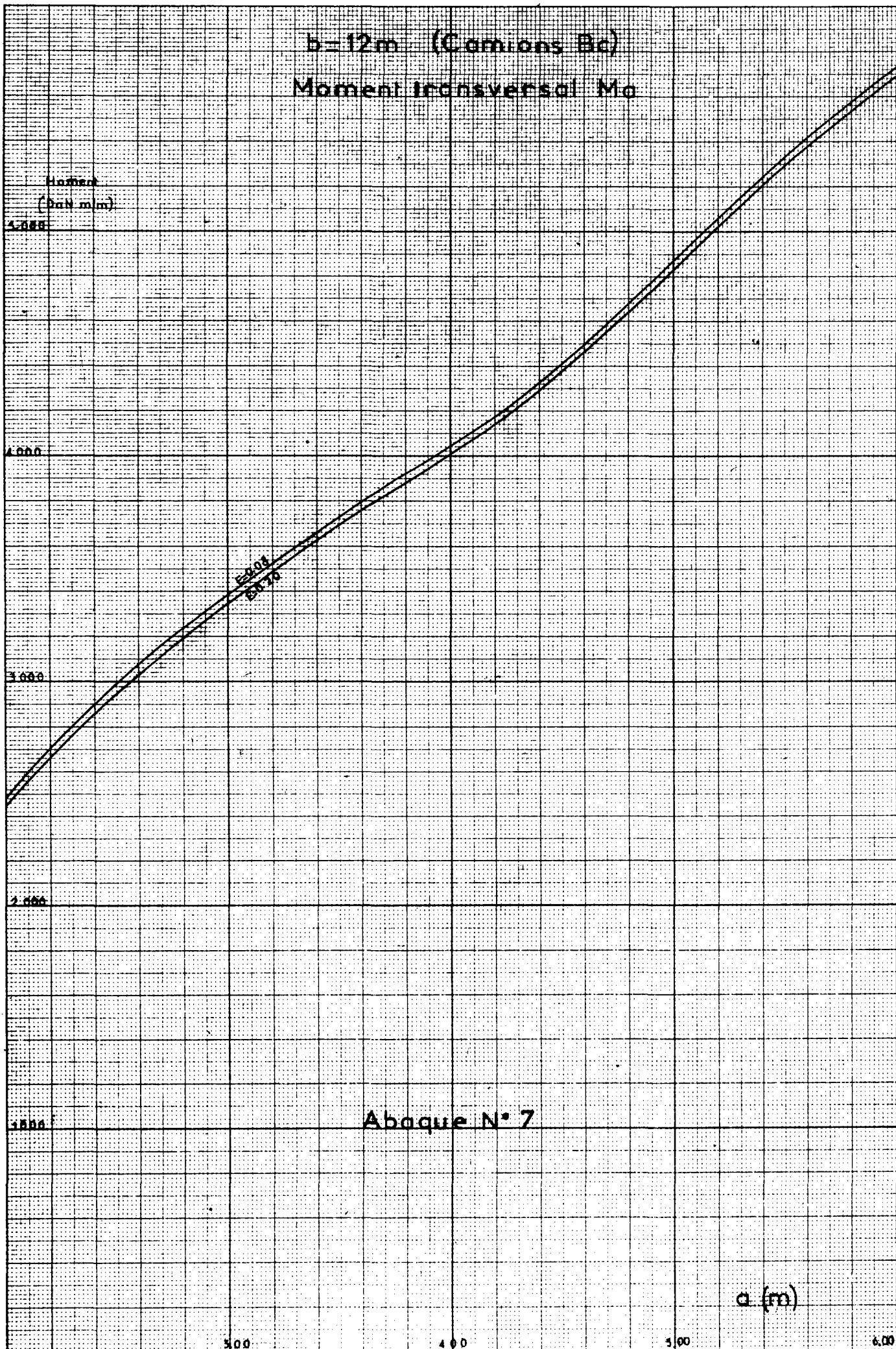
a (m)

3.00

4.00

5.00

6.00



b = 12m (système B)
Moment transversal M_a

Moment
(DaN m/m)

7000

6000

5000

4000

3000

2000

Abaque N° 8

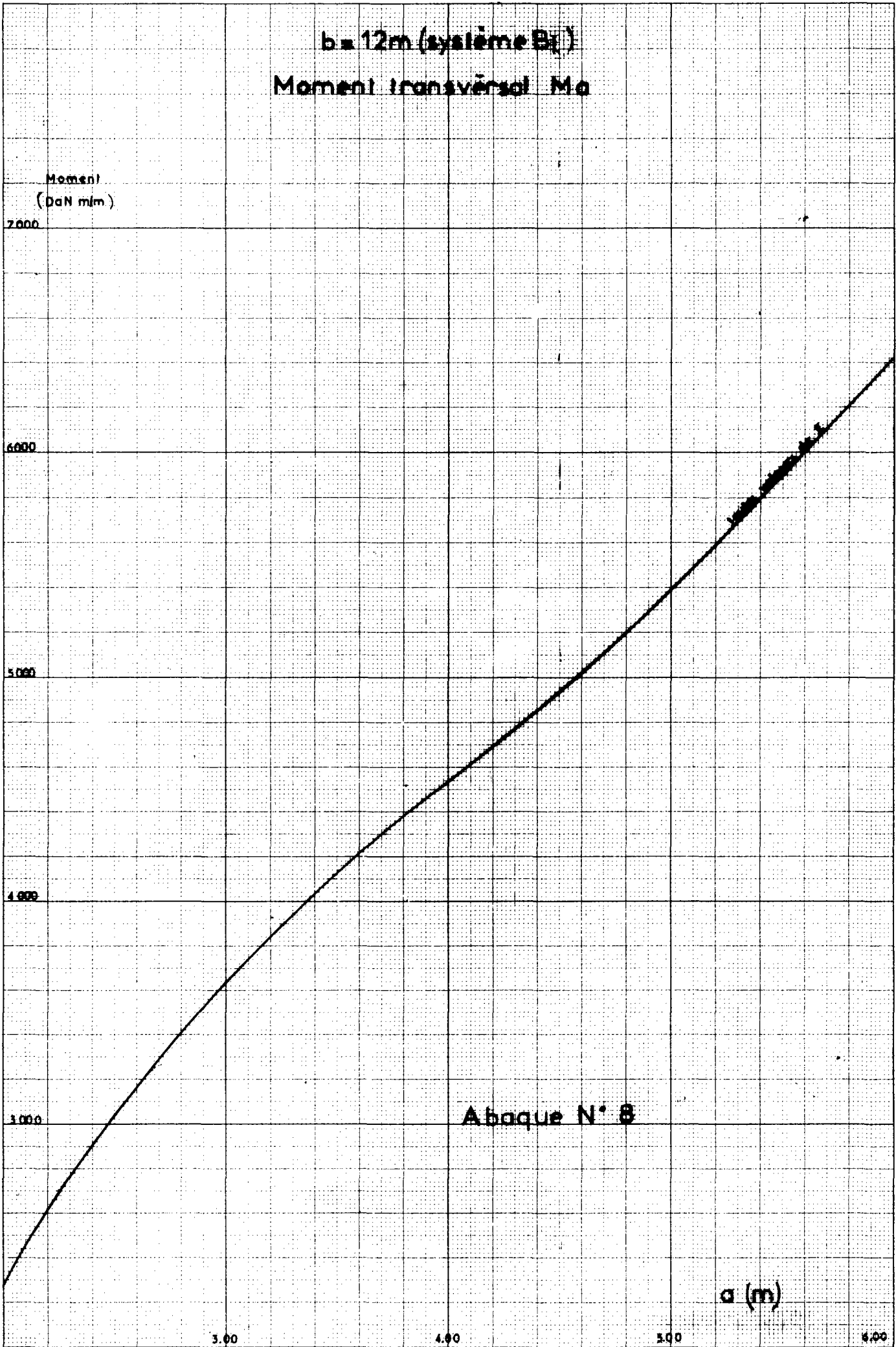
a (m)

3.00

4.00

5.00

6.00



biinfinie (Camions Bc)
Moment transversal Mo

Horizont
(Dah mm)

4.500

4.000

3.000

2.000

1.000

Abaque N° 9

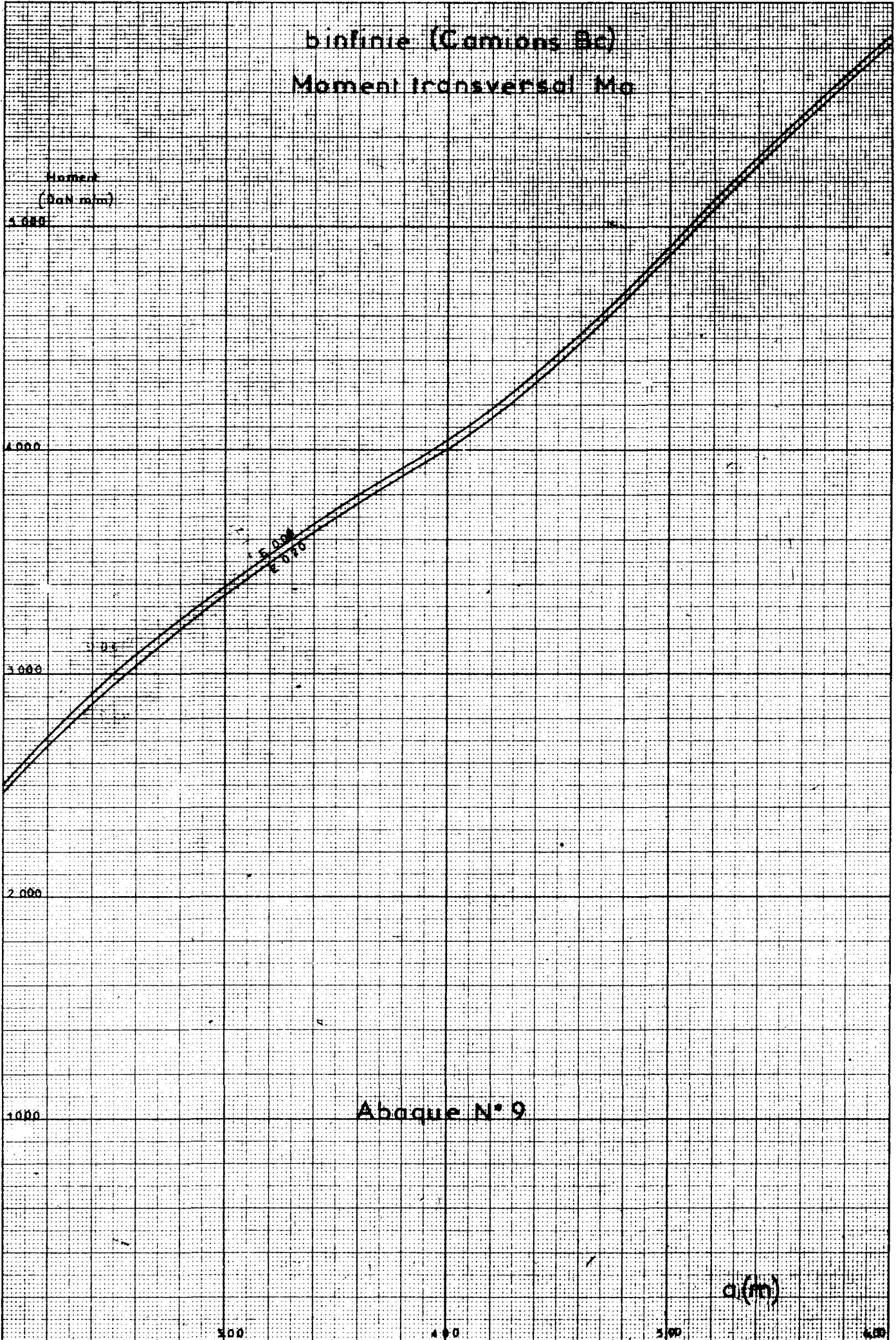
a (m)

300

400

500

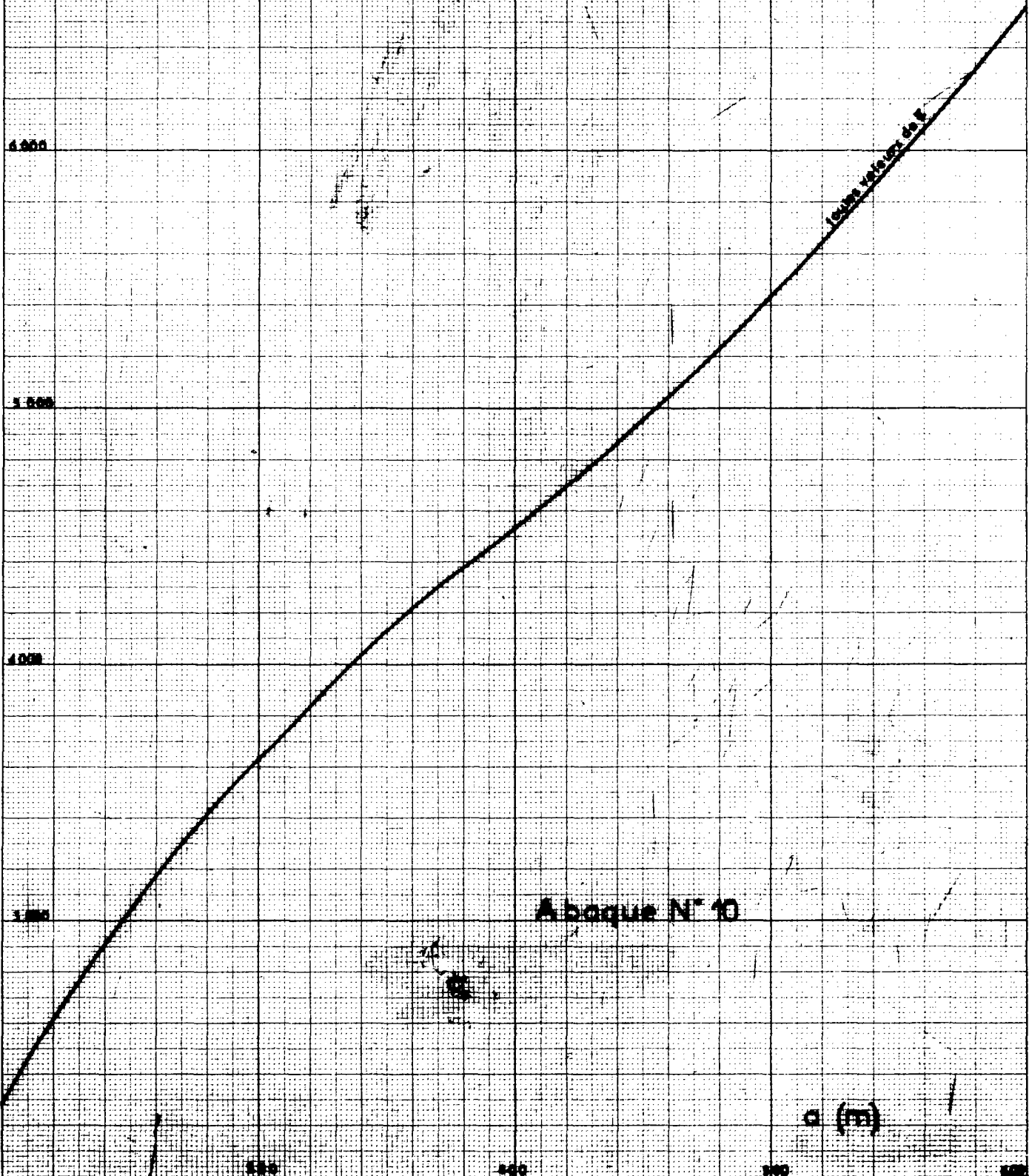
600



b infinie (Systeme B I)

Moment transversal M_0

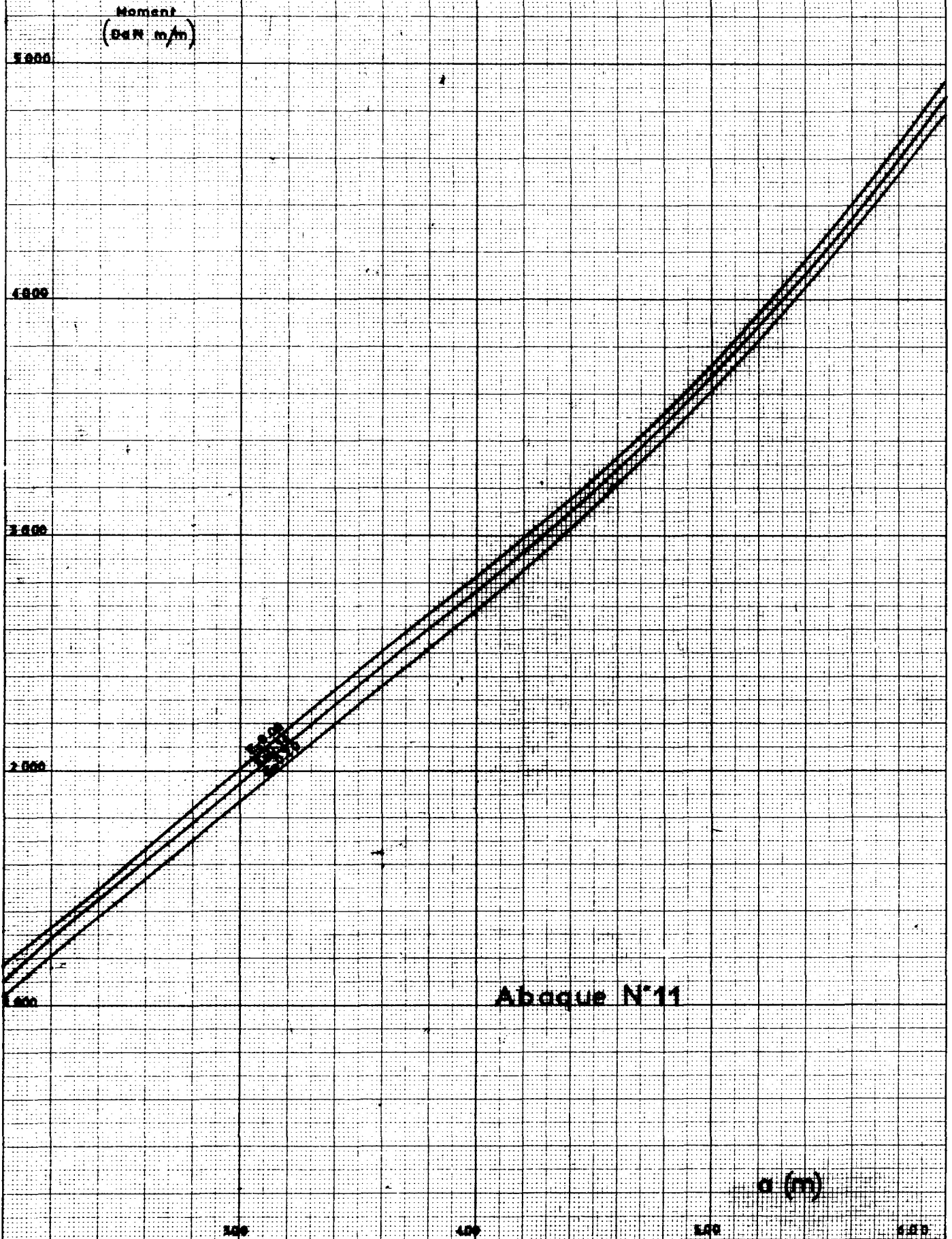
Moment
Dist (mm)



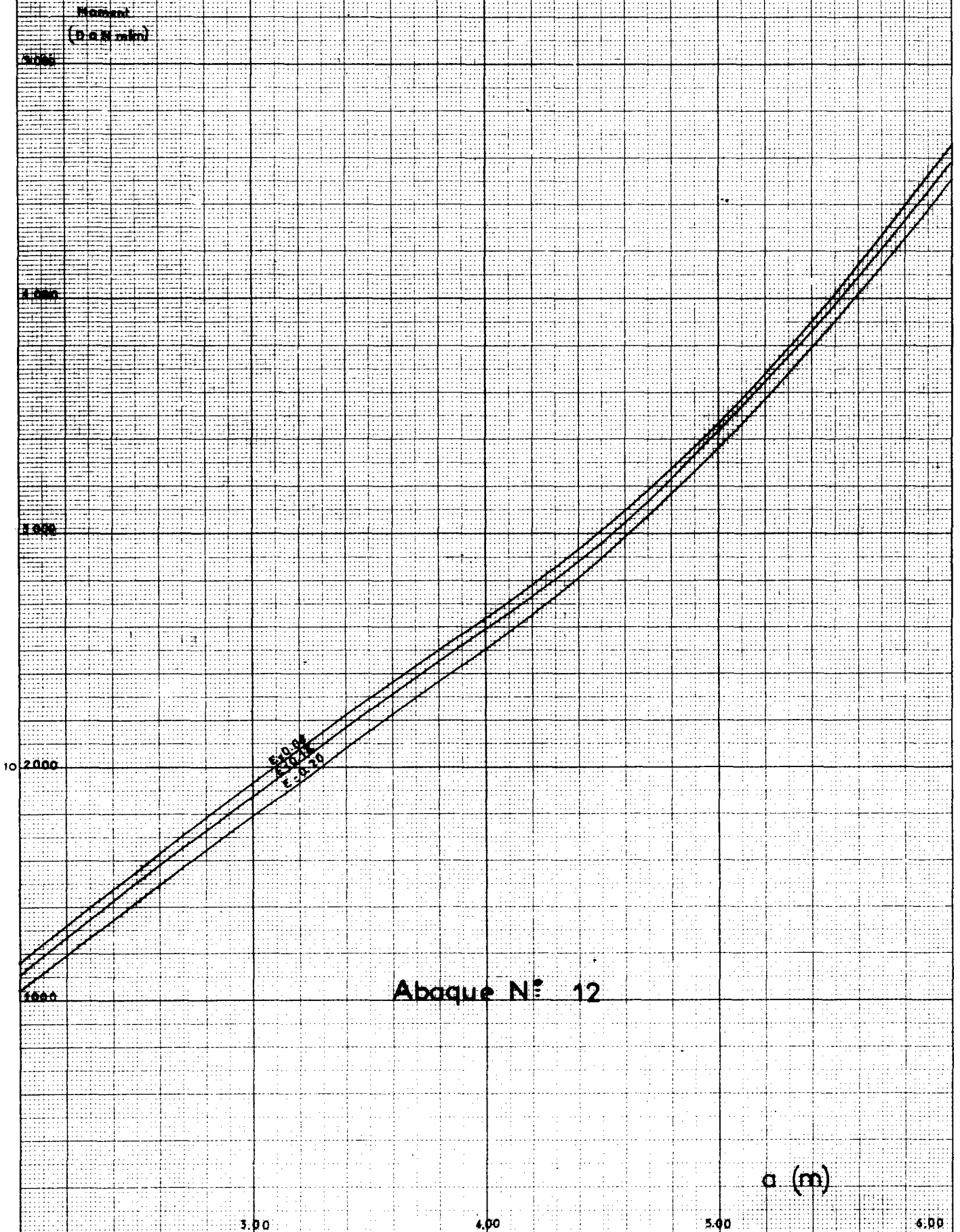
Abaque N° 10

a (m)

b=6m (Système B1)
Moment longitudinal Mb



$b=8\text{ m}$ (Système BI)
Moment longitudinal Mb



b=10m (Système B1)
Moment longitudinal M_b

Moment
(D&N mm)

5000

4000

3000

2000

1000

Abaque N° 13

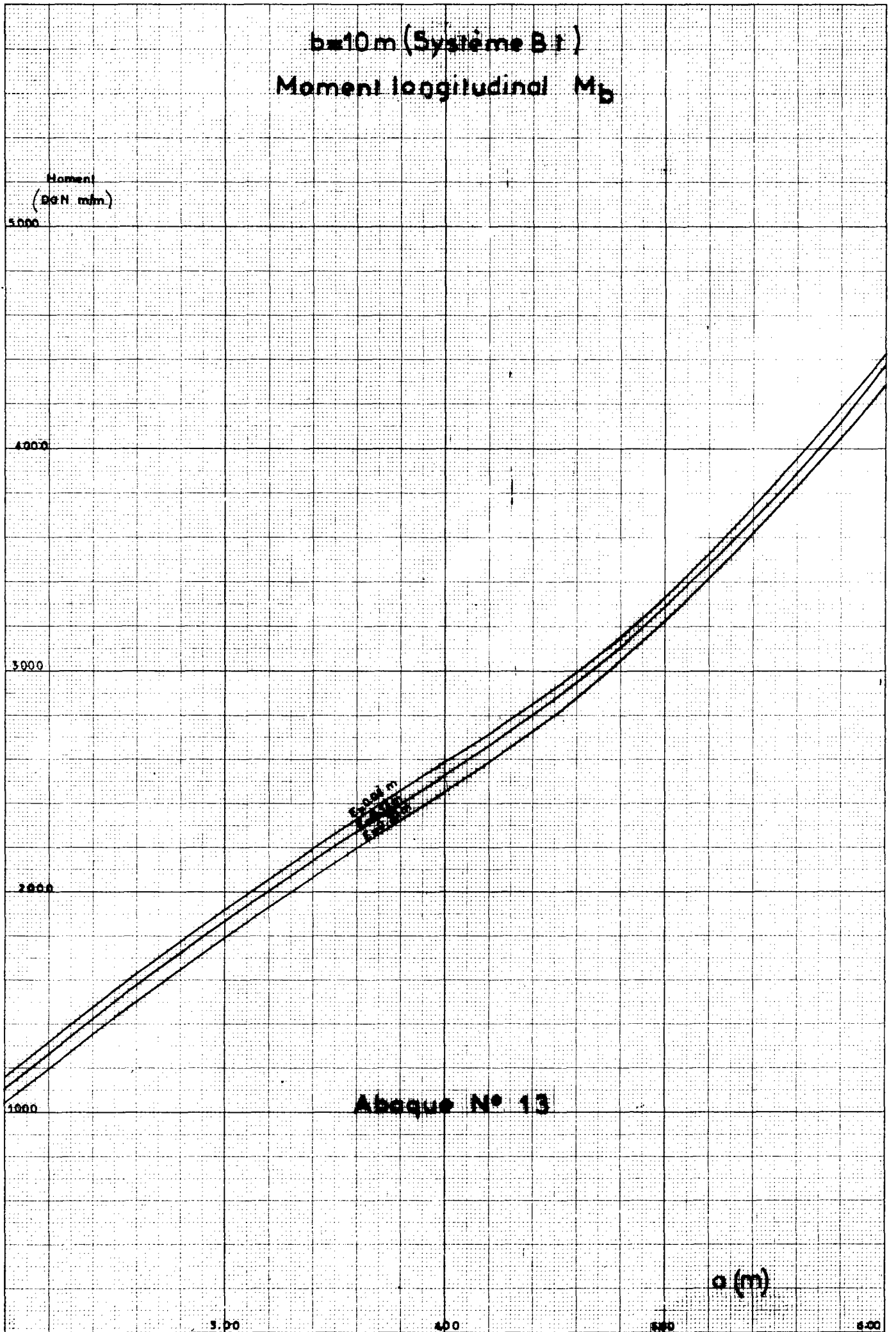
o (m)

3.00

4.00

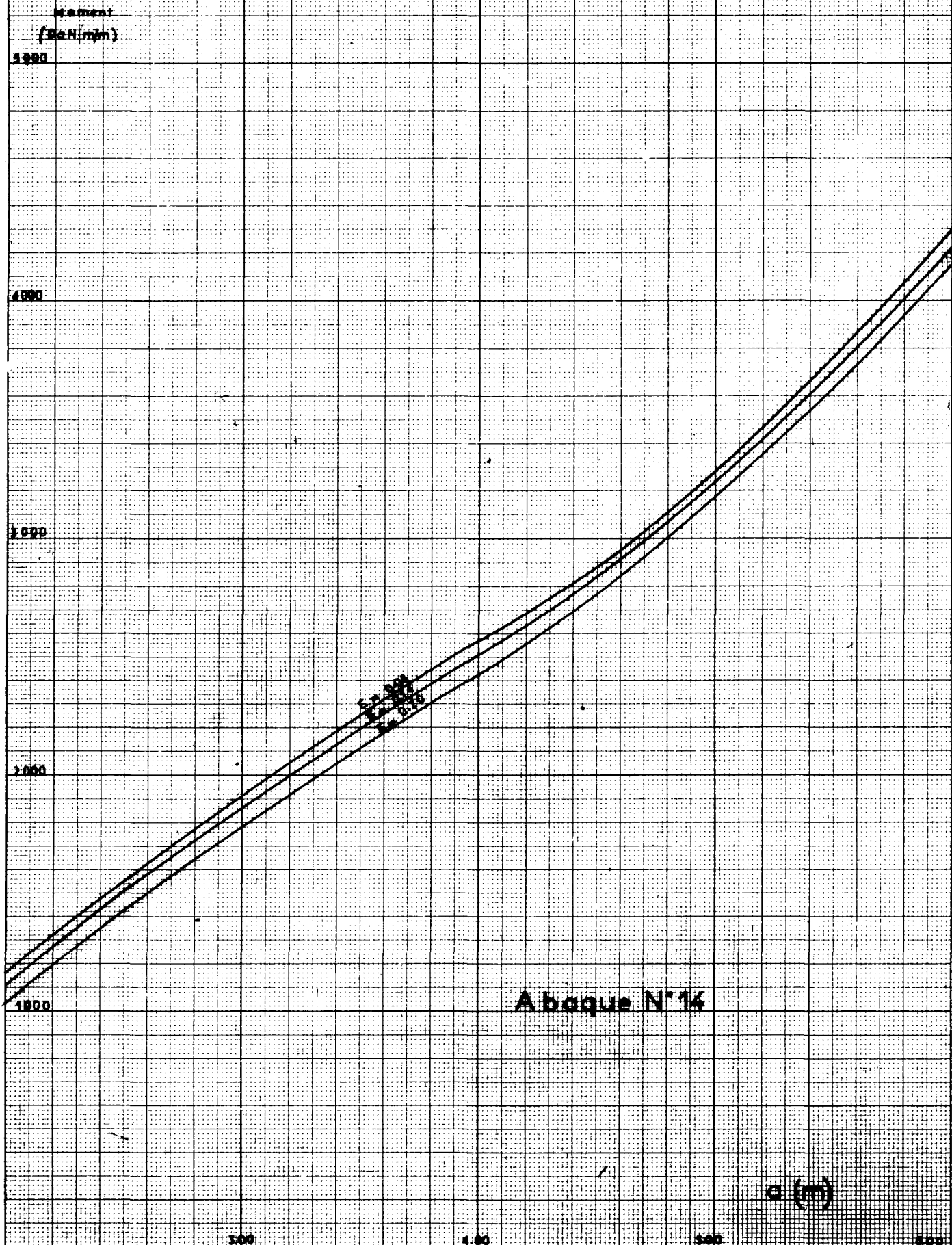
5.00

6.00

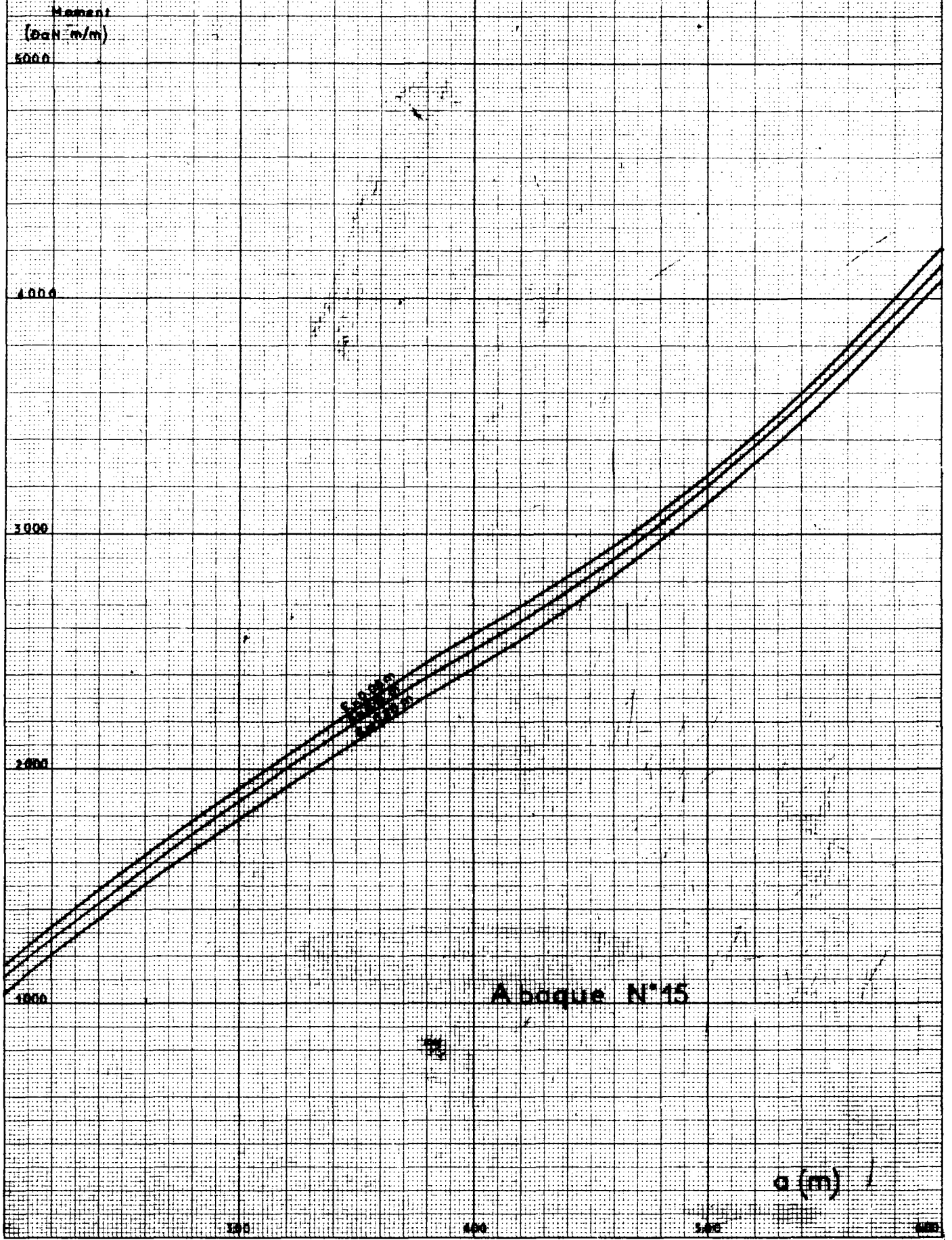


b42m (Système B₁)

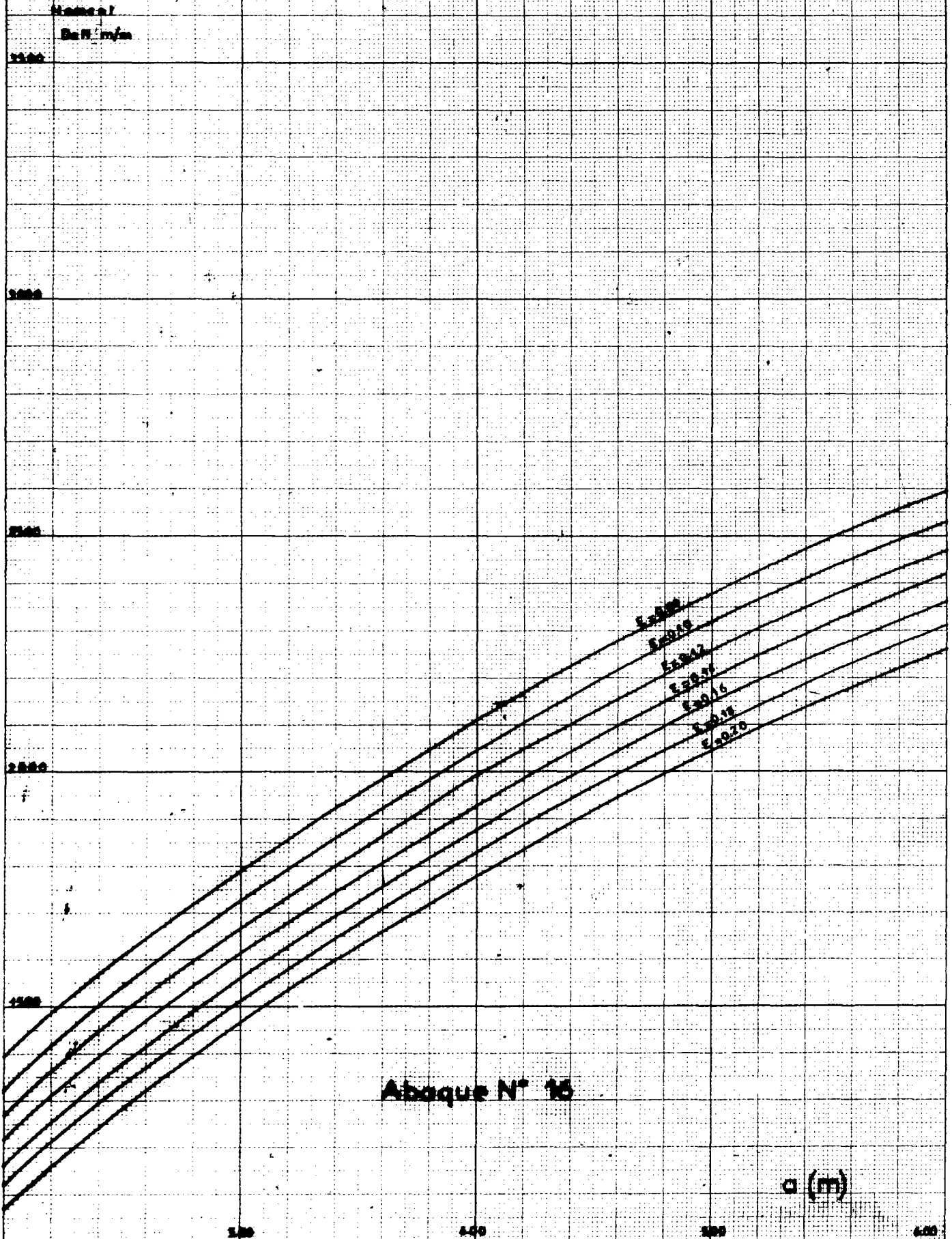
Moment longitudinal M₀



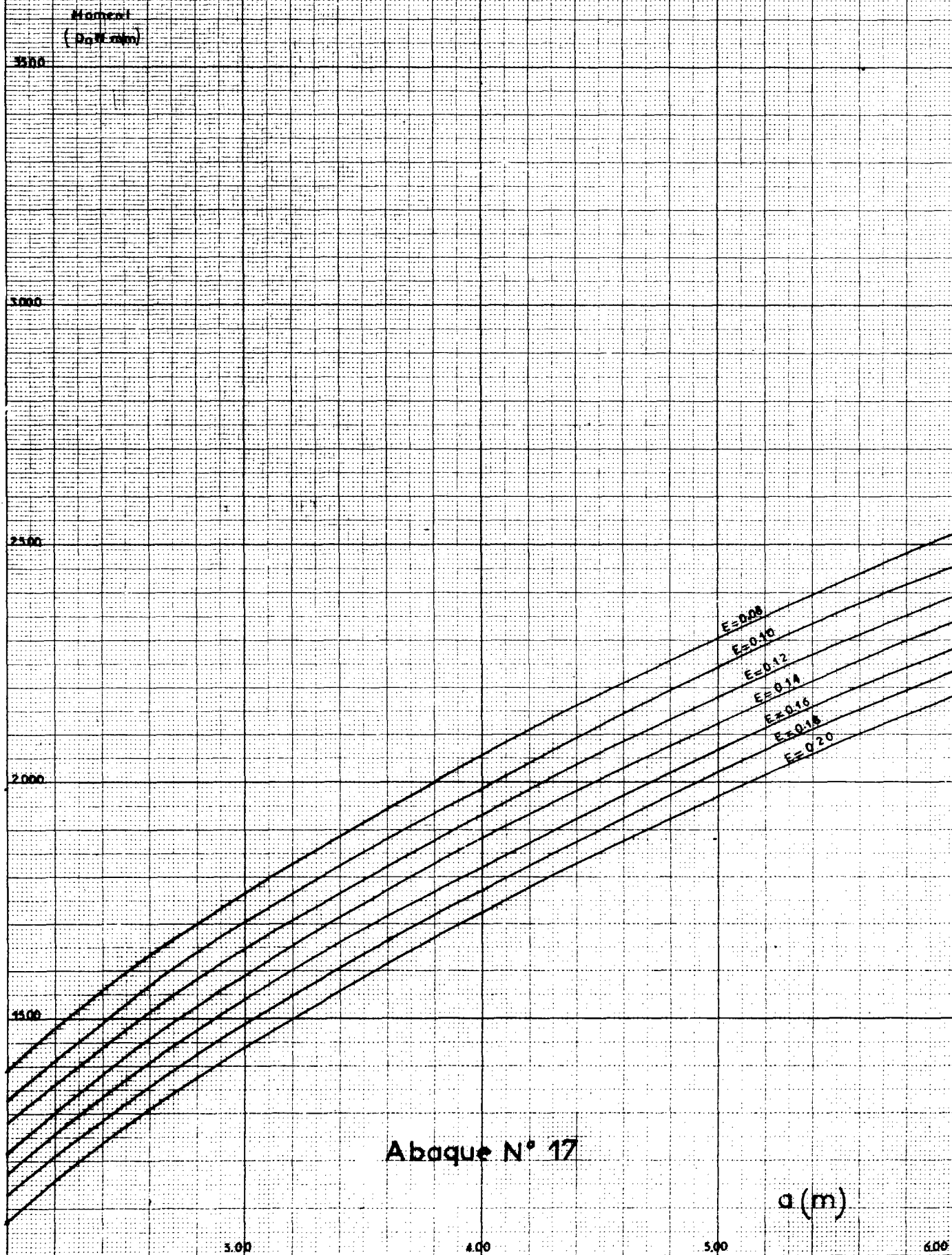
b infinis (Systeme BT) Moment longitudinal M_b



b=6m (Route Br)
Moment longitudinal Mb



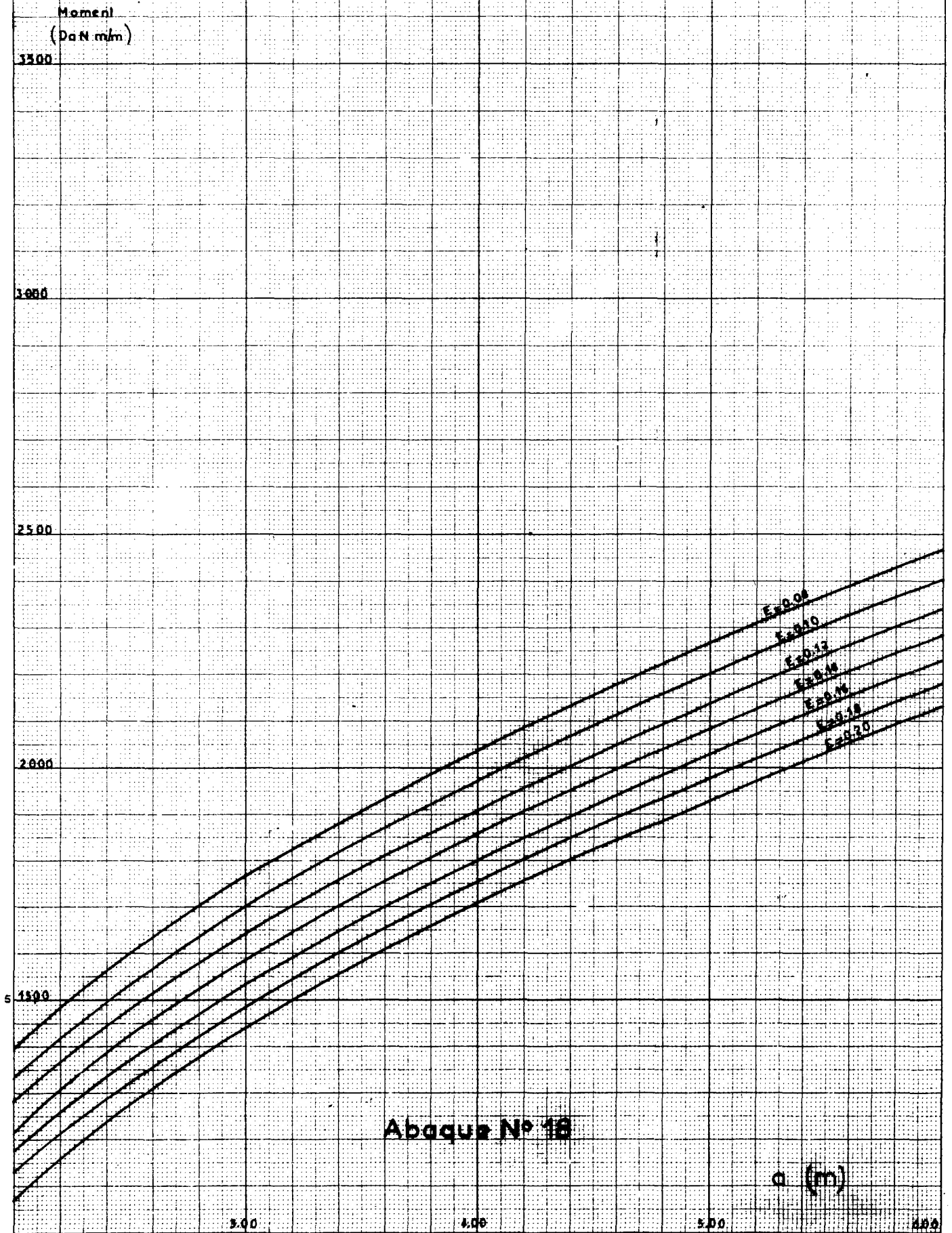
$b=8m$ (Roue Br)
Moment longitudinal M_b



Abaque N° 17

a (m)

$b=10\text{ m}$ (Roue Br)
Moment longitudinal M_b



b=12m (Roue Br)

Moment longitudinal Mb

Moment
(DaN.m/m)

3500

3000

2500

2000

1500

E-0988
E-0910
E-800
E-600
E-500
E-400
E-300

Abaque N° 19

a (m)

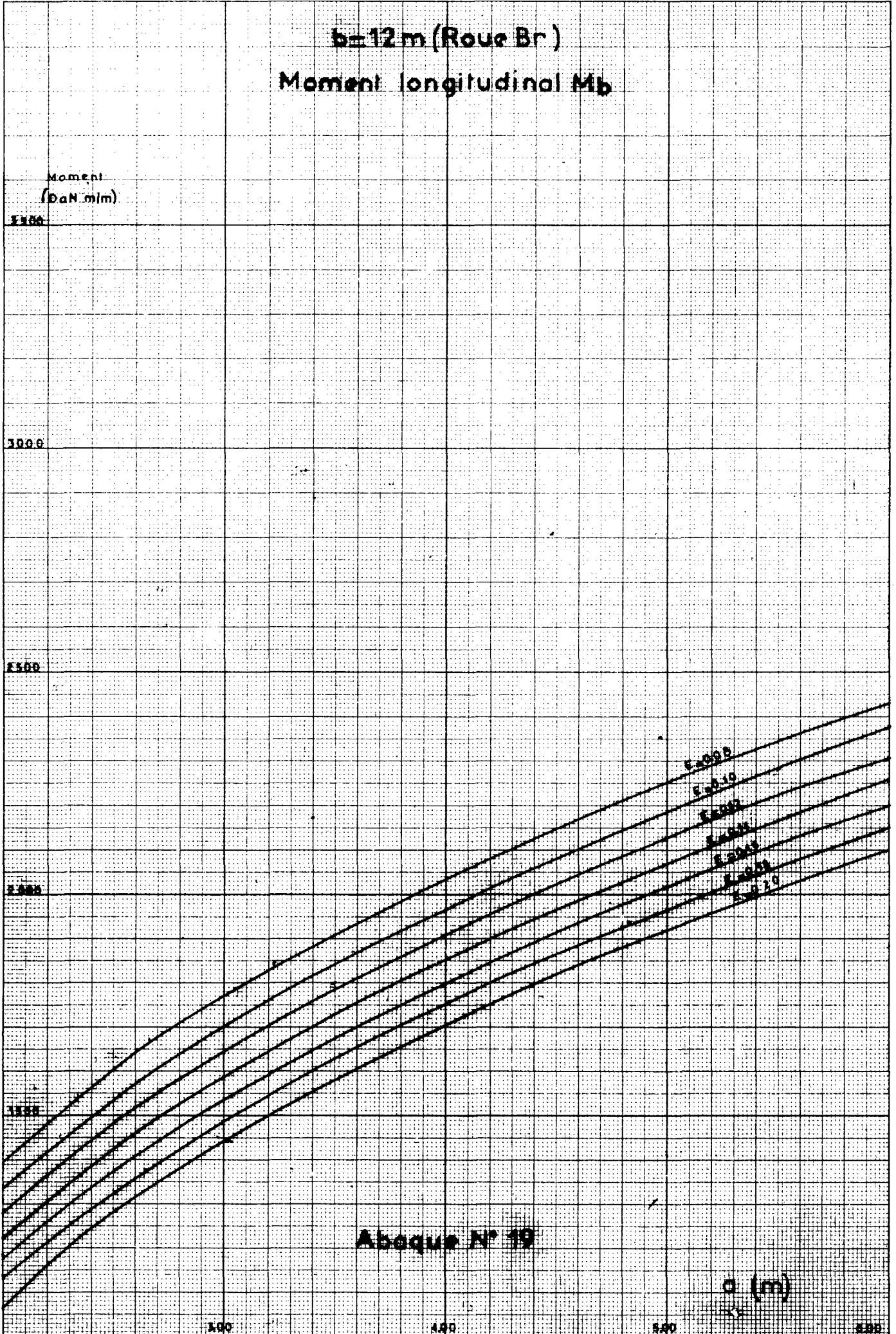
50

100

200

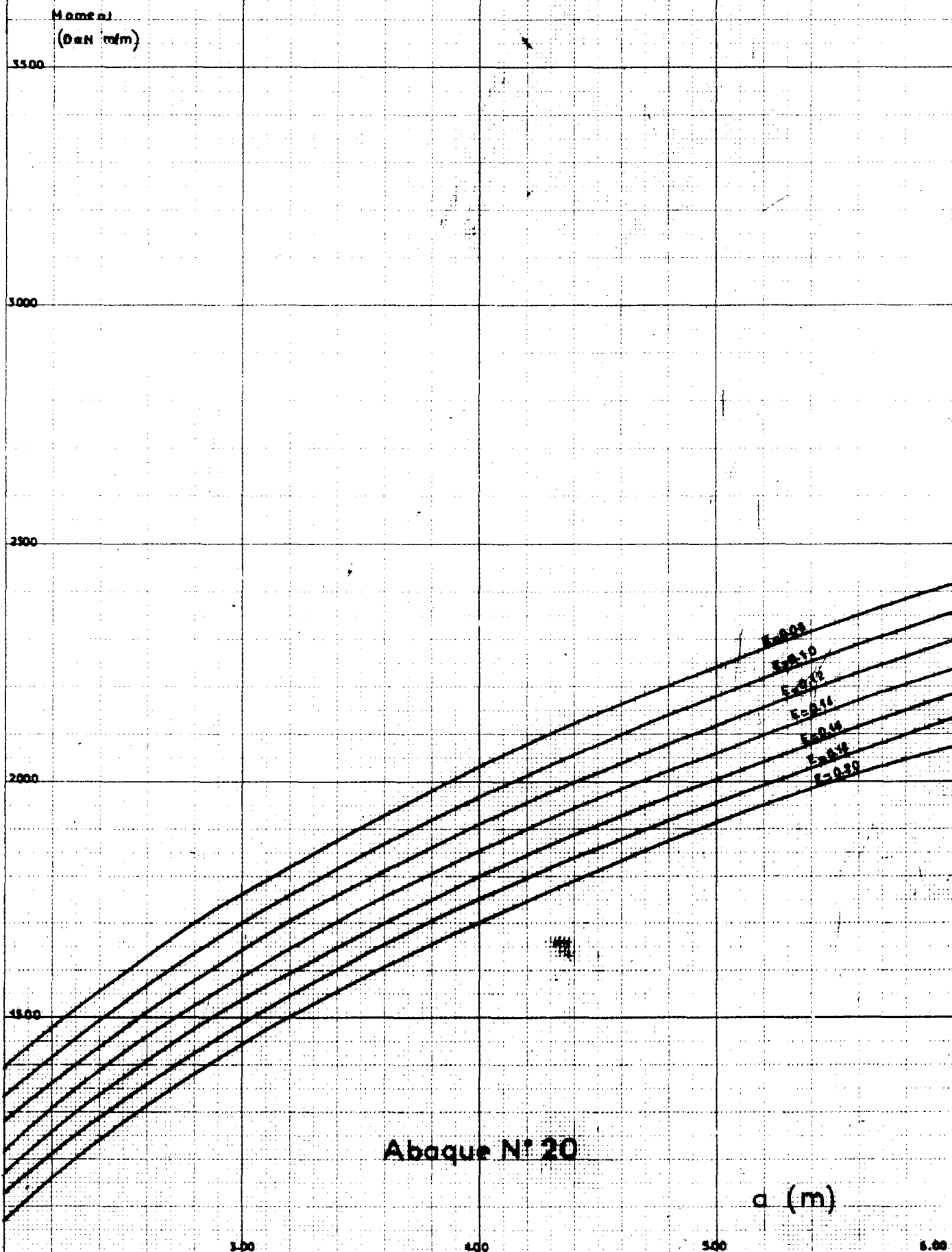
300

400

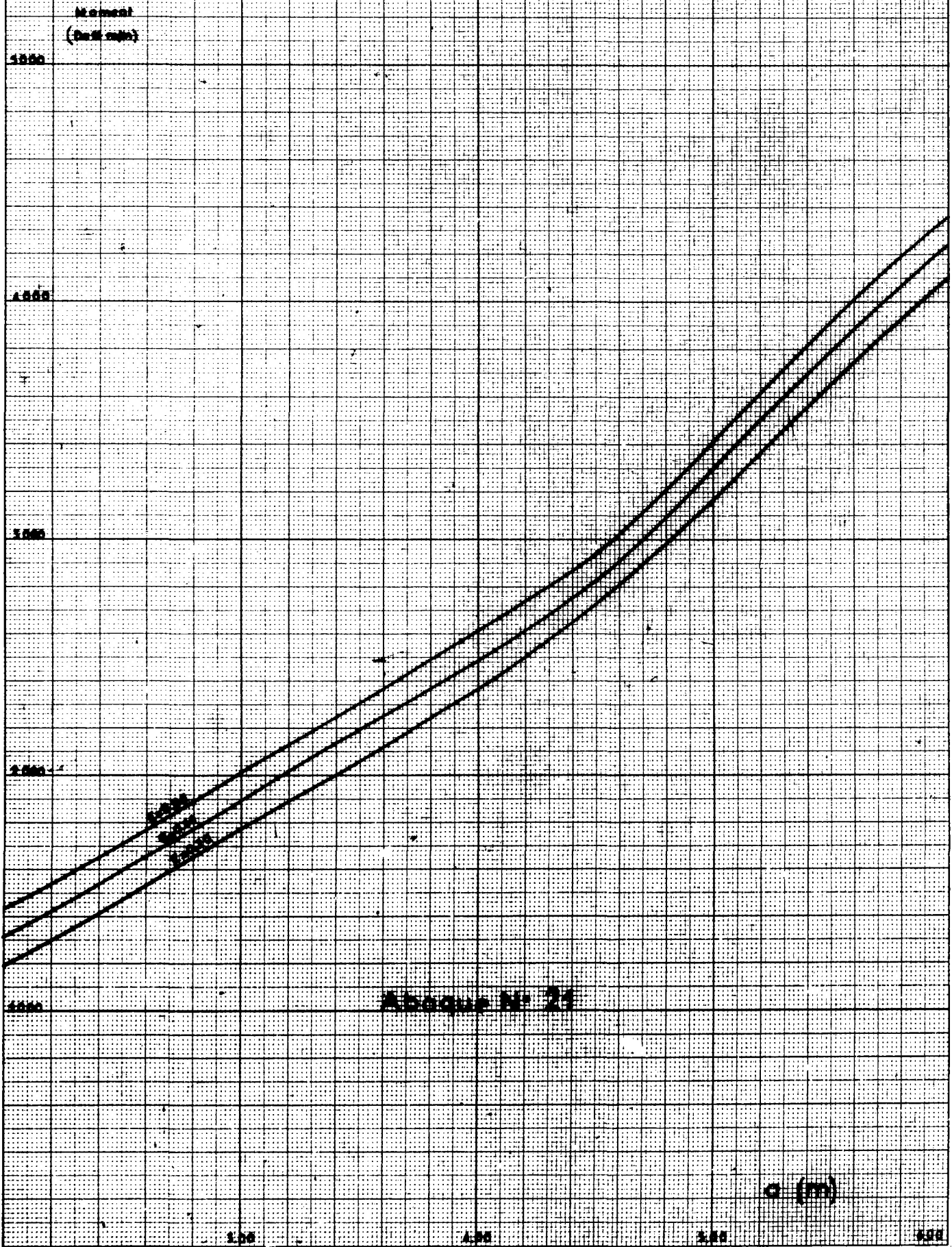


binfinie (Roue Br)

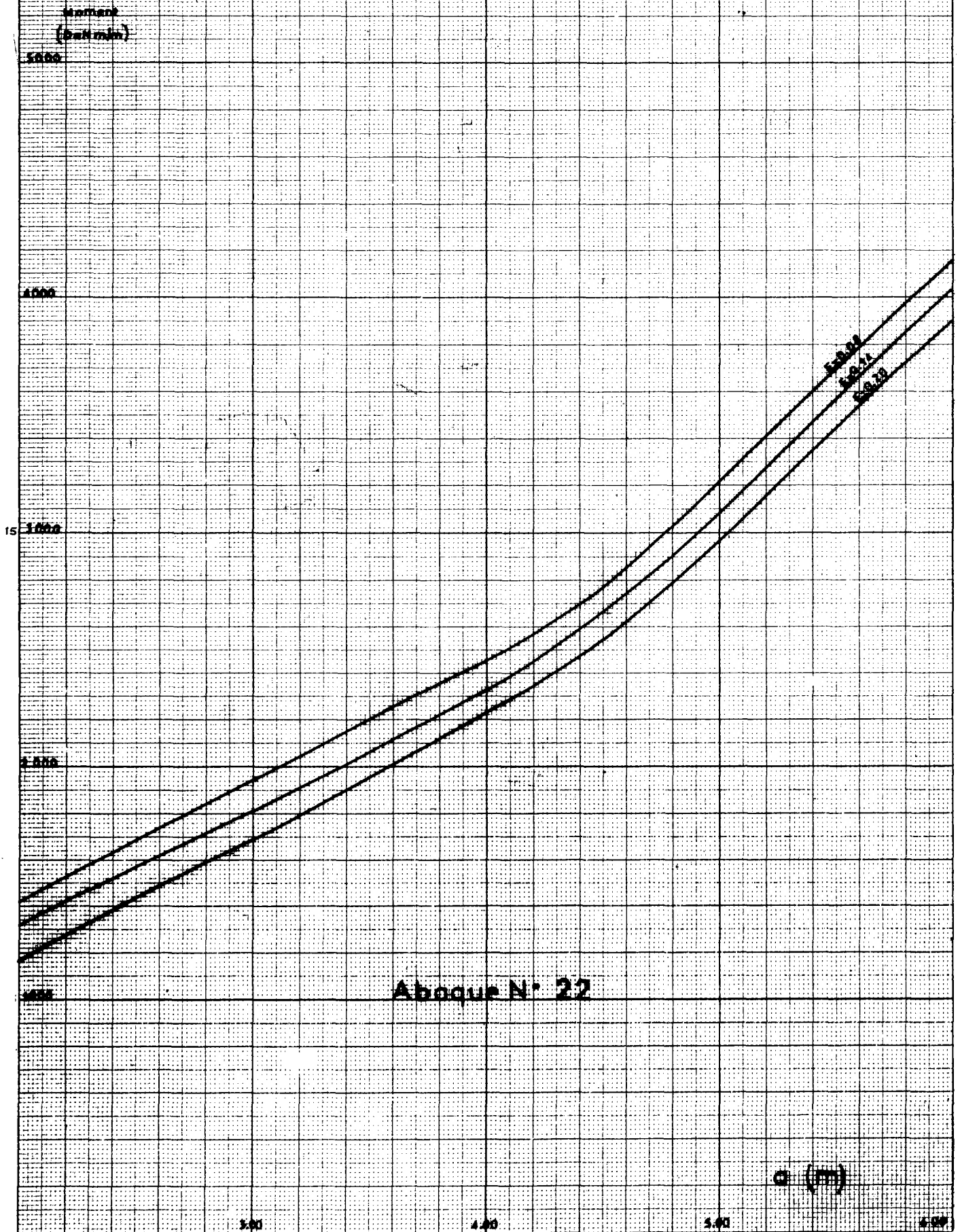
Moment longitudinal Mb



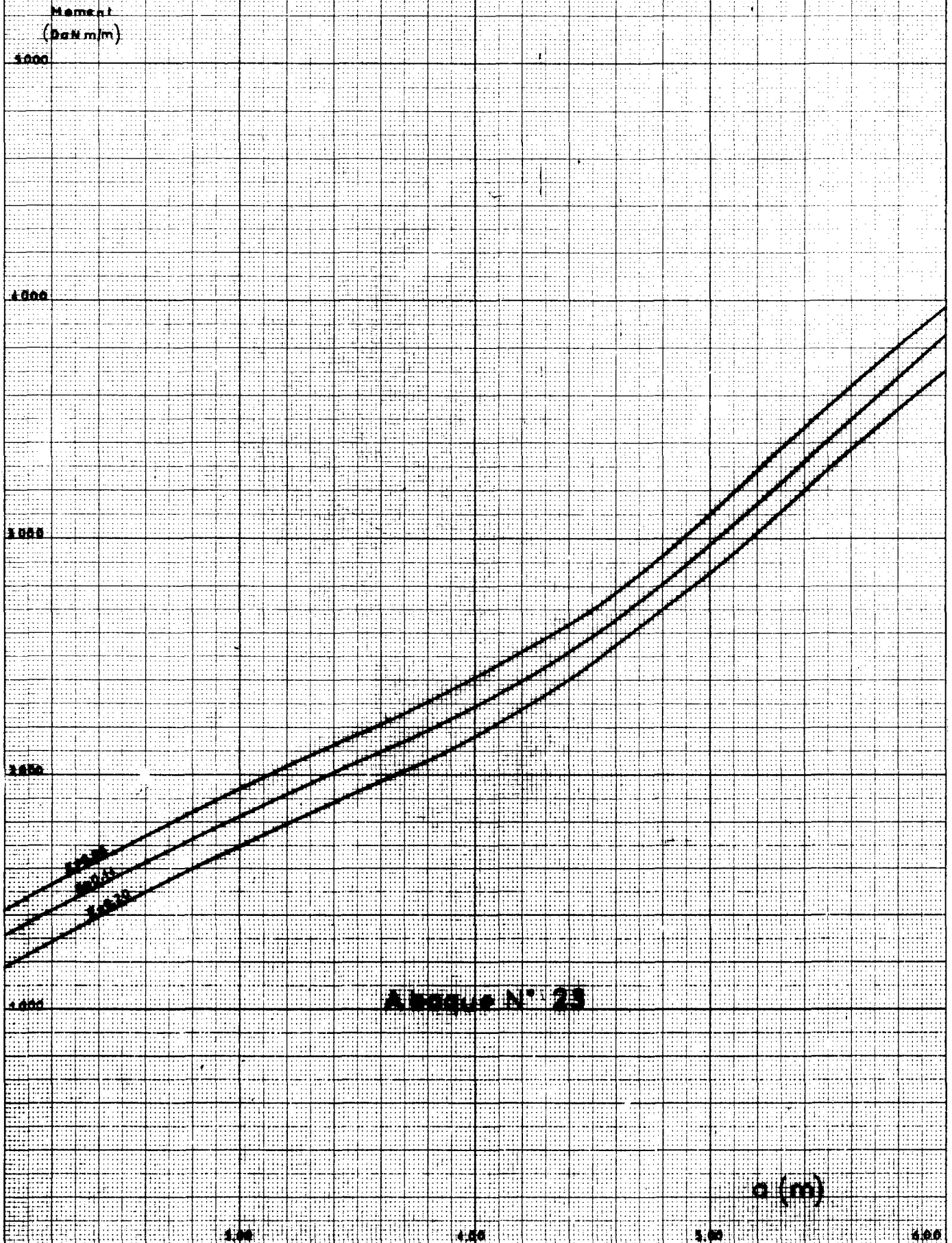
bc6m (Camions Bc) Moment longitudinal Mb



$b=0.1m$ (CommonsBc)
Moment longitudinal Mb



$b=10m$ (Camions Bc)
Moment longitudinal Mb



b=12 m (Camions Bc)

Moment longitudinal Mb

Moment
(Da N m/m)

1800

4000

3000

2000

1800

$E=0.01$

$E=0.14$

$E=0.20$

Aboque N° 24

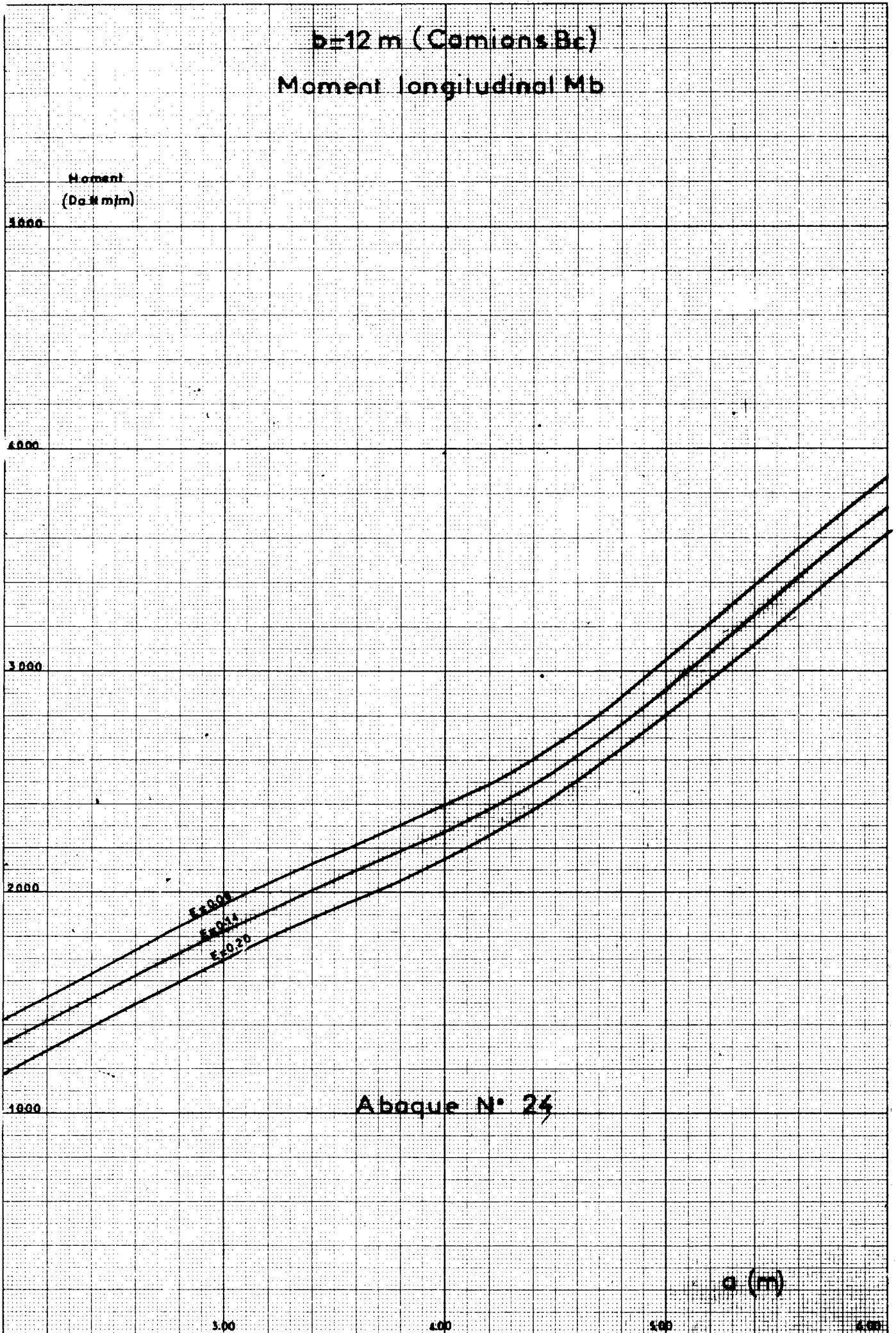
a (m)

5.00

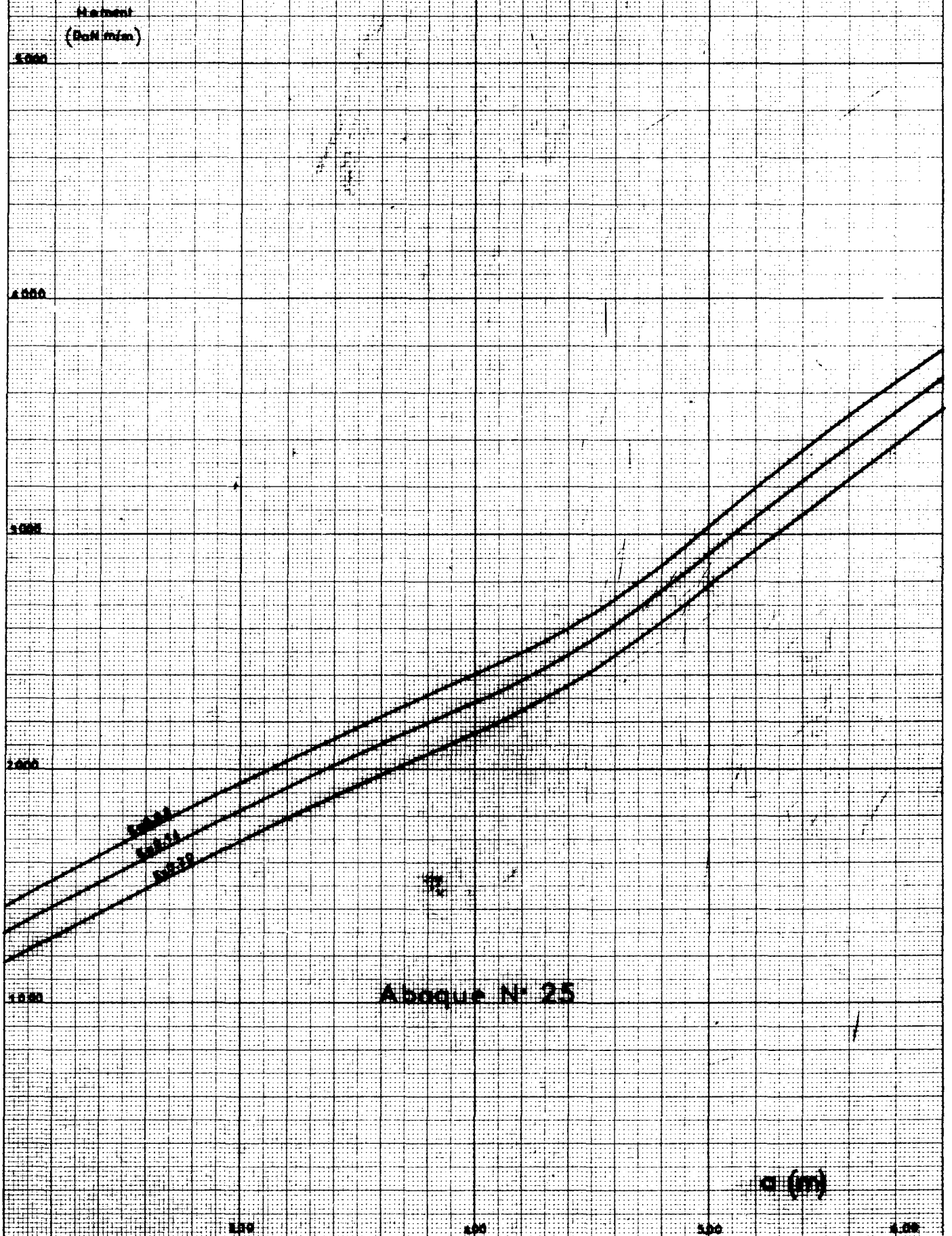
4.00

3.00

2.00



binfinie (Comions Bc) Moment longitudinal Mb



$b = 6 \text{ m}$ (Row B)
Moment - Integrated Mo

Moment
(OeN m/m)

2500

2000

1500

1000

500

- $K = 0.08$
- $K = 0.10$
- $K = 0.12$
- $K = 0.14$
- $K = 0.16$
- $K = 0.18$
- $K = 0.20$

Abaque N° 26

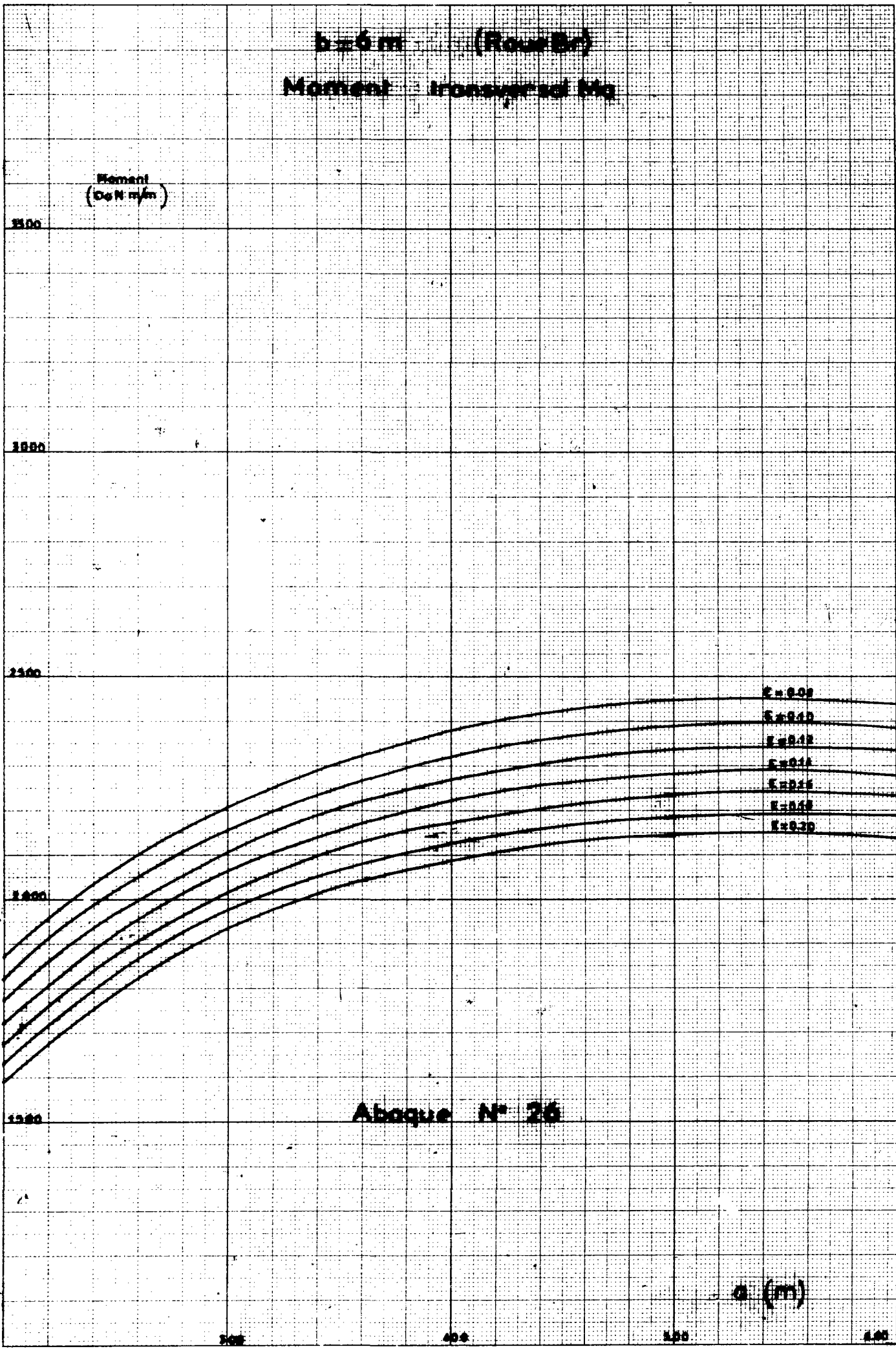
a (m)

200

400

600

800



$b = 5 \text{ m (Roue Br)}$
Moment transversal M_0

Moment
(Newton)
1000

1000

1500

2000

1500

$E = 0.08$
 $E = 0.10$
 $E = 0.12$
 $E = 0.14$
 $E = 0.16$
 $E = 0.18$
 $E = 0.20$

Abaque No 27

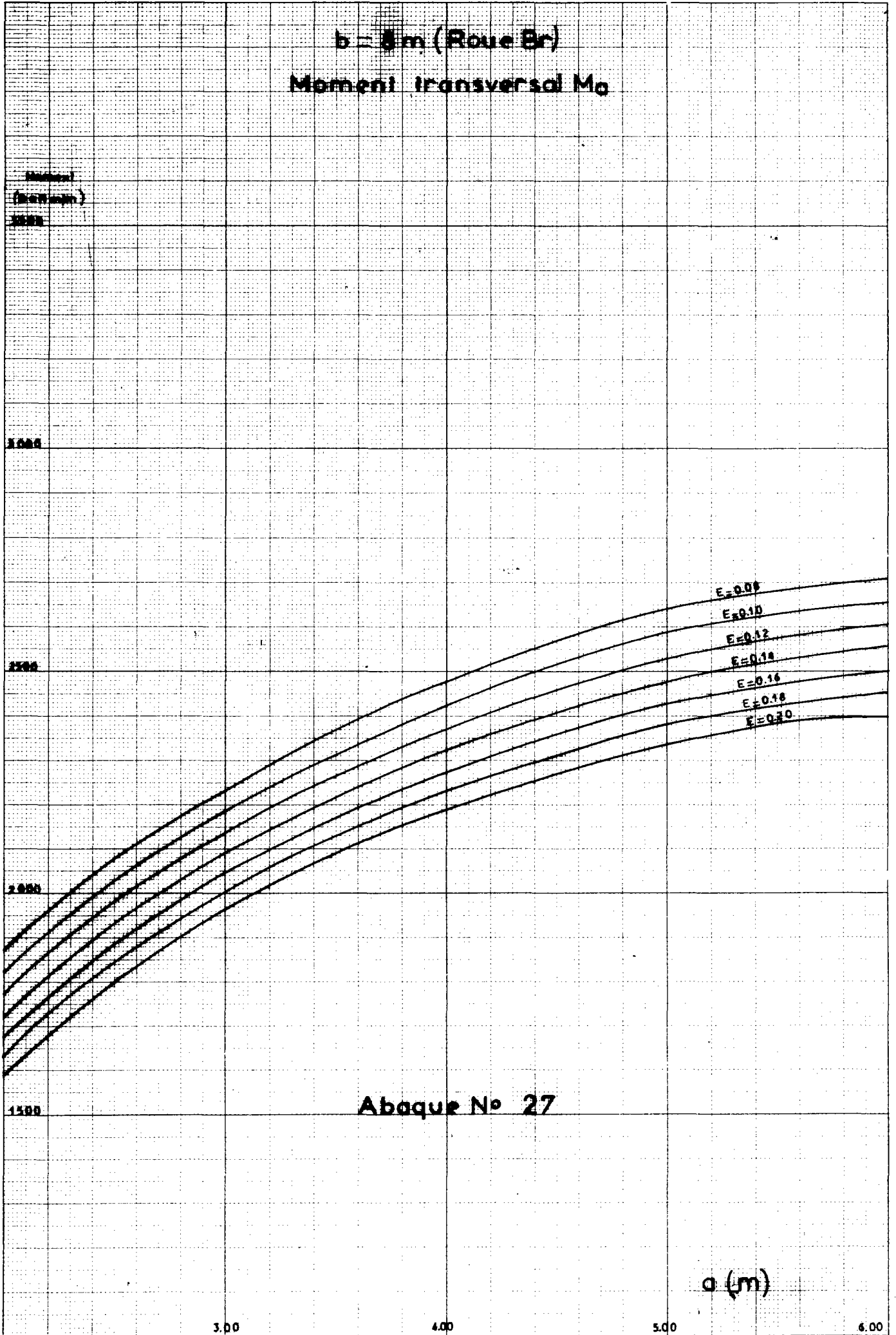
$a \text{ (m)}$

3.00

4.00

5.00

6.00



$b=10m$ (Roue Br)
Moment transversal M_a

Moment
(DaN m/m)

3500

3000

2500

2000

1500

$E=0.00$

$E=0.10$

$E=0.20$

$E=0.30$

$E=0.40$

$E=0.50$

$E=0.60$

Abaque N° 28

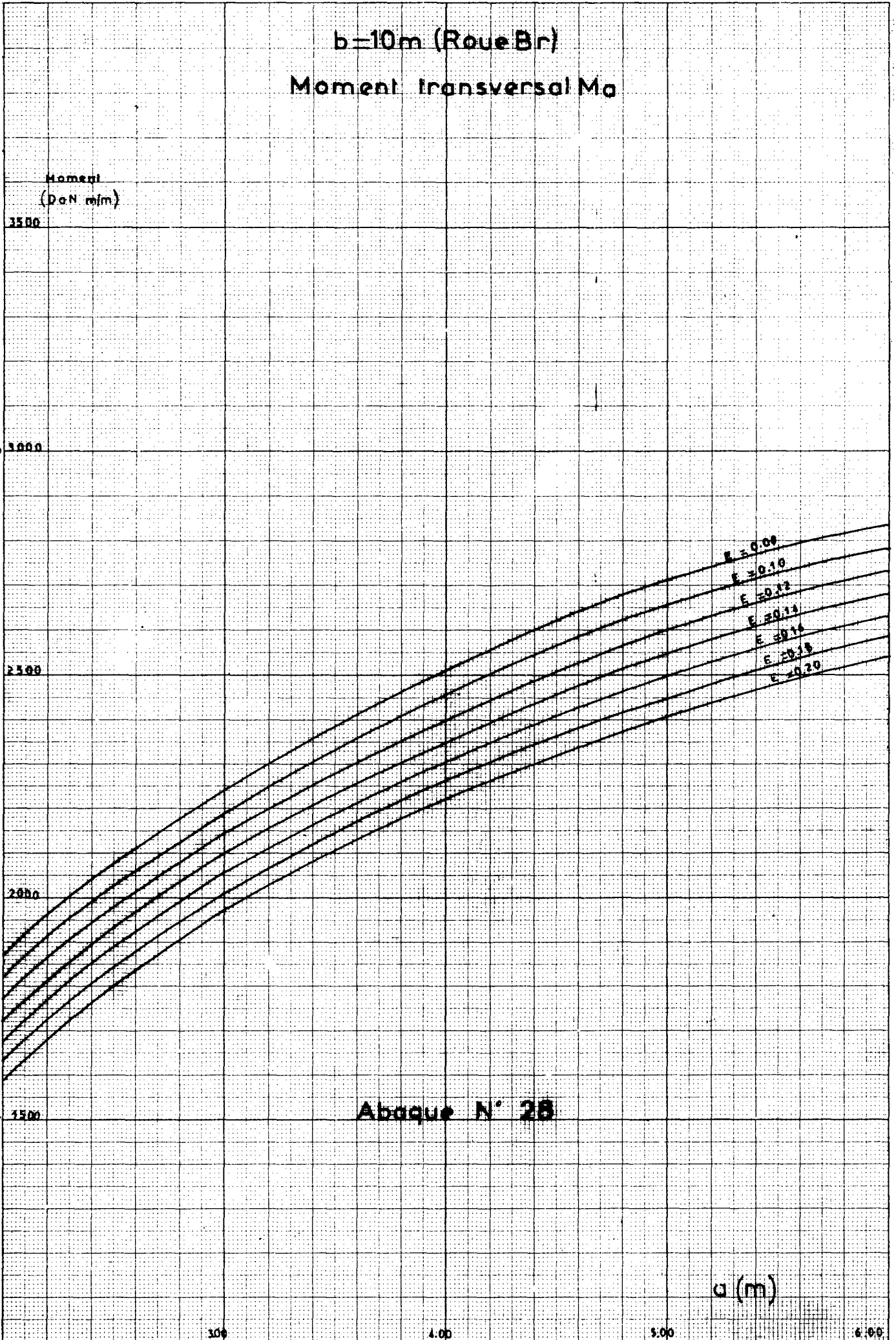
a (m)

3.00

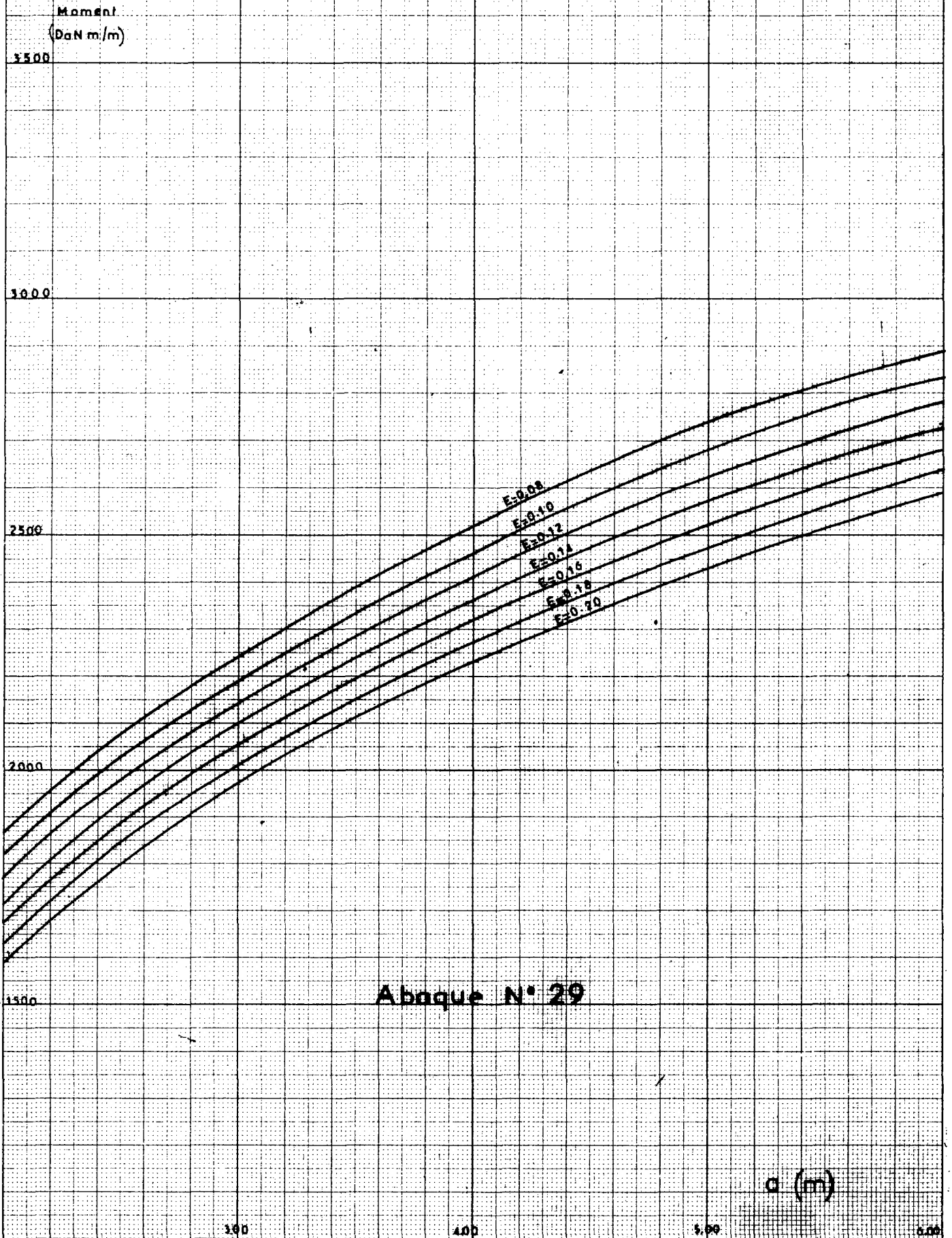
4.00

5.00

6.00



$b=12\text{m}$ (Roue Br)
Moment transversal M_a



b inflme (Roue Br) Moment transversal Mo

Marschall
(GdHm/fo)

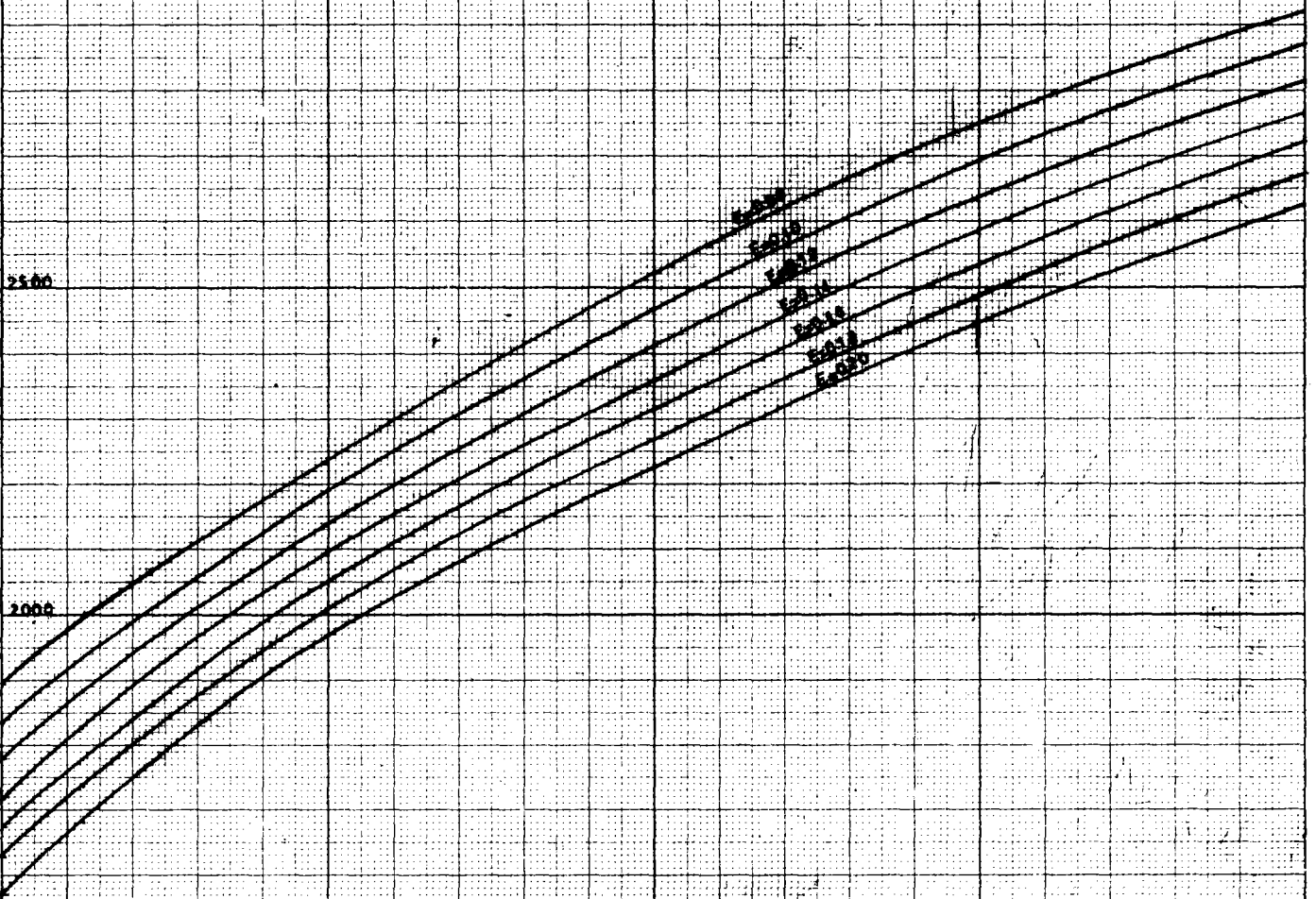
3300

3000

2500

2000

1500



Abaque N° 30

a (m)

3.00

4.00

5.00

6.00

b=6m Système Mc 120

(Charge 110t)

Moment transversal Ma

Moment
(DaNm/m)

8000

6000

4000

2000

0

- E=0.08
- E=0.10
- E=0.12
- E=0.14
- E=0.16
- E=0.18
- E=0.20

Abaque N° 31

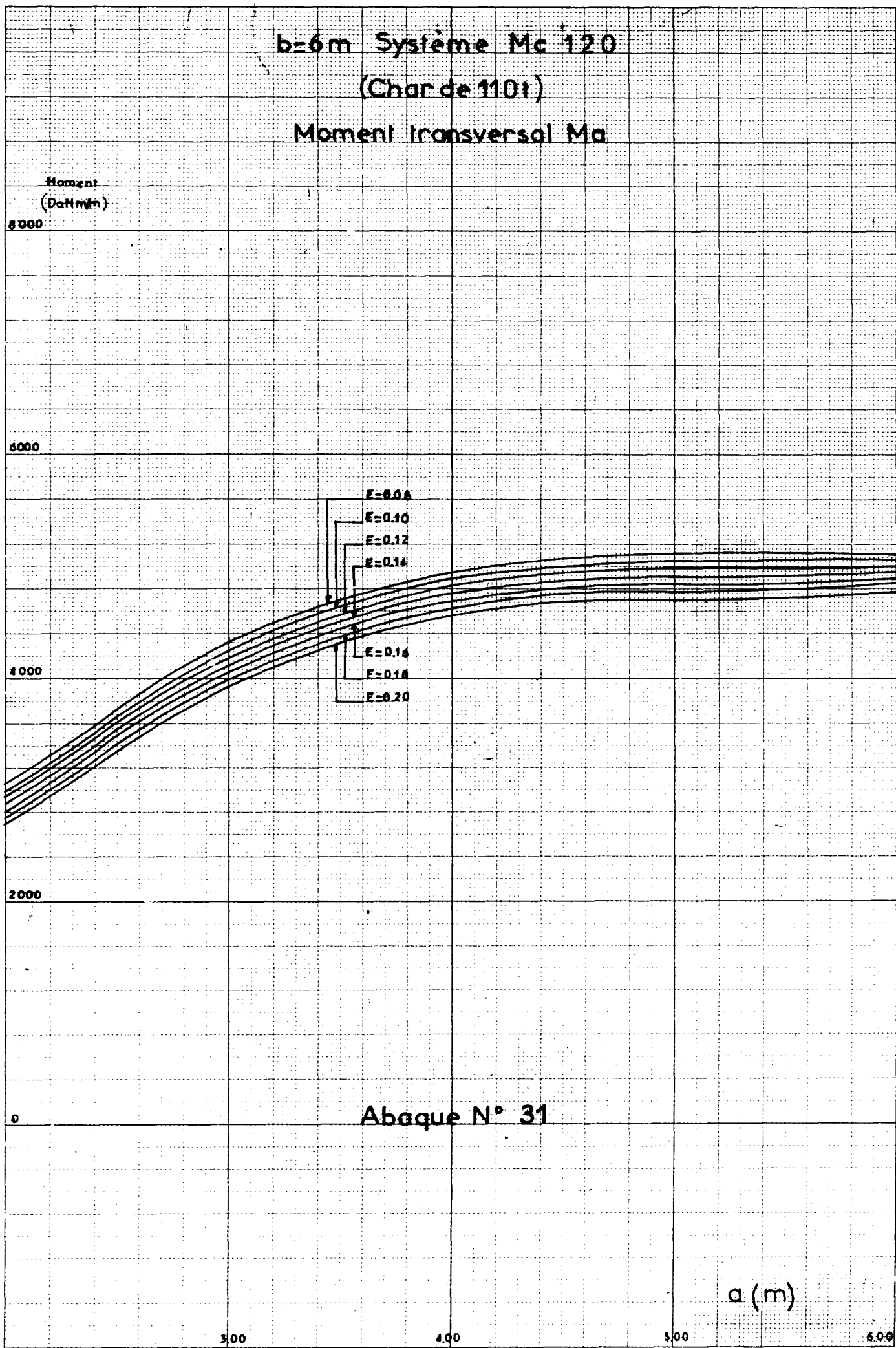
a (m)

3.00

4.00

5.00

6.00



b = 8 m Système Mc 120

(Charger de 110 t)

Moment transversal Mo

Moment
(Da N m)

8000

6000

4000

2000

0

E = 0,08

E = 0,10

E = 0,12

E = 0,14

E = 0,16

E = 0,18

E = 0,20

Abaque N° 32

a (m)

3,00

4,00

5,00

6,00

b=10 m Système Mc 120
(Char de 110t)
Moment transversal M_a

Moment
(DaNm/m)

8000

6000

4000

2000

0

E=0.08

E=0.10

E=0.12

E=0.14

E=0.16

E=0.18

E=0.20

Abaque N° 33

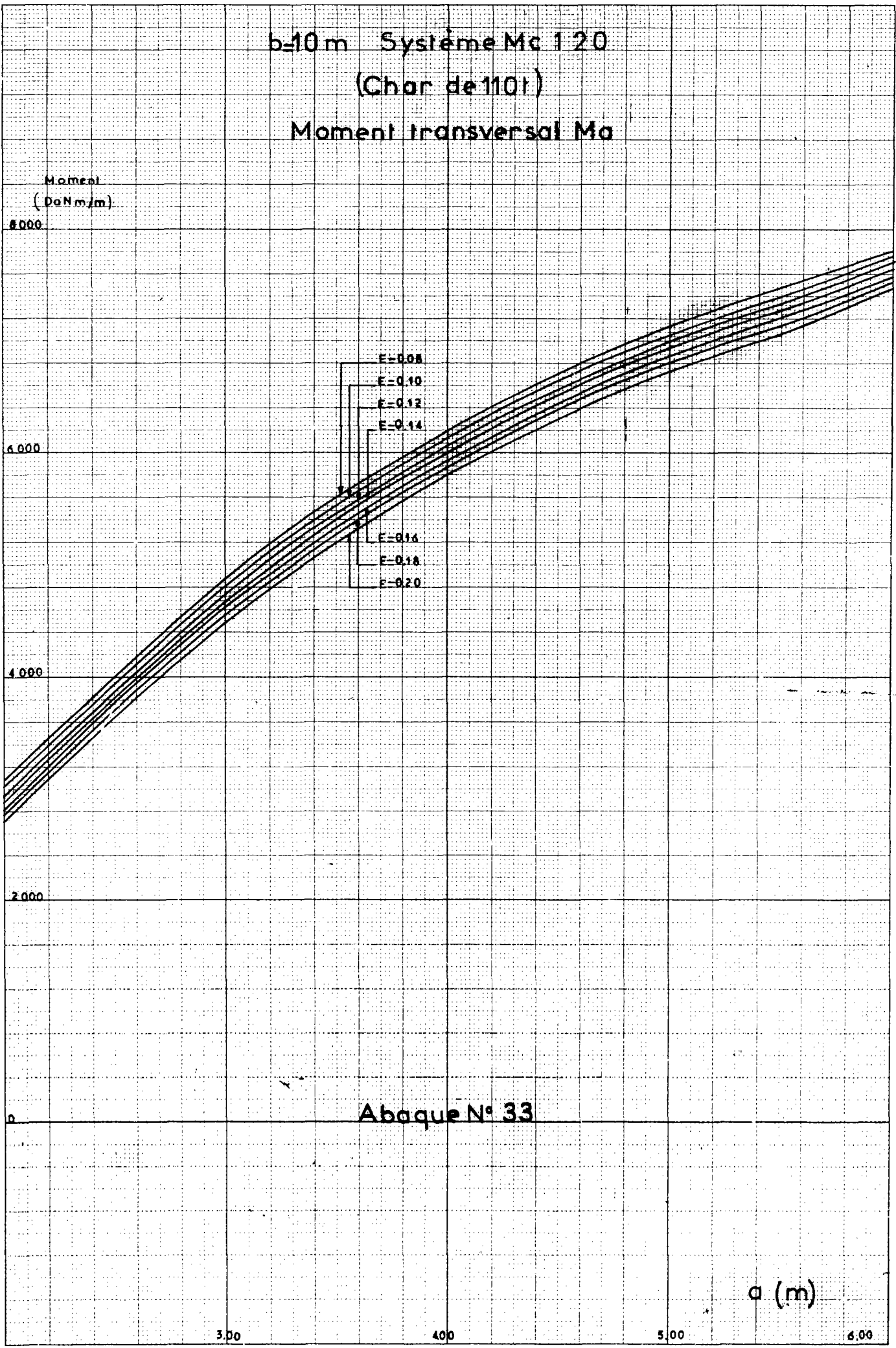
a (m)

3.00

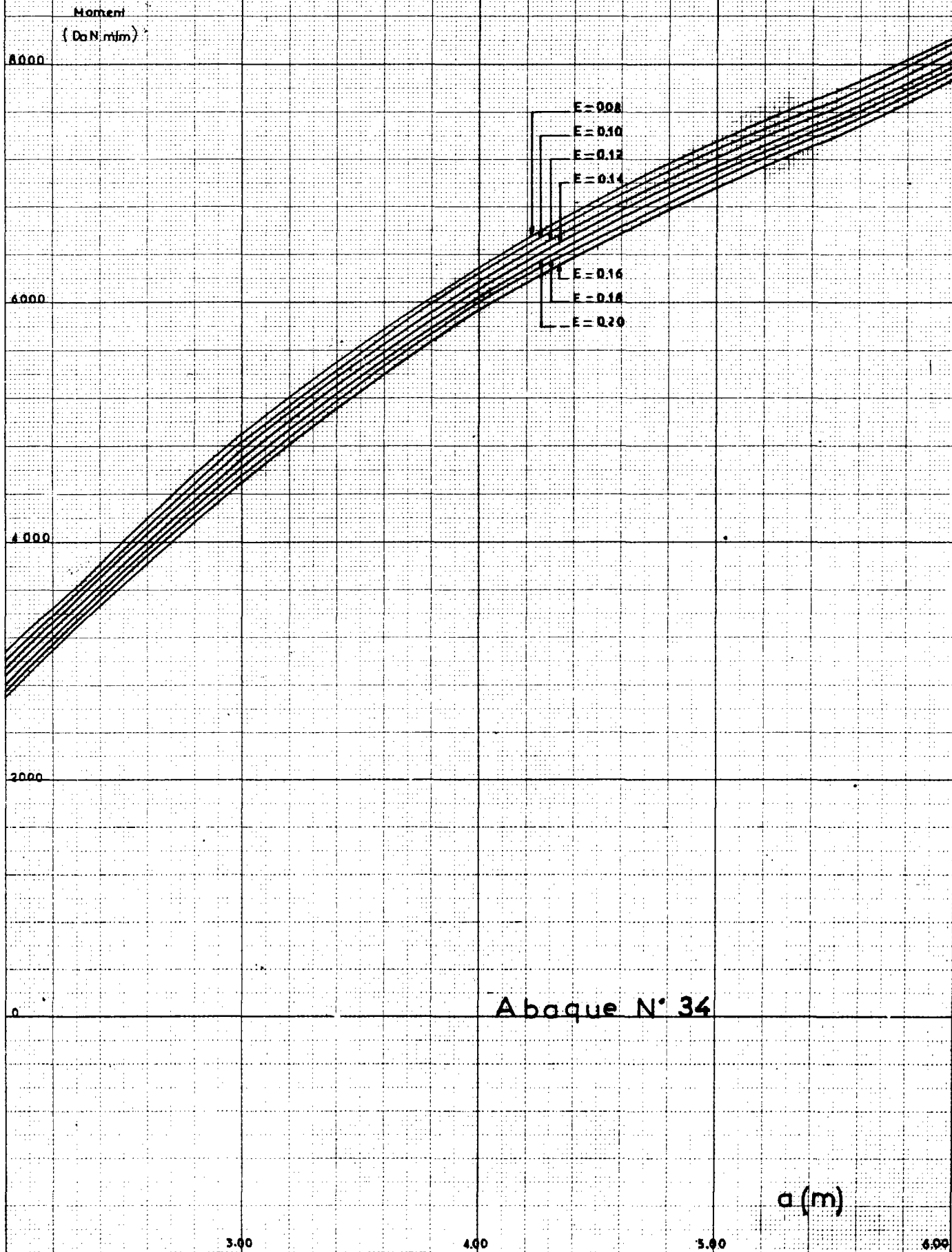
4.00

5.00

6.00



b=12m Système Mc 120
(Char de 110)
Moment transversal Ma



b infinie Système Mc 120
(Char de 110t)
Moment transversal Ma

Moment
(DpN.m/m)

8000

6000

4000

2000

0

- E-008
- E-010
- E-012
- E-014
- E-016
- E-018
- E-020

Abaque N° 35

a (m)

300
5

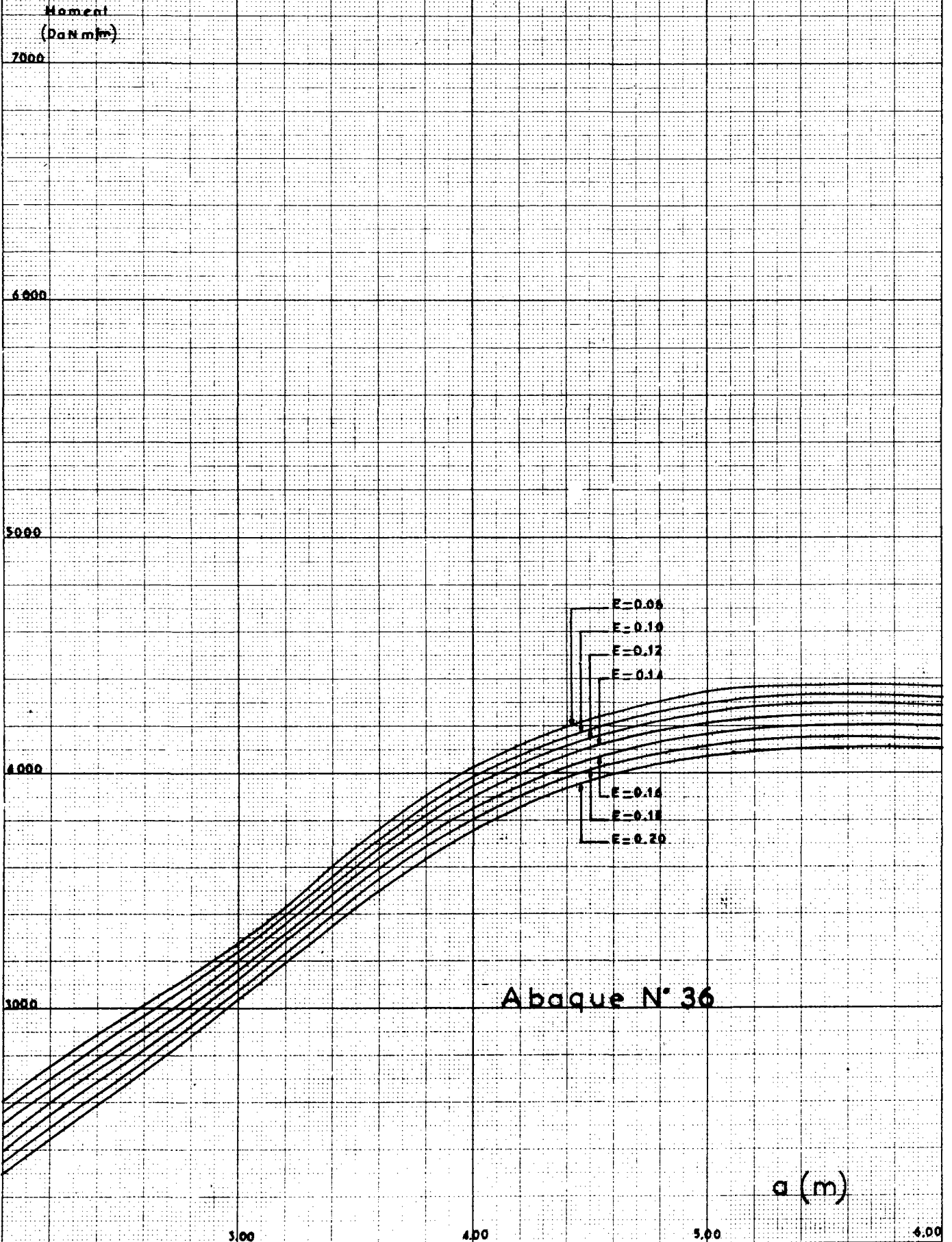
400
10

500
15

600
20

$a=6m$ (Camions B6)

Moment Mb



$\alpha = 0,0$ m (Système B1) Momenti Mb

Moment
(DaN m/m)

12000

8000

4000

0

-4000

E=0,08

E=0,14

E=0,20

Abaque N° 37

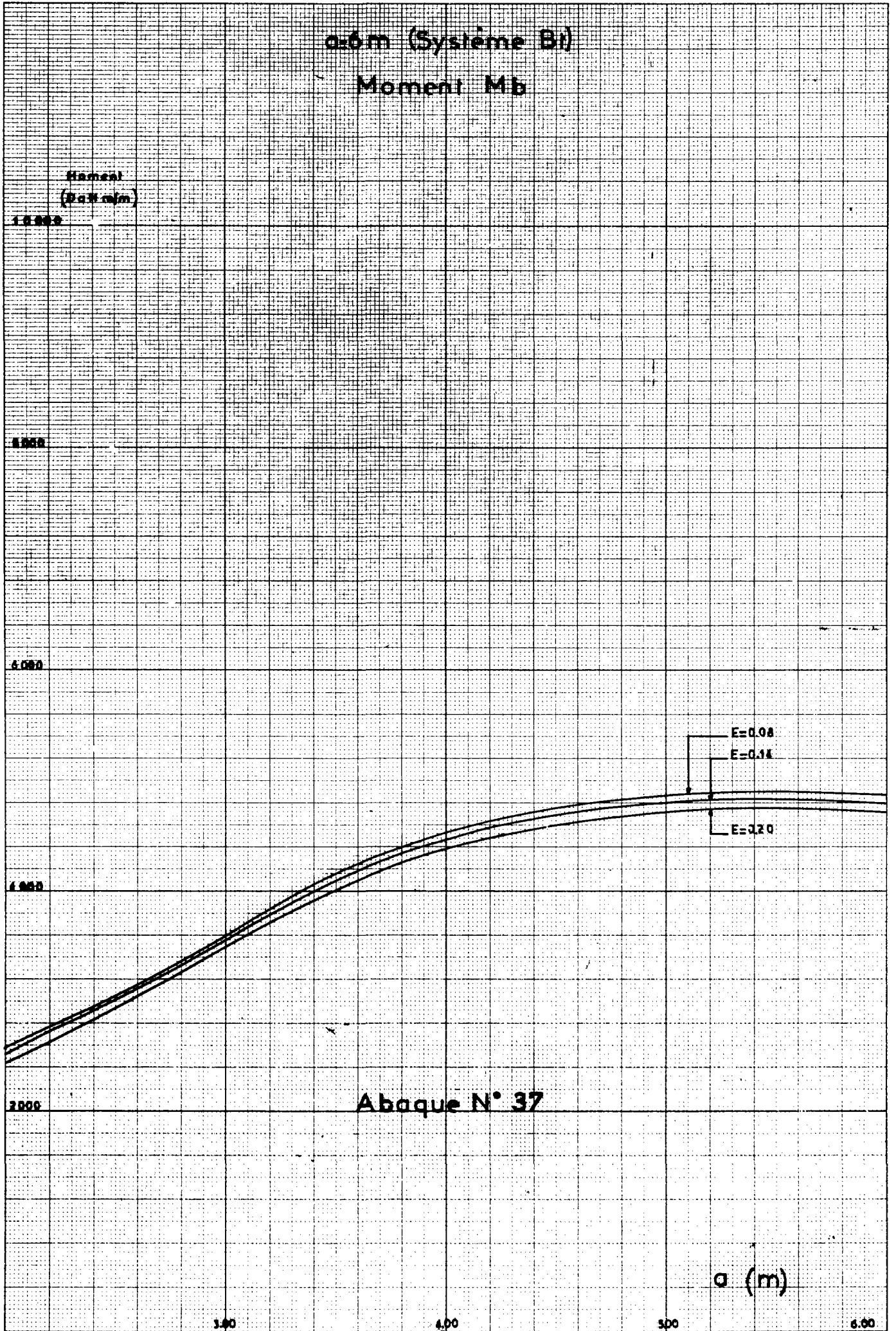
α (m)

1,00

2,00

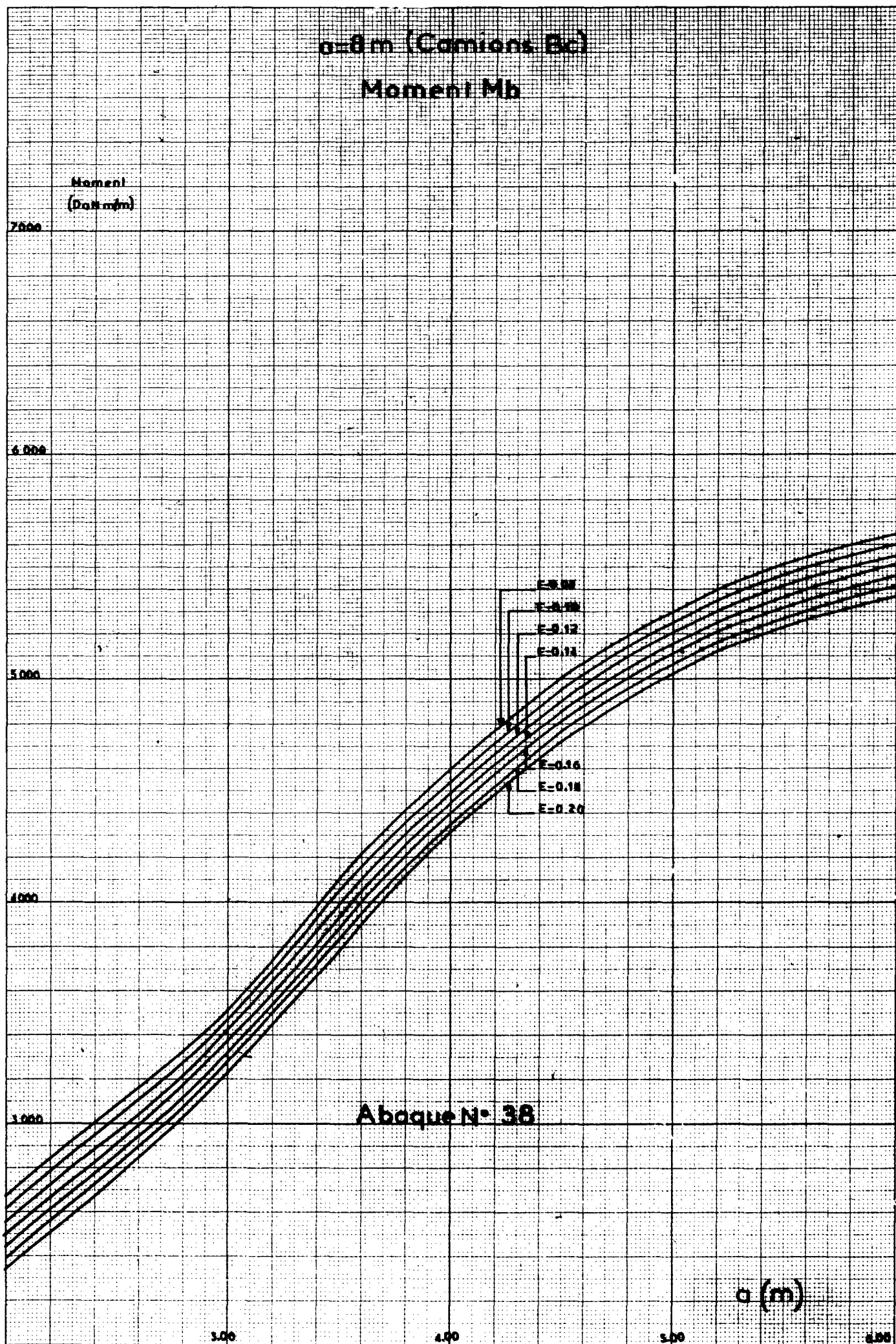
3,00

4,00

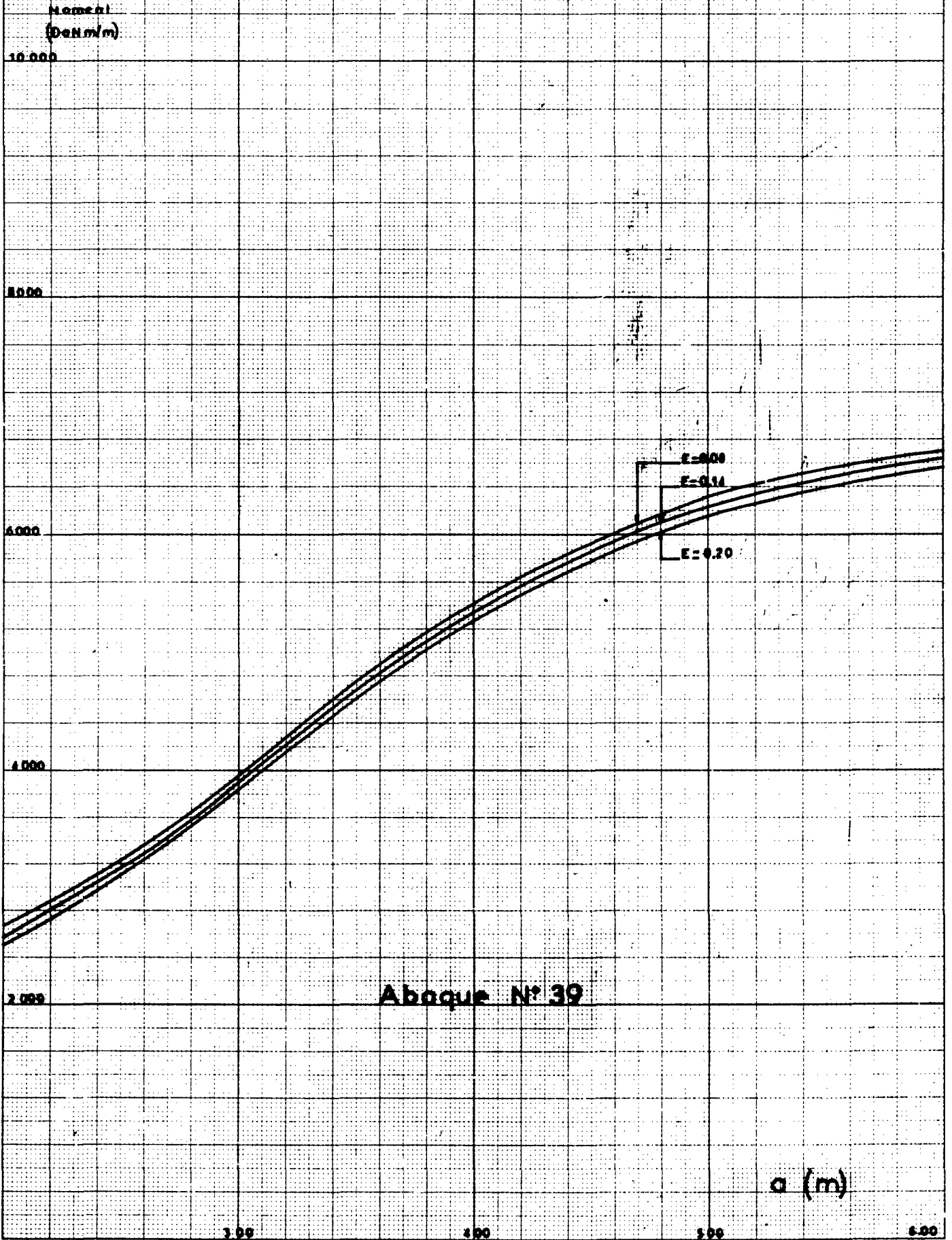


$a=8\text{ m}$ (Camions Bc)

Moment Mb



a=8m (Systeme B1)
Moment Mb



$a=10m$ (Camions Bc)

Moment Mb

Moment
(Dm m/m)

7000

6000

5000

4000

3000

E = 0.08

E = 0.10

E = 0.12

E = 0.14

E = 0.16

E = 0.18

E = 0.20

Abaque N° 40

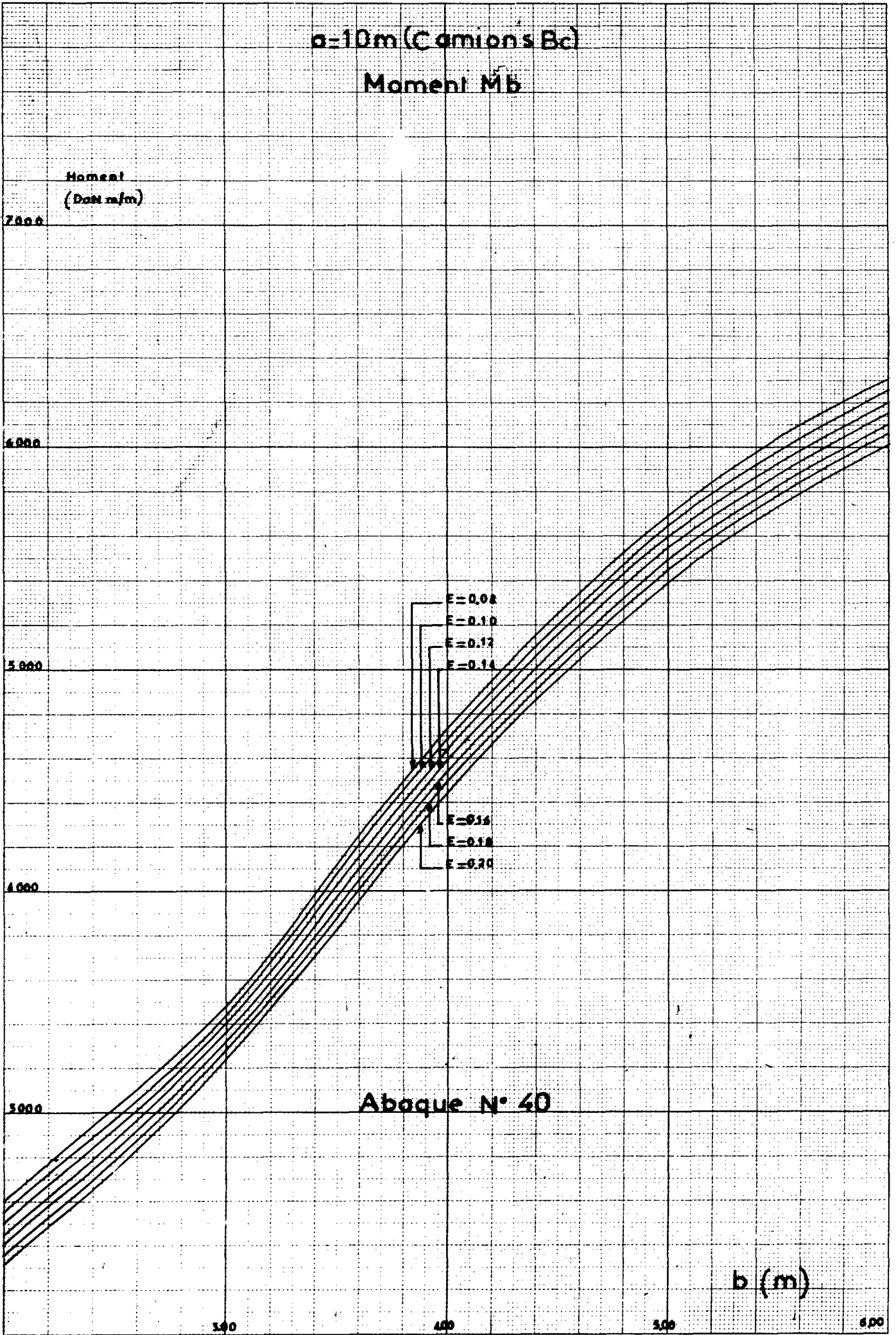
b (m)

300

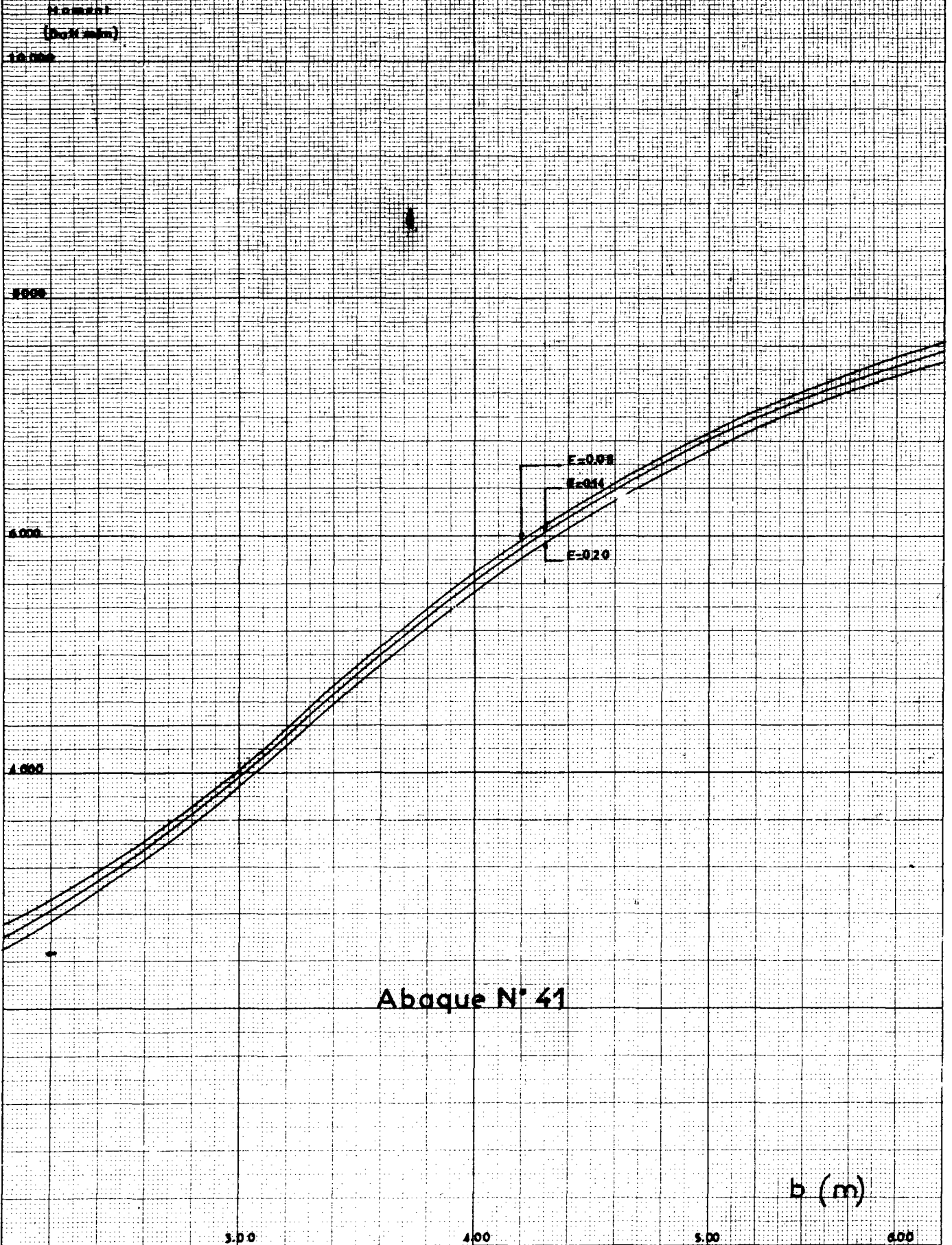
400

500

600

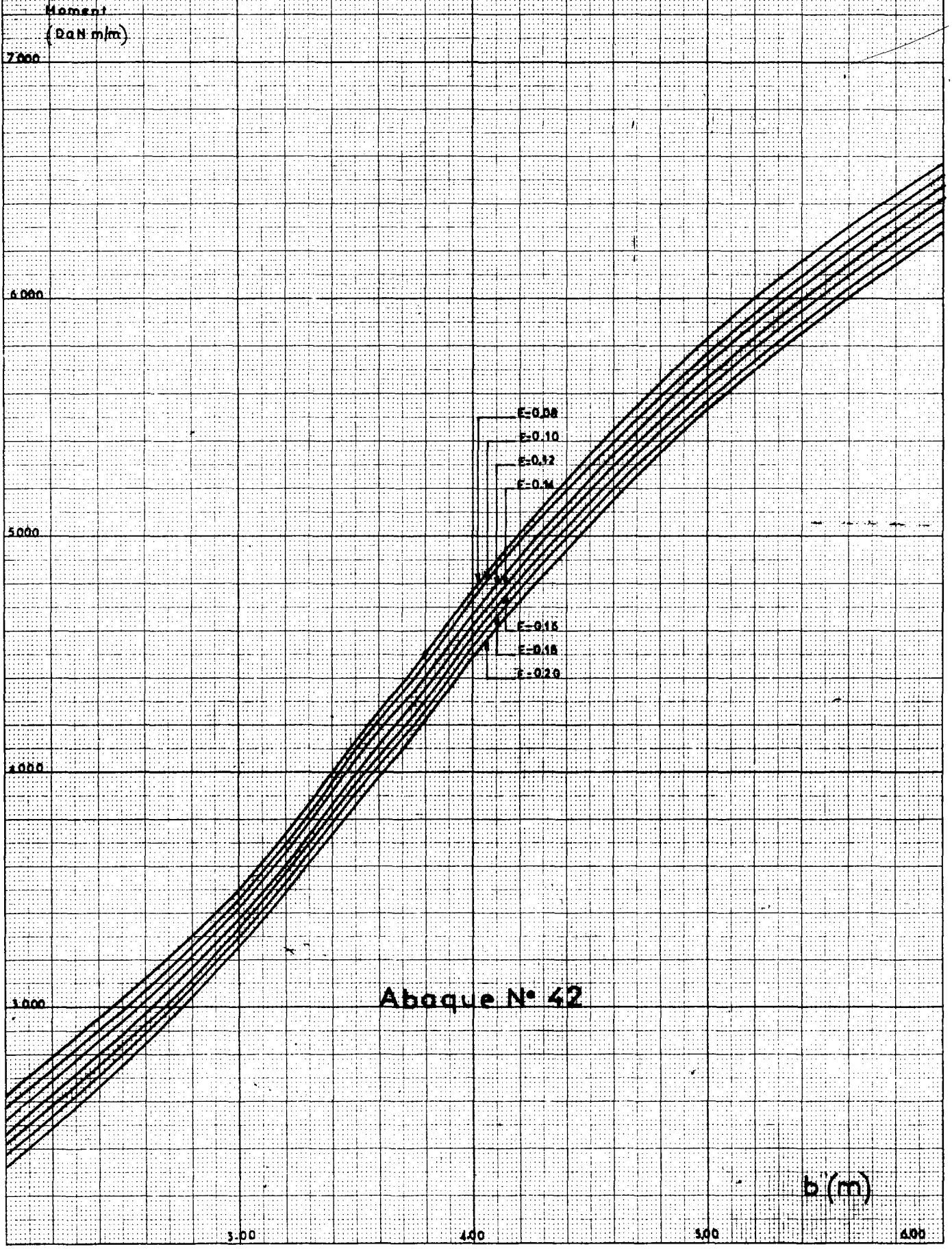


a=10m (Système B1) Moment Mb



$a=12\text{ m}$ (Camions Bc)

Moment Mb



a=12m (Système B1) Moment Mb

Moment
(DaNm/m)

10 000

8 000

6 000

4 000

2 000

E=0.99

E=0.14

E=0.20°

Abaque N° 43

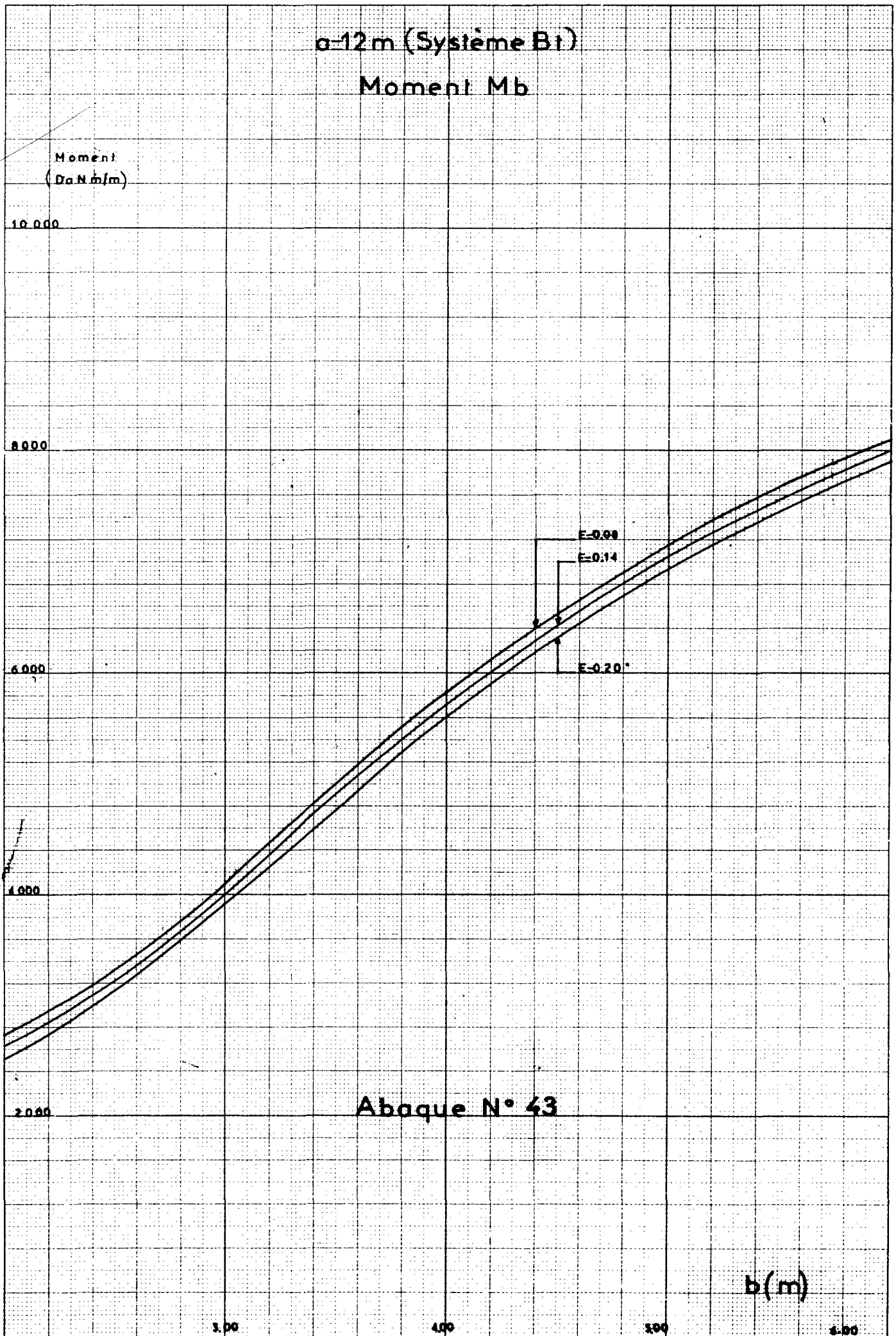
b(m)

3.00

4.00

5.00

6.00



a infinie (Comions Bc)

Moment Mb

Moment
(daN.m)

7000

6000

5000

4000

3000

F=0.08

F=0.10

F=0.12

F=0.14

F=0.16

F=0.18

F=0.20

Abaque N° 44

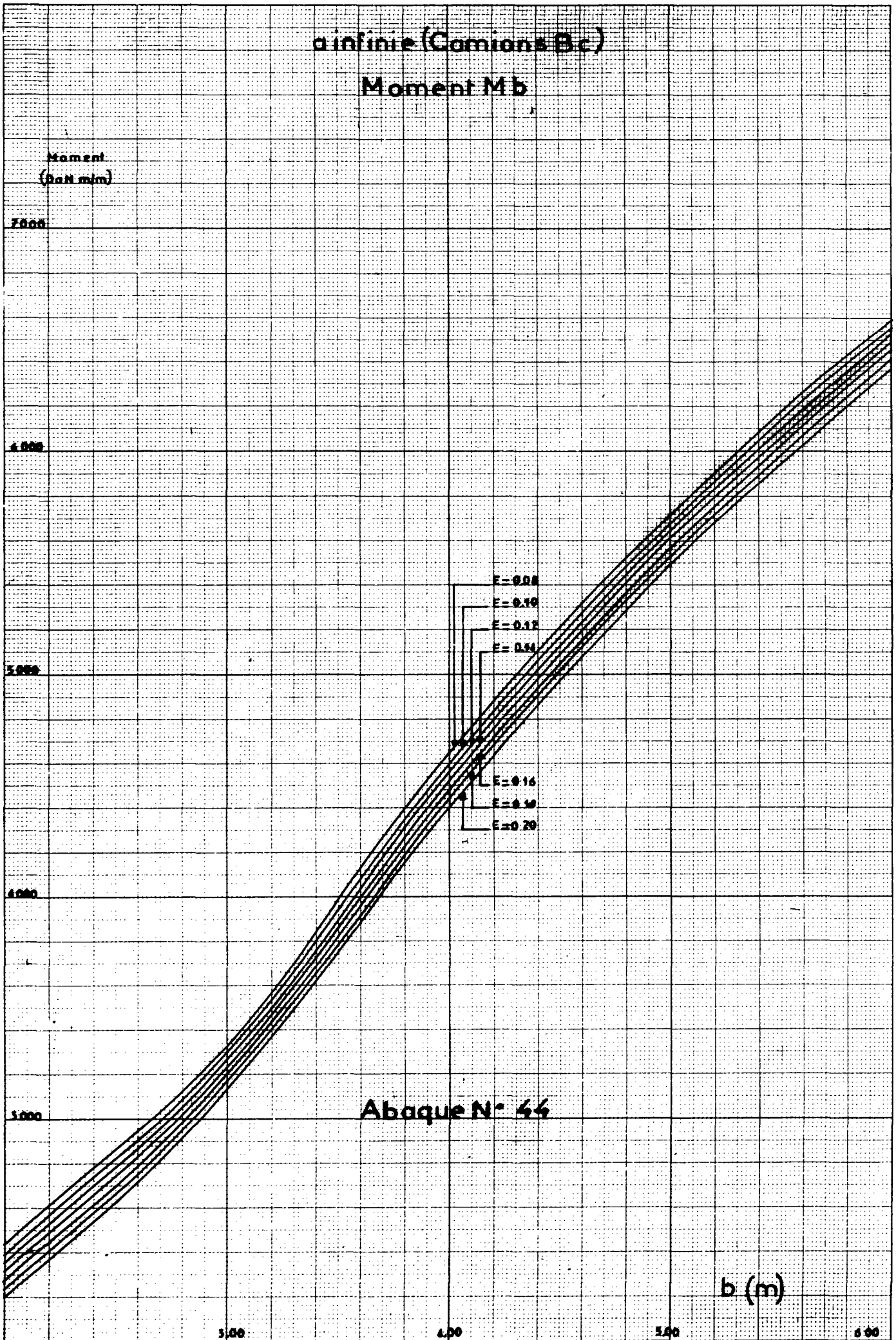
b (m)

3.00

4.00

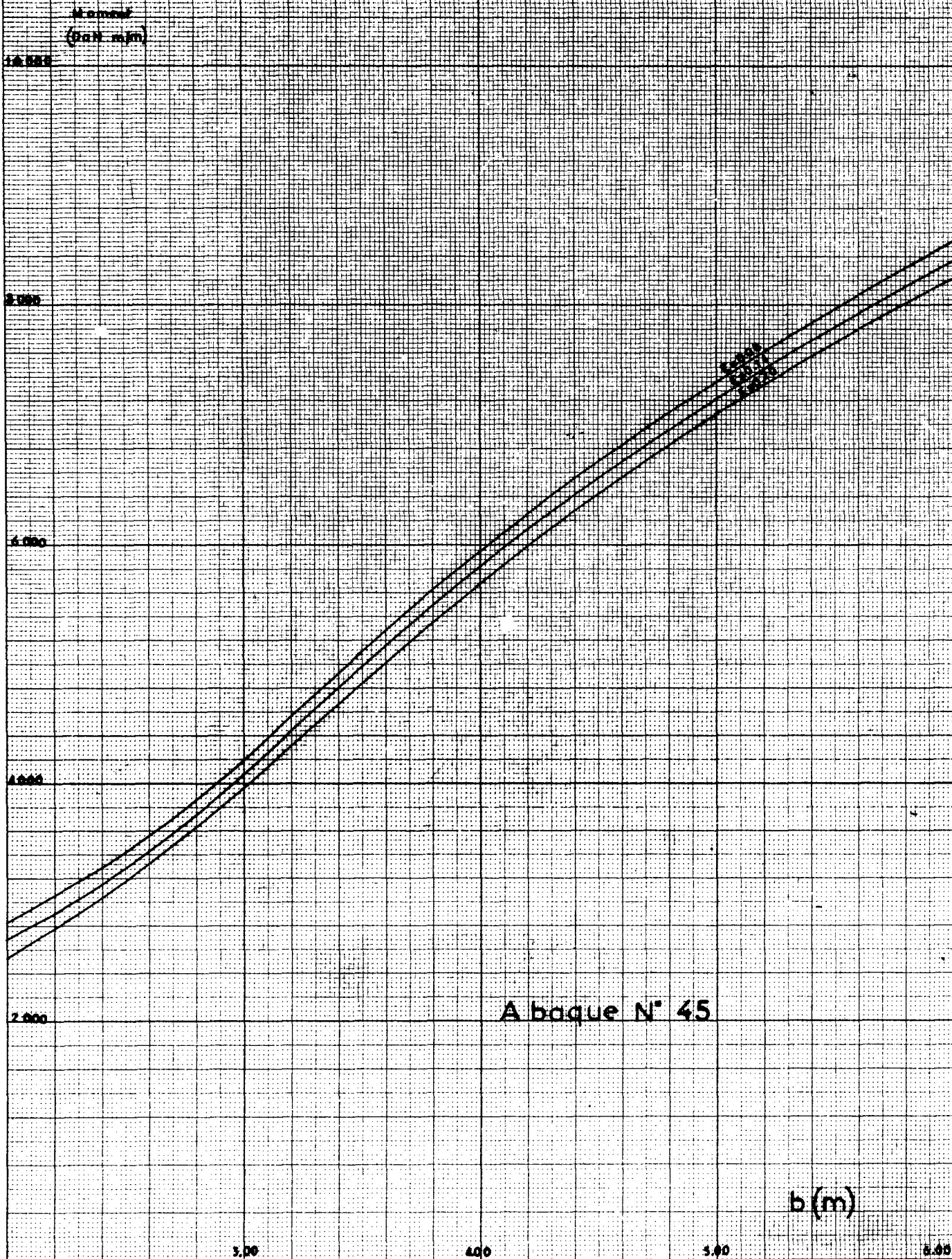
5.00

6.00



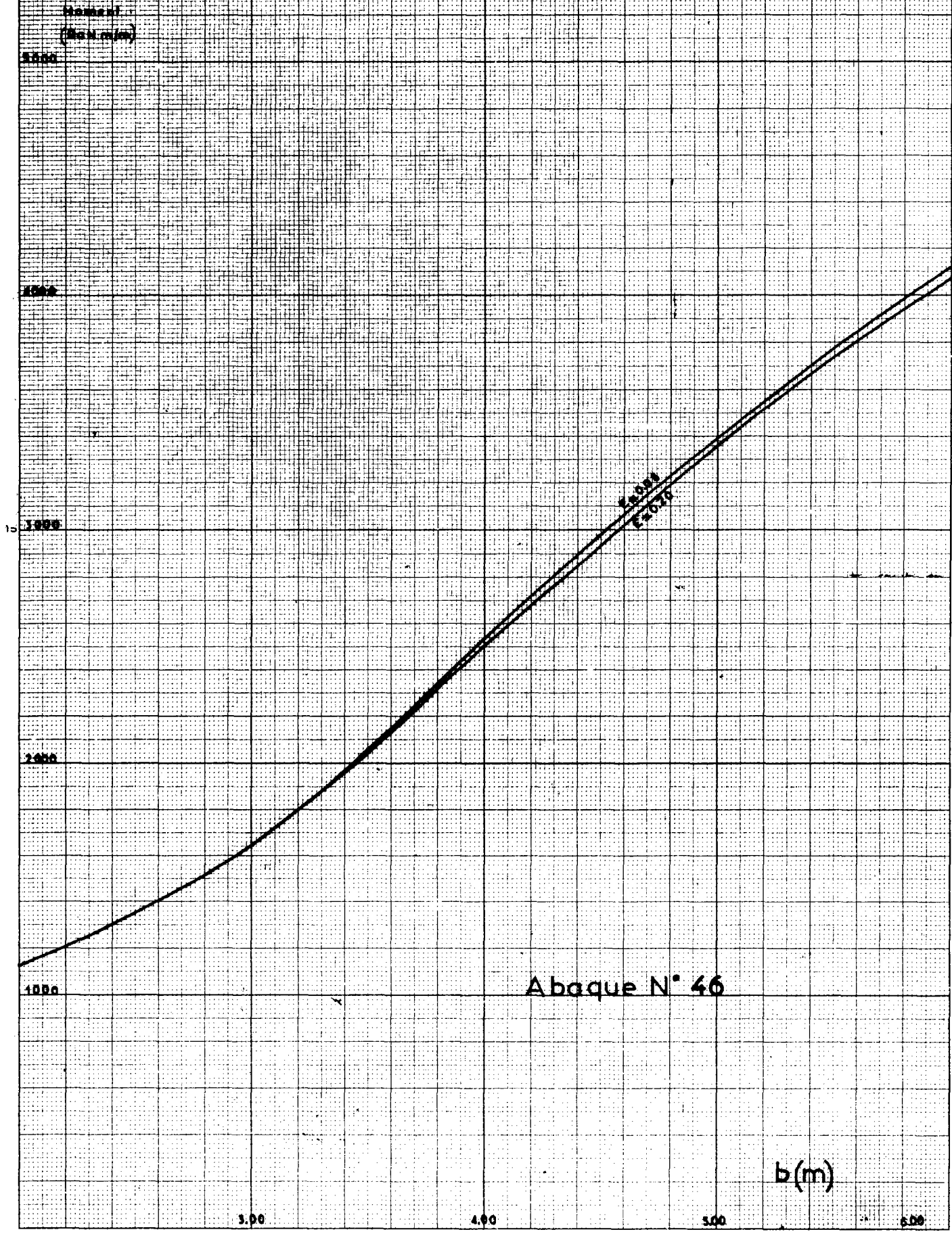
a infinie (Système B)

Moment Mb

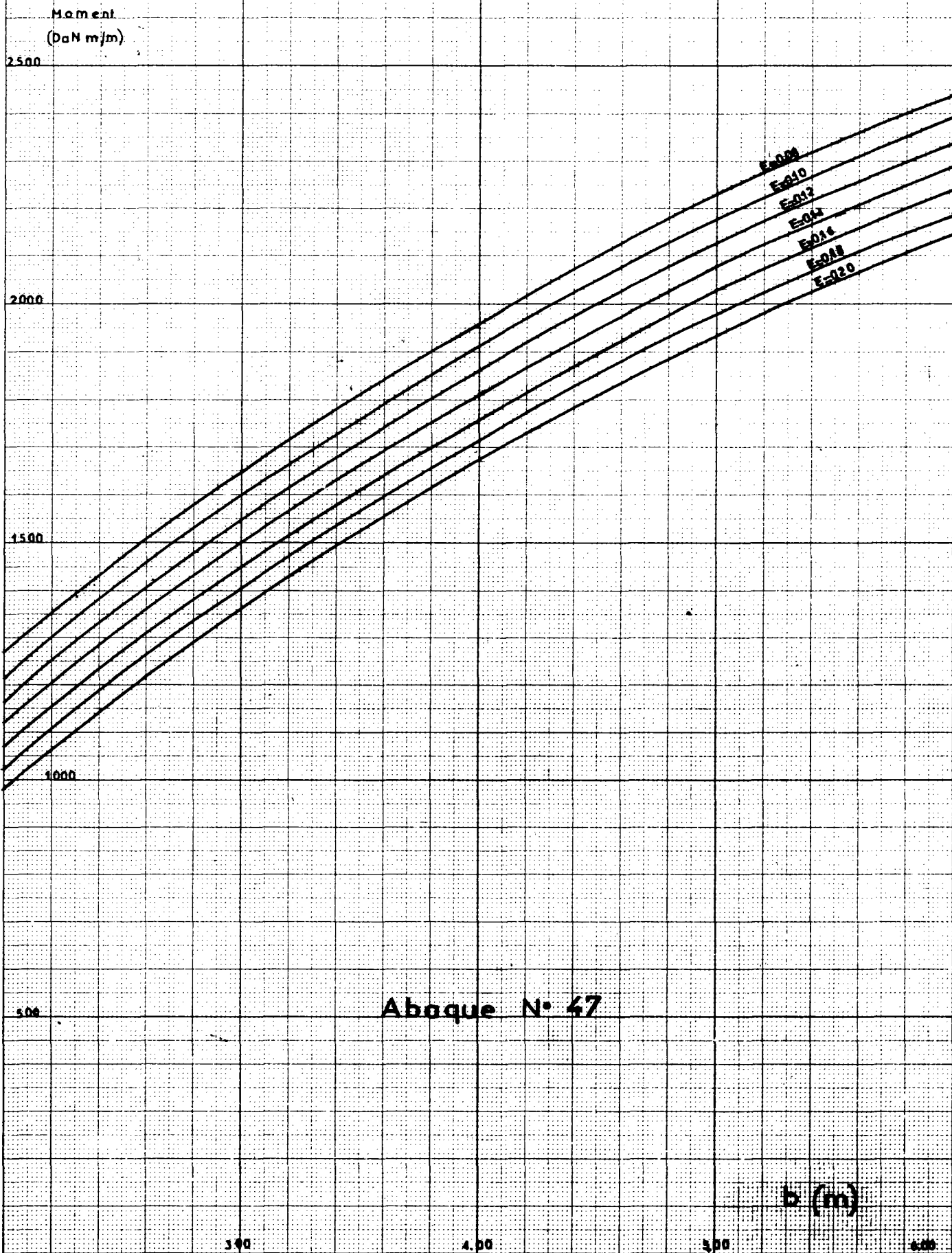


osóm (Système Bc)

Moment Mo

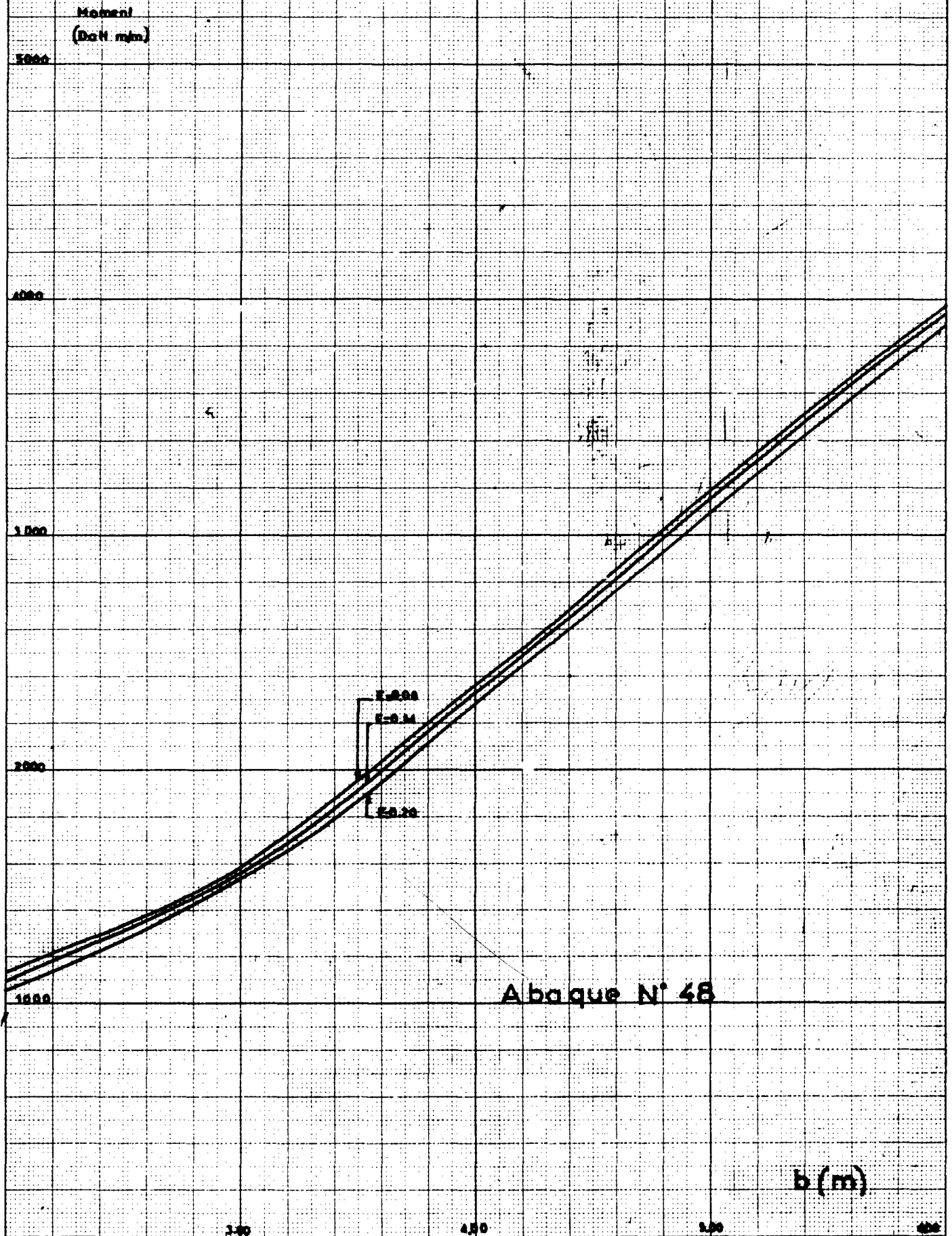


$a=6\text{ m (Roue Br)}$
Moment M_a



$a \approx 8m$ (Système Bc)

Moment M_a



α = 0m (Roue Br)

Moment Mo

Moment
(Dm, mm)

2400

2000

1600

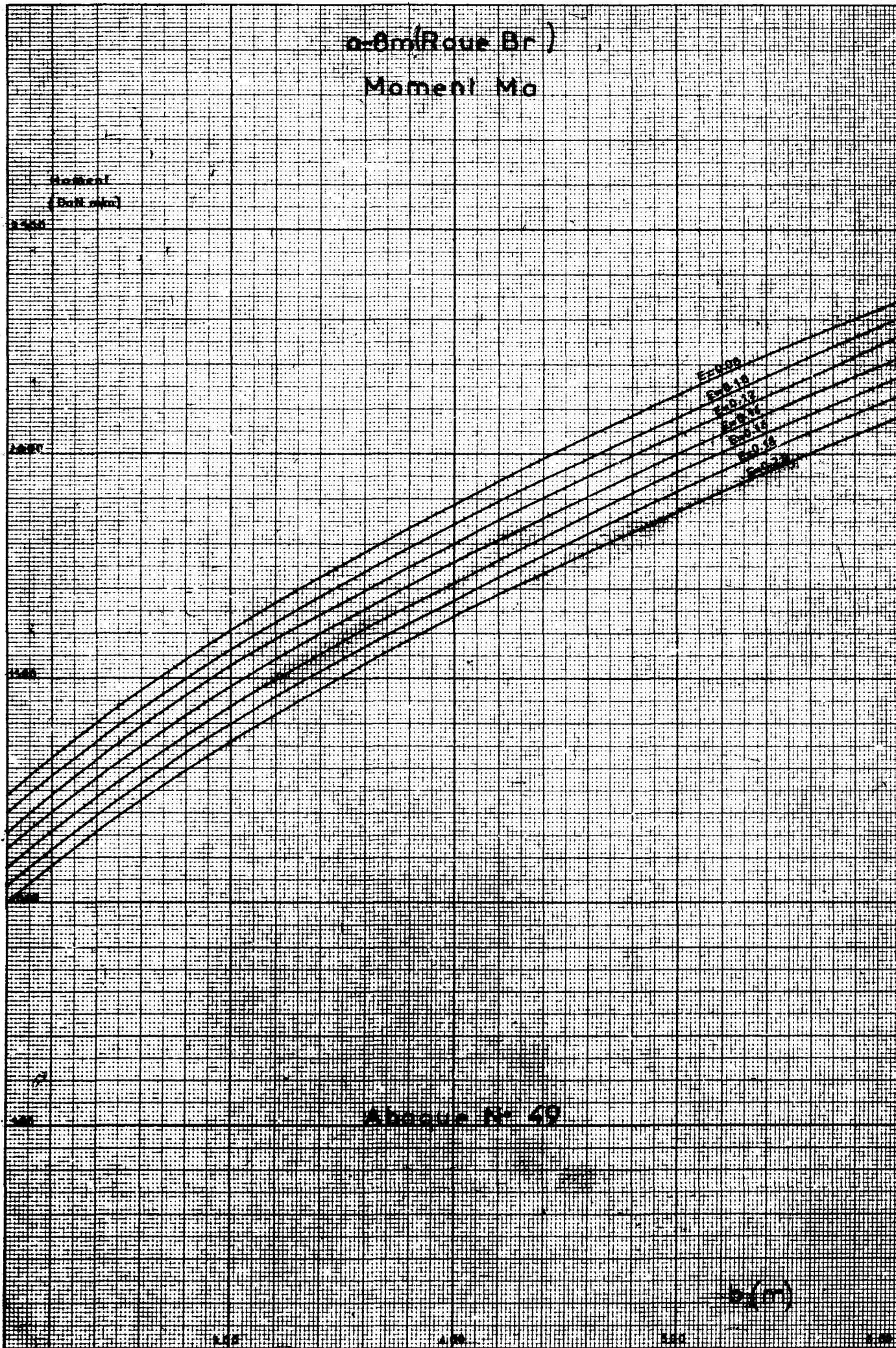
1200

800

E=200
A=20.14
E=20.17
E=20.21
E=20.25
E=20.29
E=20.33

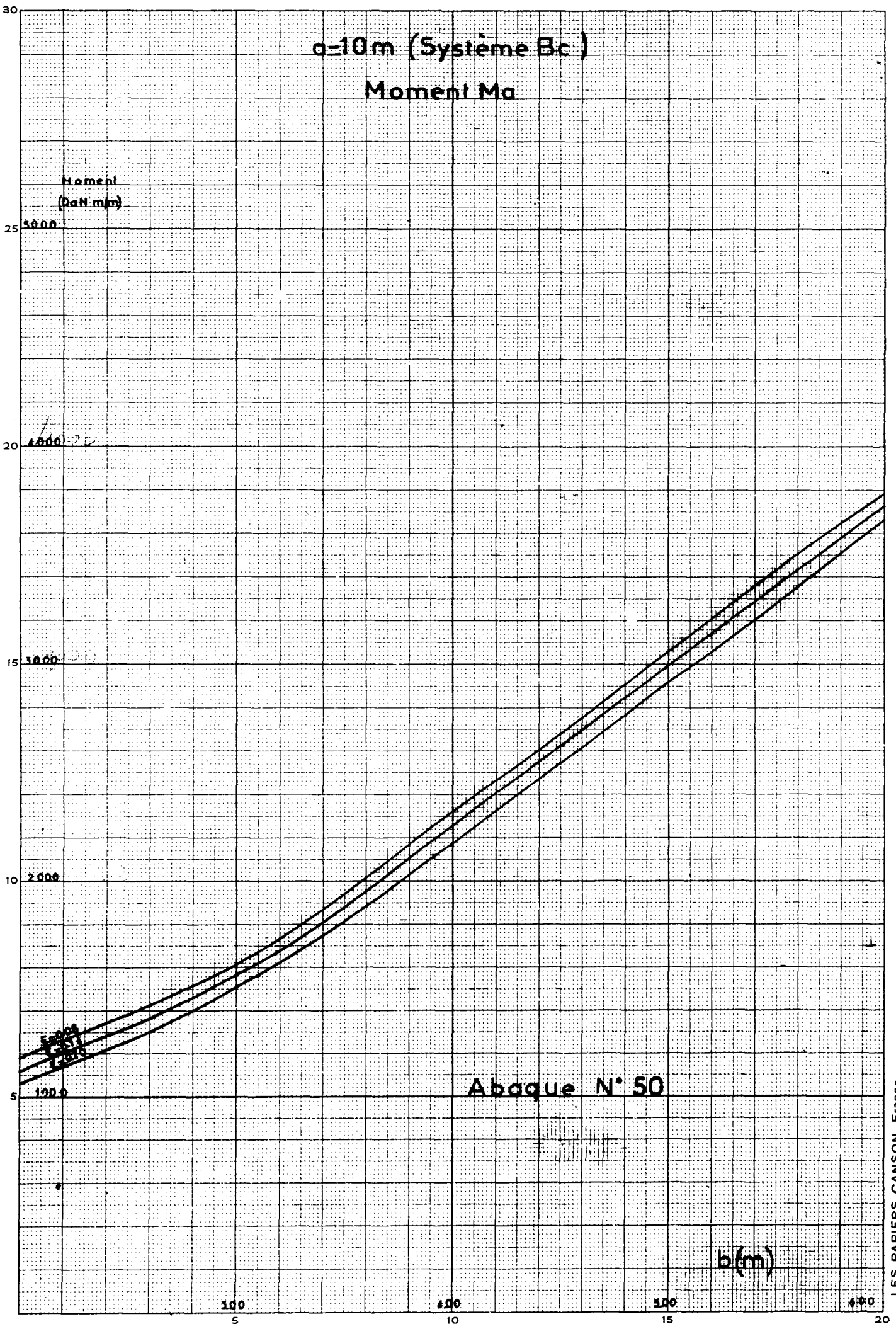
Abaque N° 49

α(m)



$a=10m$ (Système Bc)

Moment M_a



Abaque N° 50

b (m)

$a=10m$ (Roue Br)
Moment M_a

Moment
(DaN mm)

2500

2000

1500

500

100

Abaque N° 51

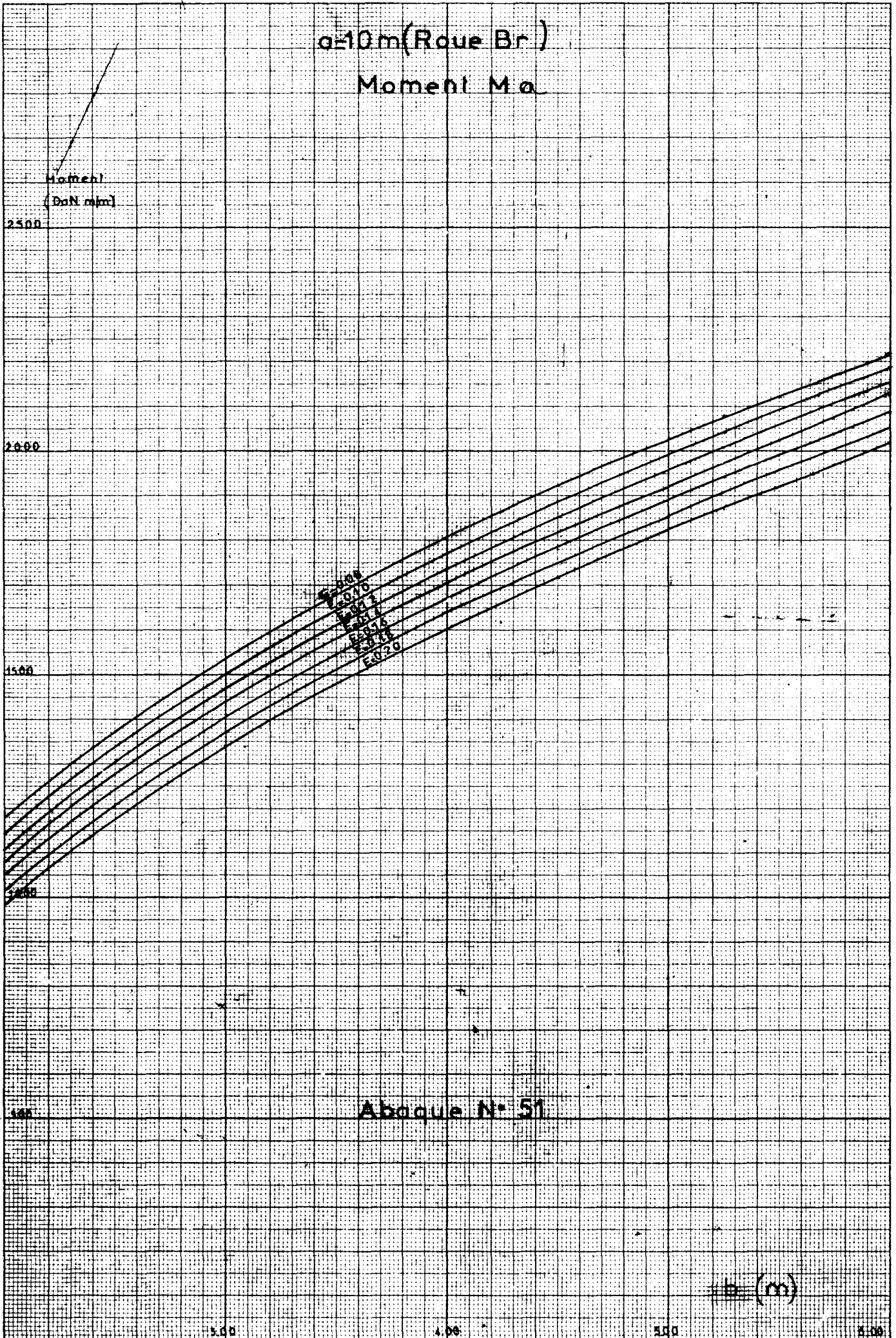
b (m)

5.00

4.00

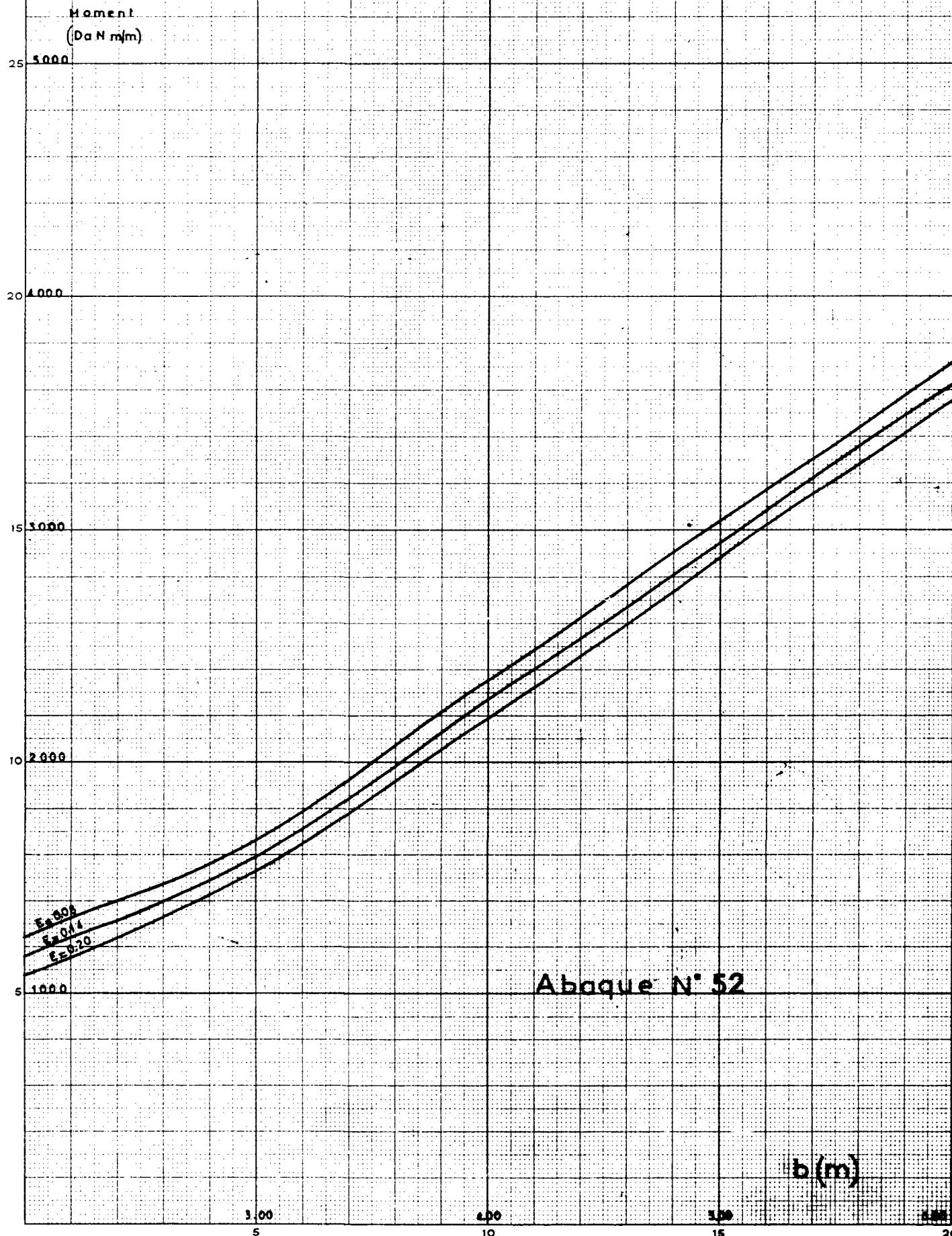
3.00

2.00



a=12m (Système Bc)

Moment Ma



$a=12m$ (Roue Br.)
Moment M_a

Moment
(DaN m/m)

2500

2000

1500

1000

500

- E=0.08
- E=0.10
- E=0.12
- E=0.14
- E=0.16
- E=0.18
- E=0.20

Abaque N° 53

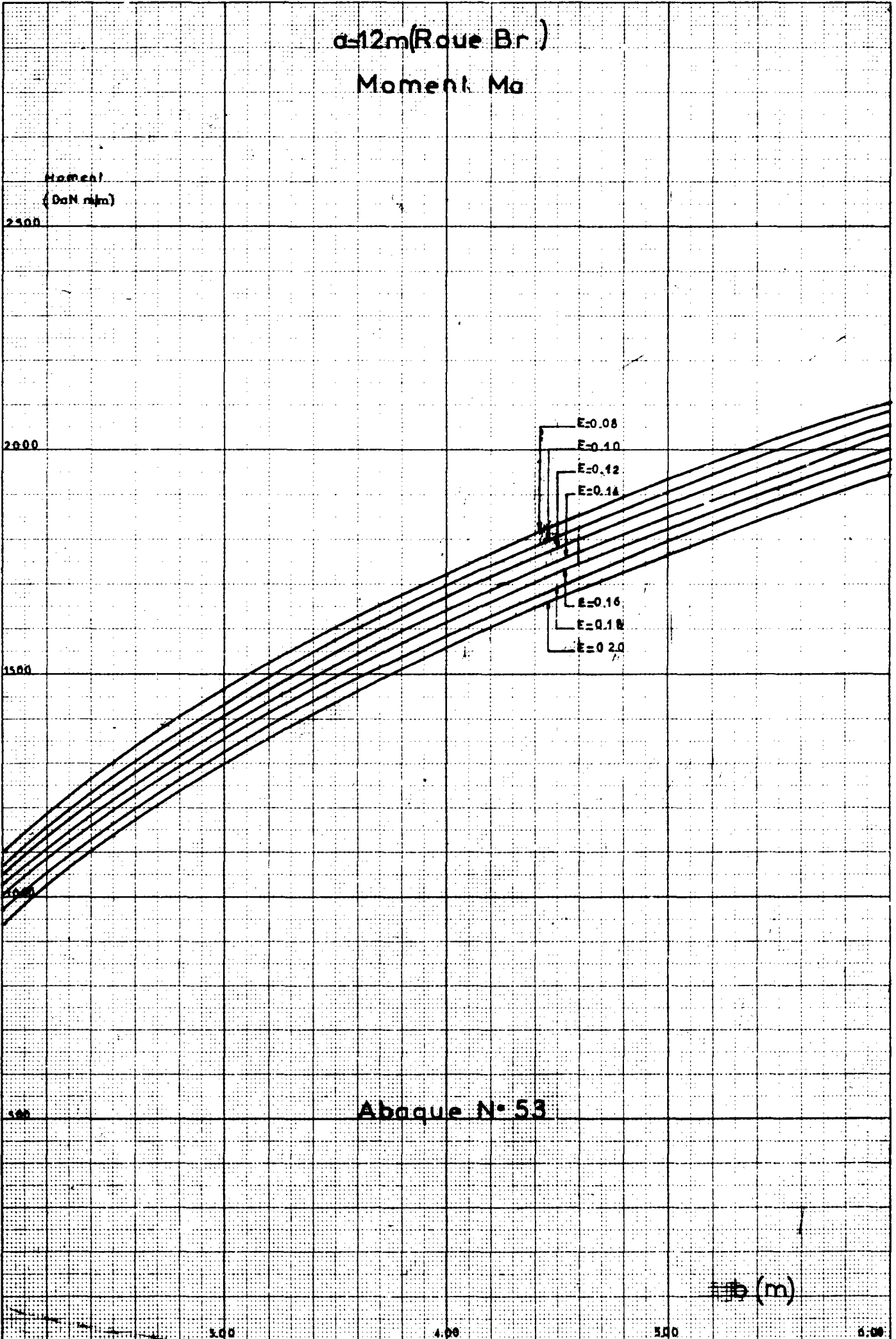
x (m)

3.00

4.00

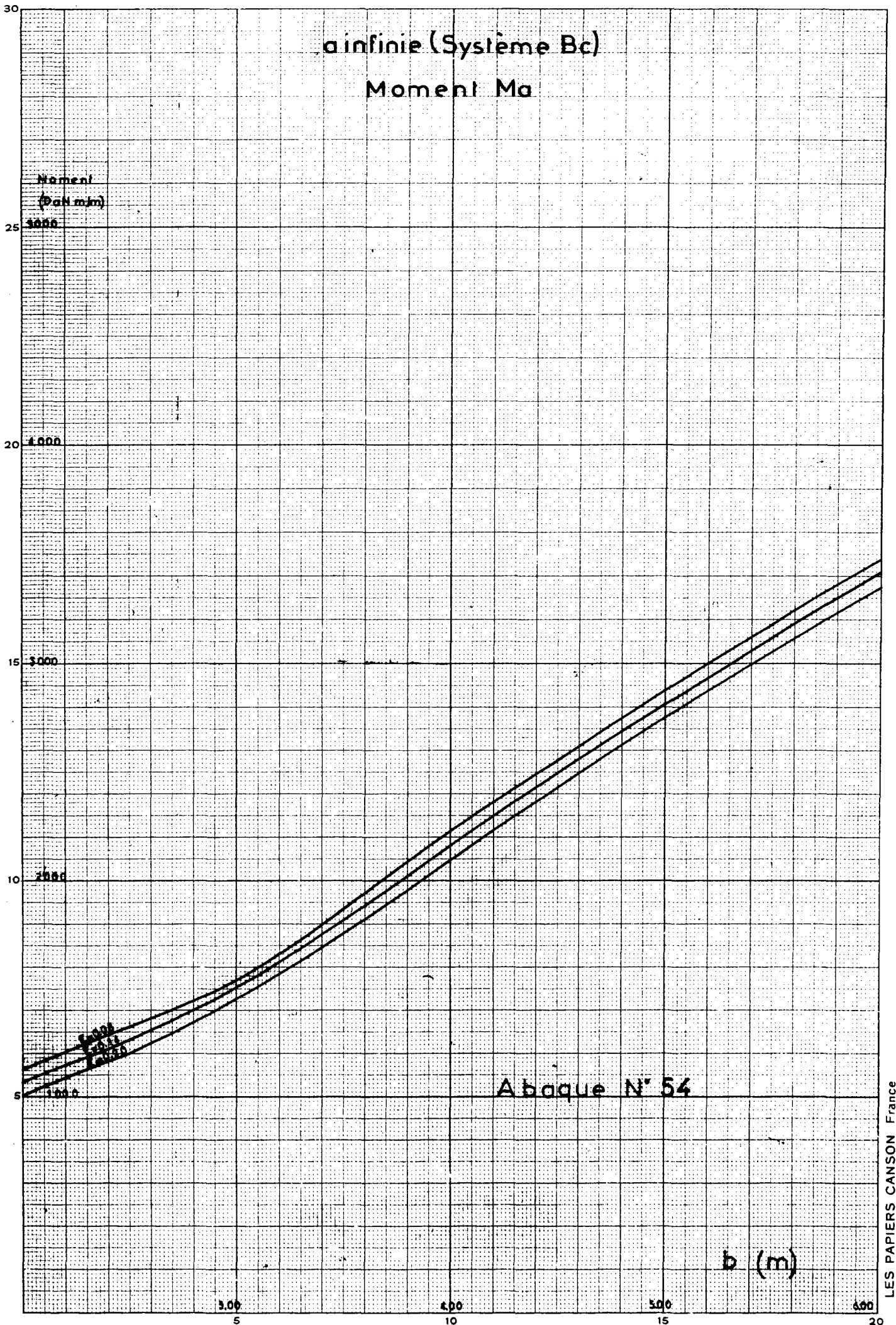
5.00

6.00



a infinie (Système Bc)

Moment M_a



o nDnie (Roue Br) Moment Mo

Moment
(Dok. n. 10)

2400

2200

1800

1200

600

- ε = 0.08
- ε = 0.10
- ε = 0.12
- ε = 0.14
- ε = 0.16
- ε = 0.18
- ε = 0.20

Abaque N° 55

1000

200

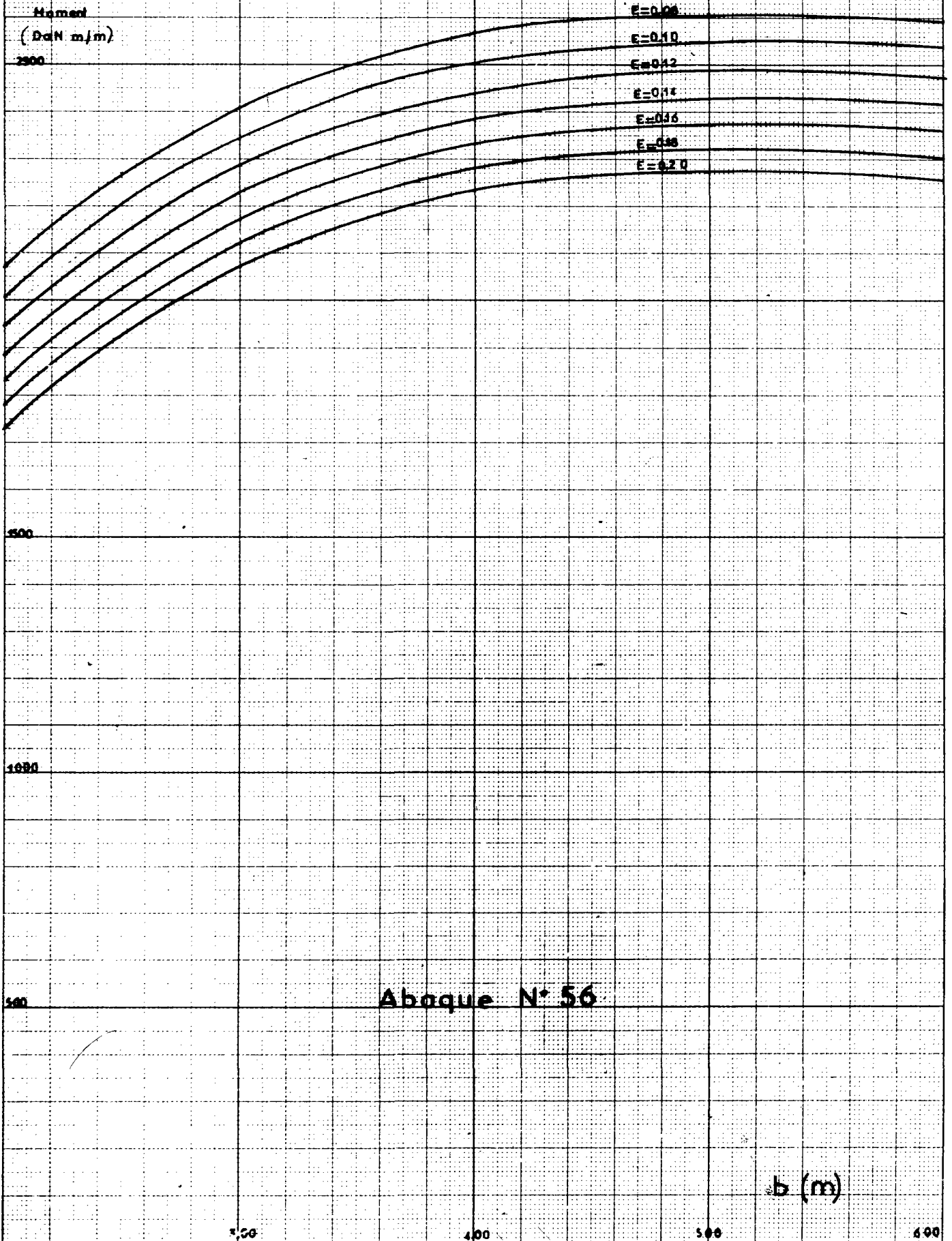
400

600

800

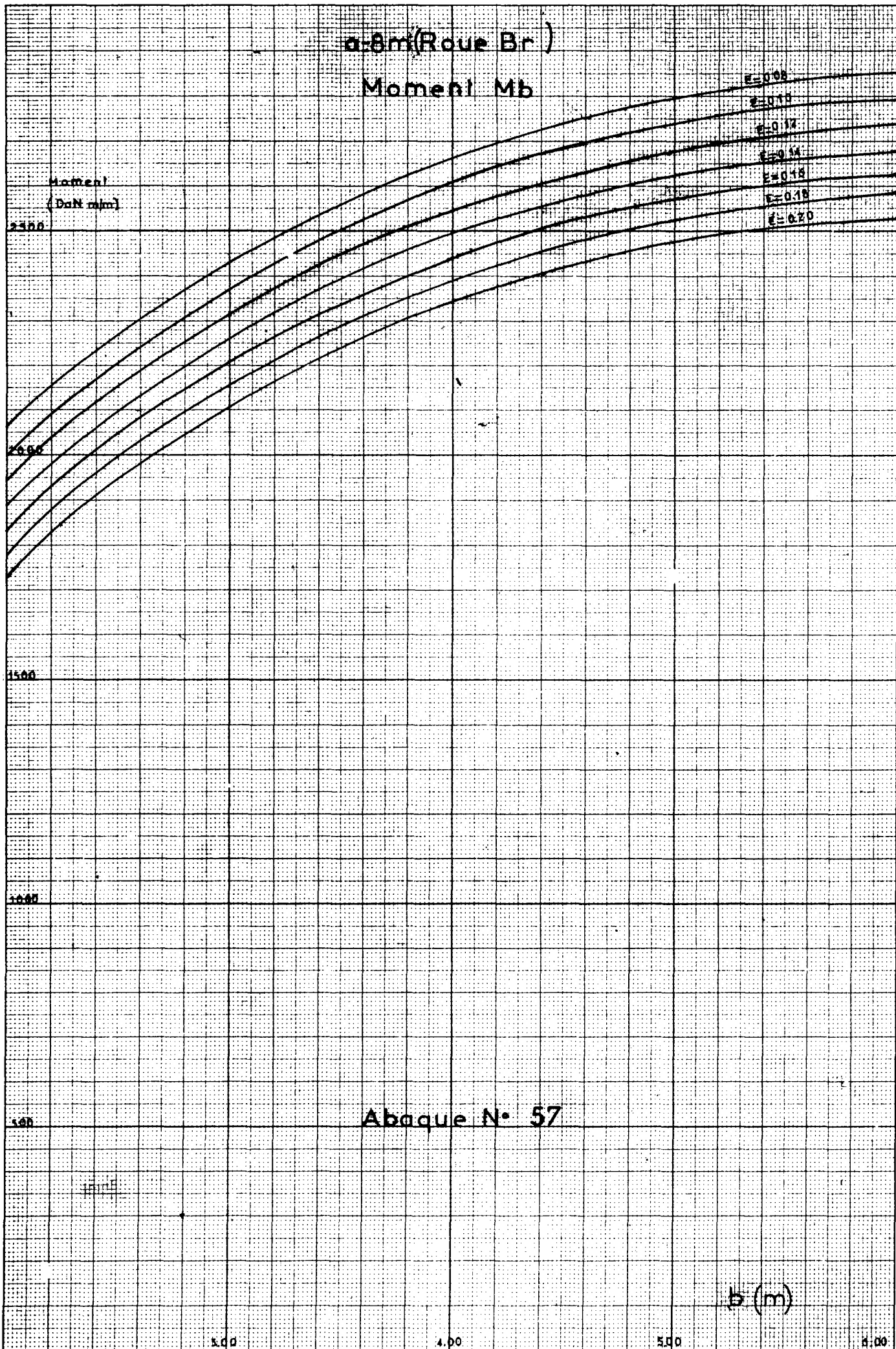
$a = 6 \text{ m}$ (Roue Br)

Moment Mb



$a=8m$ (Roue Br)

Moment Mb



$\alpha = 10 \text{ m (Roue Br)}$
Moment M/b

Moment
(DaN m/m)

2500

2000

1500

1000

500

Aboque N°58

b (m)

3.00

4.00

5.00

6.00

E=0.08

E=0.10

E=0.12

E=0.14

E=0.16

E=0.18

E=0.20

$a = 12 \text{ m (Roue Br)}$
 Moment Mb

Moment
 (DaN.m/m)

2500

2000

1500

1000

500

$E=0.09$
 $E=0.10$
 $E=0.12$
 $E=0.14$
 $E=0.16$
 $E=0.20$

Abaque N° 59

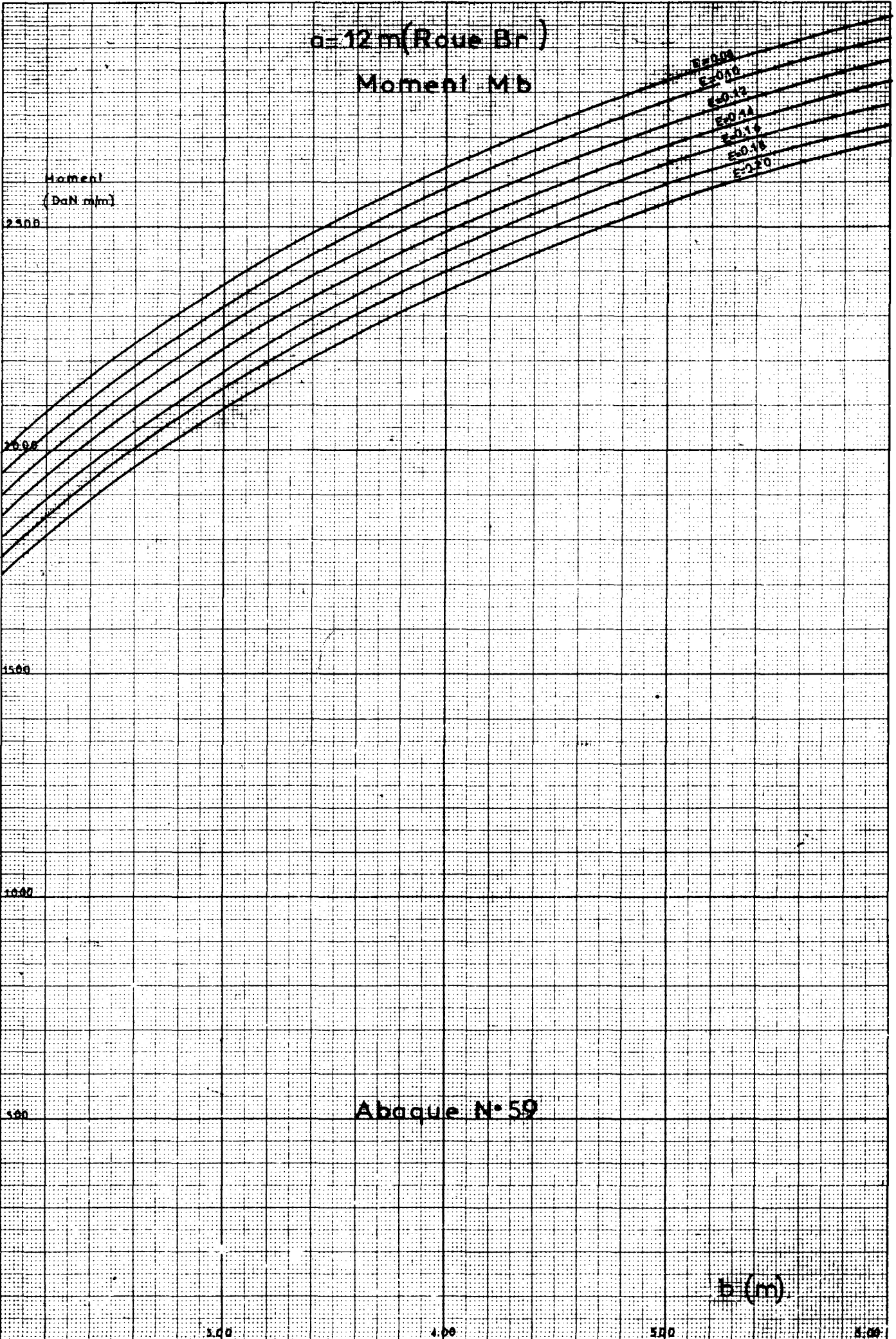
b (m)

3.00

4.00

5.00

6.00



α infinie (Roue Br)
Moment Mb

Moment
(Dekt r/m)

2300

2000

1500

1000

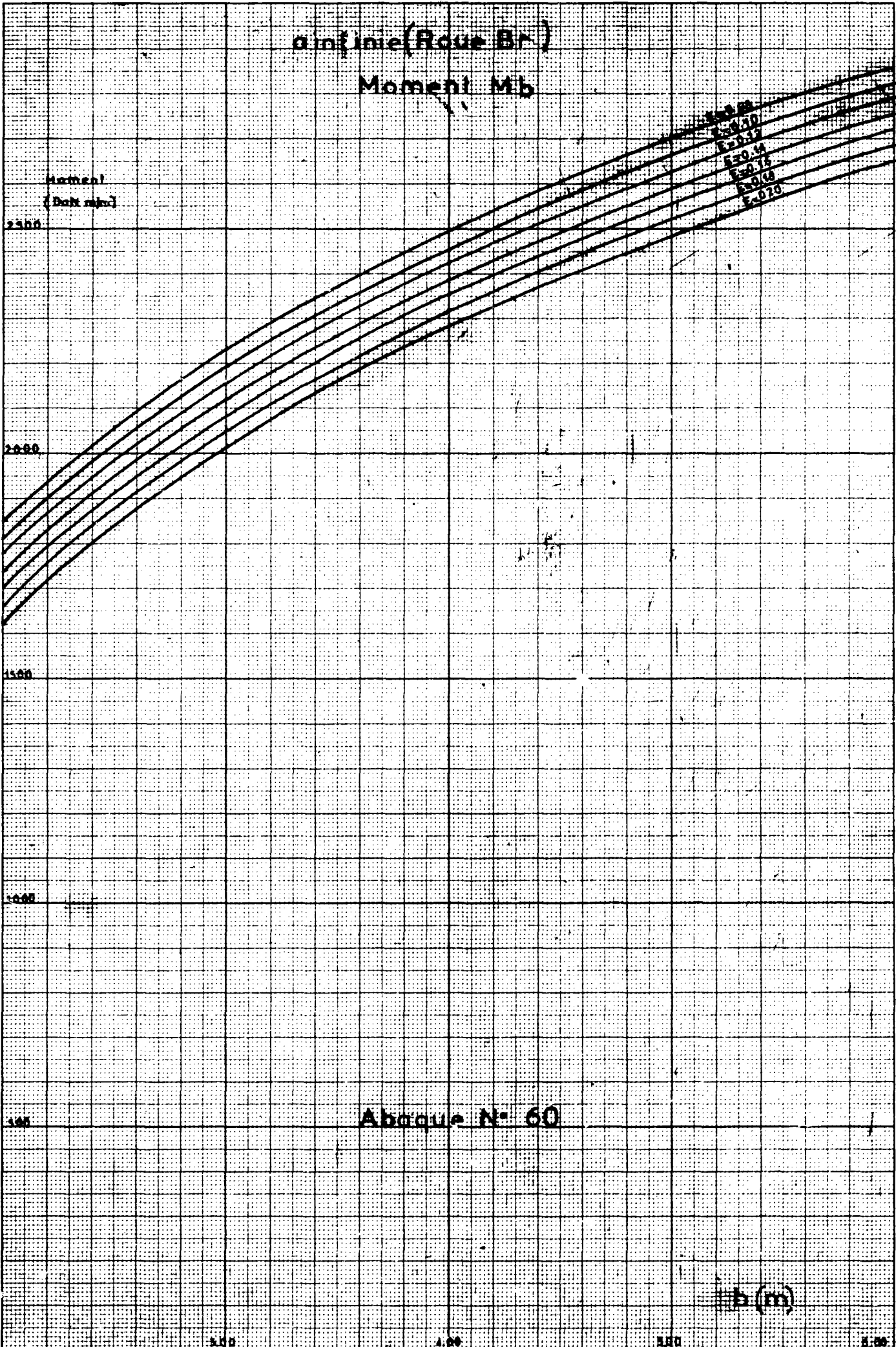
500

$\alpha = 0.05$
 $\alpha = 0.10$
 $\alpha = 0.15$
 $\alpha = 0.20$
 $\alpha = 0.25$
 $\alpha = 0.30$
 $\alpha = 0.35$
 $\alpha = 0.40$
 $\alpha = 0.45$
 $\alpha = 0.50$

Abaque N° 60

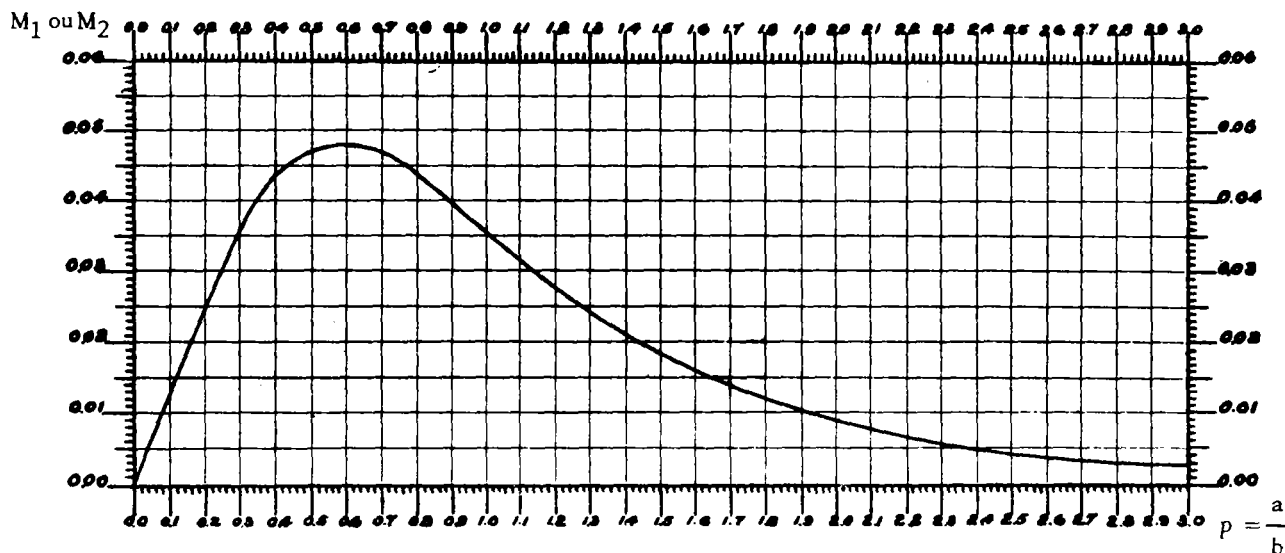
b (m)

0.50 1.00 1.50 2.00



ABAQUE N° - 61 -

MOMENT FLECHISSANT AU CENTRE D'UNE DALLE RECTANGULAIRE
SIMPLEMENT APPUYEE SUR SES QUATRE COTES SOUS L'EFFET D'UNE CHARGE TOTALE
P = 1 UNIFORMEMENT REPARTIE



L'abaque ci-dessus (Pigeaud) donne la fonction M_1 obtenue avec l'argument $\rho = \frac{a}{b}$ ($a < b$)
et la fonction M_2 obtenue avec l'argument inverse $\rho' = \frac{1}{\rho} = \frac{b}{a}$

On en déduit les valeurs des moments fléchissants unitaires au centre. Avec les mêmes notations que ci-dessus :

$$M_a = M_1 + \nu M_2 \quad (\text{à multiplier par la charge totale } P)$$

$$M_b = M_2 + \nu M_1$$

ν : coefficient de Poisson égal à 0,15 pour le béton
0,30 pour l'acier

CALCUL DES MOMENTS DE CONTINUITÉ DANS LES DALLES DE COUVERTURE DE PONTS A POUTRES SOUS CHAUSSÉES.

I – INTRODUCTION

Pour déterminer les moments de continuité dans les dalles de couverture des ponts à poutres sous chaussées, on considère habituellement les cas de charges symétriques par rapport aux appuis de la dalle que sont les poutres principales, les entretoises (du moins quand la dalle porte sur les entretoises) ou les pièces de pont des ouvrages métalliques. Sous de tels cas de charge, la dalle se comporte comme si elle était encadrée sur le côté considéré, simplement appuyée sur les trois autres. Il est possible de calculer les moments d'encastrement d'une dalle soumise à de telles conditions d'appui au moyen des abaques PUCHER. Mais si la charge est répartie sur une certaine surface, il faut procéder à des calculs d'intégration numérique assez pénibles.

Les abaques ci-joints visent à déterminer directement les moments fléchissants maximaux produits au milieu des côtés encadrés de la dalle, par les surcharges réglementaires (c'est-à-dire définies par le titre II du fascicule 61 du C. P. C.) en fonction

- de l'épaisseur E ($3/4$ de l'épaisseur de chaussée + $1/2$ épaisseur de la dalle).
- de la demi-largeur A de l'appui constitué par une poutre principale, une entretoise ou une pièce de pont ; dans le cas de pont en béton, A est la demi-largeur de l'âme augmentée s'il y a lieu d'un gousset (réel ou fictif) dessiné à 45° (cf article 15 de l'instruction provisoire du 12 août 1965), dans le cas de pont métallique, A est la demi-largeur de la semelle supérieure.
- des dimensions a et b de la dalle (a étant la dimension du côté perpendiculaire à l'axe de l'ouvrage, b la dimension du côté parallèle à l'axe de l'ouvrage).

Les abaques ci-après qui résultent de calculs effectués au moyen d'un ordinateur électronique donnent les moments pour :

- une épaisseur E de 8, 14 et 20 centimètres
- une largeur A de 0, 10, 20 et 30 centimètres pour les poutres principales, de 10, 15 et 20 centimètres pour les pièces de pont métalliques, la valeur 15 centimètres n'étant cependant pas retenue dans les abaques relatifs aux effets du char M_C 120.
- un couple de dimensions a et b variant ainsi :
 - a variant de 2 m à 6 m et b = 6, 8, 10, 12 mètres et l'infini (dalles de couverture de ponts à poutres en béton, éventuellement de certains ponts à poutres métalliques)
 - a = 6, 8, 10, 12 mètres à l'infini, b variant de 2 à 6 mètres (dalles de couverture de ponts métalliques ou de culées creuses en béton).

Dans ce cas, seuls les moments d'encastrement sur entretoises ou sur pièces de pont ont été calculés parce qu'en général, un pont métallique ne comporte que 2 âmes et que de même dans une culée creuse les seuls appuis des pièces de ponts sont situés au-dessus des murs en retour.

Il a été en effet reconnu que :

- certains cas de charge pouvaient être éliminés (par exemple le tandem B_t disposé symétriquement par rapport à une entretoise ou une pièce de pont).
- l'épaisseur de l'entretoise d'un pont en béton qui peut varier de 16 cm (cas d'une poutraison en béton armé) à 26 cm (cas d'une poutraison en béton précontraint) n'a pratiquement pas d'influence sur la valeur du moment d'encastrement sur l'entretoise.

Par ailleurs, il a été vérifié que pour les moments d'encastrement sur poutres principales sous le char militaire M_C 120, les valeurs obtenues pour $b = 10$ ou 12 mètres ne différaient pratiquement pas de celles obtenues pour b infini ; en conséquence, les abaques correspondants n'ont pas été reproduits.

II - NOTATIONS :

- Dimensions de la dalle a et b

Comme il est indiqué plus haut, le côté de dimension a est le côté perpendiculaire à l'axe de l'ouvrage, le côté de dimension b le côté parallèle à l'axe de l'ouvrage; l'axe Ox est supposé parallèle au côté de dimension a, l'axe Oy est supposé parallèle au côté de dimension b. Les convois sont supposés se déplacer parallèlement à Oy.

- Moments de continuité :

M_{cp} : Moment de continuité unitaire s'exerçant au milieu d'un appui de la plaque constitué par une poutre principale dans une bande découpée dans cette plaque parallèlement à Ox sur une section perpendiculaire à Ox. Ce moment a son axe parallèle à Oy (fig 1).

M_{ce} : Moment de continuité unitaire s'exerçant au milieu d'un appui de la dalle constitué par une entretoise (ou une pièce de pont) dans une bande découpée dans cette plaque parallèlement à Oy sur une section perpendiculaire à Oy. Ce moment a son axe parallèle à Ox (fig 1).

- Hauteur de répartition : $E = \frac{3}{4} e + \frac{h}{2}$ (voir figure 2)

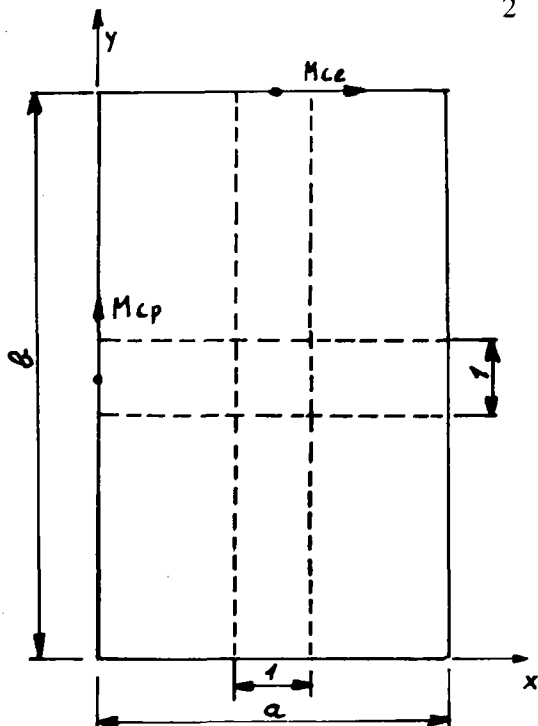


FIG. 1

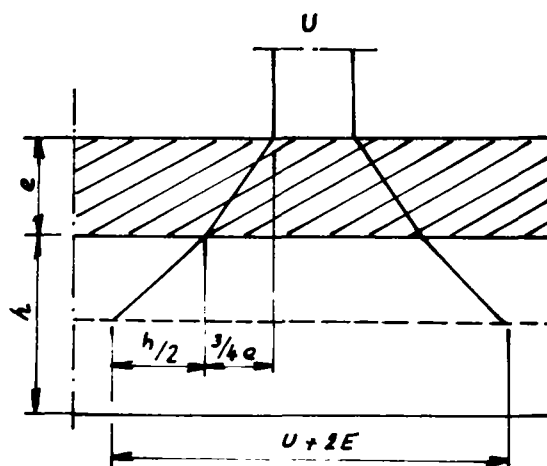


FIG. 2

– Largeur des appuis de la dalle

Les cas de charge envisagés devant être symétriques par rapport aux axes des appuis de la dalle, la largeur de ceux-ci intervient pour la position des charges. Cependant, il a été reconnu qu'en pratique la largeur de l'âme de l'entretoise d'un pont en béton n'intervenait pas au moins quand elle variait de 16 cm (cas d'une entretoise en béton armé) à 26 cm (cas d'une entretoise en béton précontraint). Par contre, la demi-épaisseur de l'âme d'une poutre principale augmentée, s'il y a lieu, de la largeur du gousset à 45° (cf Fig 3) a une influence très nette sur les résultats et a été prise en compte dans les abaques ; de même, la largeur des semelles des pièces de pont métalliques a une influence non négligeable et a été prise en considération (la largeur des âmes des entretoises de culées creuses intervient de la même façon).

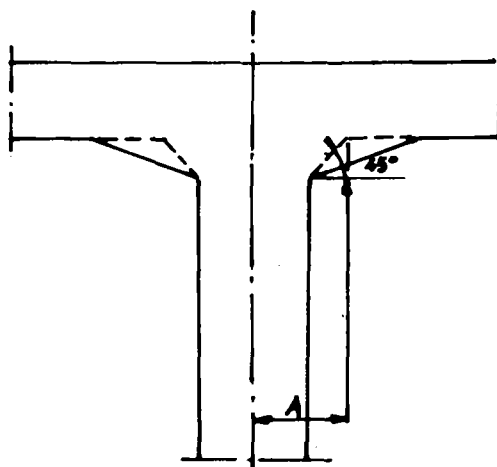


FIG. 3

UTILISATION DES ABAQUES :

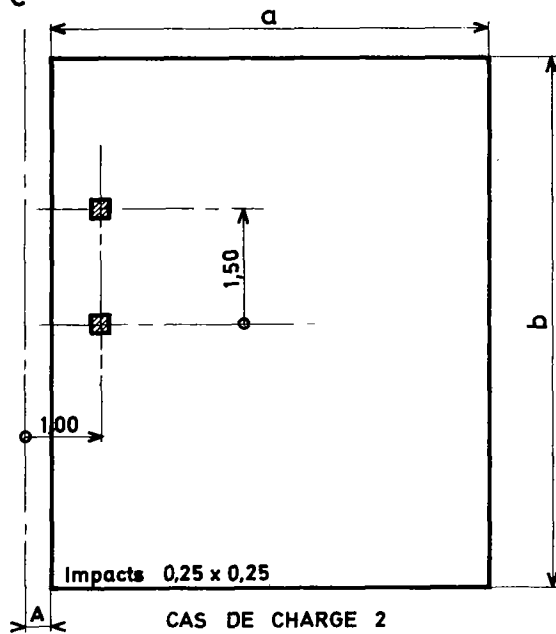
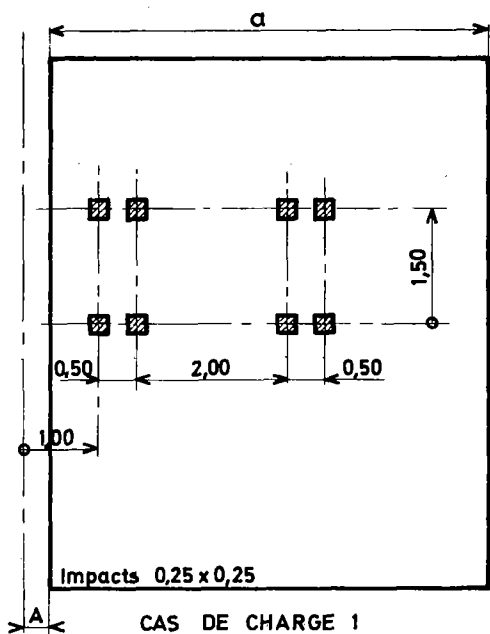
III. 1 – Il a été reconnu que les cas de charges 6 de la figure 4, 3 et 4 de la figure 5 représentant respectivement :

- le système M_e 120 disposé symétriquement par rapport à l'axe de la poutre
- un tandem B_t à cheval sur une entretoise ou une pièce de pont
- un système d'essieu M_e à cheval sur une entretoise ou une pièce de pont

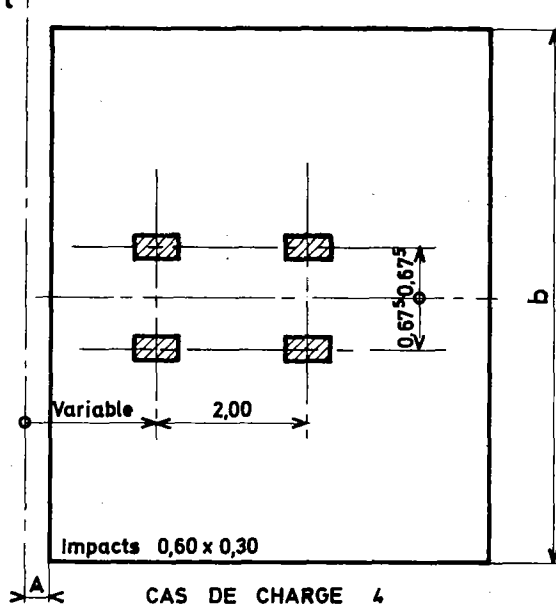
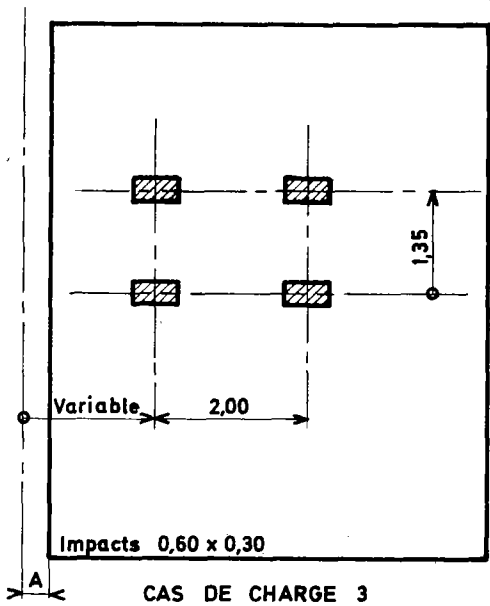
n'étaient pas les plus défavorables et pouvaient être éliminés.

Par ailleurs, le cas de deux camions disposés symétriquement par rapport à l'axe d'une poutre principale pourraient être pris en considération dans le cas de pont de 3^{ème} classe (dans le cas de pont de 2^{ème} classe, c'est B_t qui est prépondérant) mais alors compte tenu de la faible largeur de chaussée (5,50 m au plus), on ne peut faire varier l'emplacement des camions

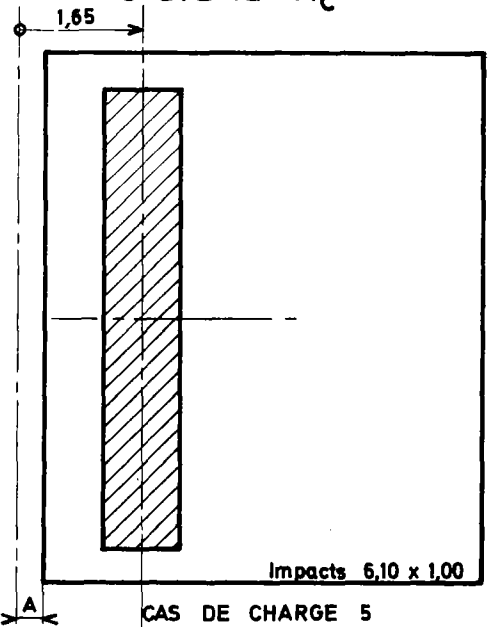
SYSTÈME B_c



SYSTÈME B_t



SYSTÈME M_c 120



SYSTÈME M_e 120

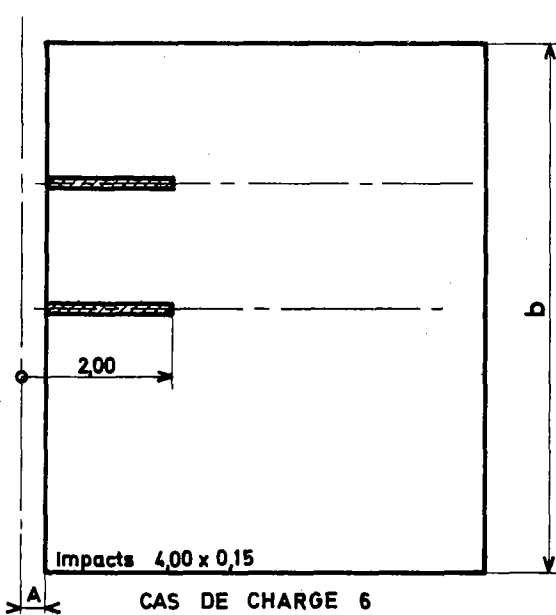
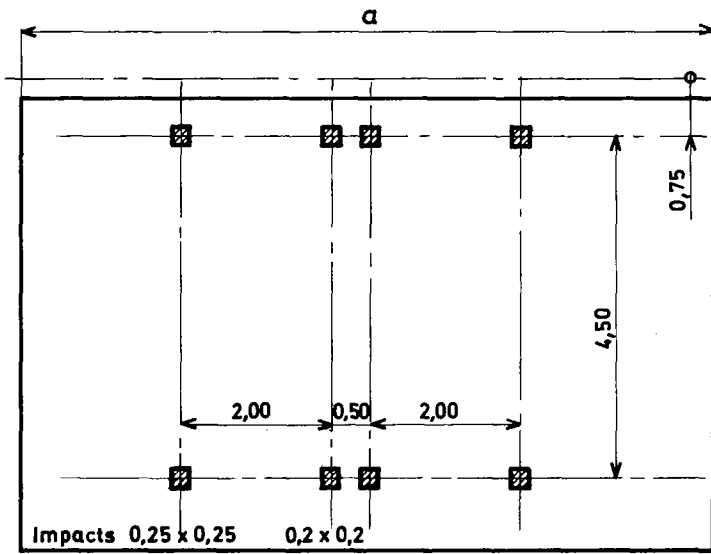


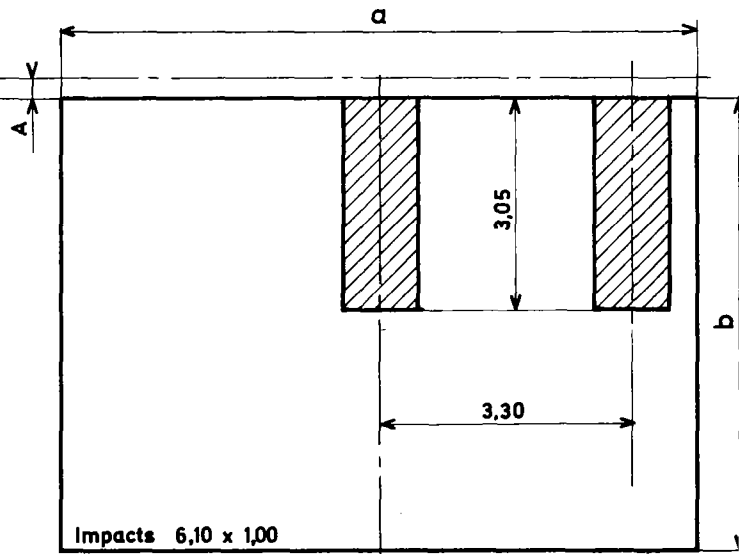
Fig. 4

SYSTÈME B_c



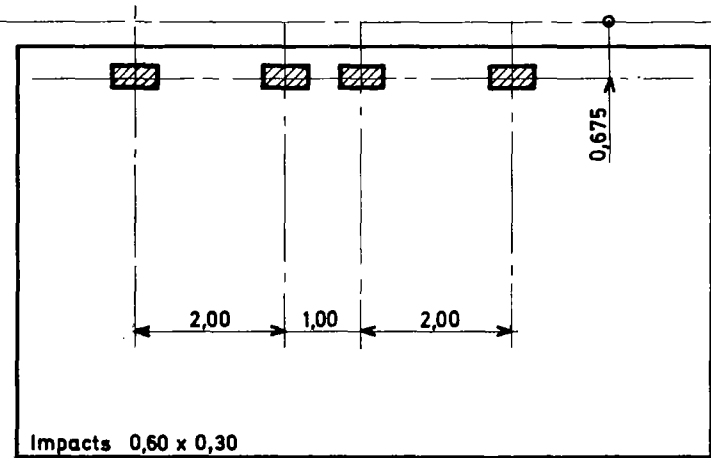
CAS DE CHARGE 1

SYSTÈME M_c 120



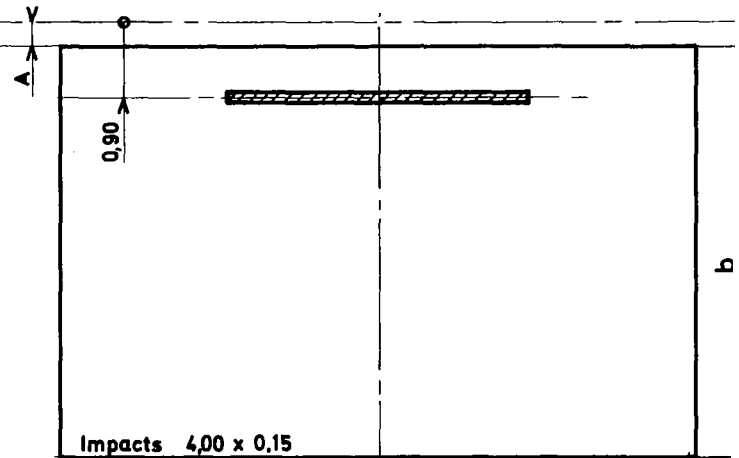
CAS DE CHARGE 2

SYSTÈME B_t



CAS DE CHARGE 3

SYSTÈME M_e 120



CAS DE CHARGE 4

Fig. 5

pour rechercher la valeur maximale du moment de continuité ; dans ces conditions il a paru plus réaliste de prévoir un camion B_C à cheval sur la poutre centrale (cas de charge 2 de la figure 4).

III. 2 — Dans le cas où $a < b$, ce qui est notamment le cas des poutres en béton, chaque abaque correspond à une valeur fixe de b , étant variable, les diverses courbes correspondent :

- aux diverses valeurs de E dans le cas des moments de continuité sur poutres principales dus au char M_C 120, à un seul camion B_C , à deux tandems B_T (dans ce cas A est sans importance) et dans le cas de moments de continuité sur entretoise (qu'ils soient dus au convoi B_C ou au char M_C 120).
- aux diverses valeurs de A dans le cas de moment de continuité sur poutres principales dû au convoi B_C (dans ce cas, il s'est avéré que la hauteur de répartition E était pratiquement sans influence).

On interpolera si nécessaire entre les courbes $E =$ constante ou bien $A =$ constante.

Pour préciser les cas de charges les plus défavorables, il faut distinguer évidemment le cas des moments de continuité sur poutres et sur entretoises et par ailleurs, les cas des ponts de différentes classes.

En ce qui concerne les moments de continuité sur poutres :

— sur les ponts de 1 ère classe : le cas de charge le plus défavorable est constitué :

- par des camions B_C , l'un d'eux étant à cheval sur la poutre principale (cas de charge 1 de la figure 4) si le char M_C 120 ne doit pas être pris en considération ou si la valeur de a est faible.
- par le char M_C 120 dans le cas contraire (cas de charge 5 de la figure 4).

La valeur limite de a pour laquelle M_C 120 devient prépondérant est en général voisine de 2,70.

L'attention de l'utilisateur est attirée sur le fait que pour comparer utilement les effets des camions B_C et du char M_C 120, il faut tenir compte du coefficient b_C (article 5.22 du titre II du fascicule du C. P. C.), du coefficient de majoration dynamique différent pour B_C et pour le char (articles 5.5 et 9.6 du titre II du dit fascicule) du coefficient de pondération de B_C (cf. article 7 du titre V du fascicule 61 du C. P. C. pour les dalles en béton armé et article 2.1 de la circulaire n° 71.156 du 30/12/71 pour les dalles en béton précontraint) ainsi que de la prise en compte d'une manière plus favorable du char M_C 120 dans les dalles en béton précontraint (cf. article 2.2 de la circulaire n° 71. 156 du 30/12/71).

— sur les ponts de 2 ème classe : le cas de charge le plus défavorable est constitué par un tandem B_T , un autre est disposé symétriquement par rapport à l'axe de la poutre principale (en effet, on ne peut disposer 3 camions comme il est nécessaire pour réaliser le cas de charge 1 de la fig 4) et il a été supposé que le char M_C 120 ne devait pas être pris en considération sur un pont de 2 ème classe.

Plus précisément, le cas de charge le plus défavorable est le cas de charge 3 de la figure 3 pour les faibles valeurs de a (inférieurs à 4 mètres environ) le cas de charge 4 de la figure 3 pour les fortes valeurs de a . Les abaques correspondants (n° 6 à 10) ayant été réalisés en tenant compte uniquement du plus défavorable de ces 2 cas de charge, l'utilisateur n'a pas besoin de savoir lequel est effectivement le plus défavorable. Notons cependant, que l'existence de 2 cas de charge distincts explique des points anguleux dans les courbes de ces abaques.

– sur les ponts de 3 ème classe : comme il a été indiqué plus haut , un seul camion B_C a été disposé symétriquement par rapport à la poutre longitudinale sur laquelle on cherche le moment de continuité (rappelons que sur un pont de 3 ème classe, le tandem B_t ne doit pas être pris en compte).

En ce qui concerne les moments de continuité sur entretoises :

Il se trouve qu'alors la classe du pont ne joue aucun rôle ; en effet, B_t n'est jamais prépondérant et si l'on ne peut réaliser exactement le cas de charge 1 de la figure 5, on peut penser que l'on obtiendra à peu près le même moment au voisinage des 2 roues arrière de camions B_C distantes entre elles de 0,50 m même si l'une d'entre-elles ne se trouve point sur l'axe de la dalle parallèle à l'axe de la chaussée. Le cas de charge le plus défavorable est alors constitué :

- des camions B_C (cas de charge 1 de la figure 5) si le char M_C 120 ne doit pas être pris en considération ou si la valeur de a est faible.
- le char M_C 120 dans le cas contraire.

La valeur limite de a pour laquelle M_C 120 devient prépondérant est voisine de 2,50 m, mais il est prudent d'effectuer la comparaison exacte dans chaque cas particulier en tenant compte des points signalés à l'occasion de l'étude des moments de continuité sur poutre.

III. 3 – Dans le cas où $a > b$, ce qui est le cas de la plupart des ponts métalliques actuellement projetés ainsi que des culées creuses en béton armé, chaque abaque correspond à une valeur fixe de a , b étant variable ; les diverses courbes correspondent aux diverses valeurs de E (rappelons que dans ce cas, les moments de continuité sur poutre n'ont pas été calculés).

On interpolera si nécessaire entre les courbes $E = \text{constante}$ et $A = \text{constante}$. Dans le cas où l'on cherche des moments de continuité sur entretoise de culées creuses en béton armé, en général A est égal à 0,08 ; compte tenu de la faible variation de ces moments avec A , on pourra soit extrapoler à partir des valeurs fournies pour $A = 0,10$ et $A = 0,20$ soit même prendre la même correspondant à $A = 0,10$.

Le cas de charge le plus défavorable est alors constitué par :

- des camions B_C (cas de charge 1 de la figure 5) si le char M_C 120 ne doit pas être pris en considération ou si la valeur de a est faible.
- le char M_C 120 dans le cas contraire.

La valeur limite de a pour laquelle M_c 120 devient prépondérant est voisine de 2,70 m mais là encore il sera prudent d'effectuer la comparaison dans chaque cas particulier en tenant compte des points signalés à l'occasion de l'étude des moments de continuité sur poutre.

III. 4 – En principe, des roues supplémentaires du camion B_c non considérées sur la figure peuvent apparaître dans le cas de charge 4 lorsque b est supérieur à 9 mètres. En pratique leur effet pourra être négligé.

III. 5– Il convient d'affecter éventuellement les résultats obtenus par les abaques :

- du coefficient de majoration dynamique (articles 5.5 et 9.6 du titre II du fascicule 61 du C. P. C.).
- du coefficient b_c ou b_t (articles 5.22 et 5.42 du titre II dudit fascicule.).
- du coefficient de pondération des surcharges (article 7 du titre VI dudit fascicule pour les dalles en béton armé, article 2.1 de la circulaire n° 71.156 du 30/12/71 pour les ouvrages en béton précontraint).

EXEMPLE NUMÉRIQUE :

Données : $a = 3,40$ m	Épaisseur de la dalle	19 cm
$b = 8$ m	Épaisseur de la chaussée	6 cm.

- Coefficient de majoration dynamique 1,33
- Coefficient b_c : 1,1 (pont de 1 ère classe)
- Coefficient de pondération des surcharges : 1,2
- Coefficient de l'âme : 20 cm, soit $A = 0,10$ mètre

Le système M_c 120 ne doit pas être pris en considération.

$$E = \frac{19}{2} + \frac{3}{4} \times 6 = 14 \text{ cm}$$

L'abaque 1 donne pour $a = 3,4$ m, un moment de continuité sur poutre principale :

$$M_{cp} = 4\ 000 \text{ kgm/m}$$

D'où compte tenu des coefficients applicables :

$$M_{cp} = 4\ 000 \times 1,33 \times 1,1 \times 1,2 = 7\ 022 \text{ kgm/m}$$

L'abaque 28 donne un moment de continuité sur entretoise :

$$M_{ce} = 3\ 100 \text{ kgm/m}$$

. . . / . . .

D'où compte tenu des coefficients applicables :

$$M_{ce} = 3\,100 \times 1,33 \times 1,1 \times 1,2 = 5\,442 \text{ kgm/m}$$

La « règle des 50 % » (consistant à prendre 50 % du moment maximal au centre de la plaque simplement appuyée) aurait conduit à prendre :

$$0,5 \times 3\,500 = 1\,750 \text{ kgm/m}$$

chiffre à comparer à 4 000 kgm/m et 3 100 kgm/m.

La vieille règle aurait donc conduit à un chiffre beaucoup trop faible.

IV – CAS PARTICULIER

IV – 1. Présence de trottoirs sur les parties latérales de la dalle :

L'effet des surcharges de trottoirs n'aura pas à être pris en compte sauf exception car il est impossible, en général, de disposer des surcharges de trottoirs symétriquement par rapport à l'axe d'une poutre principale ; l'exception est constituée par les ponts à 3 poutres : il est alors possible de disposer les surcharges de trottoirs symétriquement par rapport à la poutre centrale, si, de plus on se trouve dans le cas fréquent où $b/a > 2,5$, les efforts sont pratiquement les mêmes que dans une dalle de longueur infinie ; le moment de continuité sur la poutre centrale M_{cp} se calcule très simplement en considérant que la dalle travaille comme une poutre de portée a , encastrée d'un côté, simplement appuyée de l'autre (figure 5).

Le moment de continuité sur poutre est :

$$M_{cp} = \frac{s \alpha^2 (2a^2 - \alpha^2)}{8a^2}$$

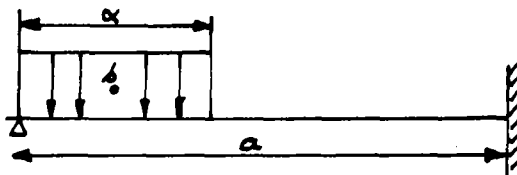


FIG. 5

IV. 2 – Les roues ou la chenille du char ne peuvent occuper effectivement les positions de la figure 4 (présence de trottoirs sur une partie importante de la dalle :

On pourra alors s'inspirer des principes suivants :

a) Si la présence de trottoirs n'entraîne qu'un léger décalage des surcharges par rapport à la position de la figure 4 ou empêche seulement de placer la file de roues situées à l'extrémité droite de la figure, on pourra toutes les fois qu'on ne recherchera pas une haute précision, continuer à considérer les positions de surcharge de la figure 4 ; celles-ci de caractère fictif étant légèrement plus défavorables que les positions réelles que l'on pourrait considérer en les décalant du fait des trottoirs.

b) En cas de décalage plus important, on aura recours aux abaques PUCHER.

b = 6 m

Surcharge Bc

Moment de continuité sur
poutre

Moment
(DxN m/m)

10000

8000

6000

4000

2000

200

300

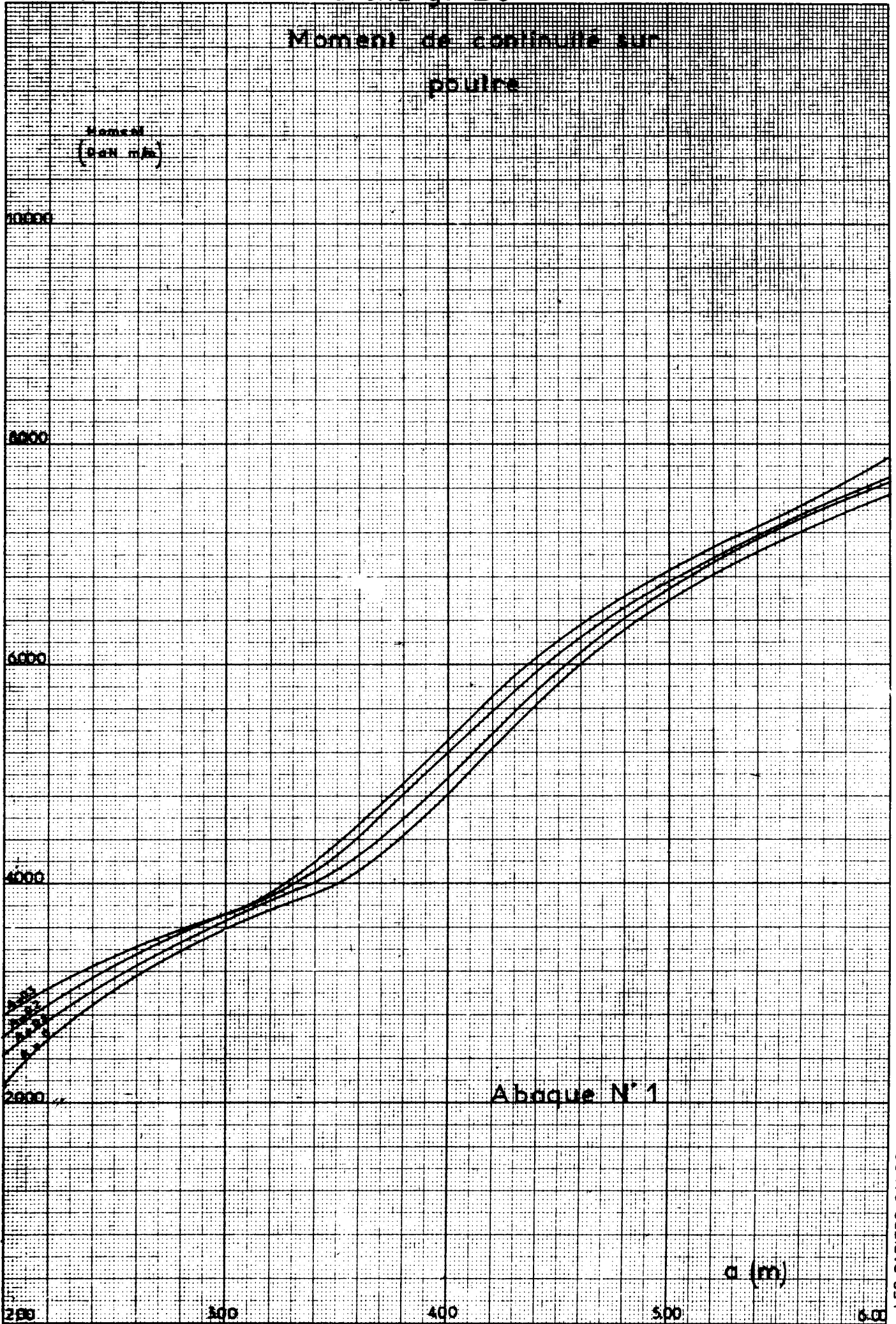
400

500

600

a (m)

Abaque N° 1



b=8m

Surcharge Bc

Moment de continuité sur poutre

Moment (t·m/m)

10000

8000

6000

4000

2000

200

300

400

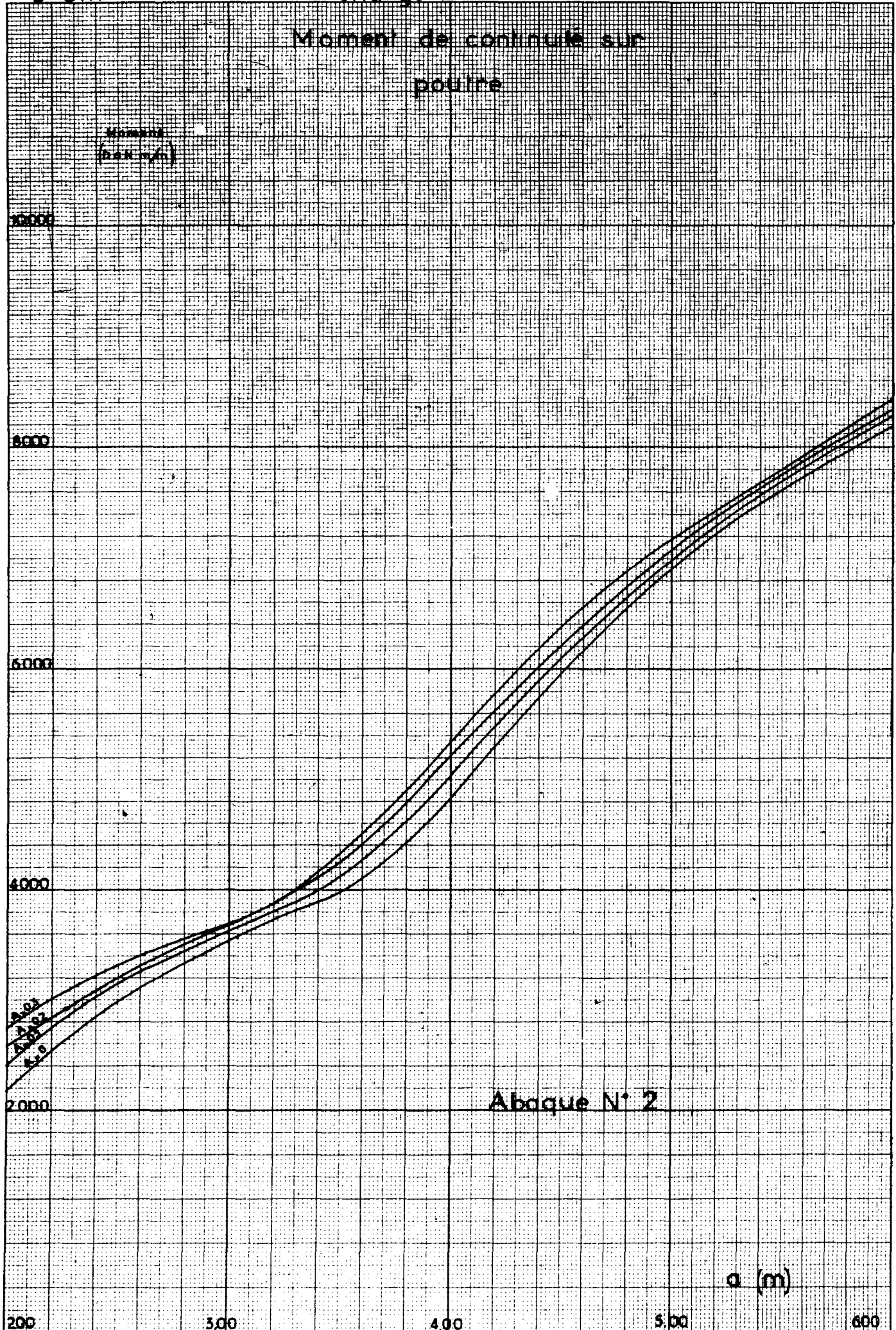
500

600

2.00
2.50
3.00
4.00

Abaque N° 2

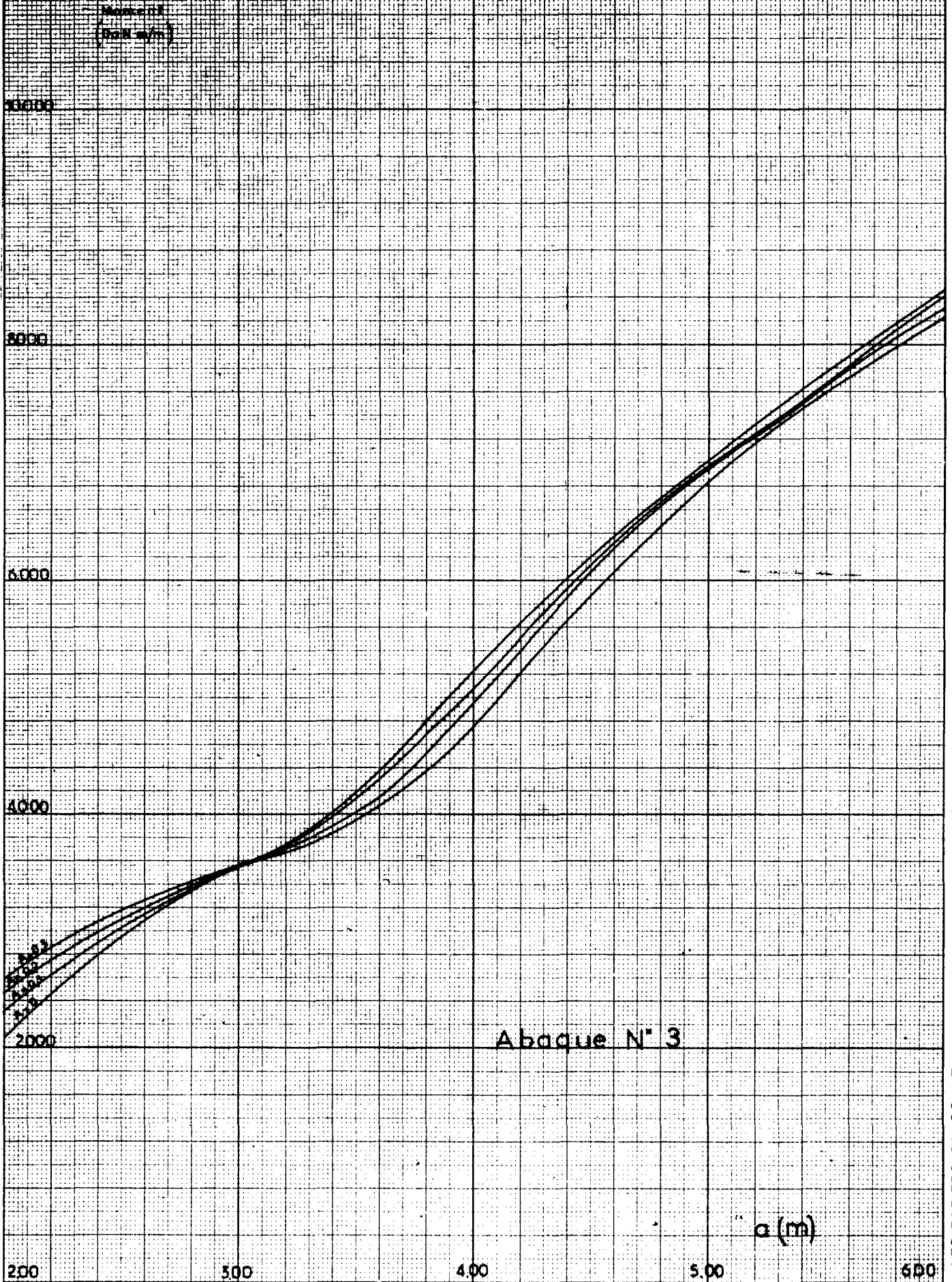
a (m)



b=10m

Surcharge Bc

Moment de continuité sur poutre



b = 12 m

Surcharge Bc

Moment de continuité sur poutre

Moment
(D. N. m/m)

10000

8000

6000

4000

2000

200

300

400

500

600

Abaque N° 4

a (m)

A_{0,5}
A_{1,0}
A_{1,5}
A_{2,0}

A_{1,0}
A_{1,5}
A_{2,0}

$b = \text{infini}$

Surcharge B_c

Moment de continuité sur
poutre

Moment
(DaN m/m)

10.000

8.000

6.000

4.000

2.000

200

300

400

500

600

$A = 0,3$
 $A = 0,2$
 $A = 0,1$
 $A = 0$

$A = 0,3$ et $0,2$
 $A = 0,1$
 $A = 0$

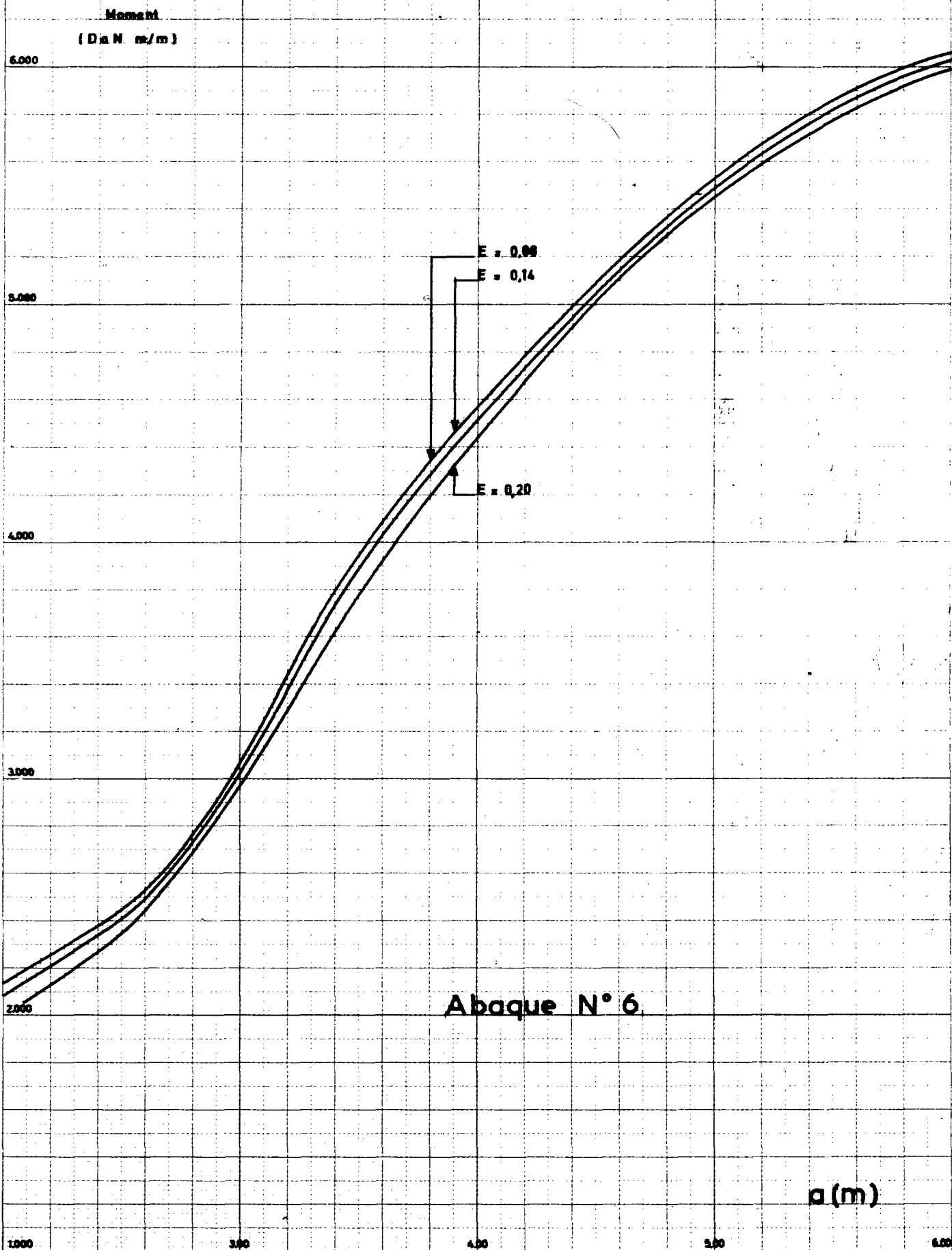
Abaque N° 5

a (m)

b=6m

Systeme Bt (deux tandems)

Moment de continuité maximum sur poutre



b = 8 m

Système Bt (deux tandems)

Moment de continuité maximum sur poutre

Moment (Dak/m)

6000

5000

4000

3000

2000

1000

E=0.08

E=0.14

E=0.20

Abaque N° 7

a (m)

3.00

3.00

4.00

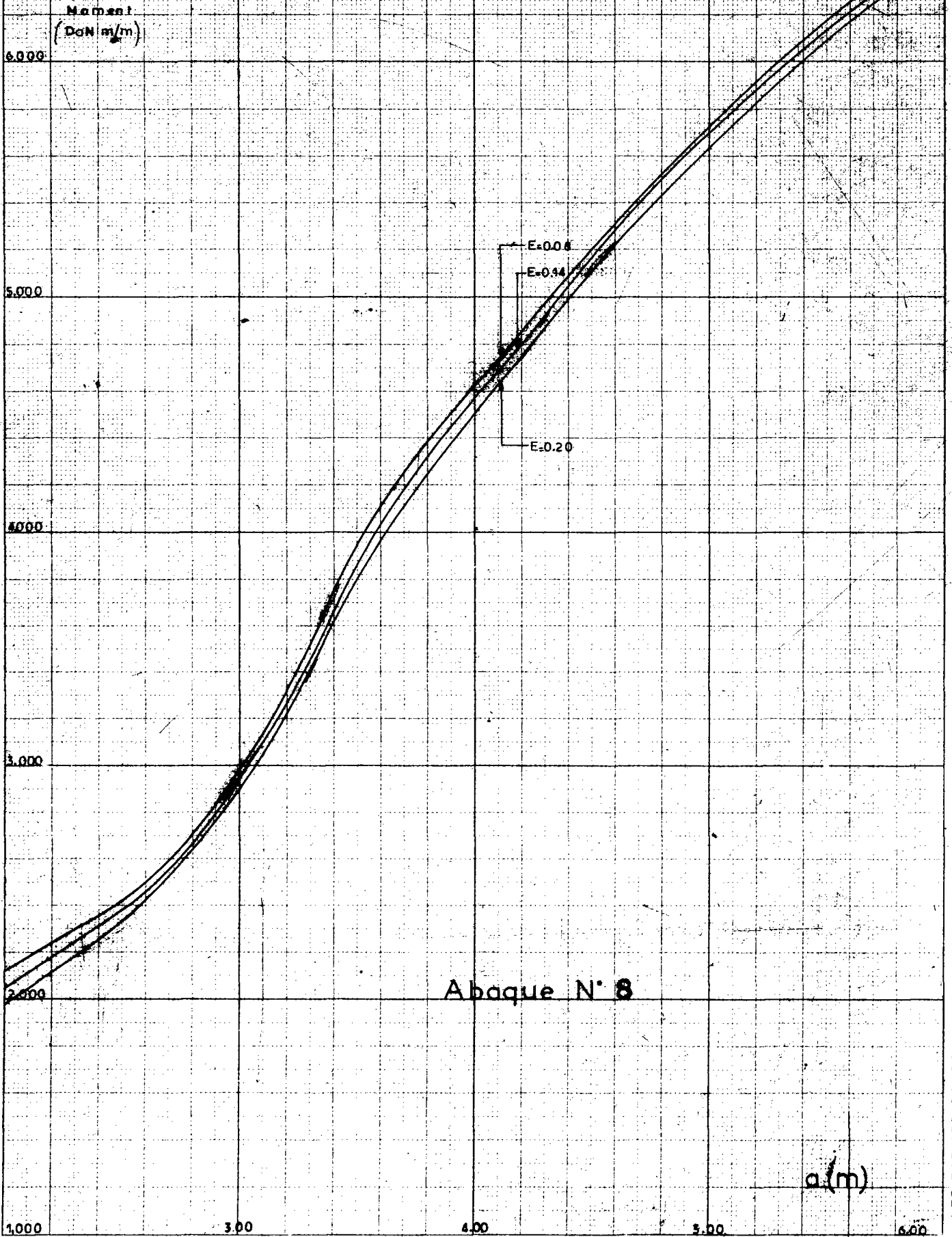
5.00

6.00

b=10m

Système B1 (deux landems)

Moment de continuité maximum sur poutre



Abaque N° 8

b = 12 m

Système B1 (deux tandems)

Moment de continuité maximum sur poutre

Moment (DaNm/m)

6000

5000

4000

3000

2000

E-0.08

E-0.14

E-0.20

Abaque N° 9

a (m)

1000

300

400

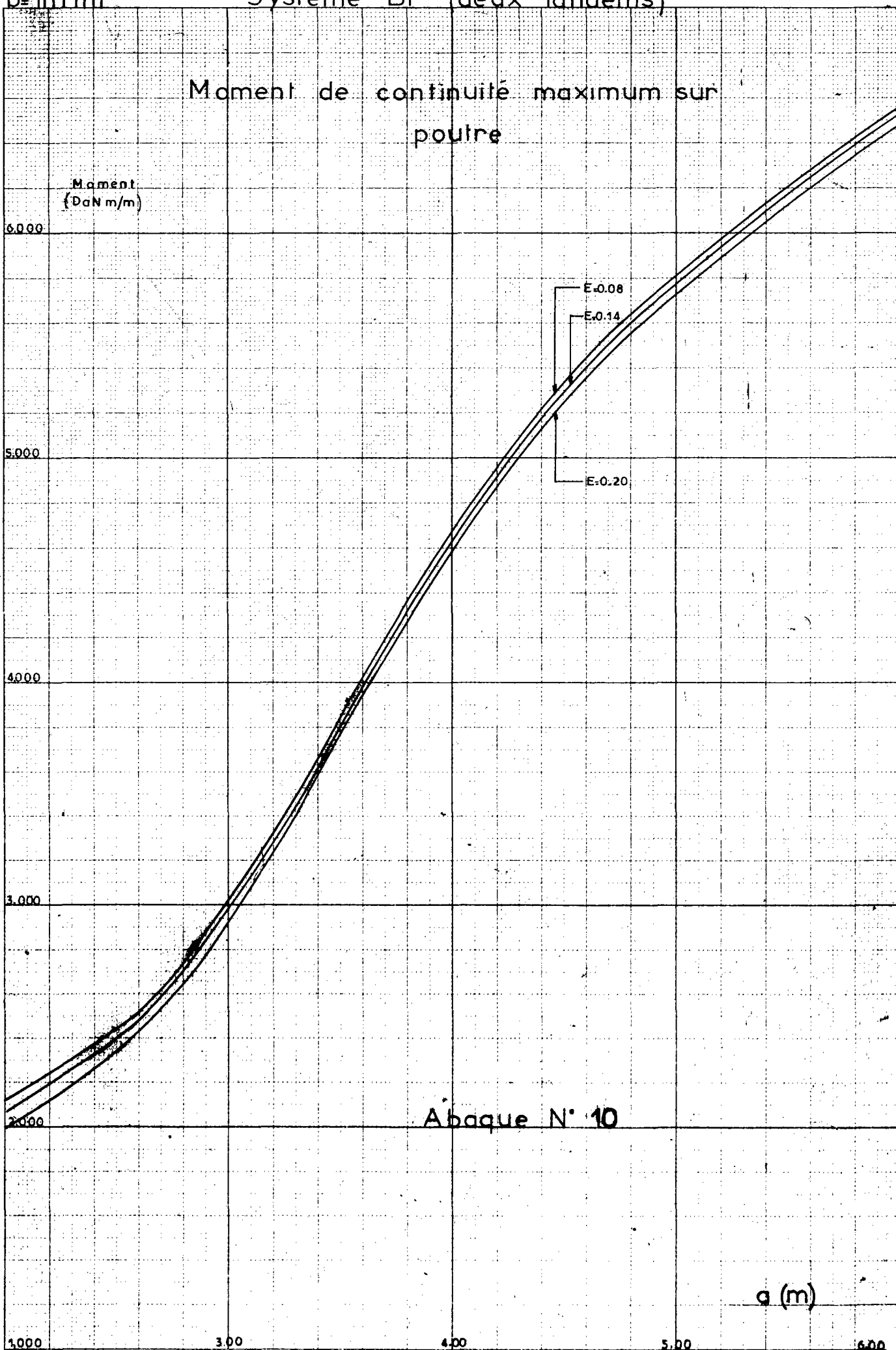
500

600

b = infini

Système B1 (deux landems)

Moment de continuité maximum sur poutre



b = 6 m

1 camion Bc

Moment de continuité sur poutre

Moment
(daN·m/m)

3000

2500

2000

1500

1000

A = 0,5

A = 0,2

A = 0,1

A = 0

A = 0

A = 0,1

A = 0,2

A = 0,3

Abaque N° 11

a (m)

2,00

3,00

4,00

5,00

6,00

b = 8 m

1 camion Bc

Moment de continuité sur poutre

Moment (daN m/m)

3000

2500

2000

1500

1000

A = 0

A = 0,1

A = 0,2

A = 0,3

A = 0,3

A = 0,2

A = 0,1

A = 0

Abaque N° 12

a (m)

200

300

400

500

600

$b = 10 \text{ m}$

1 camion Bc

Moment de continuité
sur poutre

Moment
(D en m/m)

3000

2500

2000

1500

1000

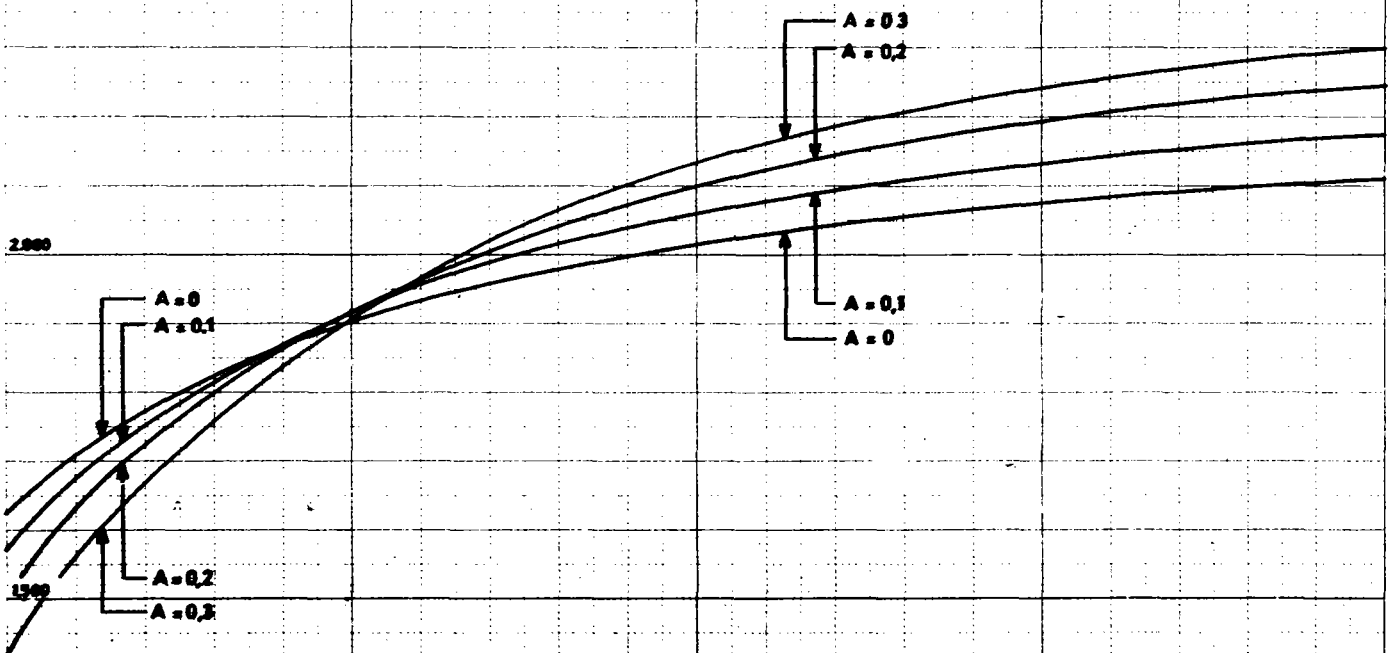
200

300

400

500

600



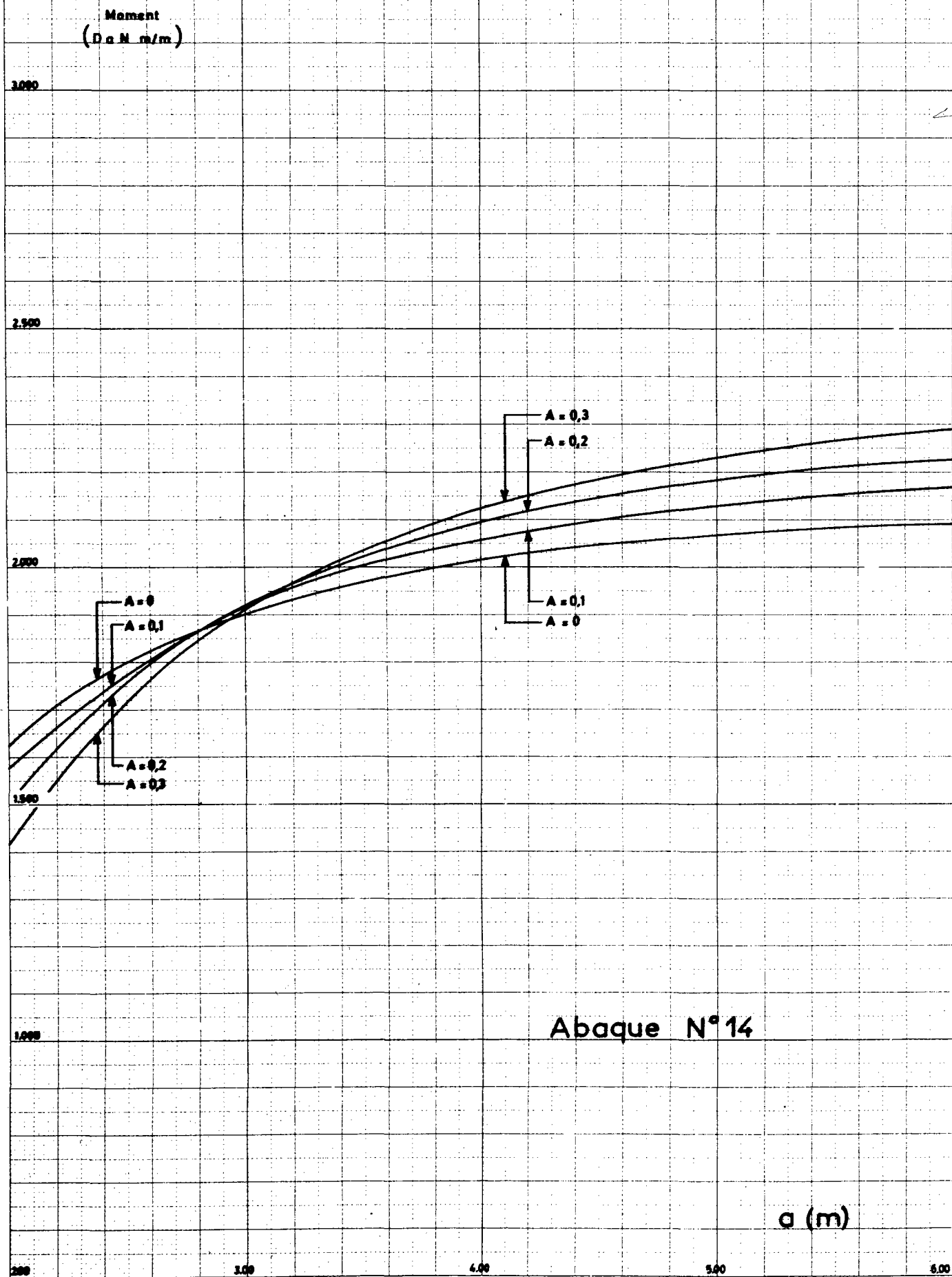
Abaque N° 13

a (m)

$b = 12 \text{ m}$

1 camion Bc

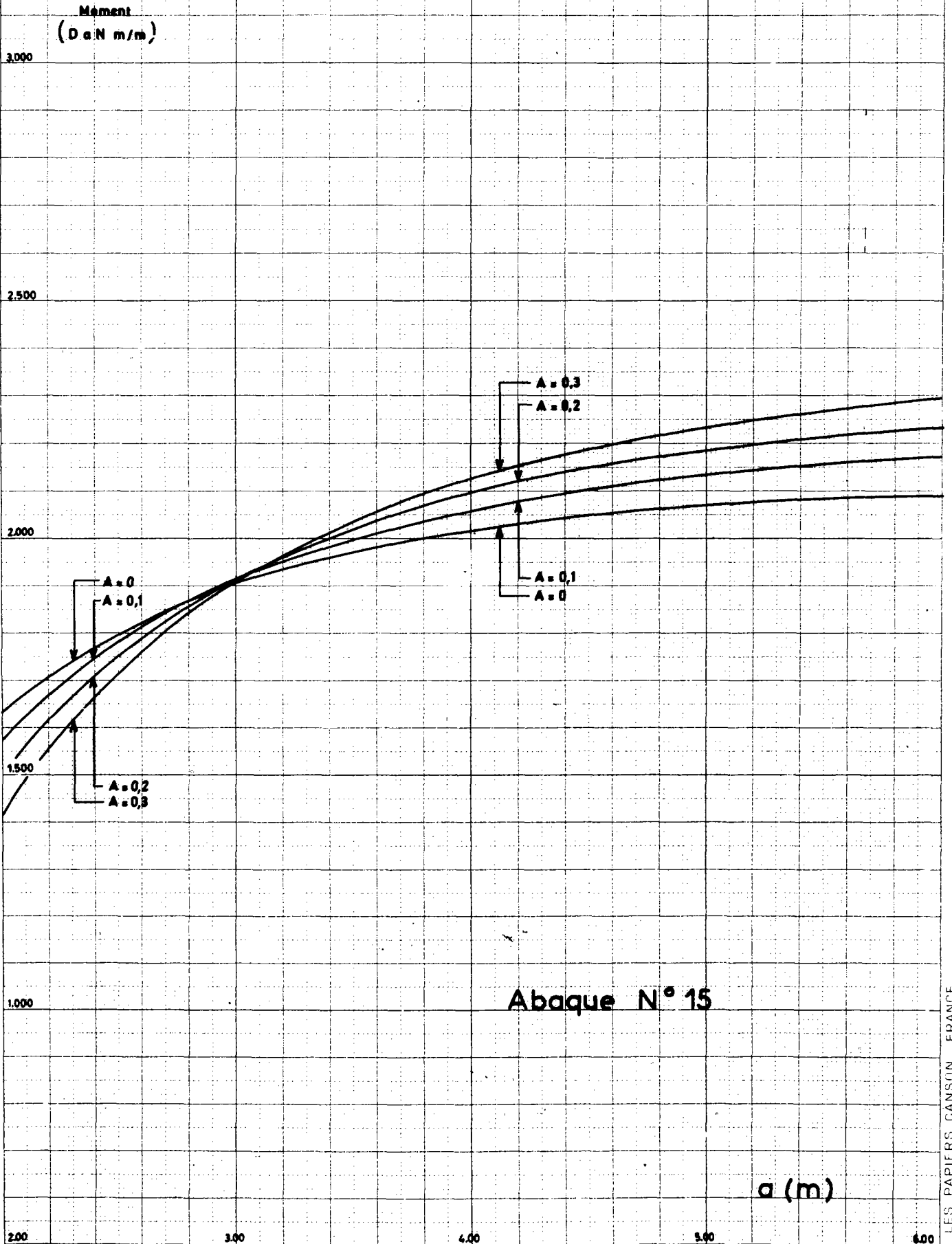
Moment de continuité sur poutre



b = infinie

1 camion Bc

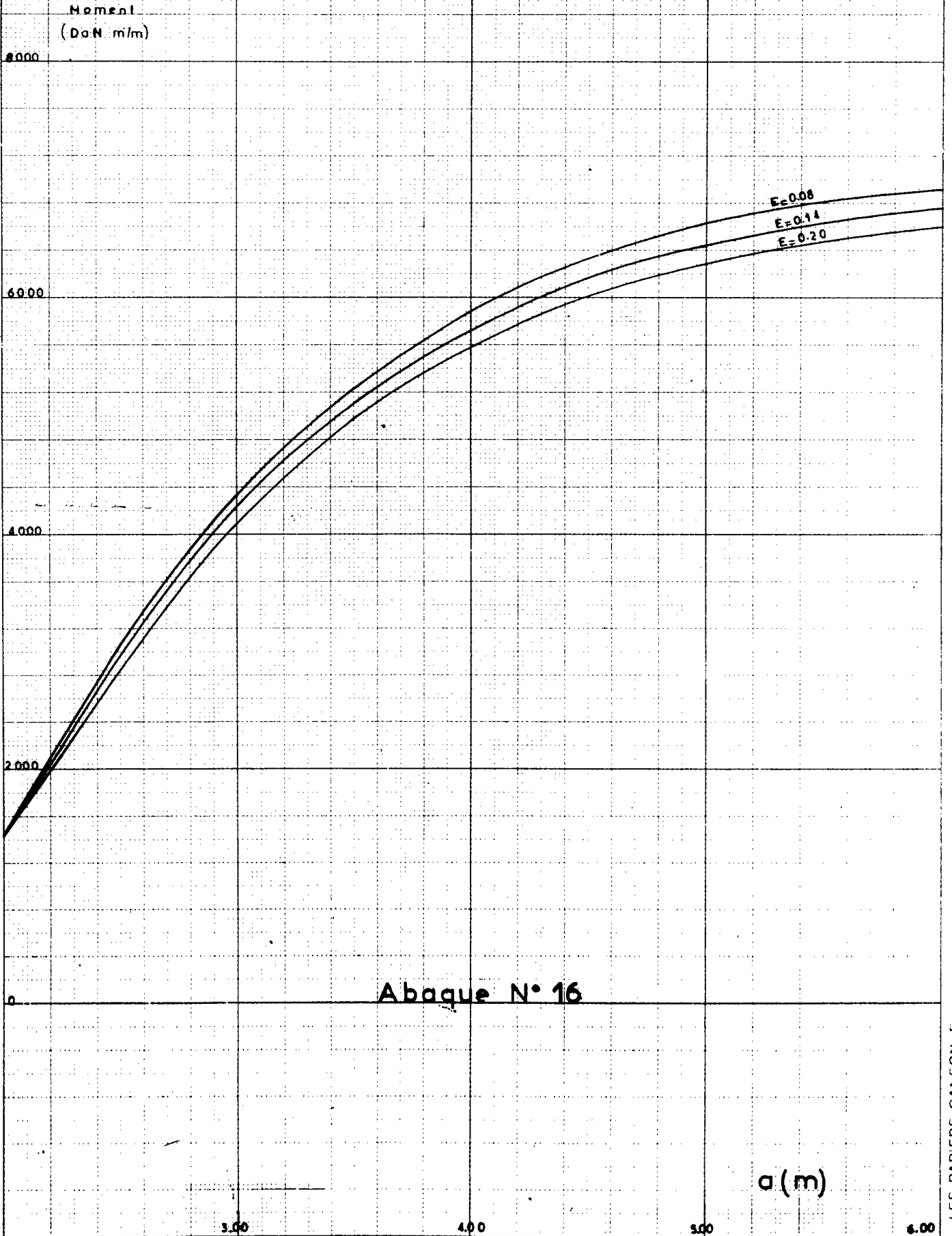
Moment de continuité sur poutre



b=6m A=0

Système Mc120 (Char de 110t)

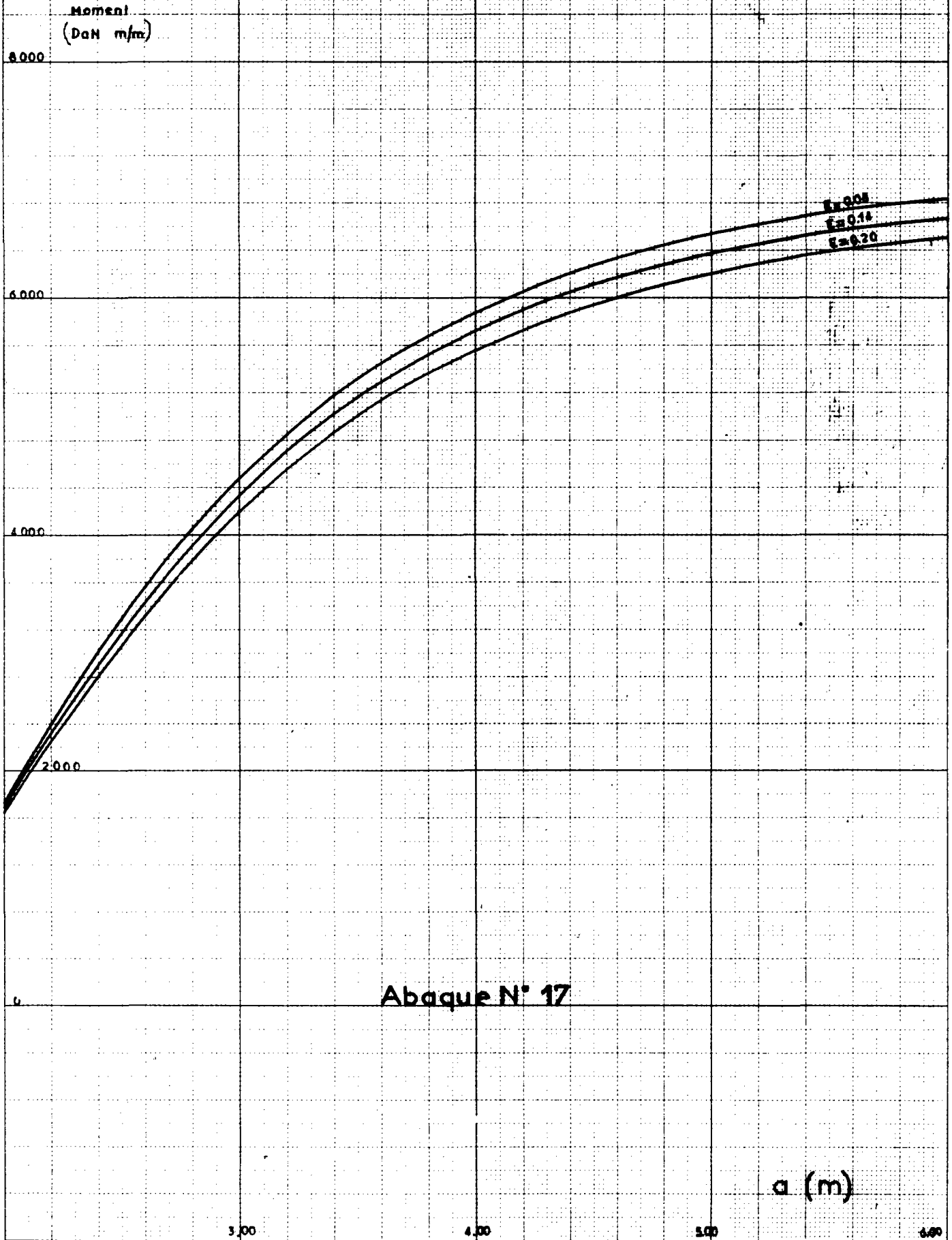
Moment de continuité sur poutre



b=6m A:01

Système Mc 120 (Char de 110t)

Moment de continuité sur poutre

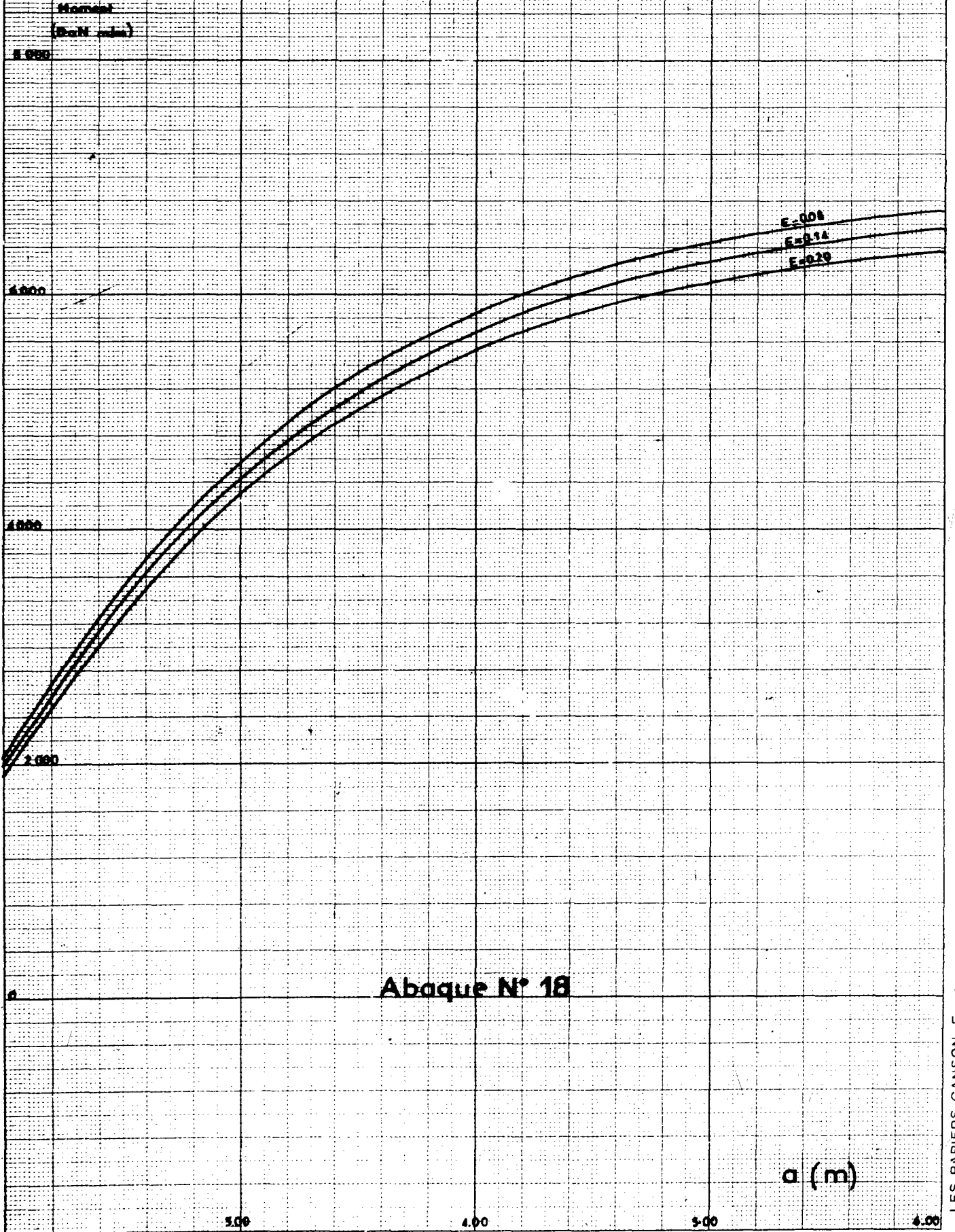


Abaque N° 17

b=6m A=0.2

Système Mc 120 (Charge 110 t)

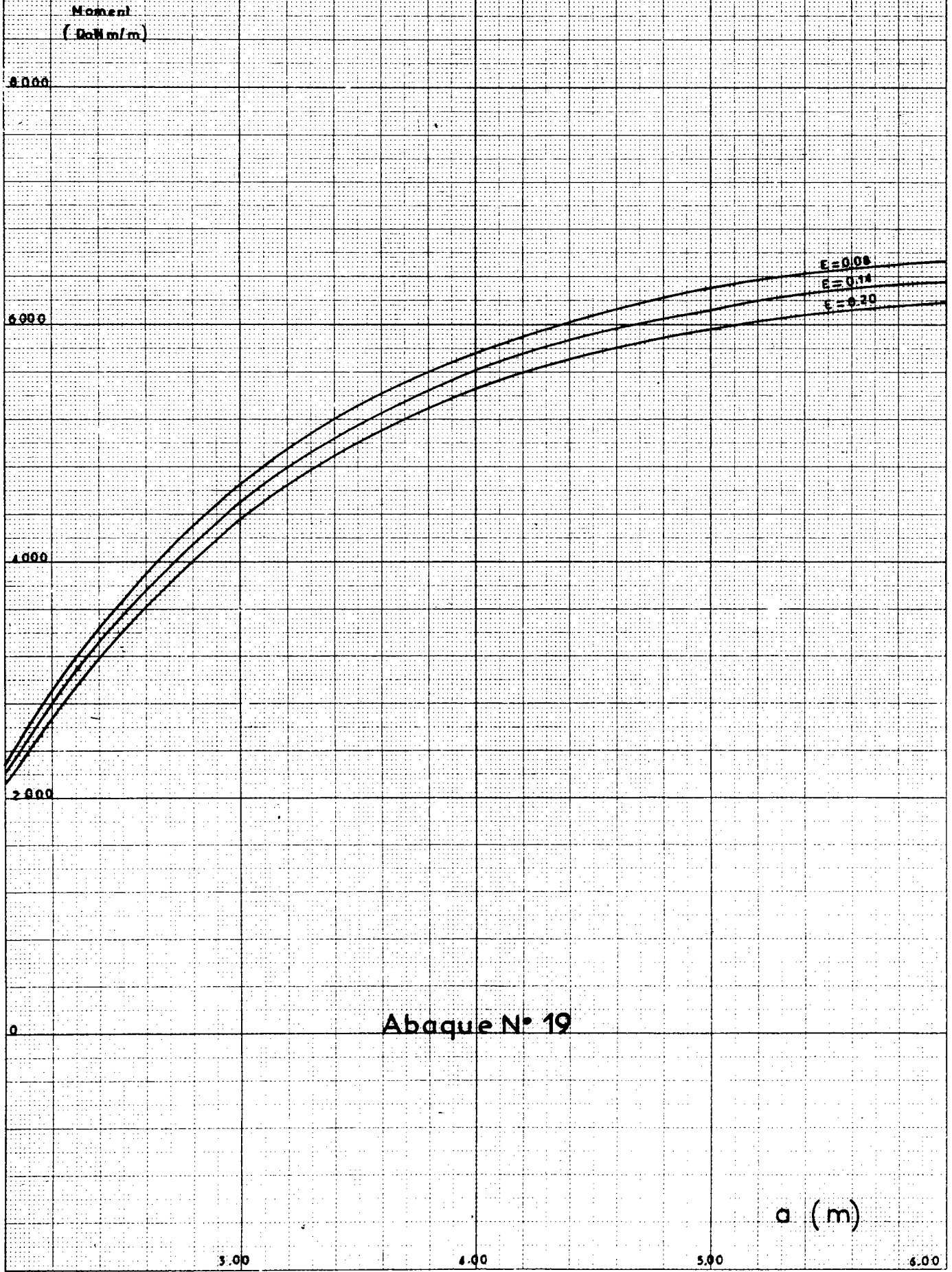
Moment de continuité sur poutre



b=6 m A=0.3

Système Mc 120 (Char de 110 t)

Moment de continuité sur poutre

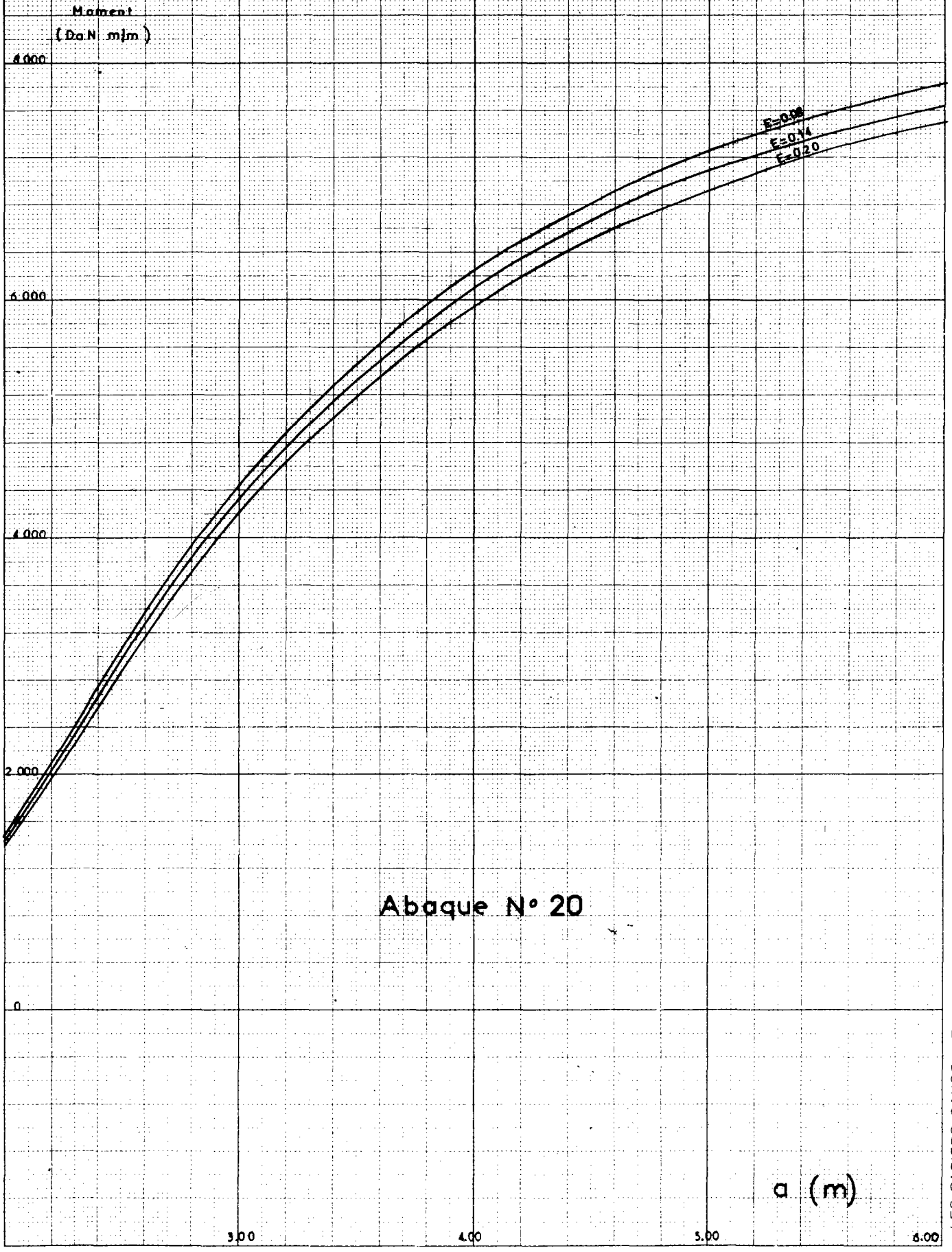


Abaque N° 19

b=8m A=0

Système Mc 120 (Char de 110t)

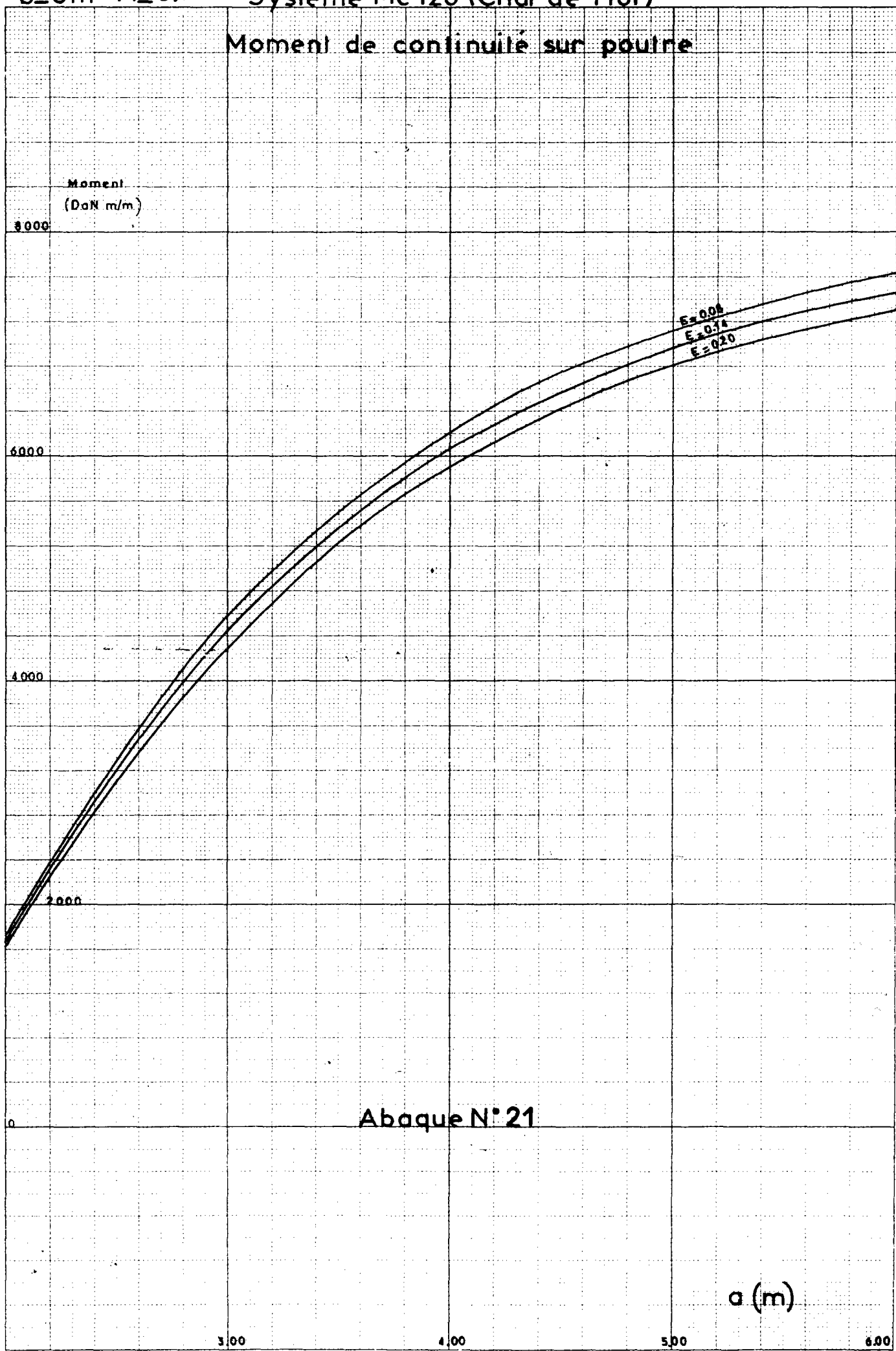
Moment de continuité sur poutre



Abaque N° 20

$b=8m$ $A=0.1$ Système Mc120 (Charge 110t)

Moment de continuité sur poutre

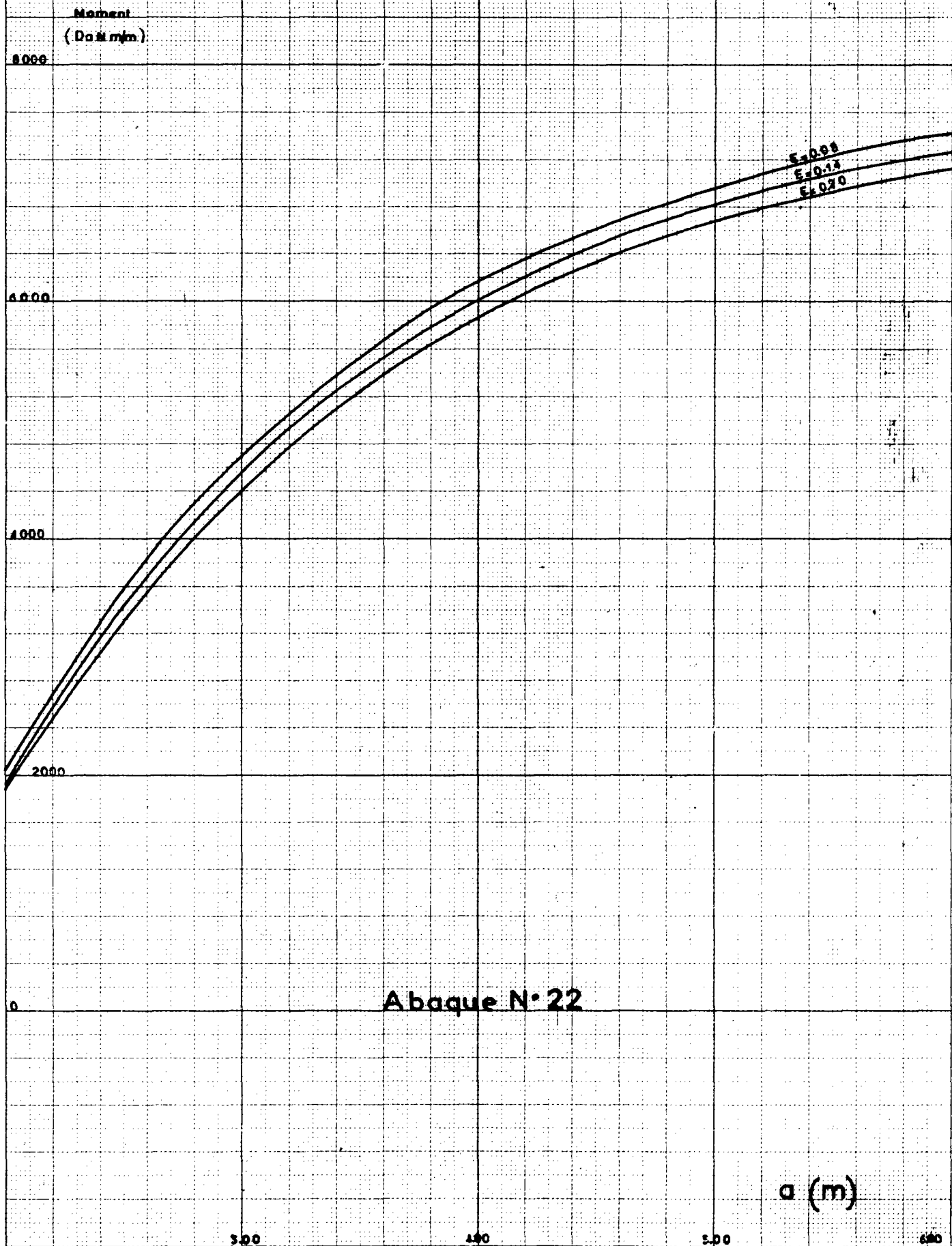


Abaque N° 21

b=8m A=0.2

Systeme Mc 120 (Char de 110 t)

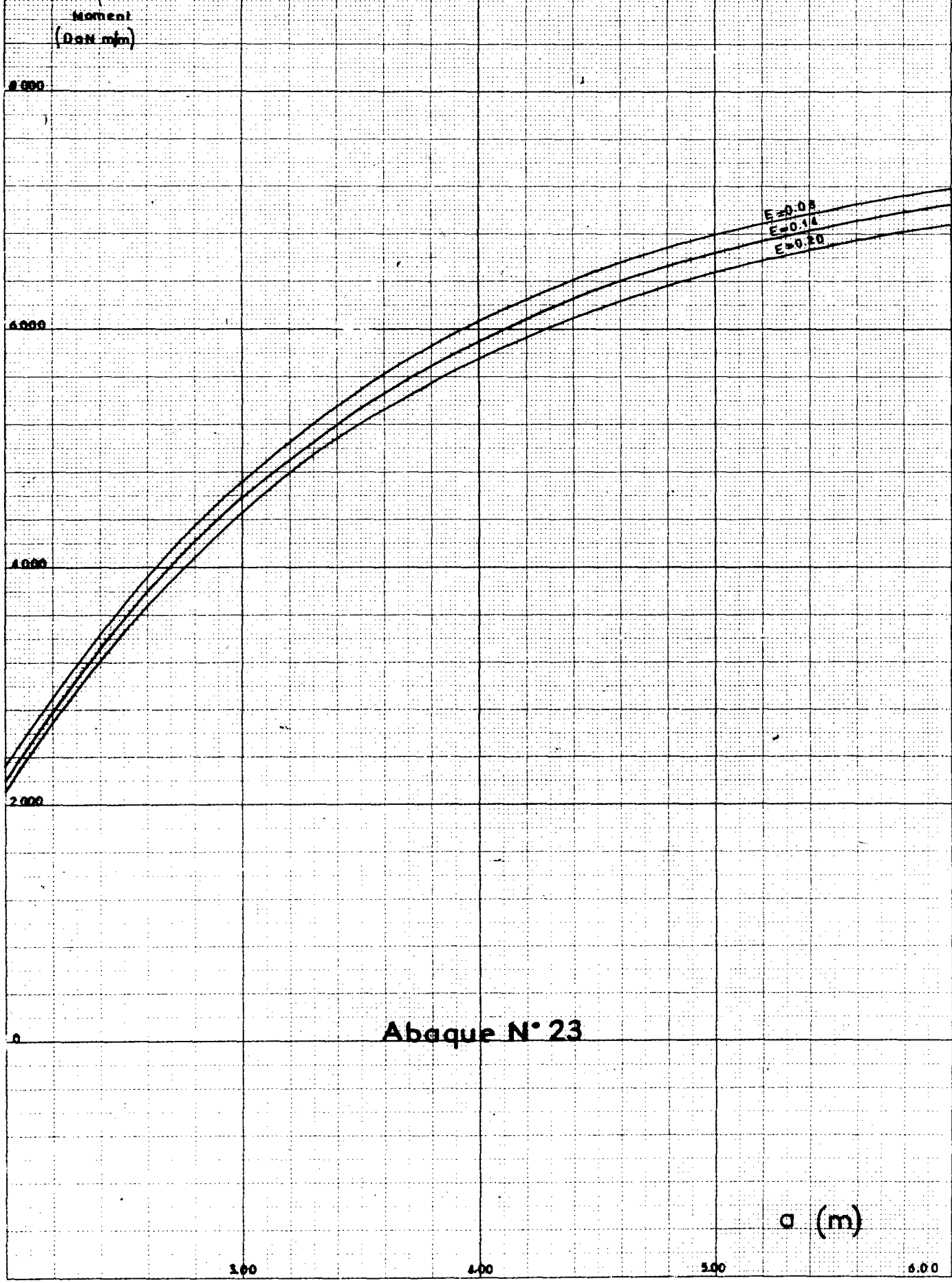
Moment de continuité sur poutre



$b=8\text{ m } A=0.3$

Système Mc 120 (Char de 110t)

Moment de continuité sur poutre



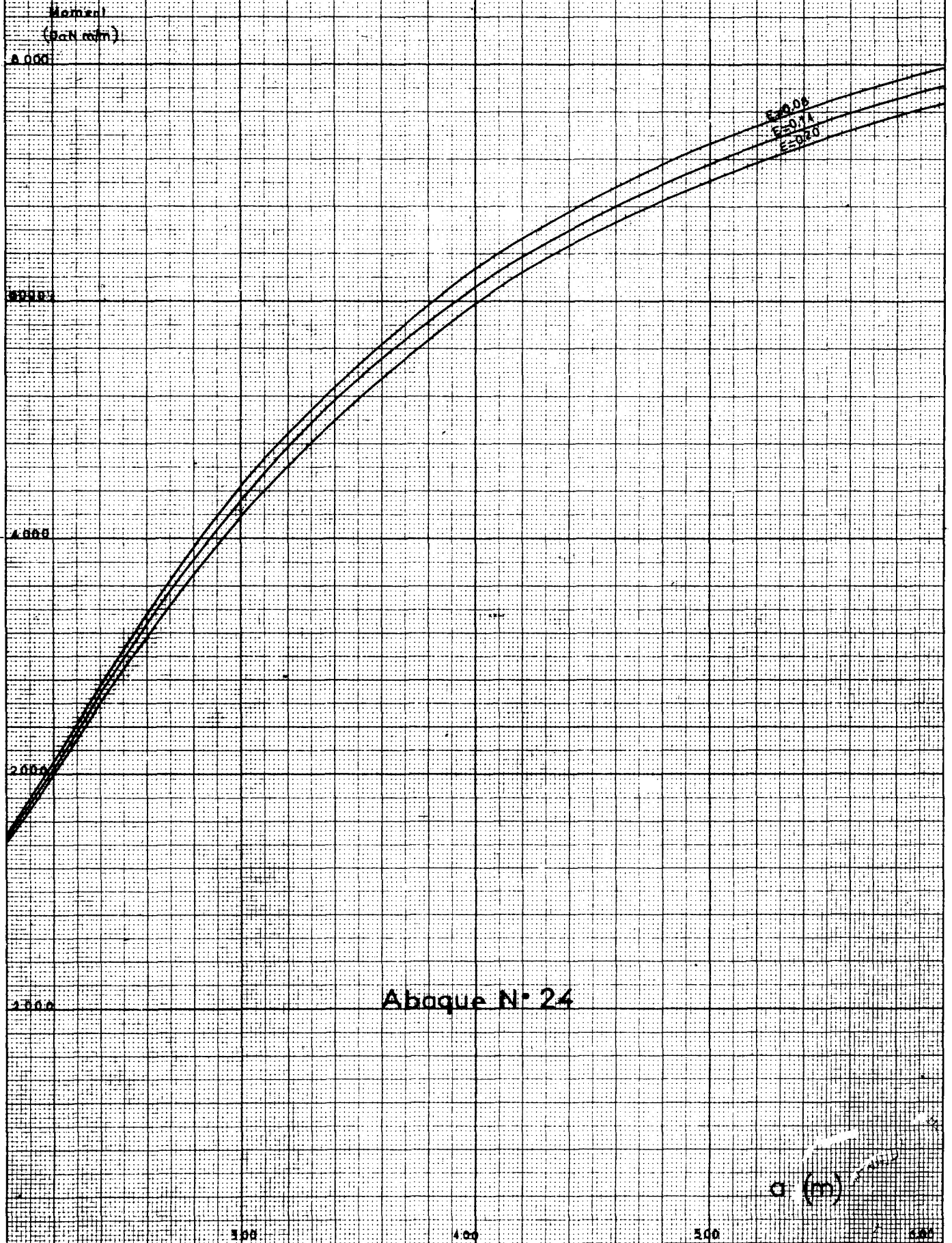
Abaque N° 23

a (m)

binfinie A=0

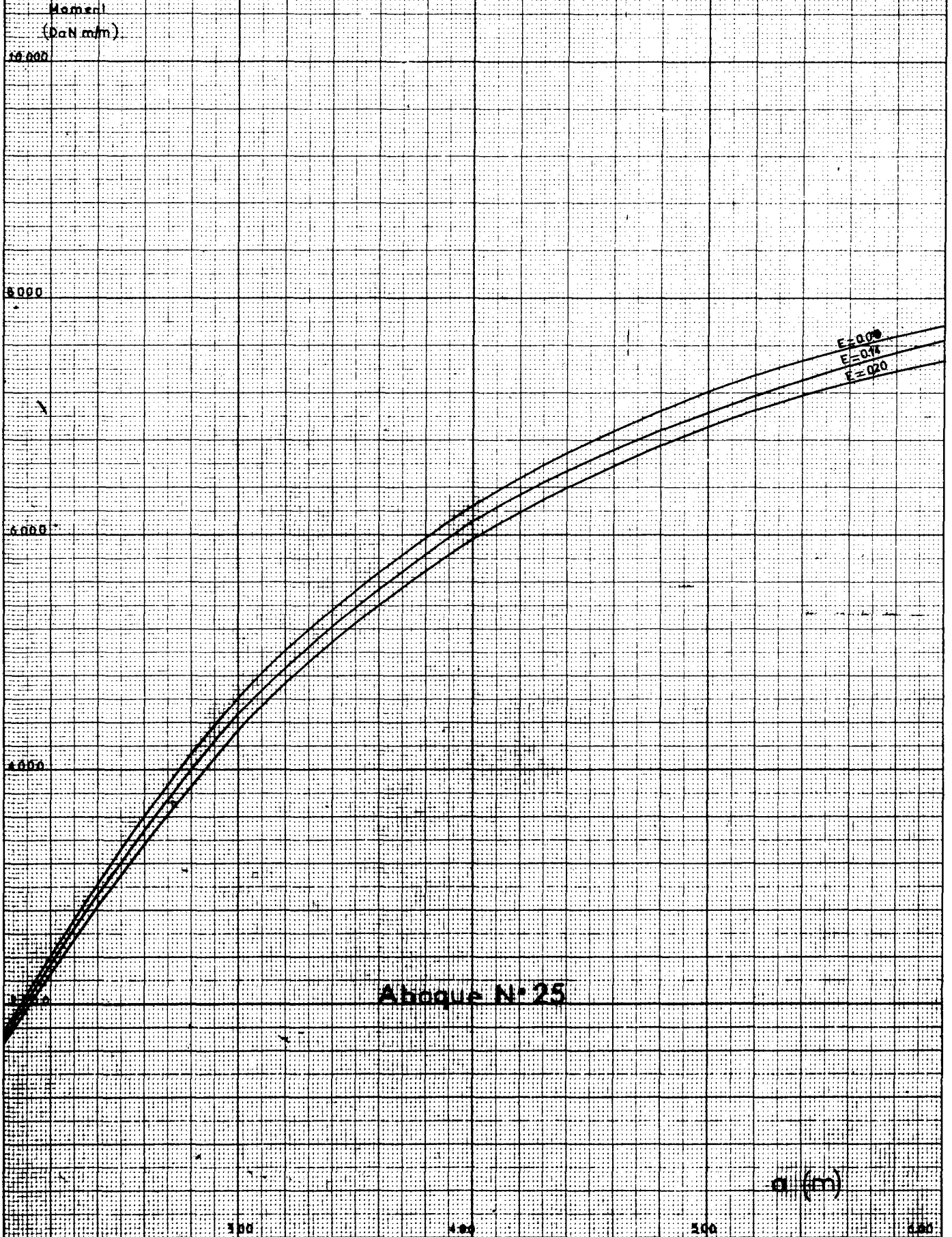
Système Mc120 (Char de 110t)

Moment de continuité sur poutre



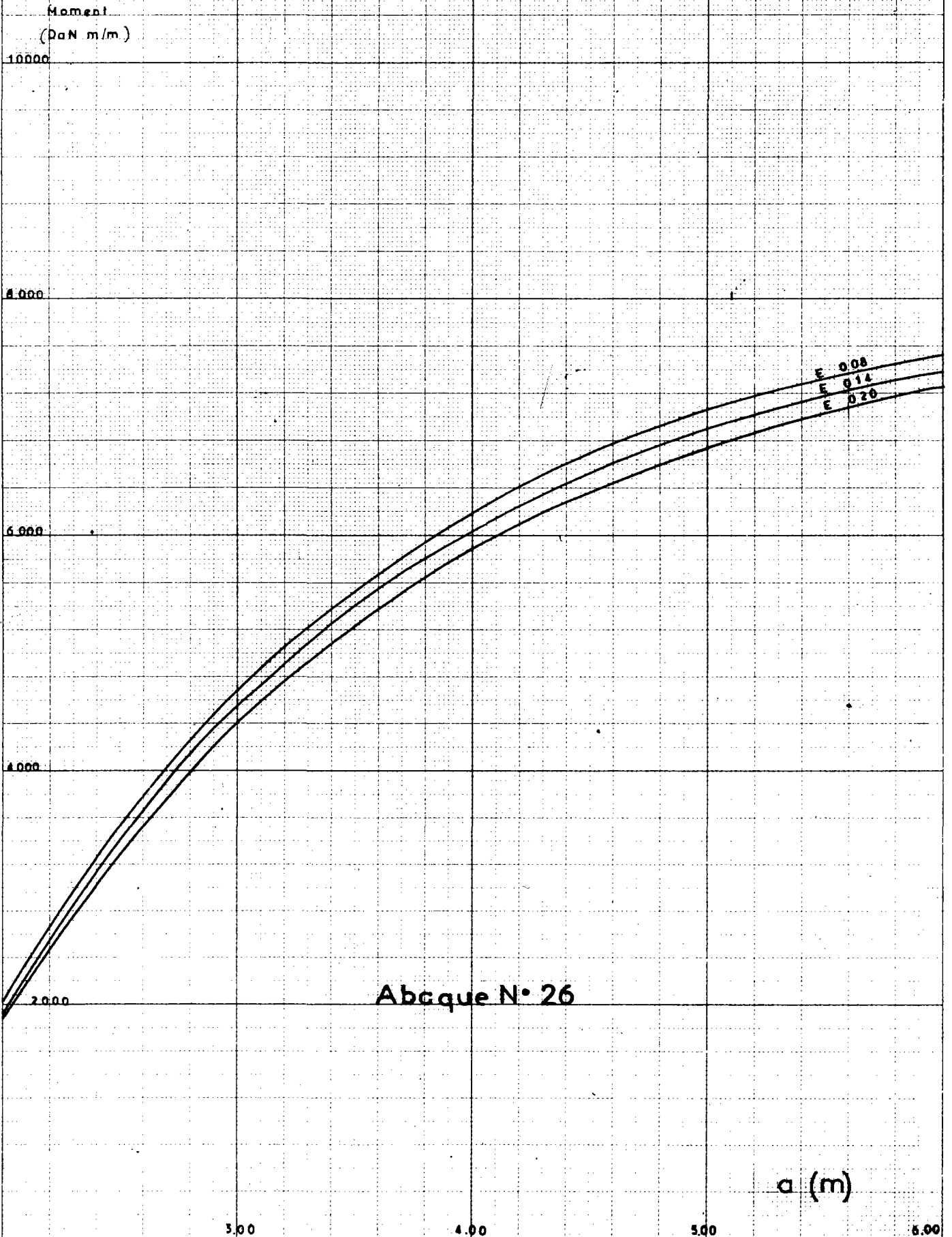
binfinie A-0.1 Système Mc120 (Char de 110t)

Moment de continuité sur poutre



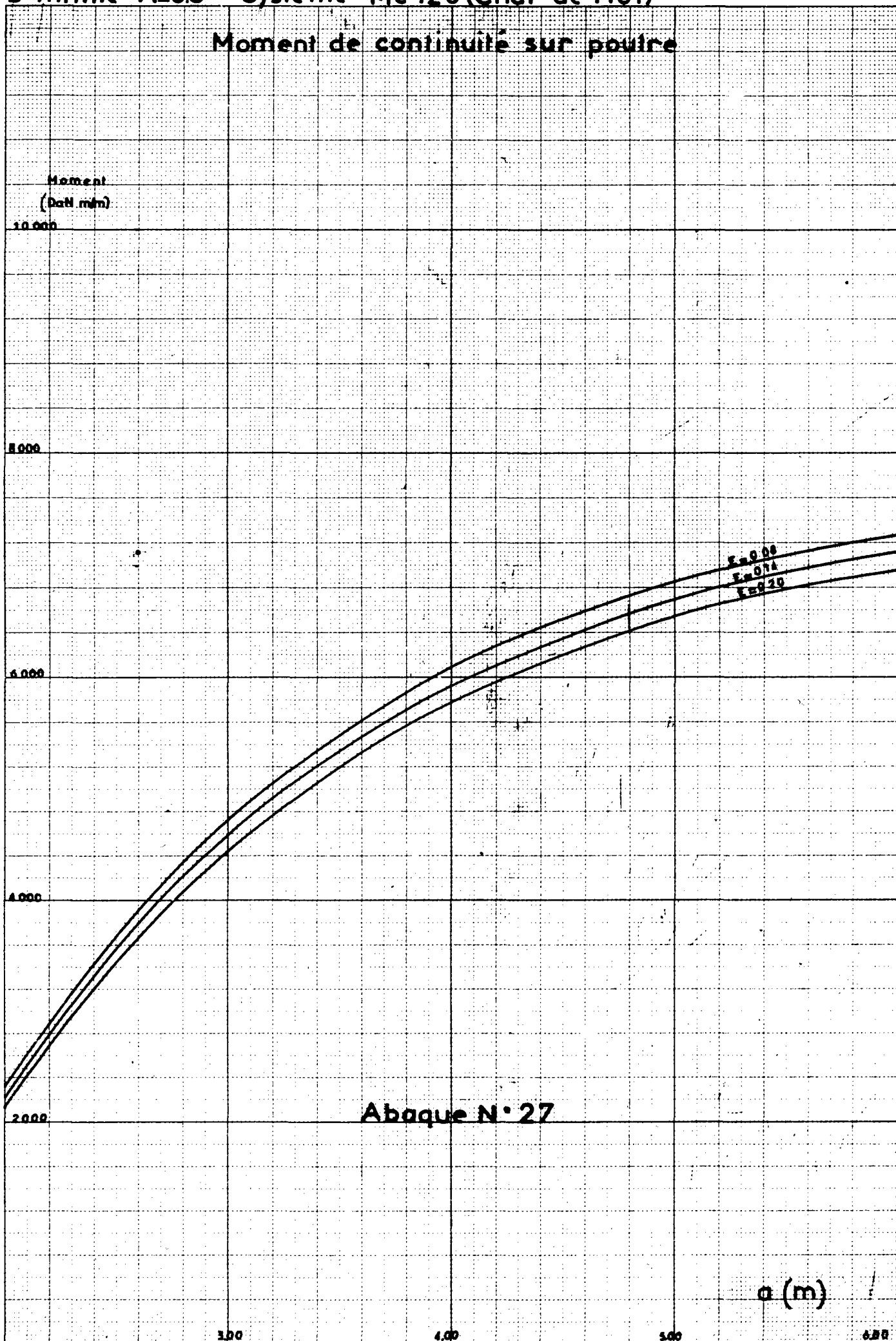
b infinie A=0.2 Système Mc 120 (Char de 110t)

Moment de continuité sur poutre



b infinie A=0.3 Système Mc 120 (Char de 110t)

Moment de continuité sur poutre



Abaque N° 27

a (m)

3.00

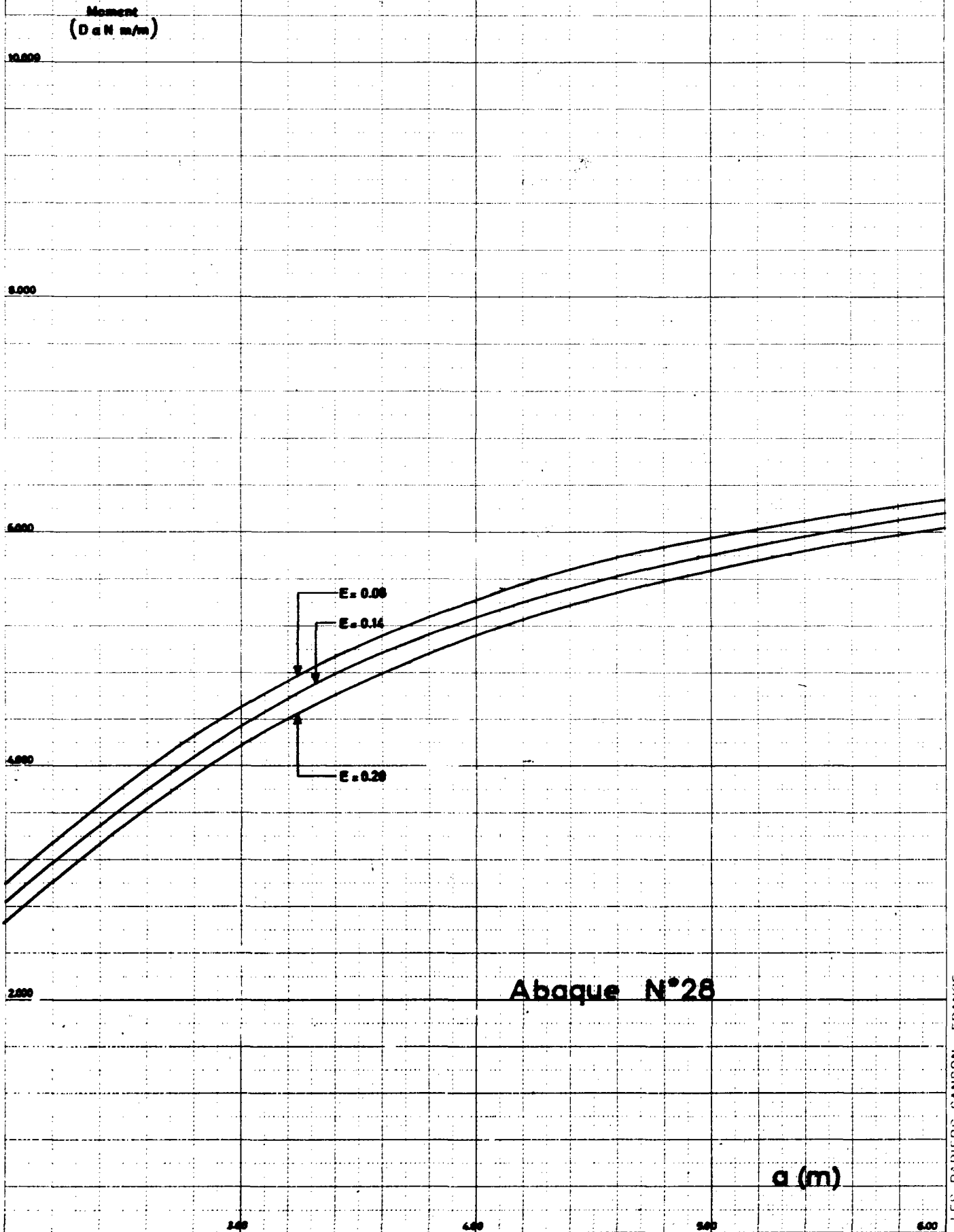
4.00

5.00

6.00

Système Mc 120 (char de 110t)

Moment de continuité sur entretoise pour toute valeur de b et de A

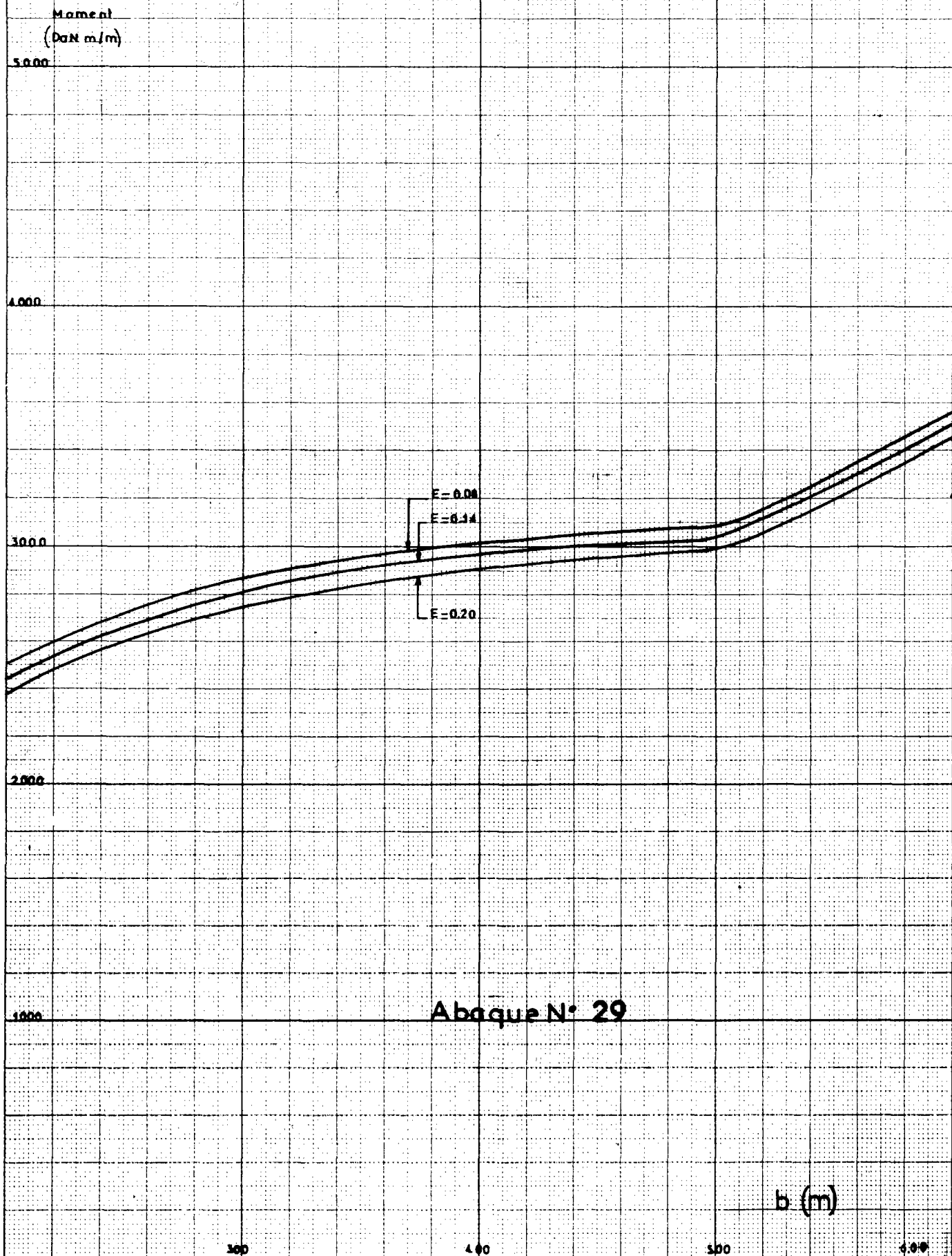


A=0.10

a=6 m

Système Bc

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse

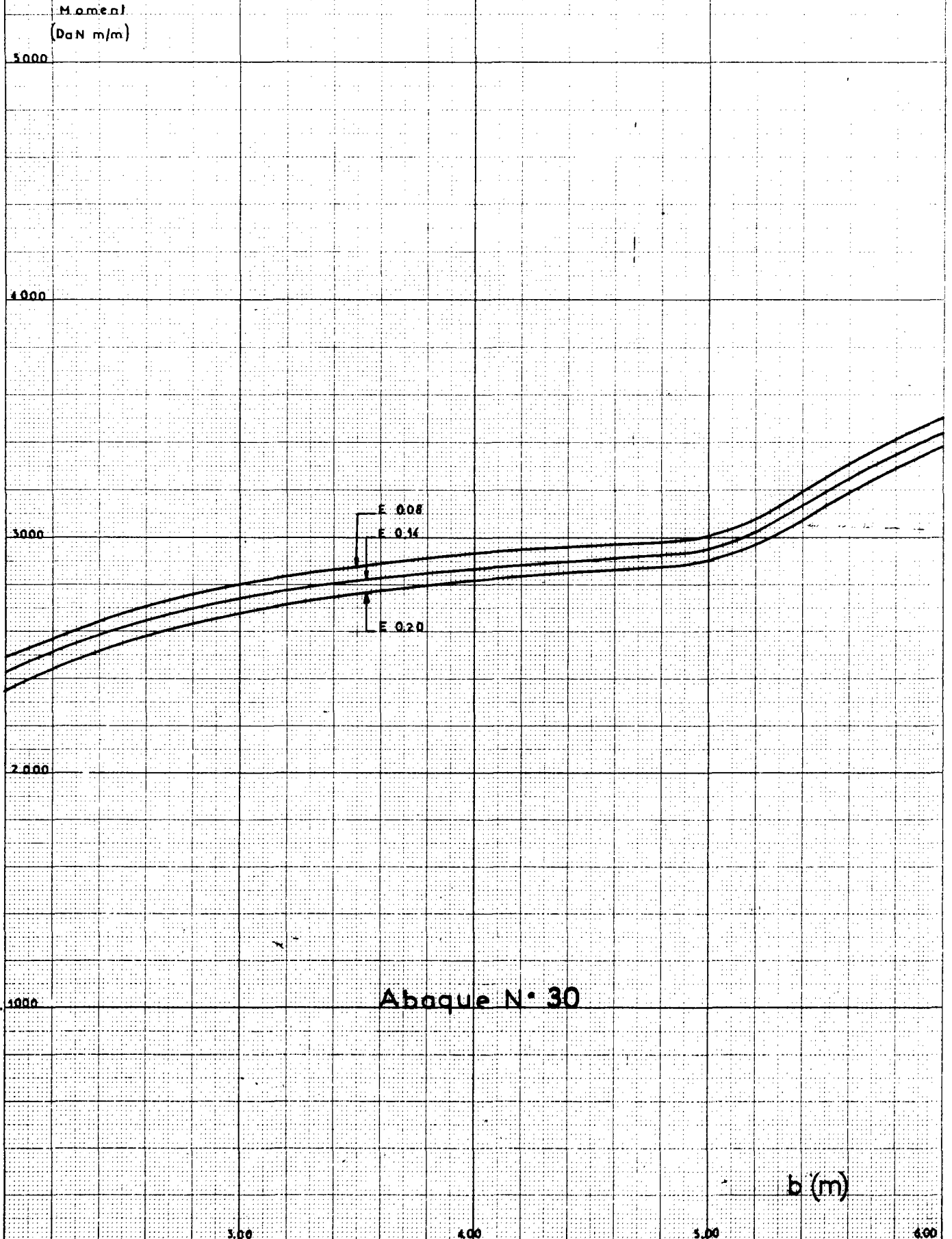


A=0.15

a=6 m

Système Bc

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse

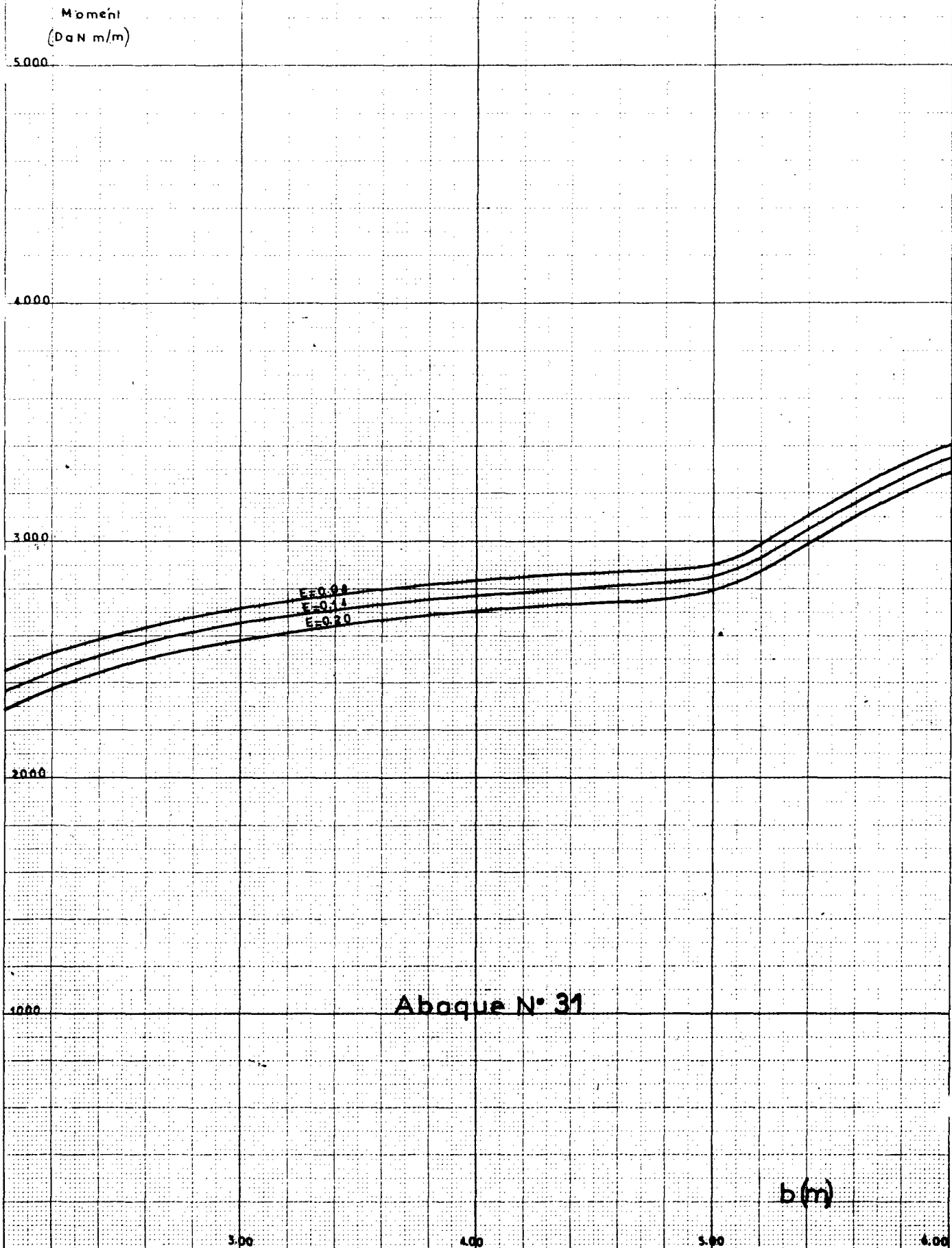


A=0.2

a=6 m

Systeme Bc

Moment de continuité sur piece de pont
ou sur entretoise de culée creuse

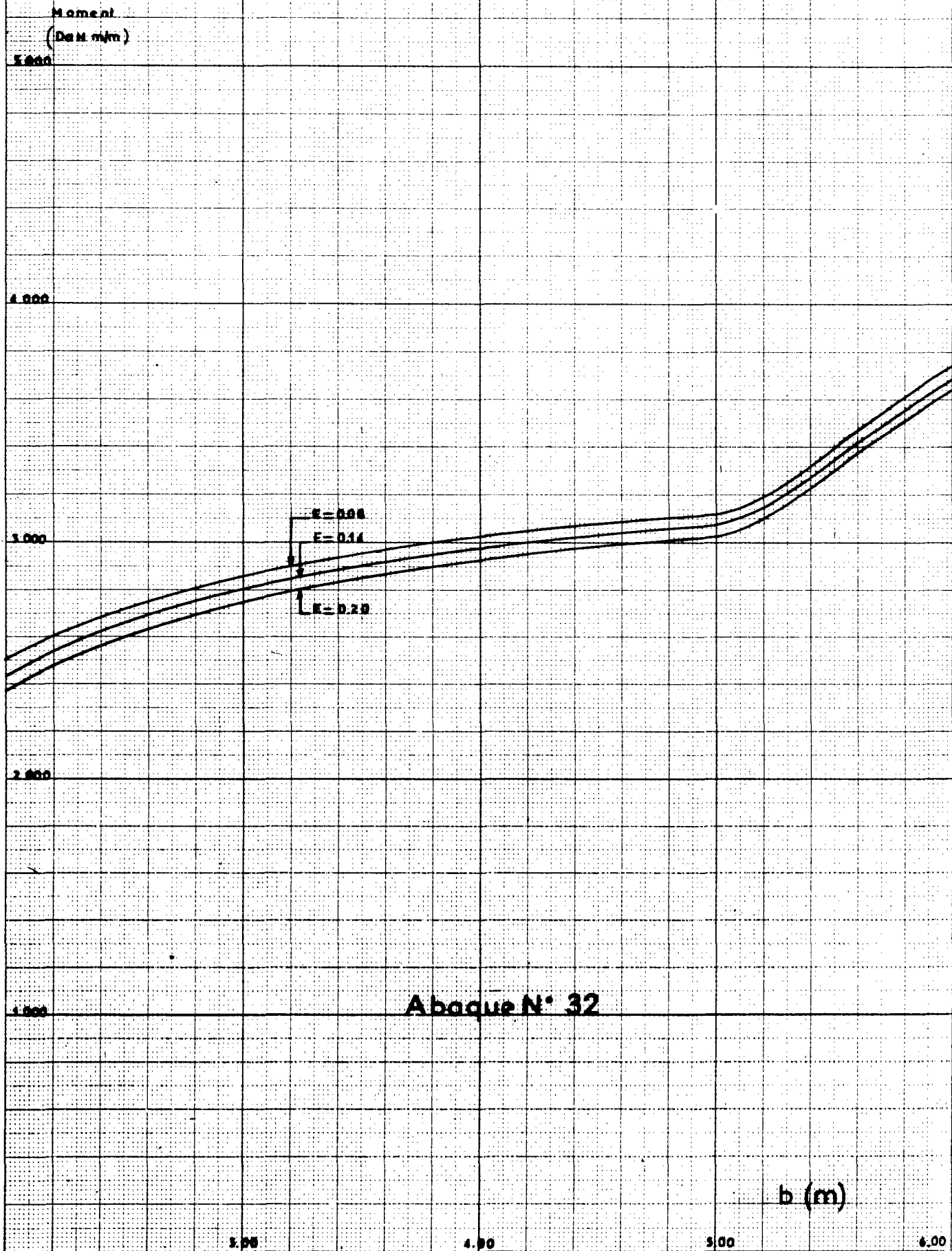


A=01

a=8 m

Système Bc

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse

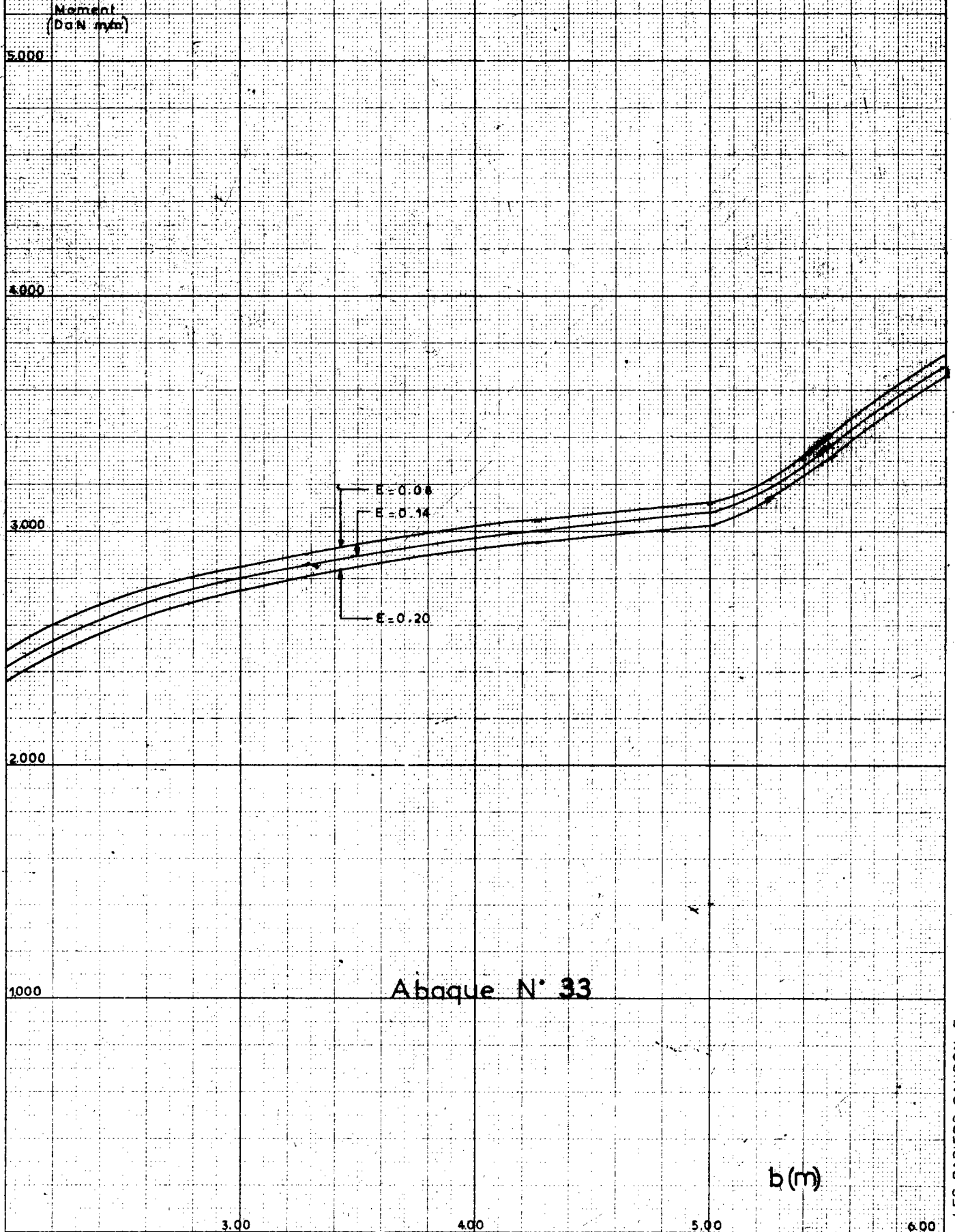


$A = 0.1$

$a = 8 \text{ m}$

Système Bc

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse



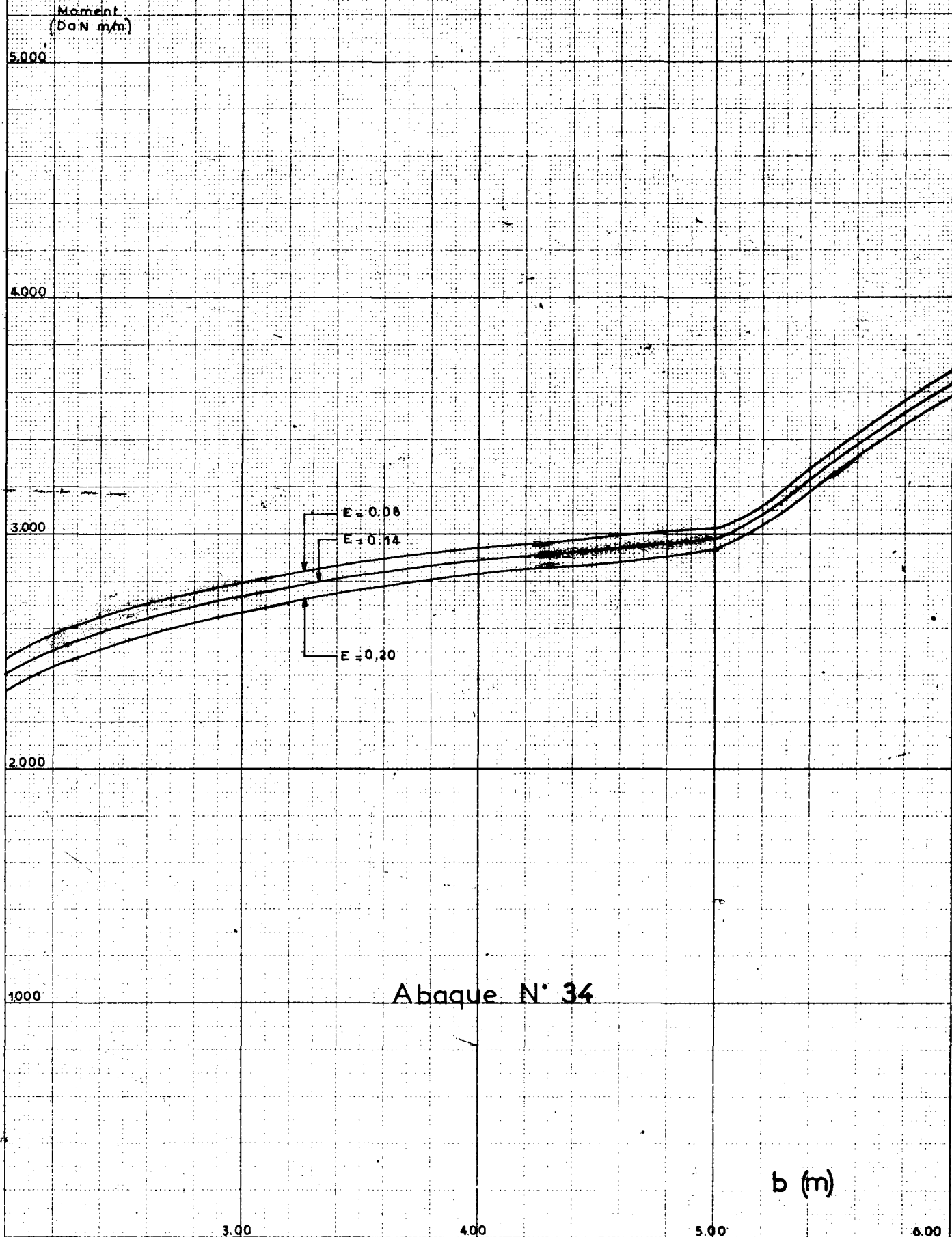
Abaque N° 33

$A = 0.15$

$a = 8\text{ m}$

Système Bc

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse

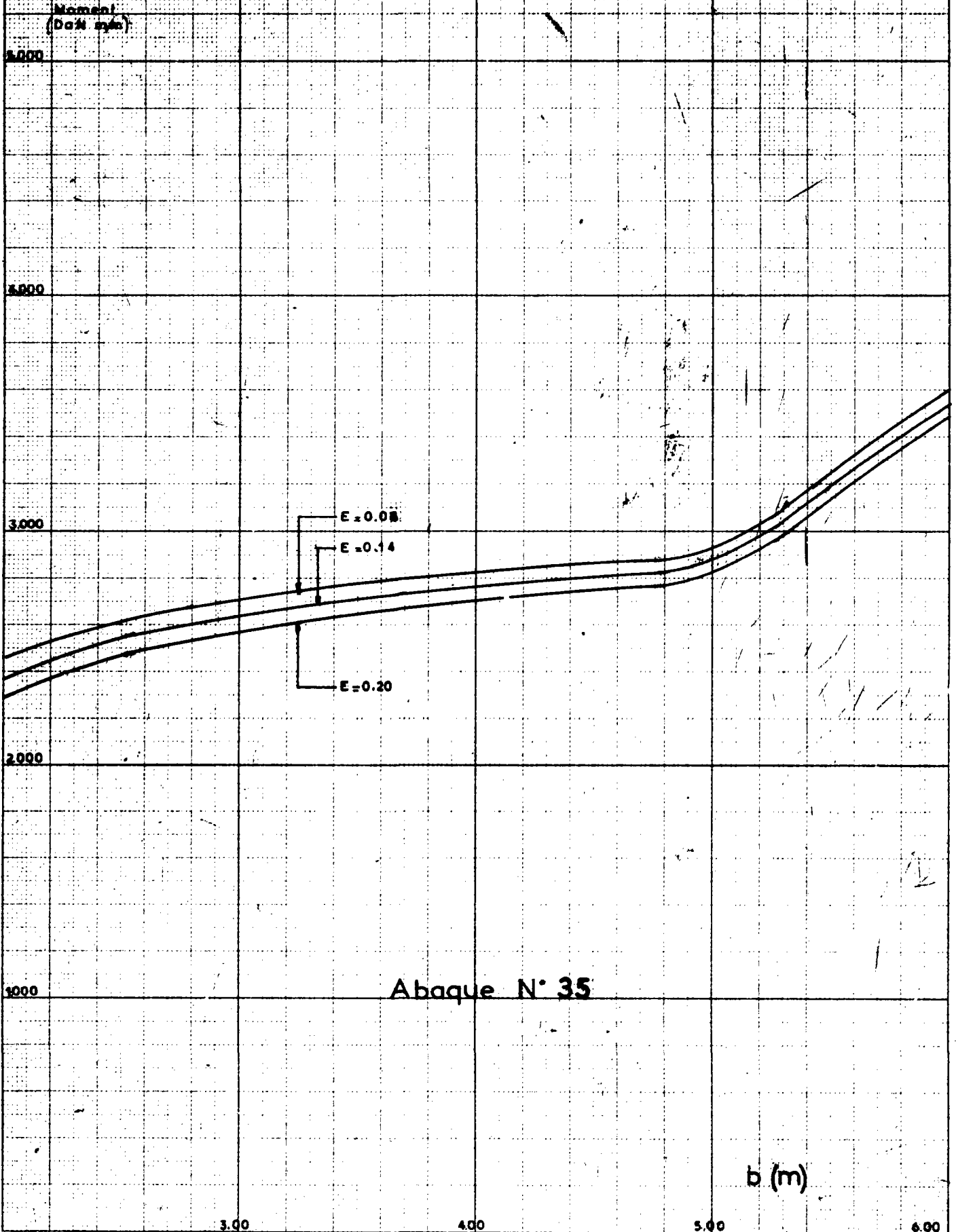


$A = 0.2$

$a = 8 \text{ m}$

Système Bc

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse

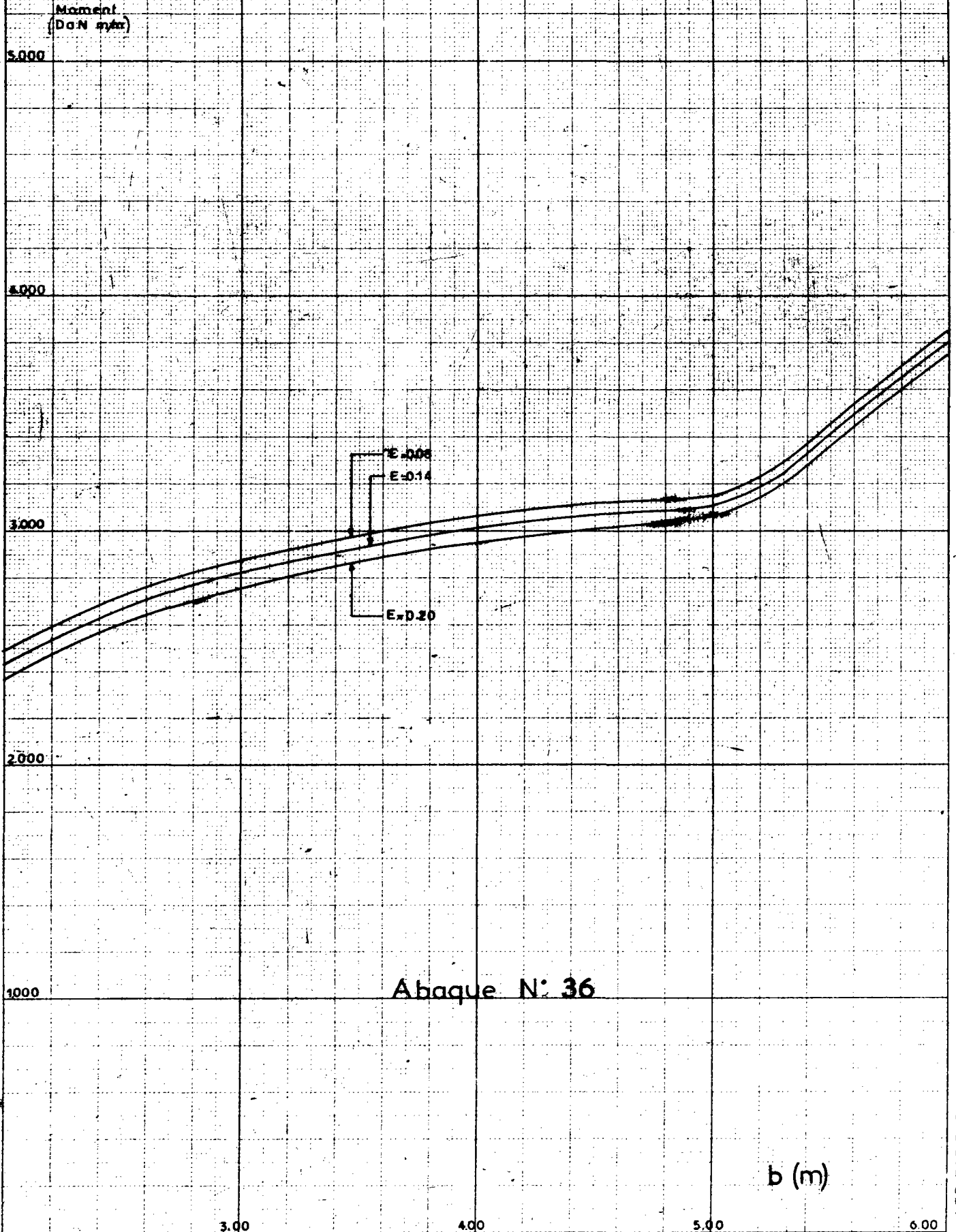


$A = 0.1$

$a = 10 \text{ m}$

Système Bc

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse

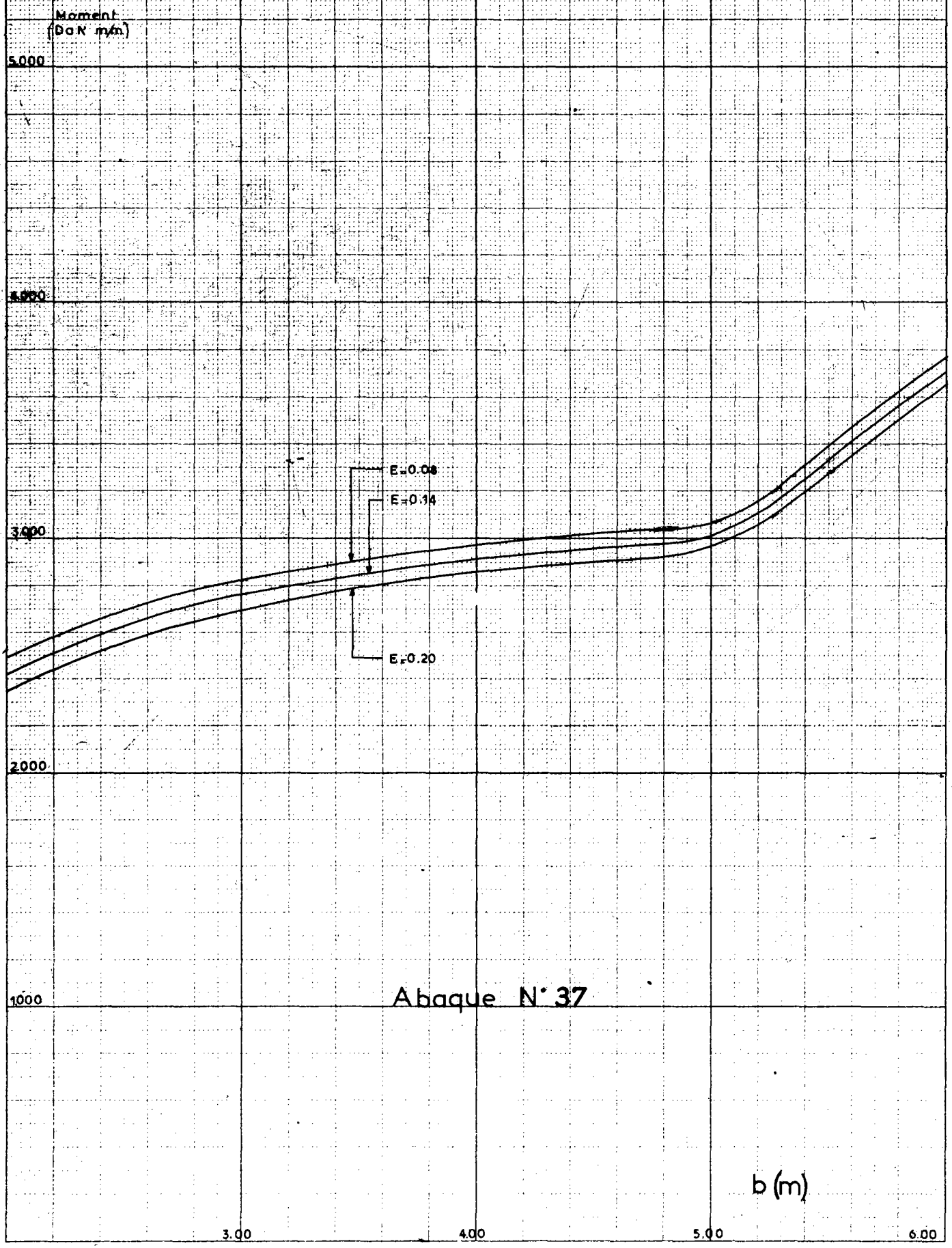


$A = 0.15$

$a = 10 \text{ m}$

Système Bc

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse



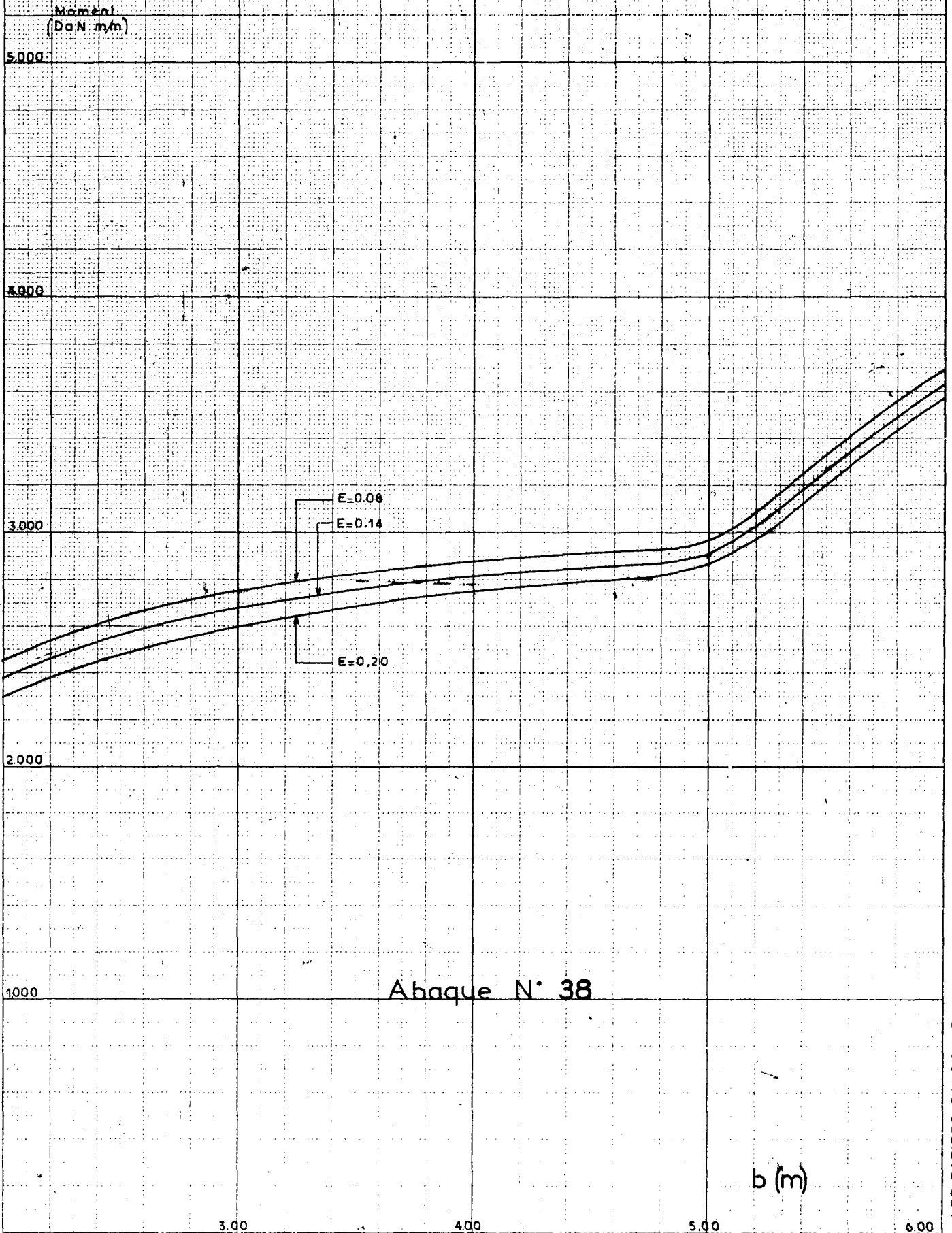
Abaque N° 37

$A = 0.2$

$a = 10 \text{ m}$

Système Bc

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse

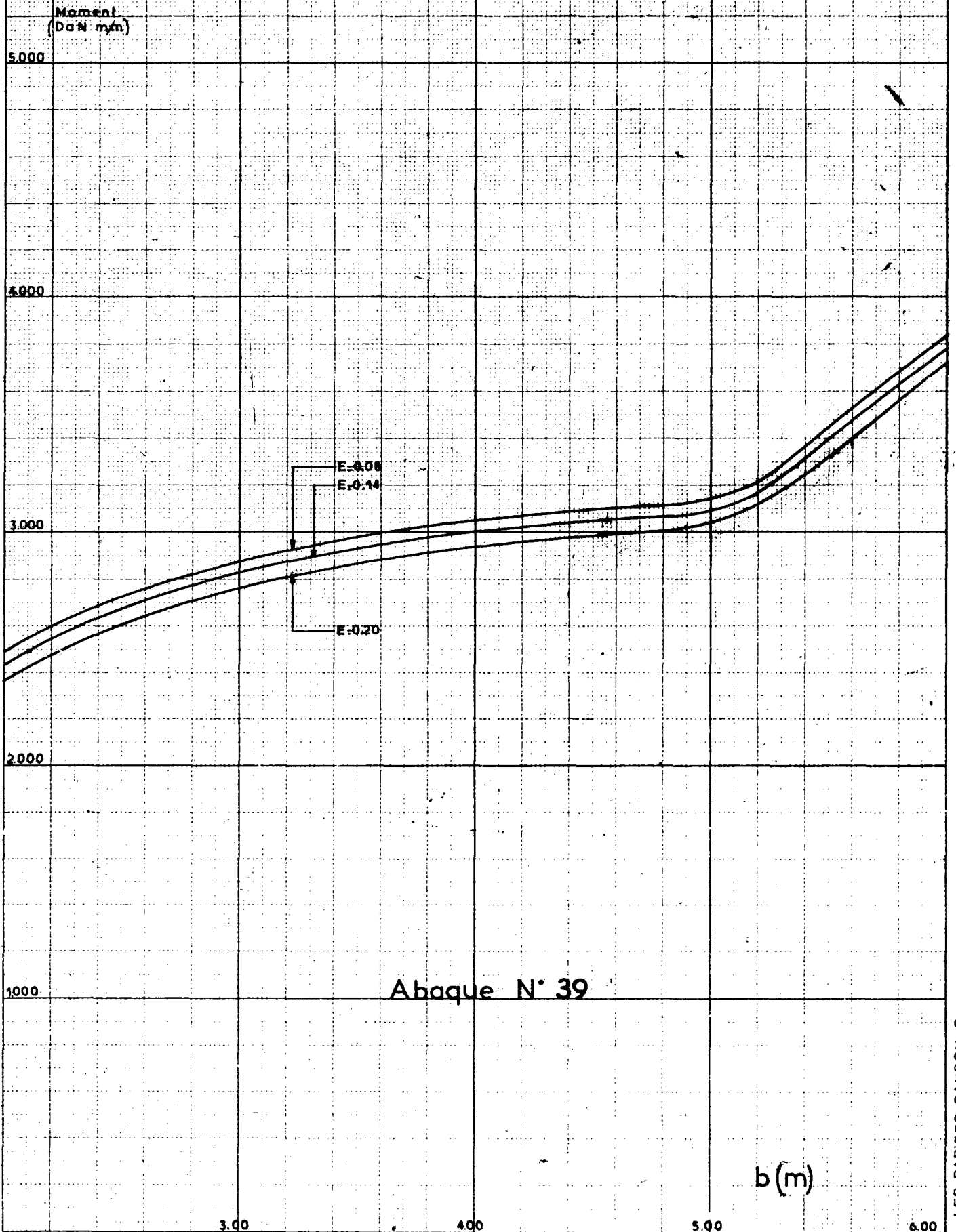


$A = 0.1$

$a = 12 \text{ m}$

Système Bc

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse

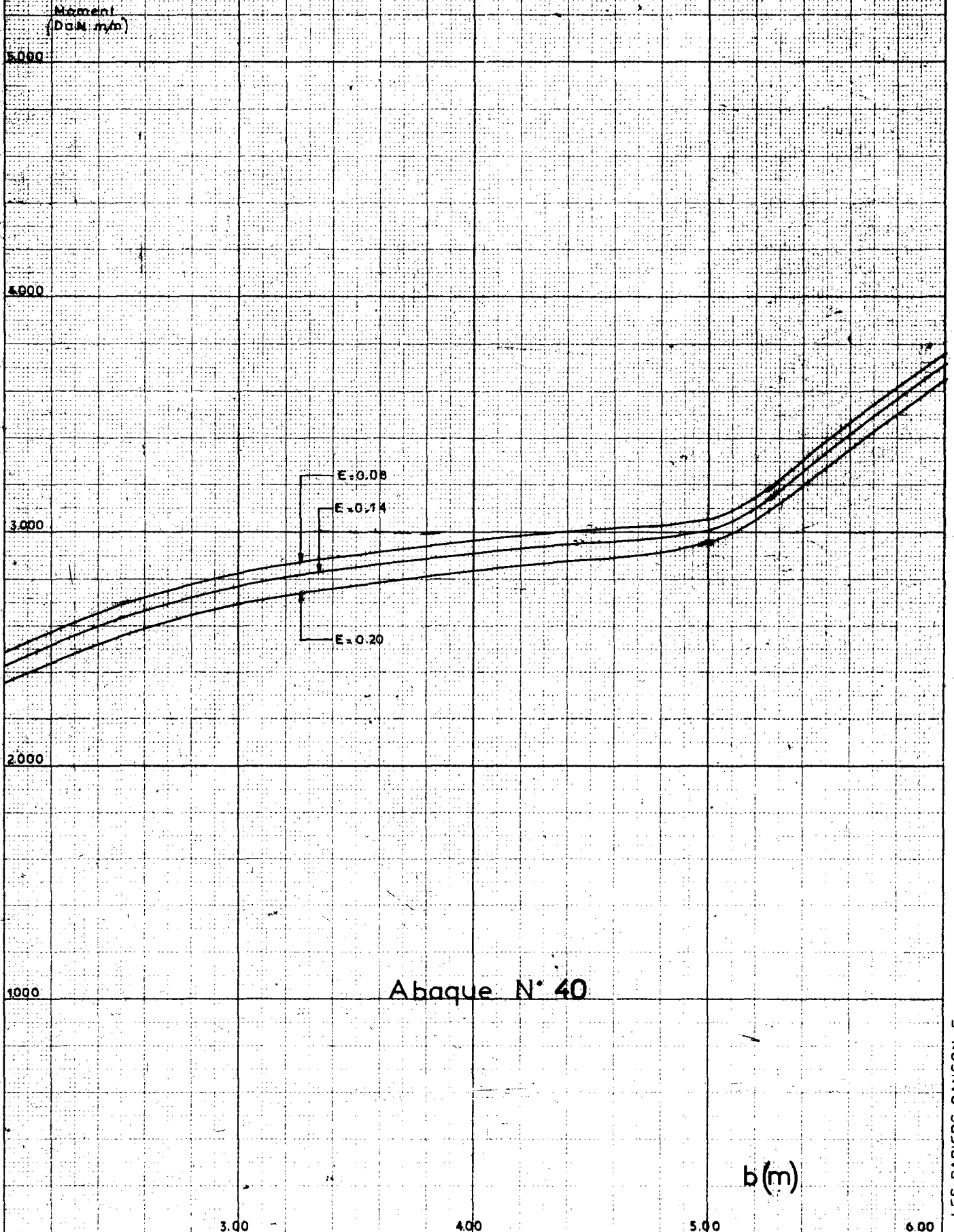


$A = 0.15$

$a = 12 \text{ m}$

Système Bc

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse

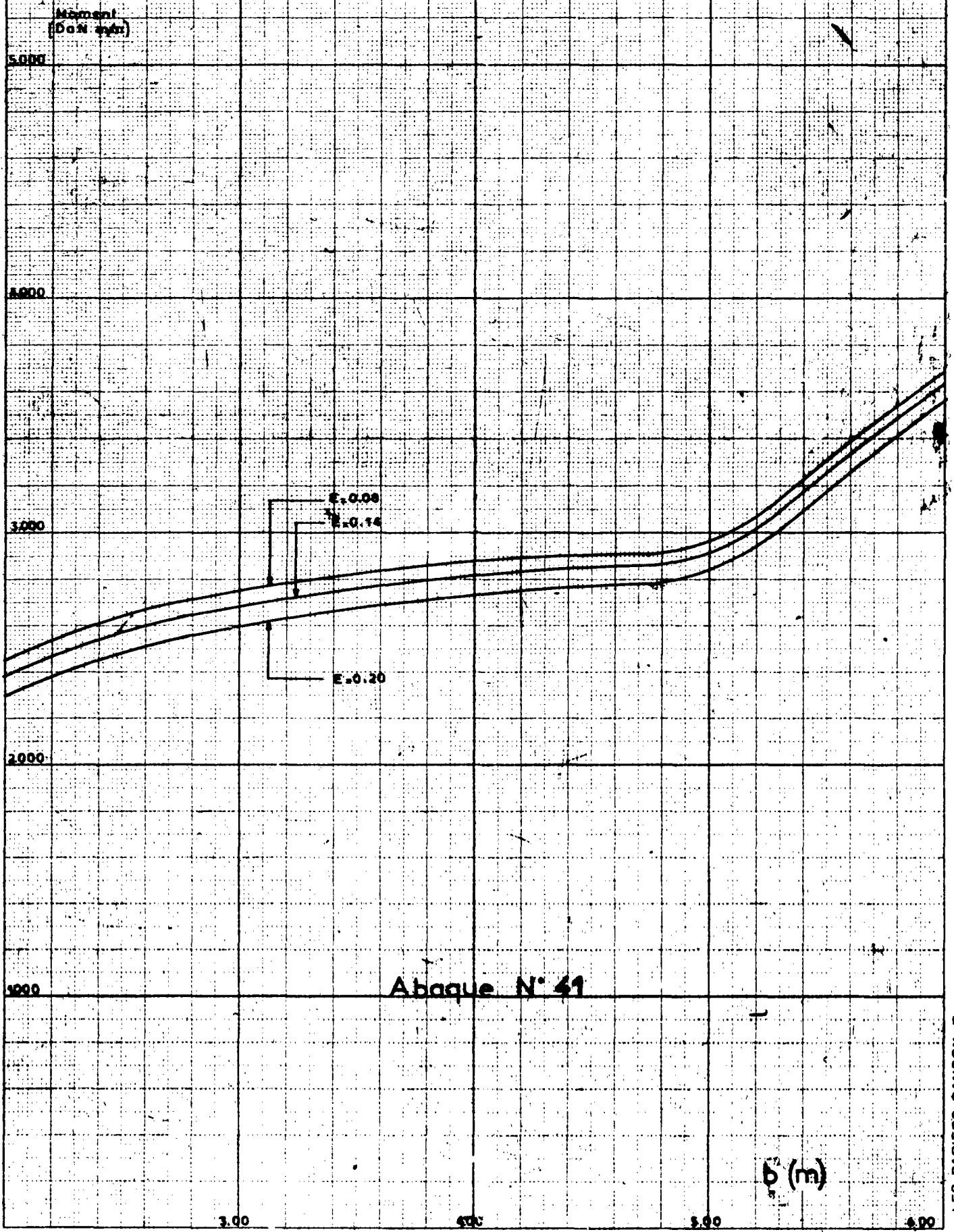


$A = 0.2$

$a = 12 \text{ m}$

Système Bc

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse



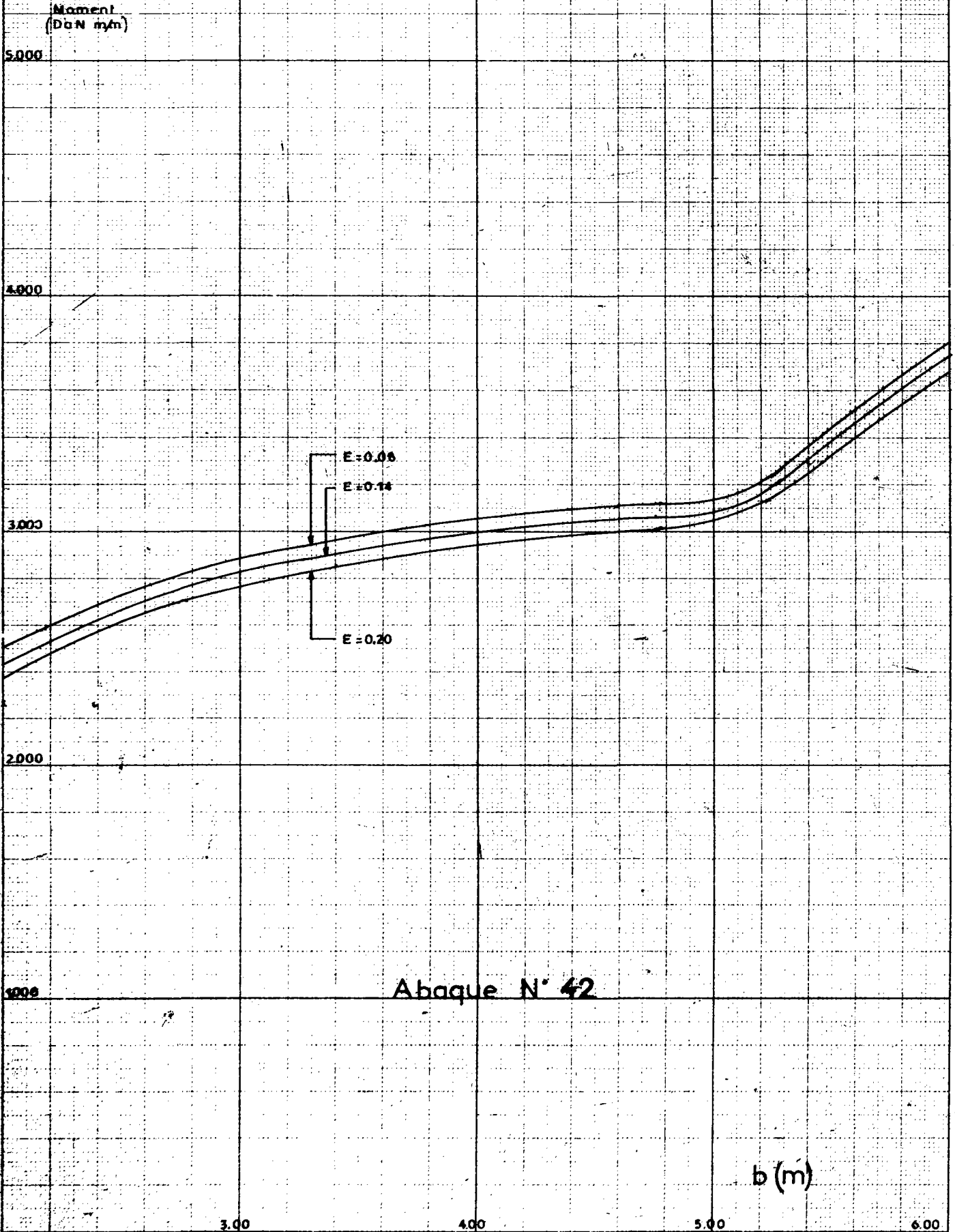
Abaque N° 41

$A = 0.1$

$a = \infty$

Système Bc

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse

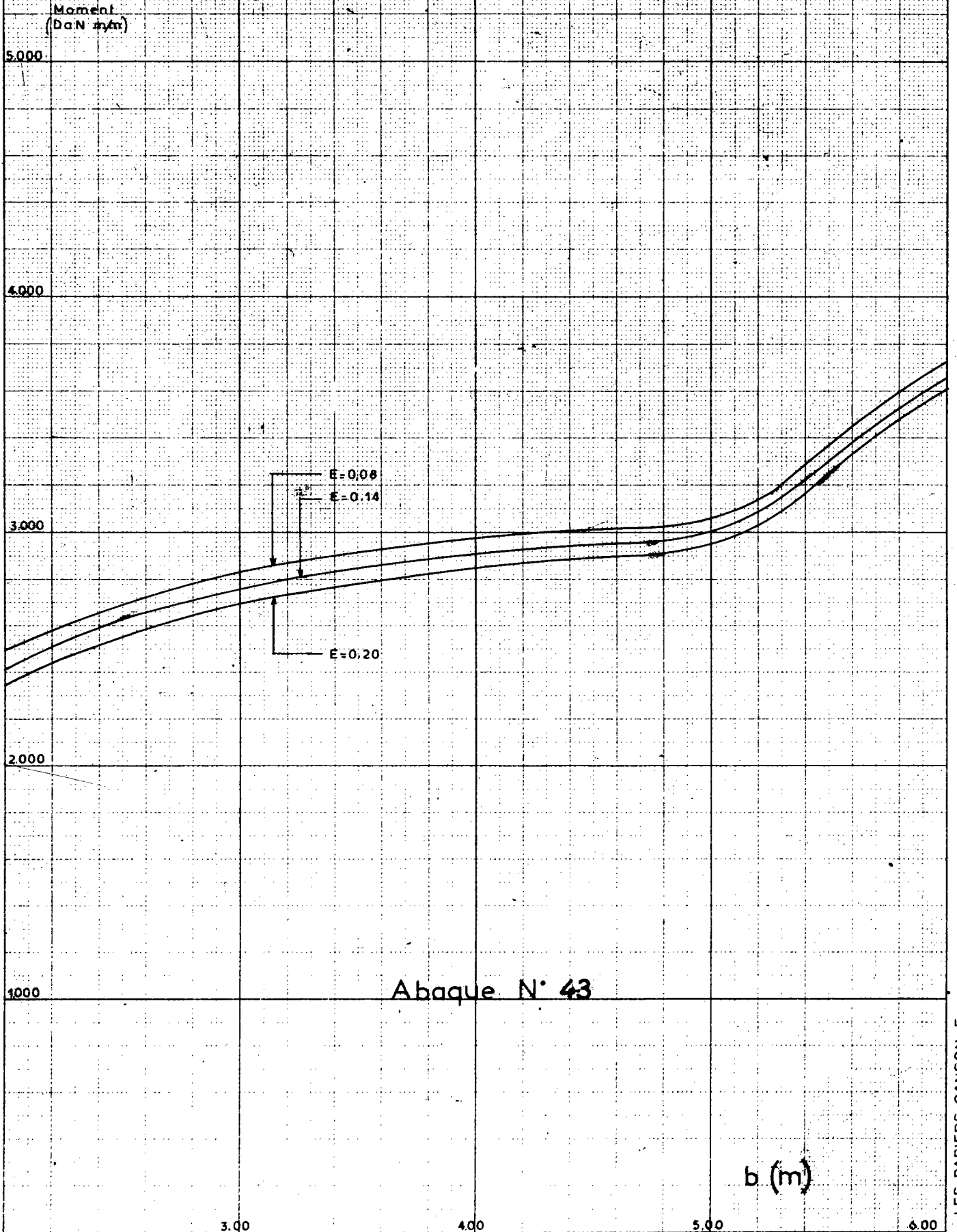


$A = 0.15$

$a = \text{infinie}$

Système Bc

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse

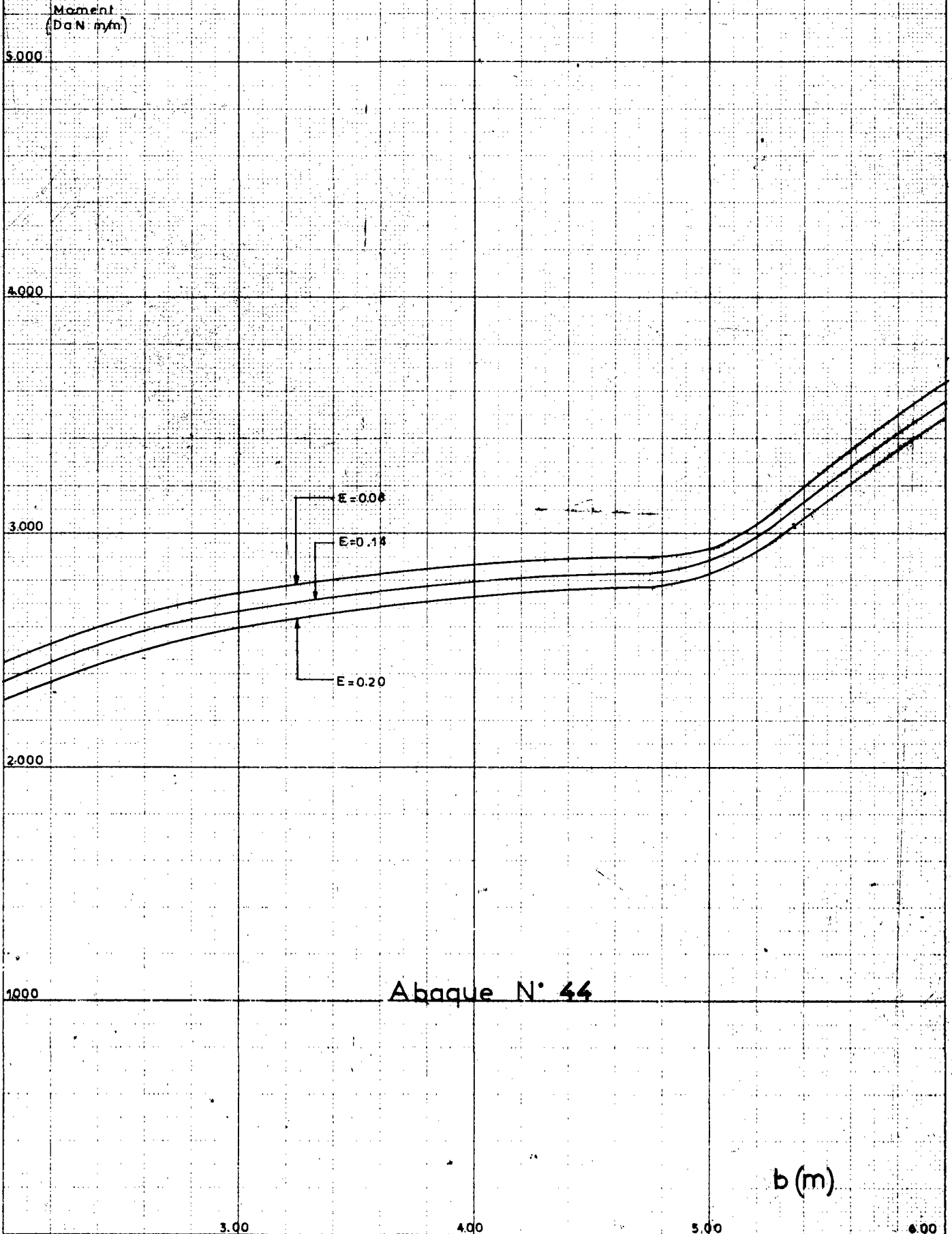


$A = 0.2$

$a = \text{infinie}$

Système Bc

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse



$A=0,1$ $a=6\text{ m}$

Système Mc 120 (char de 110 t)

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse

Moment
(D a N m/m)

2.000

6.000

5.000

4.000

3.000

2.000

$E=0,00$

$E=0,14$

$E=0,20$

Abaque N° 45

b (m)

3,0

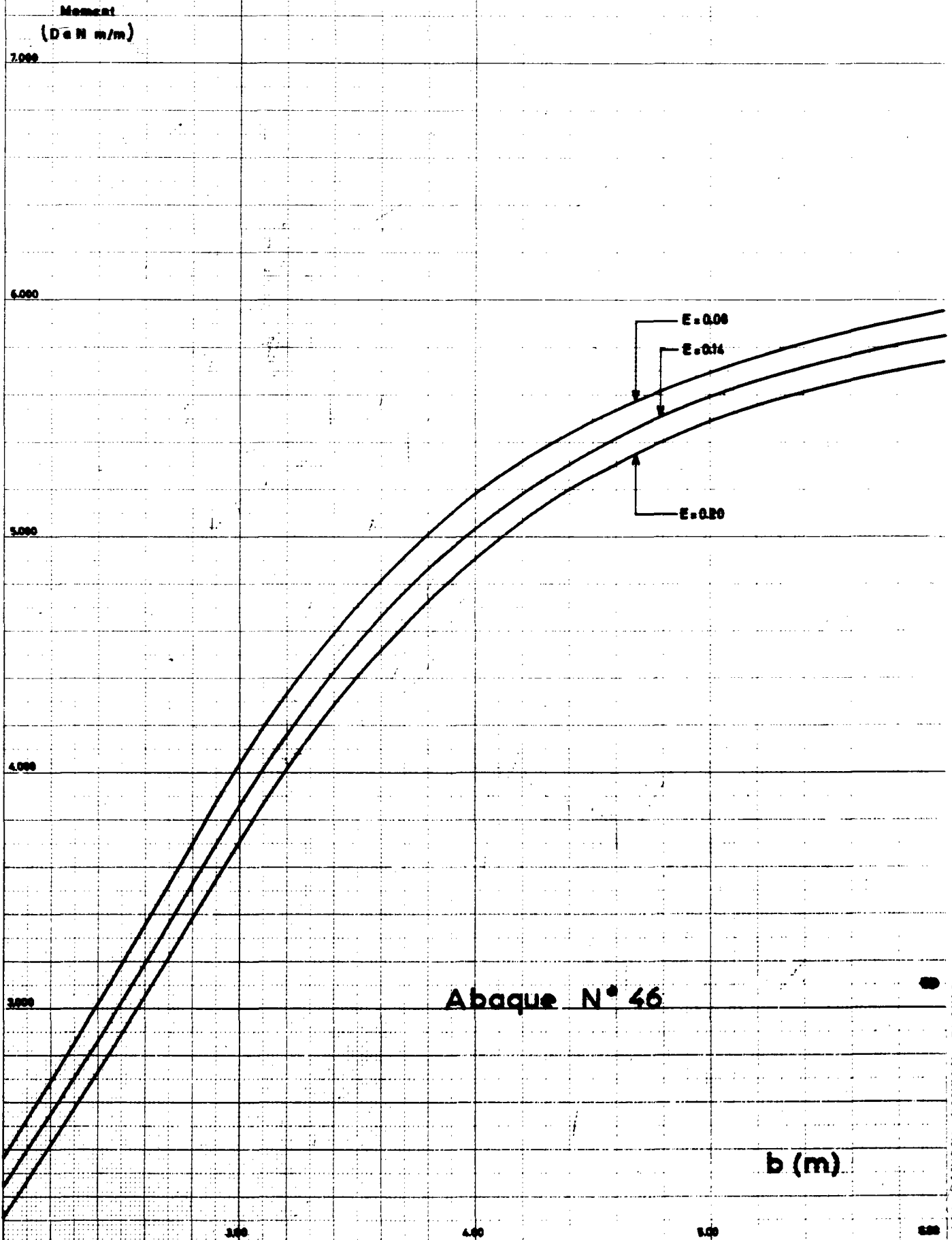
4,0

5,0

6,0

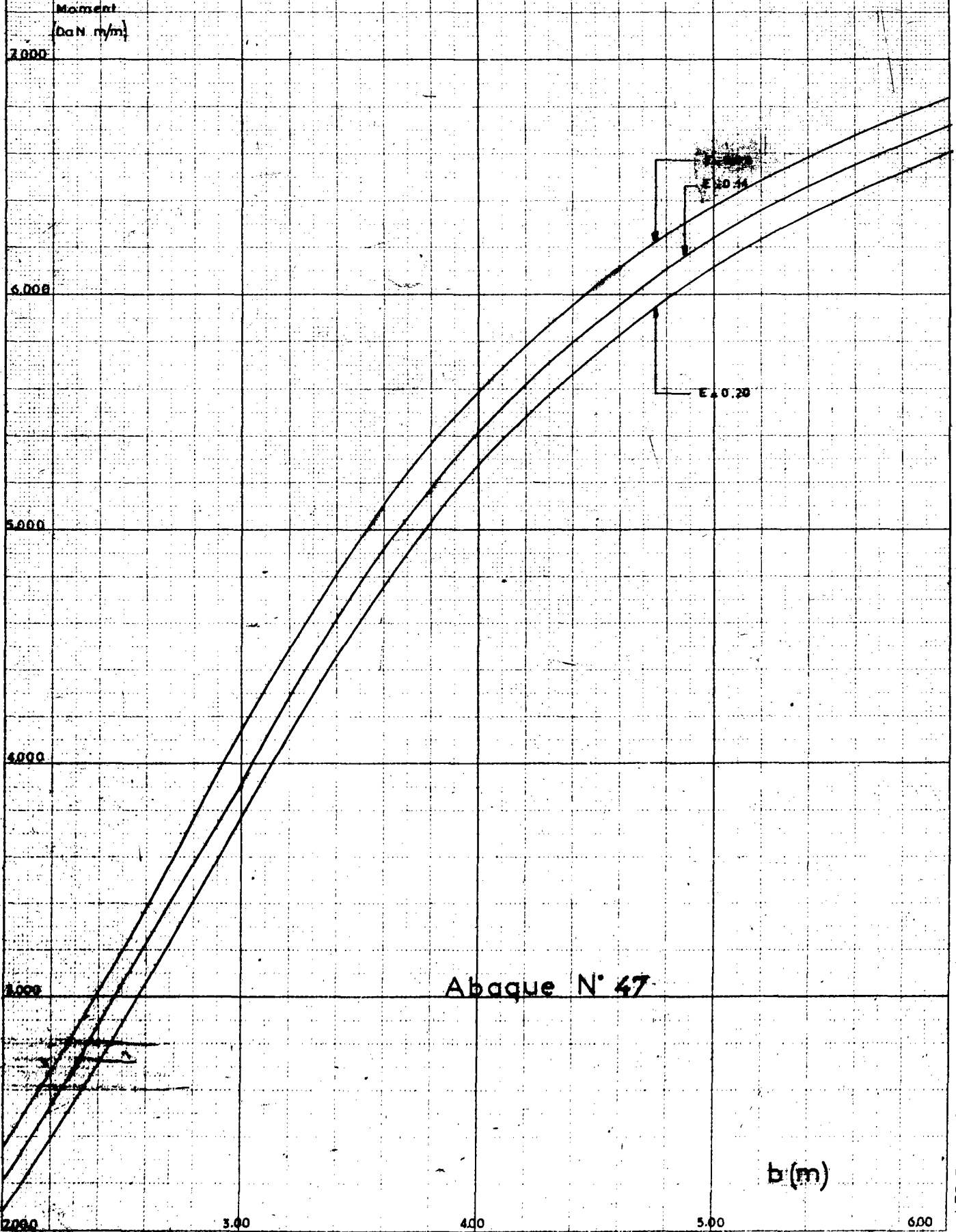
$A=0,2$ $a=6\text{ m}$ Système Mc 120 (char de 110t)

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse



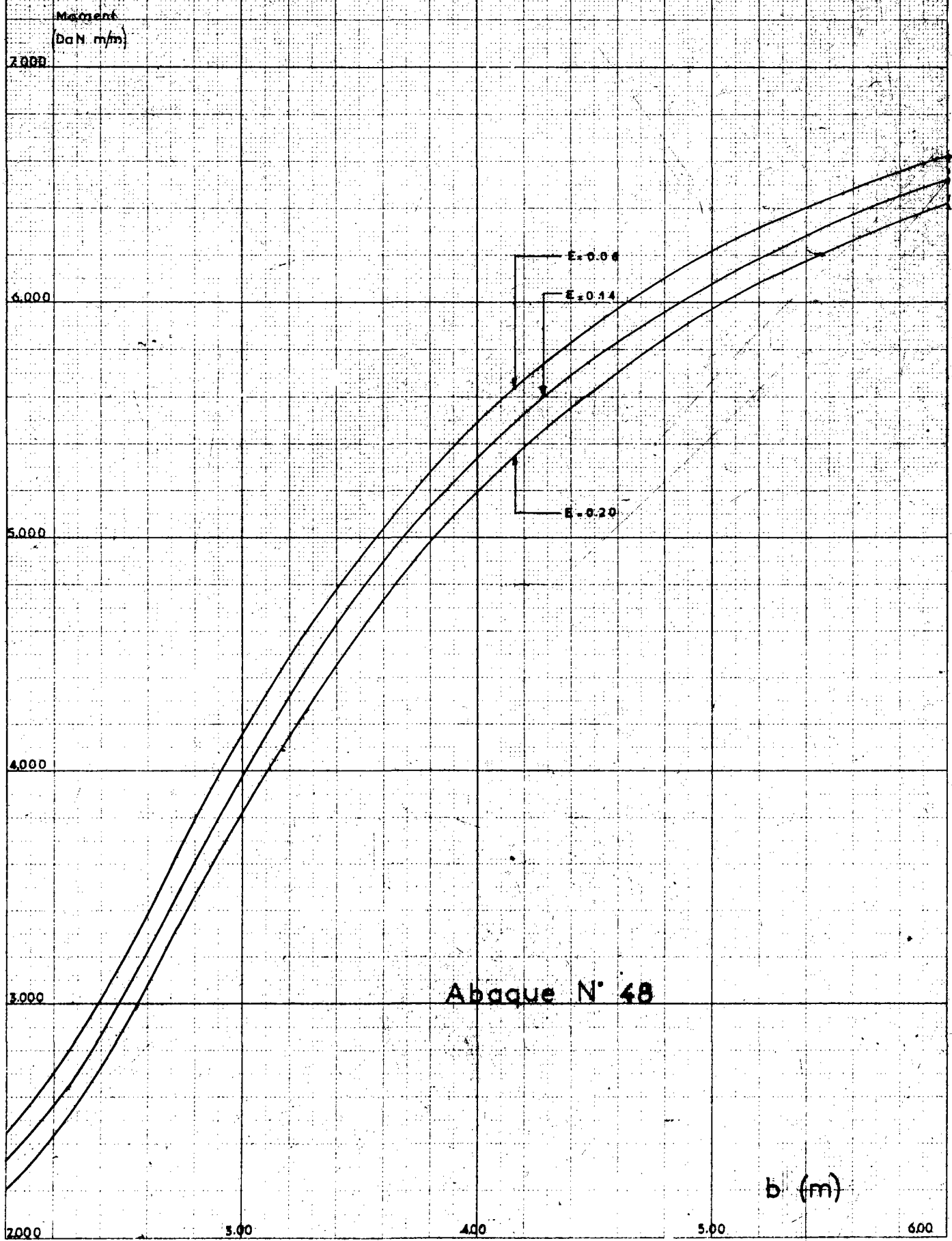
A=0.1 a=8m Système Mc 120 (char de 110t)

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse



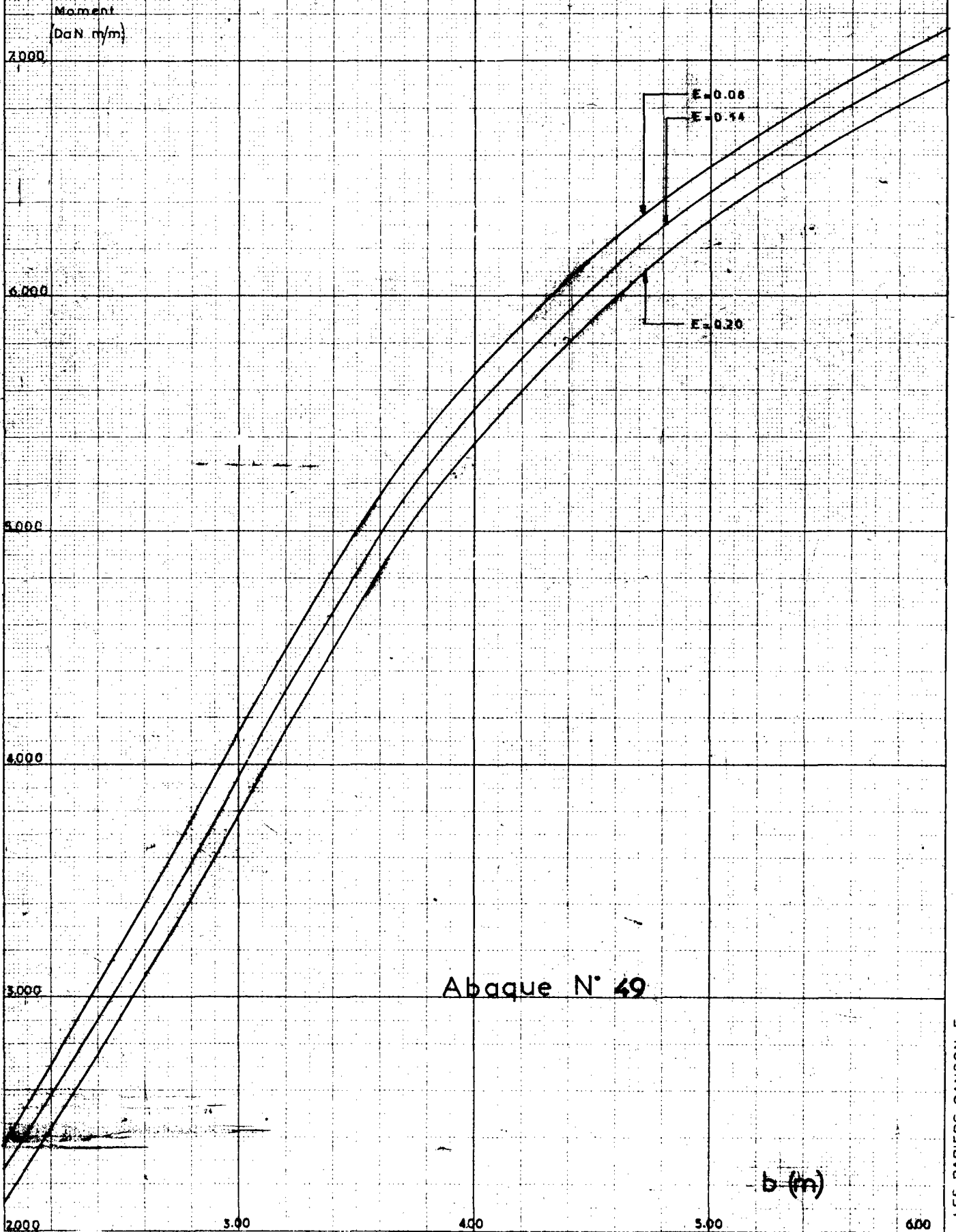
$A=0,2$ $a=8m$ Système Mc 120 (char de 110t)

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse



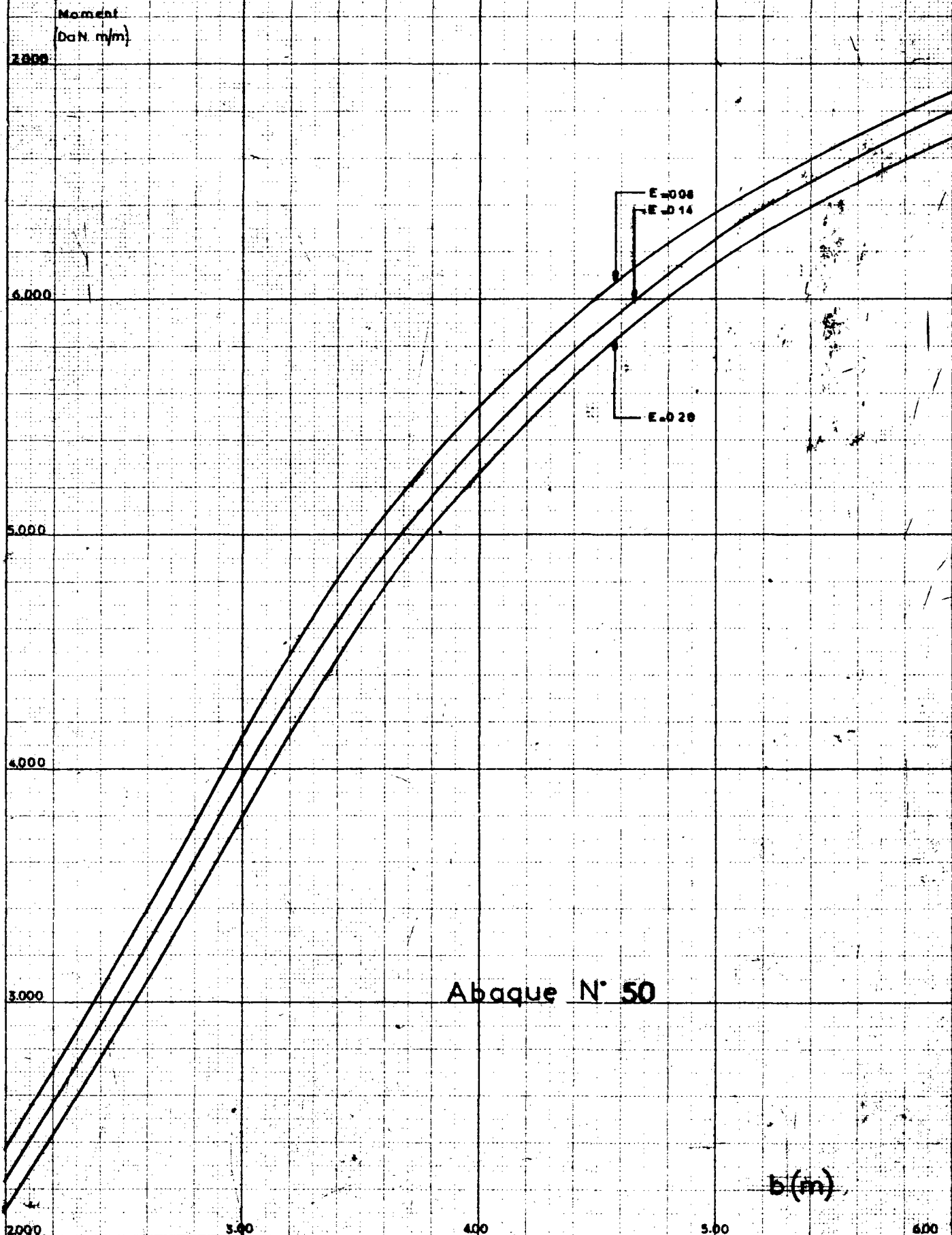
$A = 0.1$ $a = 10\text{ m}$ Système Mc 120 (char de 110t)

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse



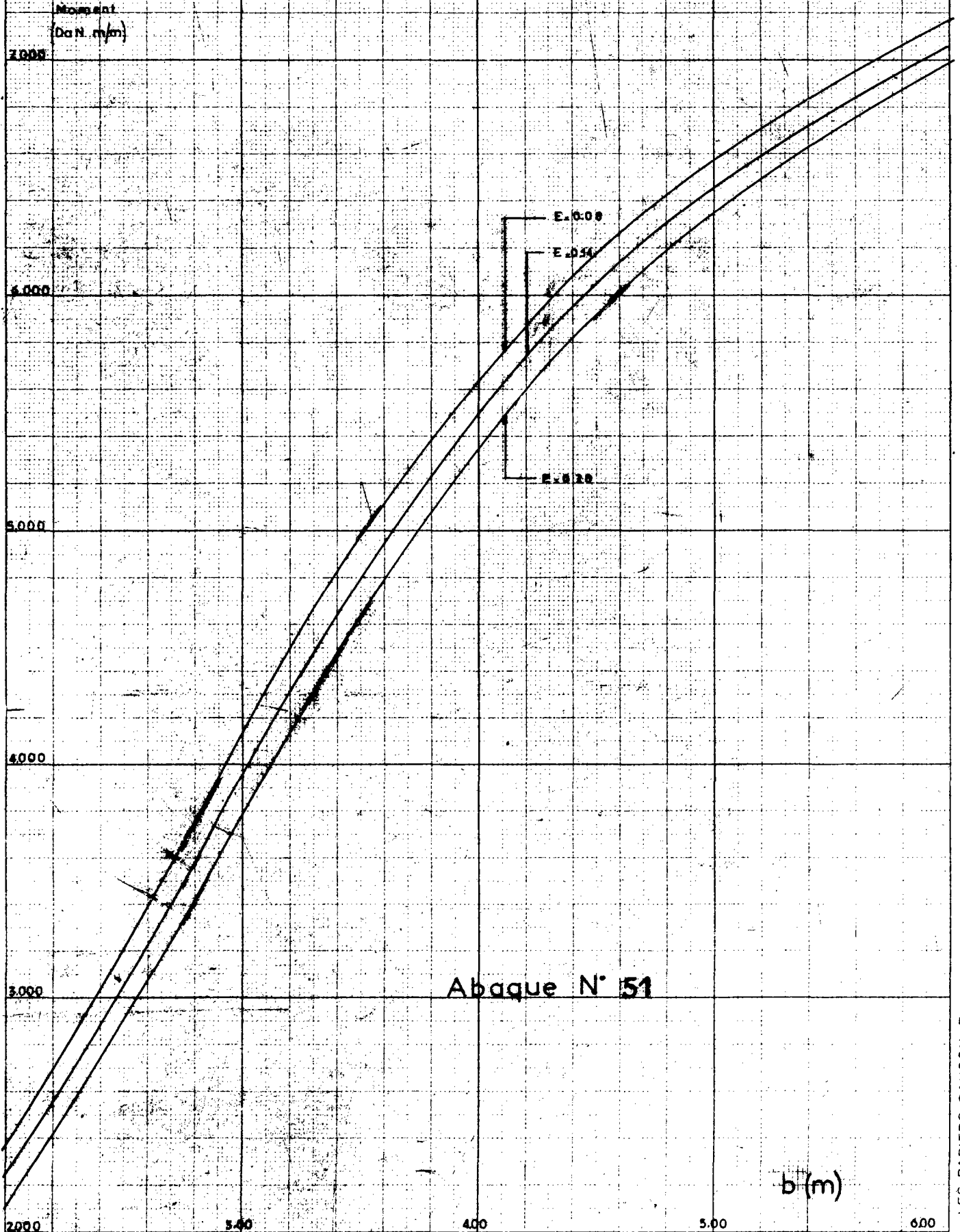
$A=0,2$ $a=10m$ Système Mc 120 (char de 110t)

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse



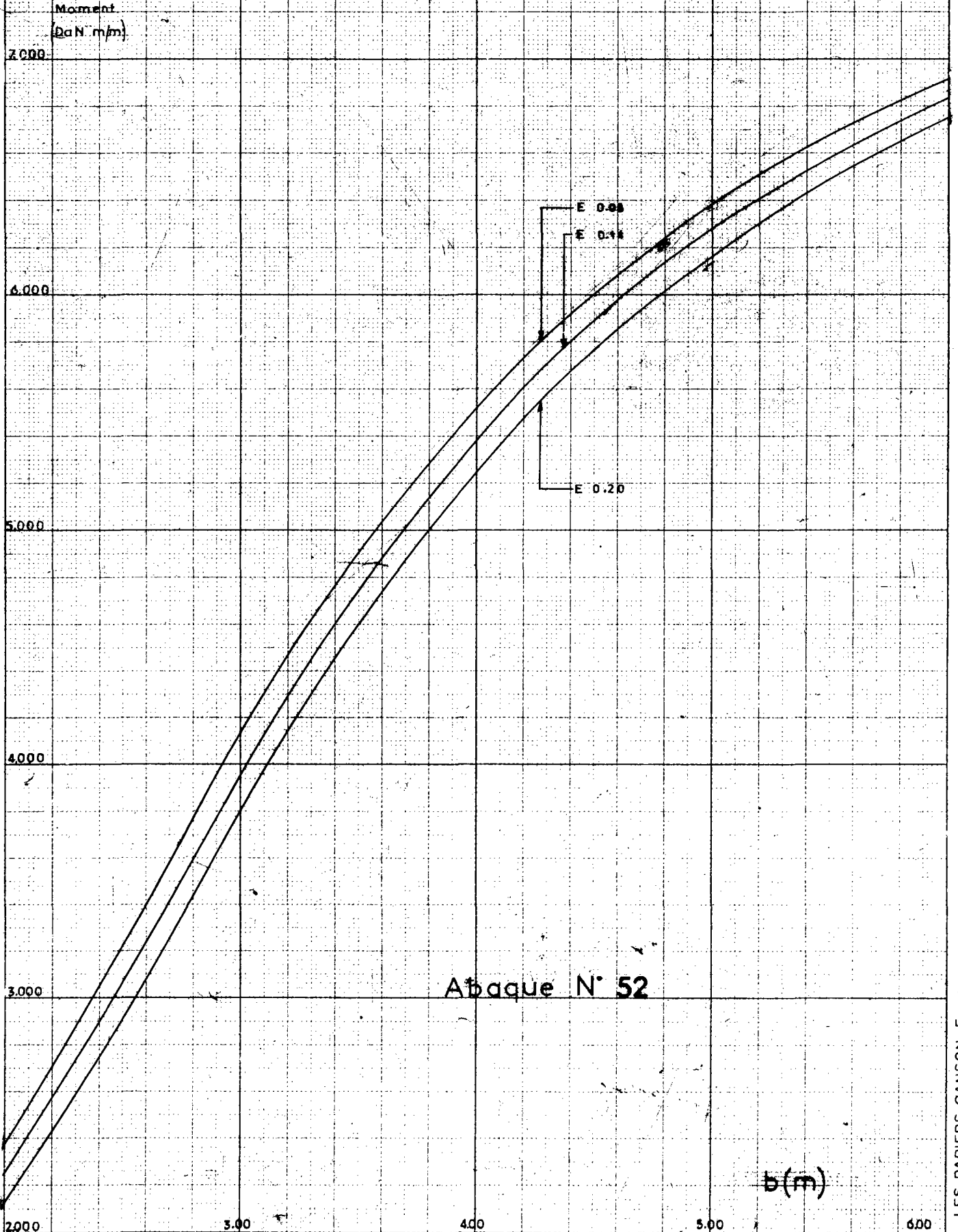
A=01 a=12 m Système Mc 120 (char de 110t)

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse



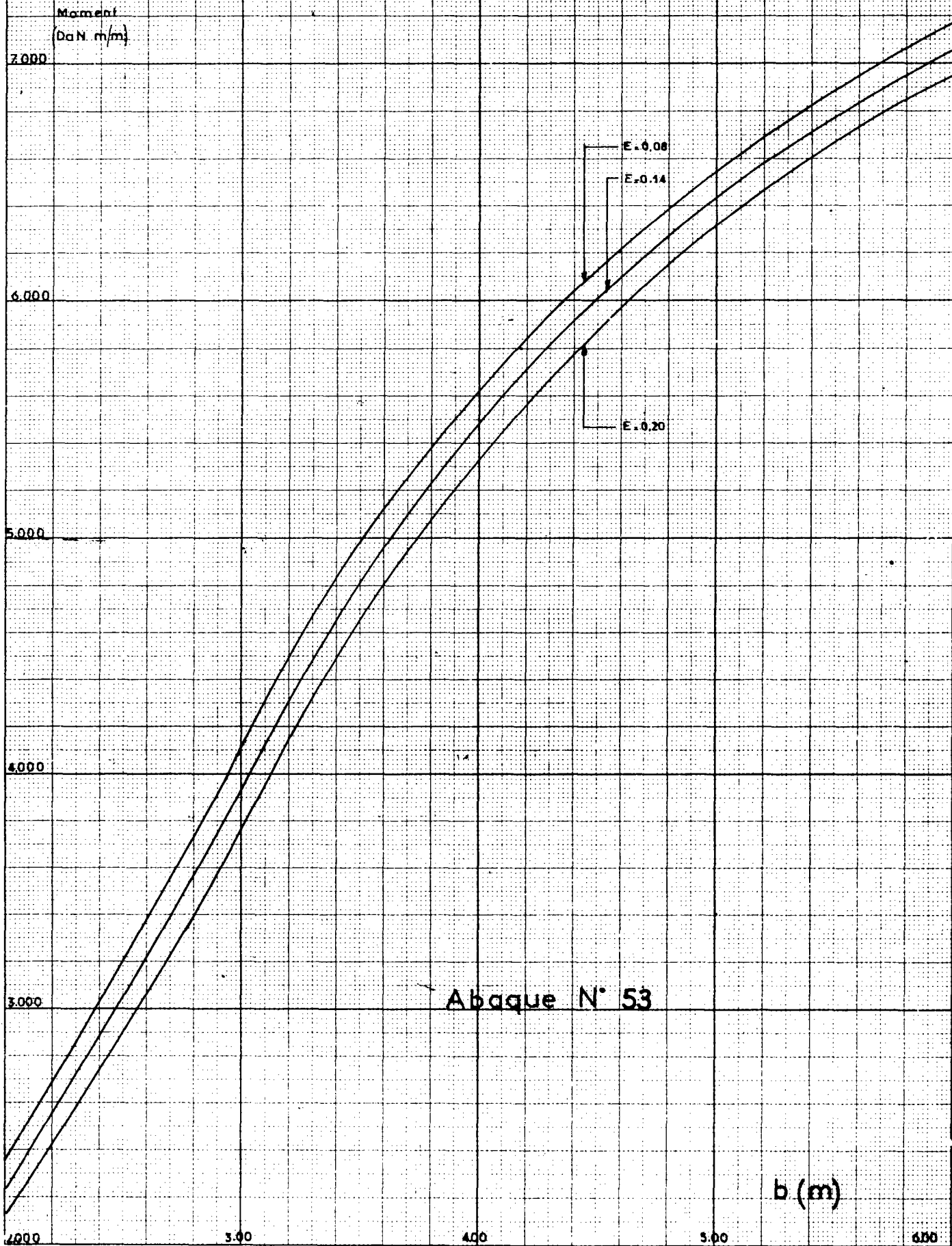
$A = 0,2$ $a = 12$ m Système Mc 120 (char de 110t)

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse



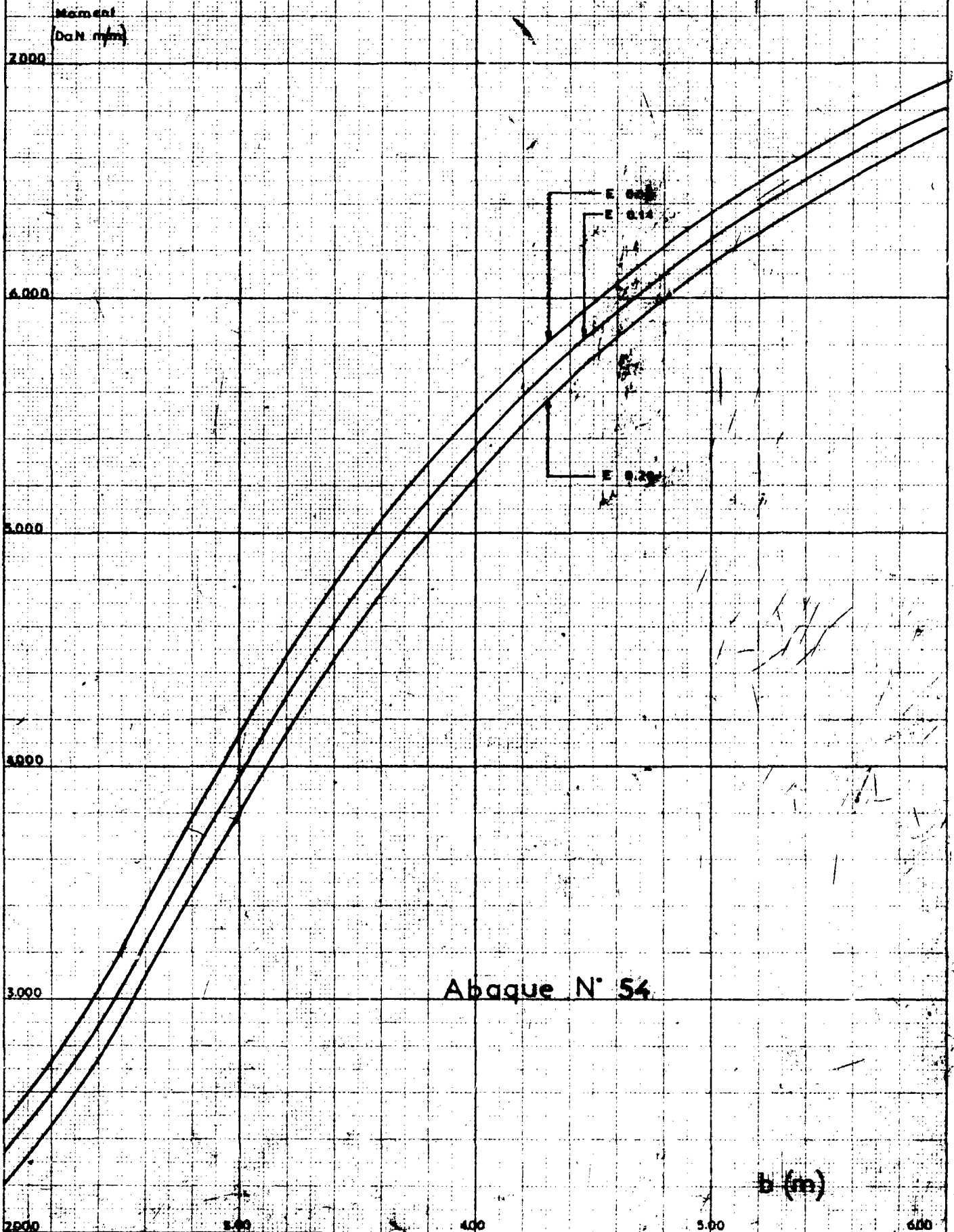
A=0,1 a=infini Système Mc 120 (char de 110t)

Moment de continuité sur pièce de pont ou sur entretoise de culée creuse



A=0,2 a=infini Système Mc 120 (char de 110t)

Moment de continuité sur pièce de pont
ou sur entretoise de culée creuse



**DÉTERMINATION DES MOMENTS FLÉCHISSANTS
AU CENTRE D'UNE DALLE RECTANGULAIRE INFINIE
ENCASTRÉE TOTALEMENT OU PARTIELLEMENT SUR SES CÔTÉS.**

I – INTRODUCTION

Pour l'étude des dalles de tabliers de ponts en béton comprenant soit des caissons, soit des poutres en simple Té reliées seulement par le hourdis (et non par des entretoises) il est utile de connaître les moments au centre d'une dalle parfaitement encastree et les moments d'encastrement parfaits correspondants. En effet, pour tenir compte de ce que les appuis ne constituent pas des encastrements parfaits ni des appuis simples une méthode consiste à étudier d'abord la dalle parfaitement encastree puis à appliquer sur l'ensemble du tablier les moments d'encastrement parfait. Cette méthode est facilement applicable aux poutres - caissons. En effet, dans ce cas, il est possible de considérer que les moments d'encastrement parfait s'appliquent uniquement à une tranche du caisson de longueur unité. Ceci revient à négliger l'influence des efforts exercés aux extrémités de cette tranche, ce qui paraît acceptable car le moment transversal au centre de la dalle calculé par cette méthode est assez voisin du moment dans une dalle parfaitement encastree. Cette méthode est appliquée en annexe. Par contre dans le cas de hourdis reliant 2 poutres en simple Té le calcul exact est assez compliqué et il paraît préférable de faire appel aux programmes N2BC et N2CH disponibles à la D. O. A. – A. du S. E. T. R. A.

Les moments au centre et sur appuis d'une dalle parfaitement encastree, peuvent être déterminés au moyen des abaques PUCHER. Cependant cette opération nécessite le calcul d'une intégrale de surface et prend donc un certain temps. Les abaques ci-joints visent à déterminer directement les moments d'encastrement et les moments maximaux produits au centre de la dalle supposée parfaitement encastree sur ses 2 côtés par les surcharges réglementaires, c'est-à-dire définies par le titre II du fascicule 61 du C. P. C. , en fonction

- de l'épaisseur E ($3/4$ épaisseur de la chaussée + $1/2$ épaisseur de plaque ; article 39.5.1 du titre VI du fascicule 61 du C. P. C.).
- de la largeur a

Il a été supposé que la longueur de la dalle pouvait être considérée comme infinie ; en effet, les moments dans une dalle parfaitement encastree sont pris en considération dans le cas où le tablier du pont ne comporte pas d'entretoise et alors le rapport de la longueur d'une dalle à sa largeur est très grand (en particulier supérieur à 2,5 valeur à partir de laquelle on peut considérer la dalle comme infinie).

Les abaques ci-après, qui résultent de calculs effectués au moyen d'un ordinateur électronique donnent les moments en fonction d'une largeur a variant de 2 mètres à 4 mètres pour une épaisseur E variant de 8 à 20 centimètres.

II – NOTATIONS

Largeur de la plaque a

Les convois sont supposés se déplacer parallèlement à Oy, ce qui correspond aux cas courants.

Moments M_a , M_b (au centre de la dalle) et M_e (à l'encastrement)

. . . / . . .

M_a : moment fléchissant unitaire s'exerçant au centre de la dalle dans une bande découpée dans celle-ci parallèlement à la petite portée (bande parallèle à Ox et de largeur 1) sur une section perpendiculaire à Ox. Le moment dit « transversal » a son axe parallèle à Oy.

M_b : moment fléchissant unitaire s'exerçant au centre de la dalle dans une bande découpée dans celle-ci parallèlement aux appuis (poutre parallèle à Oy et de largeur 1) le moment dit « longitudinal » a son axe parallèle à Ox.

Les deux moments M_a et M_b tiennent compte d'un coefficient de POISSON de 0,15 ; cette valeur convient parfaitement pour le béton armé ; en ce qui concerne le béton précontraint une valeur de 0,2 serait plus convenable mais les résultats seraient assez peu différents.

M_e : moment d'encastrement unitaire s'exerçant au milieu d'un appui de la dalle découpée dans celle-ci parallèlement à la petite portée sur une section perpendiculaire à Ox. le moment dit « d'encastrement » a son axe parallèle à Ox.

HAUTEUR DE RÉPARTITION

$$E = \frac{3}{4} e + \frac{h}{2} \quad (\text{voir figure 2})$$

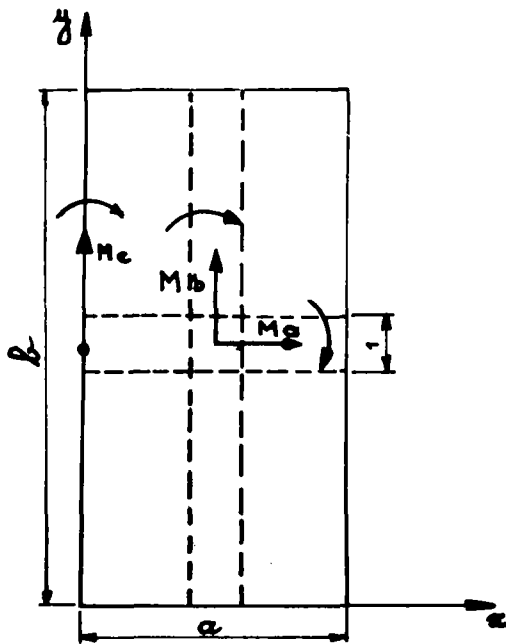


FIG. 1

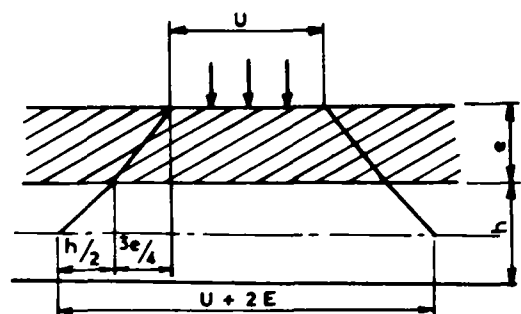
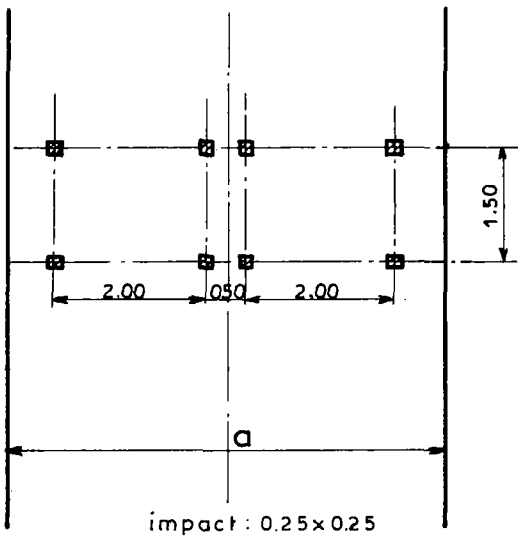


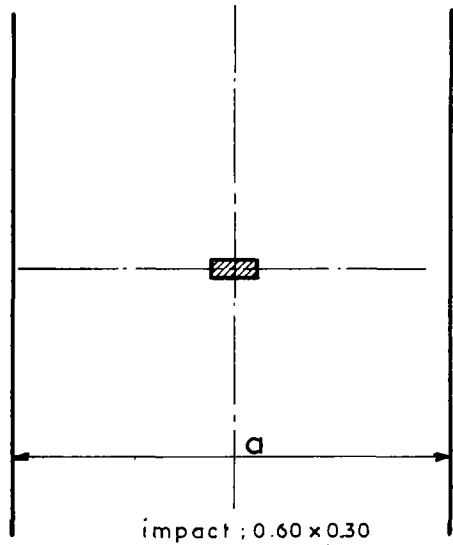
FIG 2



impact : 0.25 x 0.25

CAS DE CHARGE 1

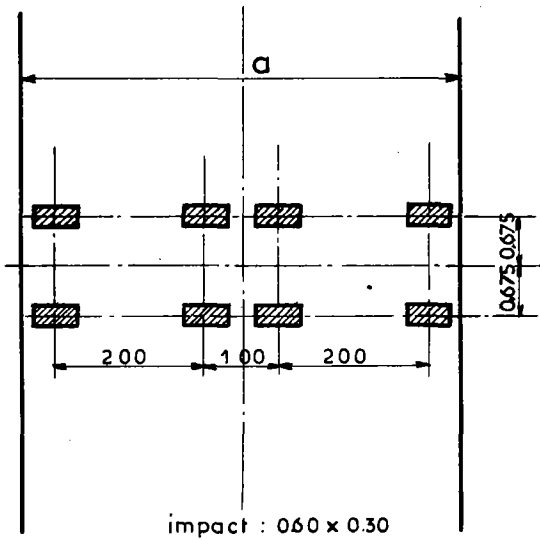
chaque impact représente une roue de camion Bc



impact : 0.60 x 0.30

CAS DE CHARGE 2

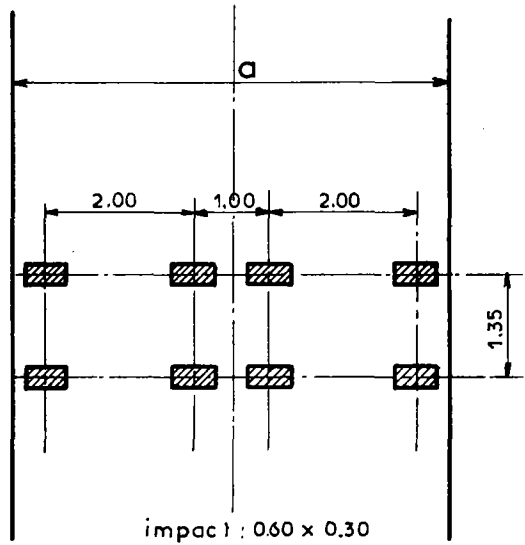
(Roue Br)



impact : 0.60 x 0.30

CAS DE CHARGE 3

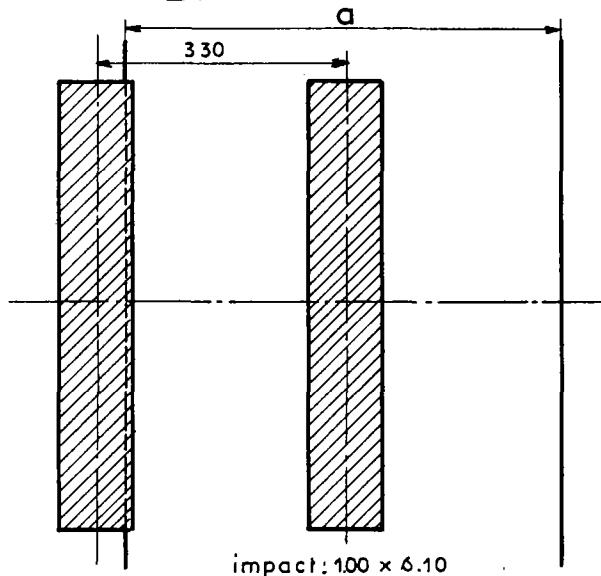
chaque impact représente une roue de tandem Bt



impact : 0.60 x 0.30

CAS DE CHARGE 4

chaque impact représente une roue de tandem Bt



impact : 100 x 6.10

CAS DE CHARGE 5

chaque impact représente une chenille de char Mc 120

FIG. 3

III – UTILISATION DES ABAQUES

III. 1 – Les diverses courbes d'un même abaque correspondent aux valeurs diverses de E. On interpolera si nécessaire entre les courbes E = constante.

Les cas les plus défavorables sont :

pour M_a :

- . le char M_C 120 s'il doit être pris en considération
- . sinon, en général, les roues B_C avec une exception pour les cas où d'une part le pont est de 3^{ème} classe, d'autre part, b et E sont faibles, ⁽¹⁾ le cas de charge le plus défavorable est alors constitué par la roue B_T .

pour M_b :

- . les roues du tandem B_T si le pont est de 1^{ère} ou 2^{ème} classe.
- . sinon la roue B_T .

L'attention de l'utilisateur est attirée sur le fait que pour comparer les effets de B_C et B_T pour un pont de 3^{ème} classe, il faut tenir compte du coefficient b_C égal à 0,8 dans ce cas.

III. 2 – En principe des roues supplémentaires du convoi B_C non considérées sur la figure 3 peuvent apparaître à une distance voisine de 4,5 m du petit axe de la dalle.

En pratique, leur effet pourra être négligé.

III. 3 – Il convient d'affecter éventuellement les résultats obtenus par les abaques :

- du coefficient de majoration dynamique (articles 5.5 et 9.6 du titre II du fascicule 61 du C. P. C.).
- du coefficient b_C ou b_T (articles 5.22 et 5.42 du titre dudit fascicule).
- du coefficient de pondération des surcharges (article 7 du titre VI dudit fascicule pour les ouvrages en béton armé ; article 2.1 de la circulaire n° 71.156 du 30/12/72 pour les ouvrages en béton précontraint).

Il est rappelé enfin qu'il y a lieu d'étudier éventuellement l'incidence des surcharges de trottoir (celles-ci pouvant être évaluées comme il est dit au paragraphe IV – 1 ci-après.)

(1) Signalons cependant que pour un pont de 3^{ème} classe où $E > 16$ les roues de camions B_C constituent toujours le cas de charge le plus défavorable.

Moment d'encastrement du côté non chargé :

$$M_{e_2} = - \frac{s \alpha^3}{12a^2} (4a - 3\alpha)$$

Moment transversal au centre :

$$M_a = \frac{s \alpha^3}{6a}$$

Moment longitudinal au centre :

$$M_b = \nu M_a \quad (\text{on prend en général } \nu = 0,15)$$

IV - 2 - Les roues ou essieux ne peuvent occuper effectivement les positions de la figure 3 . (présence de trottoirs sur une partie importante de la dalle.)

On pourra alors s'inspirer des principes suivants :

a) si la présence de trottoirs n'entraîne qu'un léger décalage des surcharges B_c et B_e par rapport aux positions de la figure 3, on pourra, toutes les fois qu'on ne recherchera pas une haute précision (rendue illusoire d'ailleurs par l'incertitude concernant la valeur du coefficient de POISSON) :

– continuer à considérer les positions de surcharges de la figure 3 ; celles-ci de caractère fictif, étant légèrement plus défavorables que les positions réelles que l'on pourrait considérer en les décalant du fait des trottoirs.

b) en cas de décalage important on aura recours aux abaques PUCHER. Toutefois, la charge la plus défavorable pourra devenir même pour les ponts de 2 ème classe tant pour M_a que pour M_b la surcharge B_r qui fait l'objet des abaques 6, 7 et 8 (cas de charge 2 de la figure 3).

ANNEXE

EXEMPLE DE CALCUL D'UN HOURDIS DE PONT-CAISSON

Considérons une section telle que celle représentée ci-dessous (les cotes étant exprimées en centimètres).

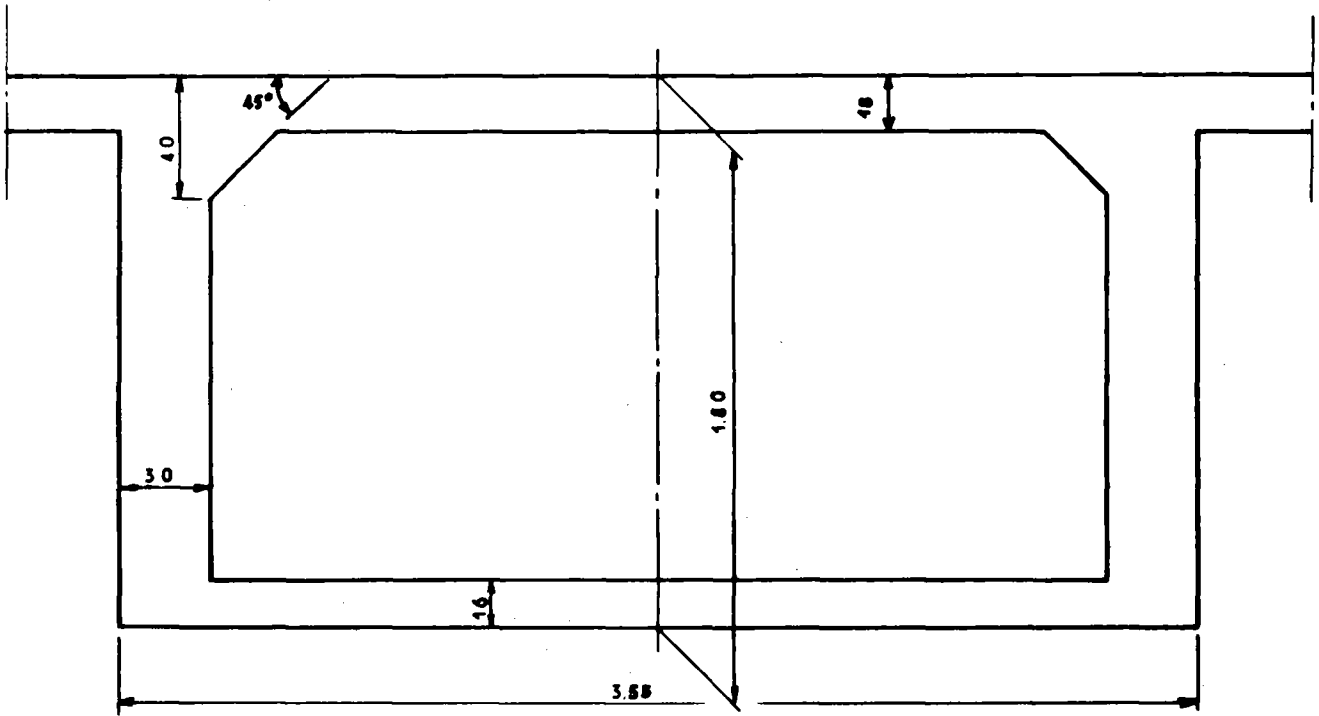


FIG . 1

Supposons que seules les surcharges civiles doivent être prises en compte. La largeur de la dalle à prendre en compte est de :

$$355 - 2 \times 30 - 2 \times (40 - 18) = 251 \text{ cm} = 2,51 \text{ m}$$

$$\text{L'abaque n}^\circ 1 \text{ donne pour } a = 2,51 \quad M_a = 1650 \text{ kgm/m}$$

$$\text{L'abaque n}^\circ 2 \text{ donne pour } a = 2,51 \quad M_e = 2240 \text{ kgm/m}$$

Il faut maintenant étudier l'effet de M_e ; cet effet est à considérer sur un ensemble de poutres formant un cadre représentant une tranche d'épaisseur unité de caissons (voir figure 2).

Pour calculer ce système hyperstatique il est judicieux de tenir compte de la symétrie.

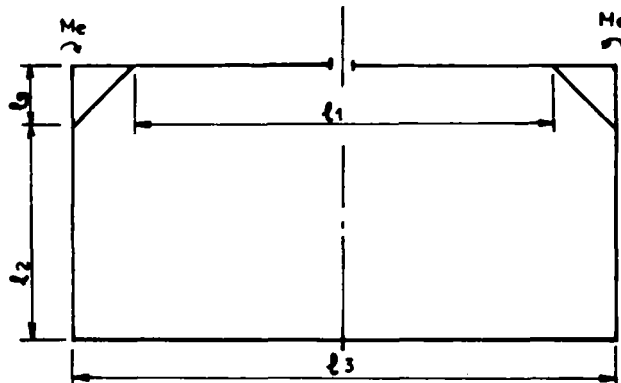


FIG. 2

Effectuons donc une coupure dans l'axe du caisson. L'effort tranchant y est nul par raison de symétrie les inconnues hyperstatiques sont alors :

- le moment fléchissant en ce point soit M_0
- l'effort normal en ce point soit N_0

Pour déterminer ces deux inconnues hyperstatiques nous aurons deux équations indiquant au moyen des formules de Bresse que :

- la rotation relative des deux lèvres de la coupure est nulle.
- le déplacement horizontal relatif des deux lèvres de la coupure est nul.

La première équation s'écrit en utilisant les notations de M. COURBON.

$$\int_{s_0}^{s_1} \frac{M}{EI} ds = 0$$

La deuxième équation s'écrit

$$\int_{s_0}^{s_1} \frac{M\eta}{EI} ds = 0$$

En effet la rotation à l'origine 0 est nulle et l'on peut négliger la déformation due à l'effort normal.

Donnons d'abord des expressions littérales .

Pour cela appelons

- I_1 l'inertie du hourdis supérieur (par unité de longueur)
- I_2 l'inertie des âmes (par unité de longueur)

- I₃ l'inertie du hourdis inférieur (par unité de longueur)
- ℓ₁ la longueur du hourdis supérieur mesurée entre les extrémités du gousset.
- ℓ₂ la hauteur d'une âme mesurée entre l'extrémité du gousset de raccordement du hourdis supérieur et la fibre moyenne du hourdis inférieur
- ℓ_g la longueur relative au gousset, mesurée entre son extrémité côté âme et la fibre moyenne du hourdis supérieur.
- ℓ₃ la longueur du hourdis inférieur mesurée entre les axes des âmes.

Les équations s'écrivent alors en ne gardant le signe ∫ que si la quantité à intégrer n'est pas constante.

$$M_0 \times \frac{\ell_1}{I_1} + (M_0 - M_e) \left(\frac{\ell_2}{I_2} + \frac{\ell_3}{I_3} + \frac{\ell_2}{I_2} \right) + 2N_0 \int_{\ell_g}^{\ell_2 + \ell_g} y \frac{dy}{I_2} + N_0 \frac{(\ell_2 + \ell_g)\ell_3}{I_3} = 0$$

La deuxième donne

$$2(M_0 - M_e) \int_{\ell_g}^{\ell_2 + \ell_g} y \frac{dy}{I_2} + (M_0 - M_e) (\ell_2 + \ell_g) \frac{\ell_3}{I_3} + 2N_0 \int_{\ell_g}^{\ell_2 + \ell_g} y^2 \frac{dy}{I_2} + N_0 (\ell_2 + \ell_g)^2 \frac{\ell_3}{I_3} = 0$$

Soient

$$M_0 \left(\frac{\ell_1}{I_1} + 2 \frac{\ell_2}{I_2} + \frac{\ell_3}{I_3} \right) + N_0 \left[\frac{\ell_2 (2 \ell_g + \ell_2)}{I_2} + \frac{(\ell_2 + \ell_g)\ell_3}{I_3} \right] = M_e \left(2 \frac{\ell_2}{I_2} + \frac{\ell_3}{I_3} \right)$$

$$M_0 \left[\frac{\ell_2 (2 \ell_g + \ell_2)}{I_2} + \frac{(\ell_2 + \ell_g)\ell_3}{I_3} \right] + N_0 \left[2 \frac{\ell_2}{I_2} \left(\frac{\ell_2^2}{3} + \ell_2 \ell_g + \ell_g^2 \right) + \frac{(\ell_2 + \ell_g)^2 \ell_3}{I_3} \right] = M_e \left[\frac{\ell_2 (2 \ell_g + \ell_2)}{I_2} + \frac{(\ell_g + \ell_2)\ell_3}{I_3} \right]$$

APPLICATION NUMÉRIQUE

Nous prenons comme unité le centimètre (pour éviter d'avoir des chiffres nettement inférieurs à l'unité).

$$I_1 = \frac{18^3}{12} = 486 \text{ cm}^3$$

$$I_2 = \frac{30^3}{12} = 2250 \text{ cm}^3$$

$$I_3 = \frac{16^3}{12} = 341,333 \text{ cm}^3$$

$$\ell_1 = 251 \text{ cm portée de dalle}$$

... / ...

$$l_g = 40 - \frac{18}{2} = 31 \text{ cm}$$

$$l_2 = 180 - 40 - \frac{16}{2} = 132 \text{ cm}$$

$$l_3 = 355 - 30 = 325 \text{ cm}$$

Les équations s'écrivent alors :

$$1,585 M_0 + 166,581 N_0 = 1,069 M_e$$

$$166,581 M_0 + 26,572 N_0 = 166,581 N_0$$

$$\text{d'où } M_0 = 0,0456 M_e = 102,1 \text{ arrondi à } 100 \text{ kgm/m}$$

Le moment transversal au centre doit être augmenté de 100 kgm/m et devient $1630 + 100 = 1730 \text{ kgm/m}$

Soit une majoration de 6 % le chiffre est à multiplier par :

– le coefficient de majoration dynamique ; admettons 1,33

– le coefficient b_c ; admettons 1,1 (pont de première classe)

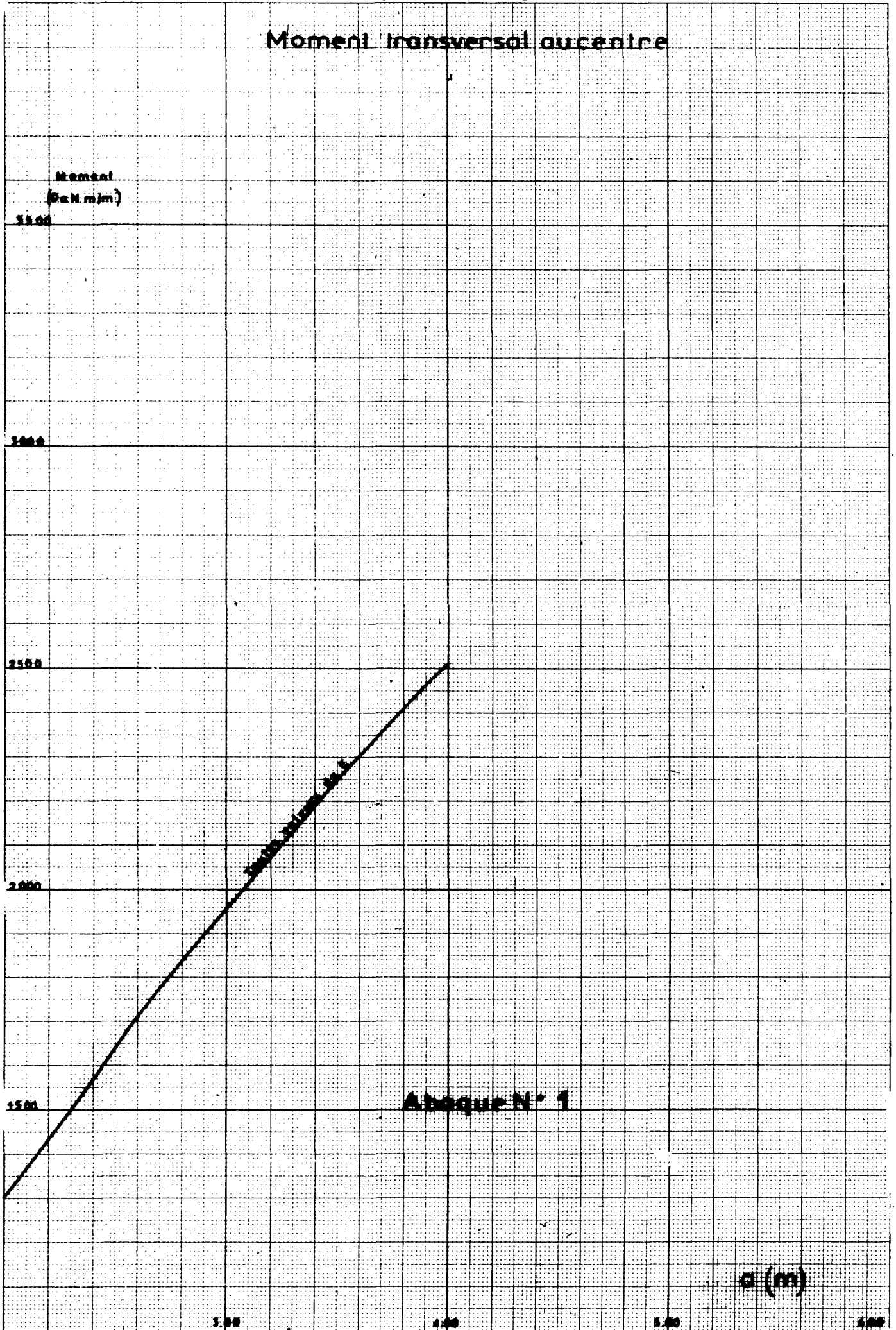
– le coefficient de pondération des surcharges 1,2.

$$\text{On a donc } M_a = 1730 \times 1,33 \times 1,1 \times 1,2 = 3037 \text{ kgm/m.}$$

Il est difficile d'effectuer un calcul rigoureux de la majoration apportée à M_b par suite du fait que la dalle n'est pas parfaitement encadrée ; on peut admettre une majoration relative identique à M_a soit de 6 %.

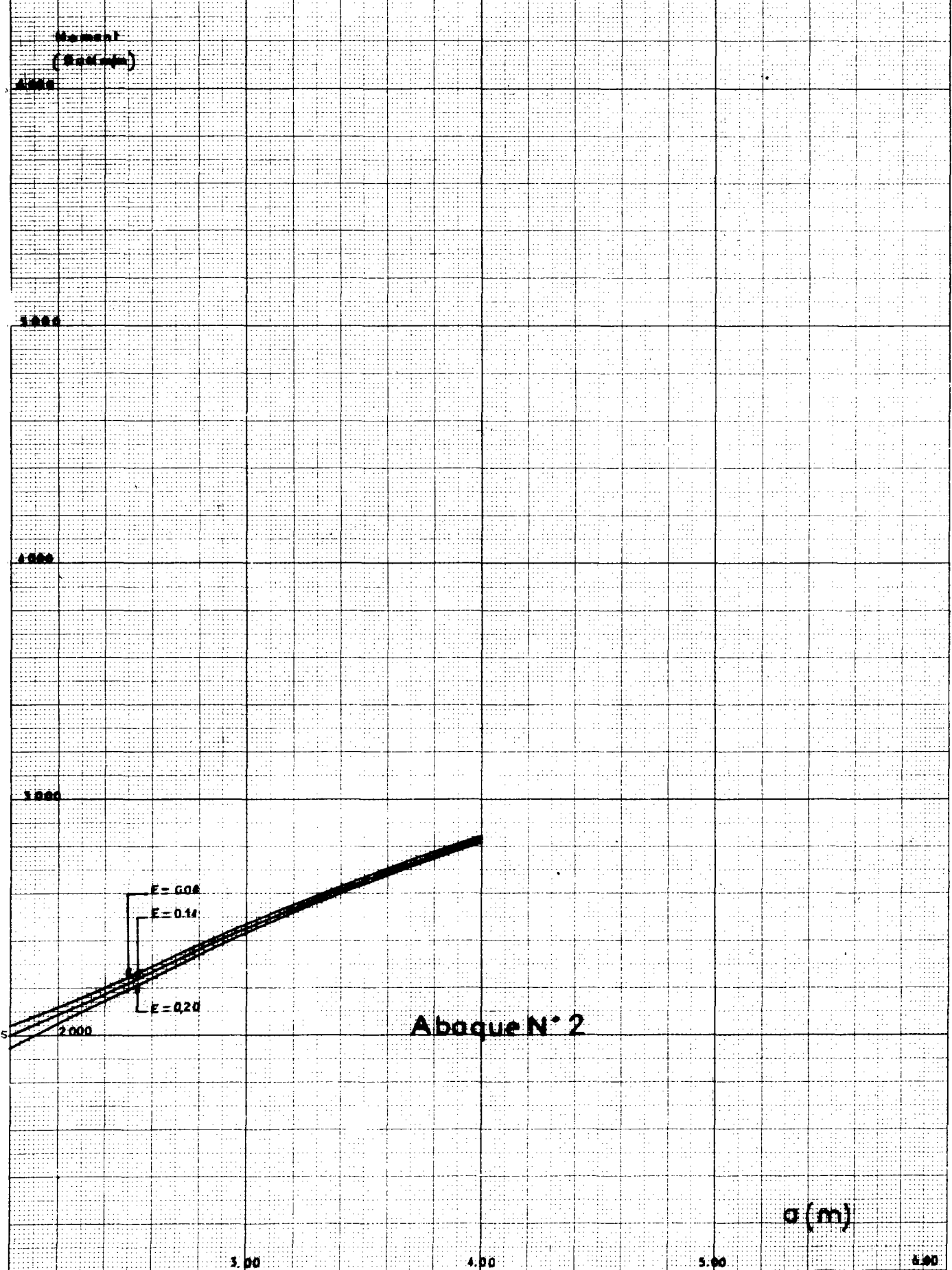
Camions Bc

Moment transversal au centre



Camions Bc

(charges symétriques)
Moment d'encastrement



Système Mc 120 (Char de 110t)

Moment transversal M_a

Moment
(DaN m/m)

5000

4000

3000

2000

1000

Abaque N° 3

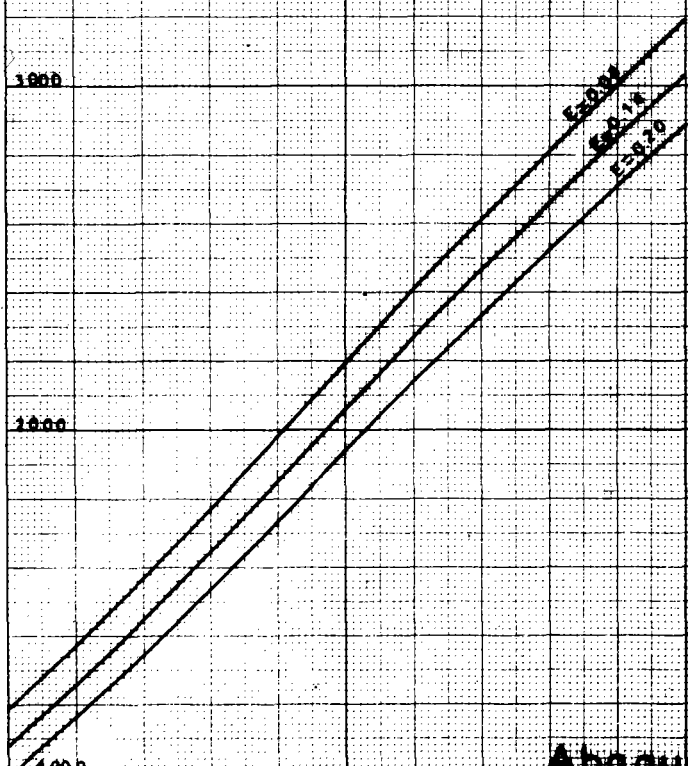
a (m)

3.00

4.00

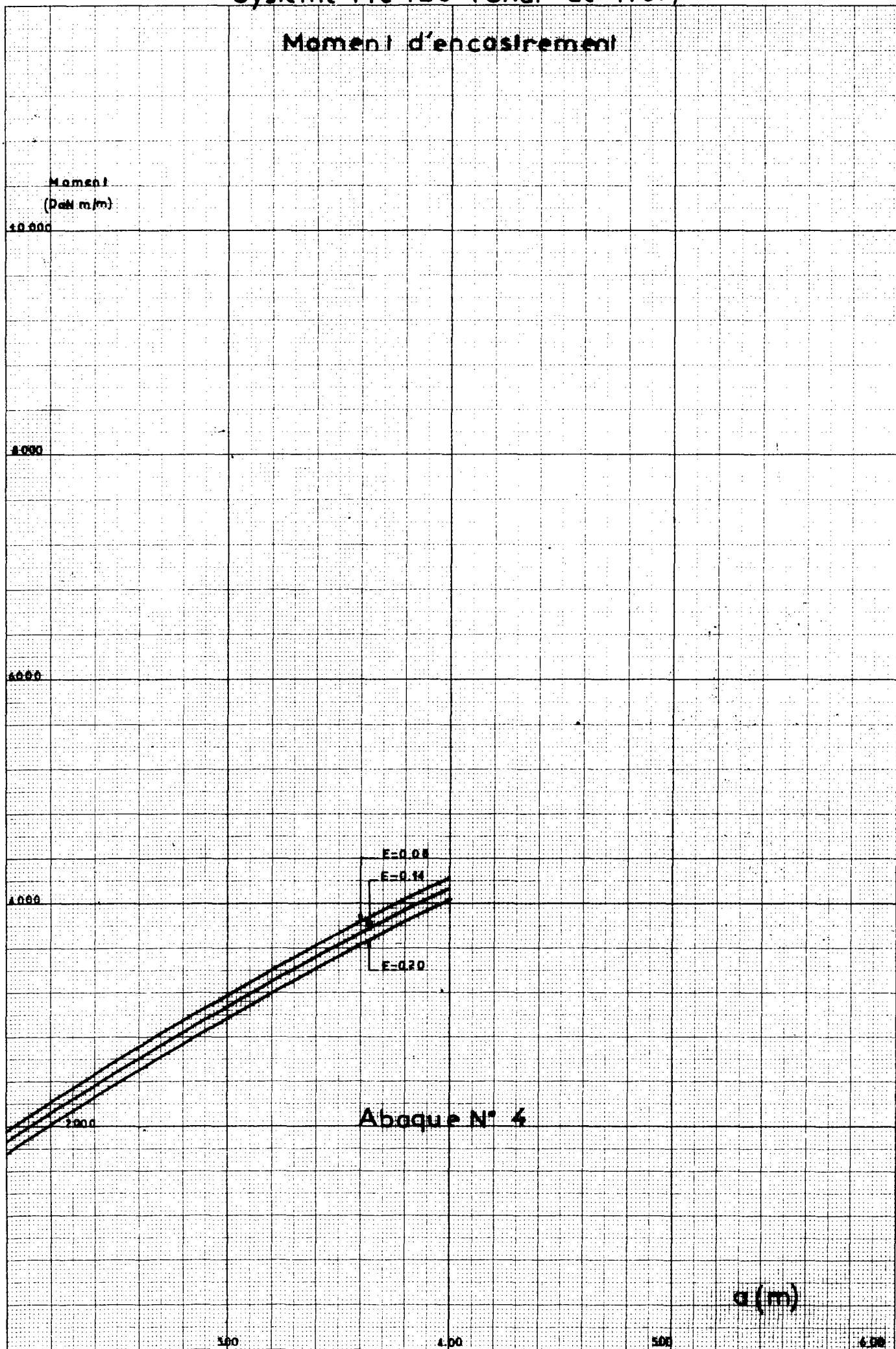
5.00

6.00



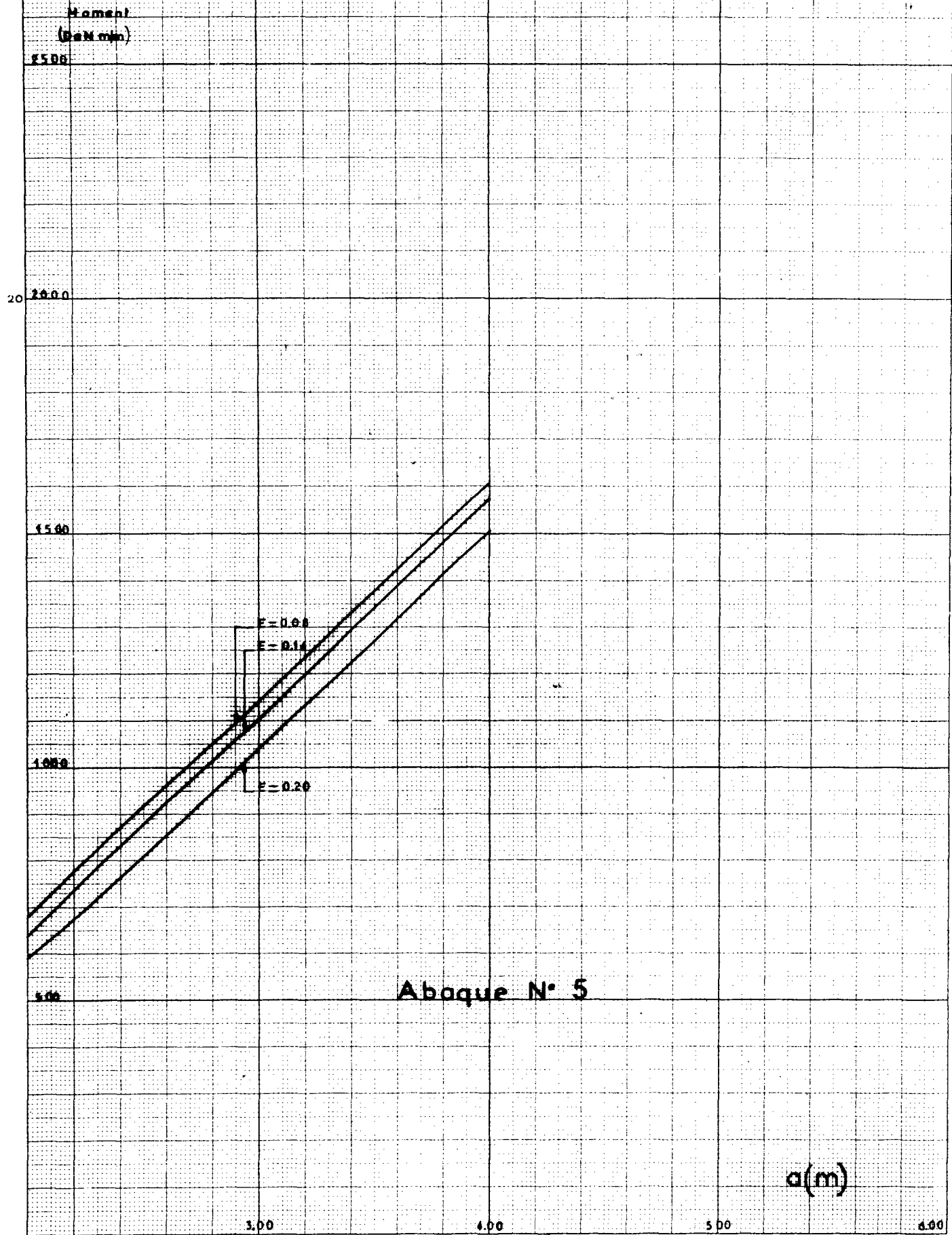
Système Mc 120 (Char de 110t)

Moment d'encastrement



Système B1

Moment longitudinal Mb



Roue Br

Moment transversal Mo

Moment
(DaN.m)

3000

2500

2000

1500

1000

$E=0.08$
 $E=0.10$
 $E=0.12$
 $E=0.14$
 $E=0.16$
 $E=0.18$
 $E=0.20$

Abaque N° 6

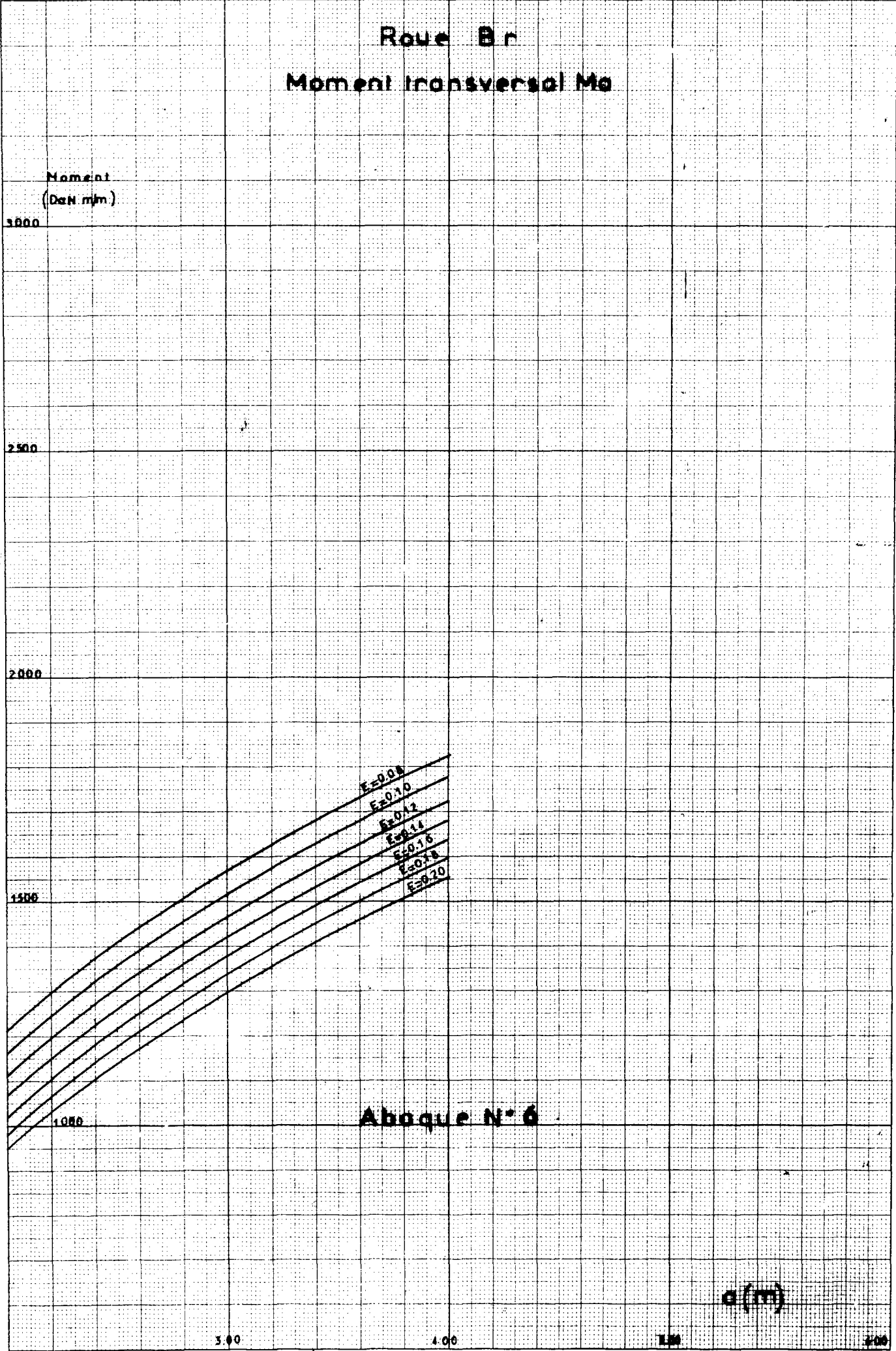
$a(m)$

3.00

4.00

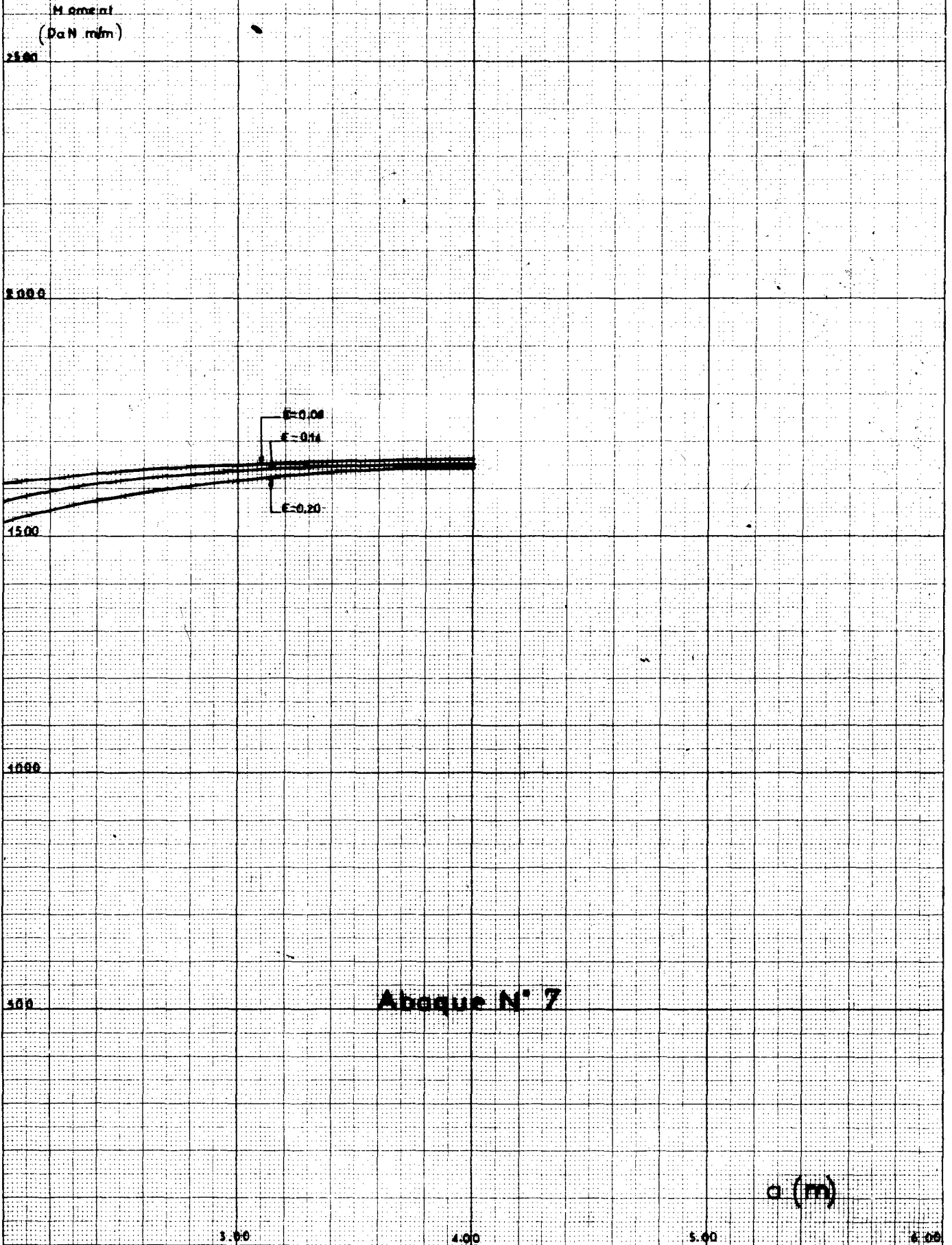
5.00

6.00



Roue Br

Moment d'encastrement



Abaque N° 7

a (m)

3.00

4.00

5.00

6.00

Roue Br

Moment longitudinal Mb

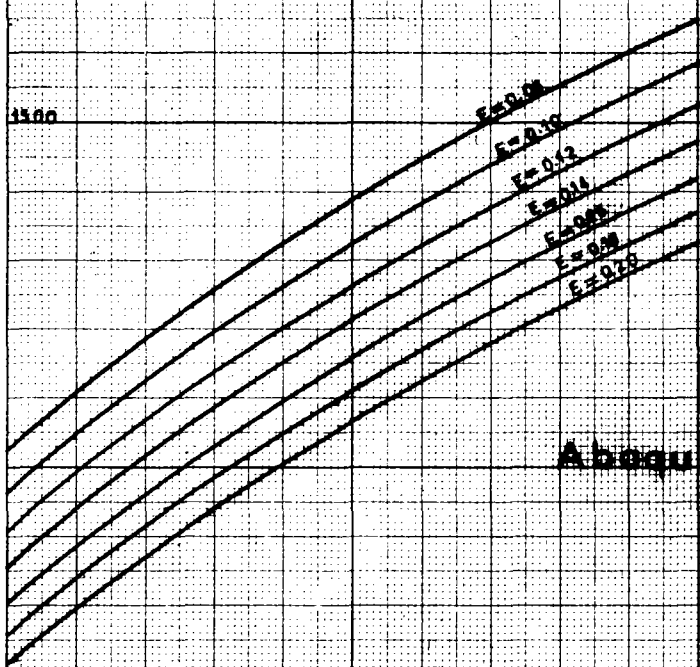
Moment
(DaN m/m)

3000

2500

2000

1500



Abaque N° 8

a (m)

300

100

100

400

**DÉTERMINATION DES MOMENTS D'ENCASTREMENT MAXIMAUX
D'UNE DALLE RECTANGULAIRE INFINIE
ENCASTRÉE SUR SES CÔTÉS.**

I – INTRODUCTION

L'étude des dalles des tabliers des ponts en béton constitués de caissons nécessite la connaissance des moments maximaux d'encastrement d'une dalle parfaitement encadrée. Il est en effet prudent de considérer les moments correspondants à l'encastrement parfait.

Dans le cas où le tablier du pont comprend des poutres en simple T à âme épaisse (donc rigides à la torsion), il faut tenir compte d'un moment d'encastrement ; le moment d'encastrement parfait est aussi une approximation par excès, moins bonne que dans le cas de tabliers constitués de caissons.

Les moments d'encastrement peuvent être déterminés au moyen des abaques PUCHER. Cependant cette opération nécessite pour chaque position de la charge le calcul d'une intégrale de surface et prend donc un certain temps ; par ailleurs, il faut effectuer un tel calcul pour diverses positions de la charge pour trouver le maximum du moment d'encastrement.

Les abaques ci-joints visent à déterminer directement les moments maximaux d'encastrement d'une dalle supposée parfaitement encadrée sur ses deux côtés, moments produits par les surcharges du système réglementaire (définies par le titre II du fascicule 61 du C.P.C.) en fonction :

- de l'épaisseur E ($3/4$ de l'épaisseur de chaussée + $1/2$ épaisseur de plaques ; article 39.5.1. du titre VI du fascicule 61 du C. P. C.).
- de la largeur a .

Il a été supposé que la longueur de la dalle pouvait être considérée comme infinie ; en effet, les moments d'encastrement parfait dans une dalle bi-encadrée sont pris en considération dans le cas où le tablier du pont ne comporte pas d'entretoise et alors le rapport de la longueur d'une dalle à sa largeur est très grand (en particulier supérieur à 2,5, valeur à partir de laquelle on peut considérer la dalle comme infinie).

Les abaques ci-après qui résultent de calculs effectués au moyen d'un ordinateur électronique donnent des moments en fonction d'une largeur a variant de 2,5 à 6 mètres pour une épaisseur E de 8, 14 et 20 cm.

II – NOTATIONS

Largeur de la dalle a :

Les convois sont supposés se déplacer parallèlement à Oy , ce qui correspond aux cas courants.

Moment d'encastrement M_e :

M_e : Moment d'encastrement unitaire s'exerçant au milieu de la dalle dans une bande découpée dans celle-ci parallèlement à la petite portée sur une section perpendiculaire à ox .

Ce moment dit « d'encastrement » a son axe parallèle à Oy .

Hauteur de répartition :

$$E = \frac{3}{4}e + \frac{h}{2} \quad (\text{voir la figure 2})$$

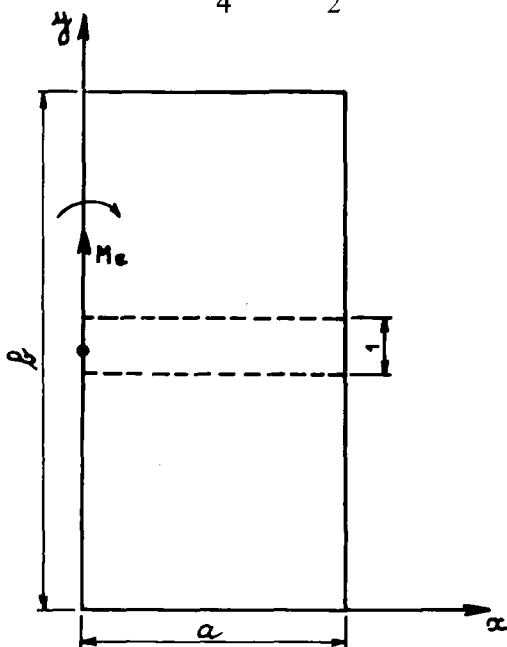


FIG. 1

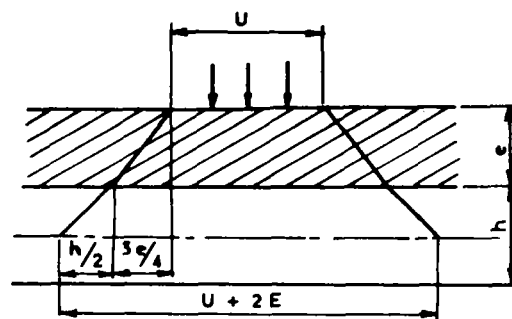


FIG. 2

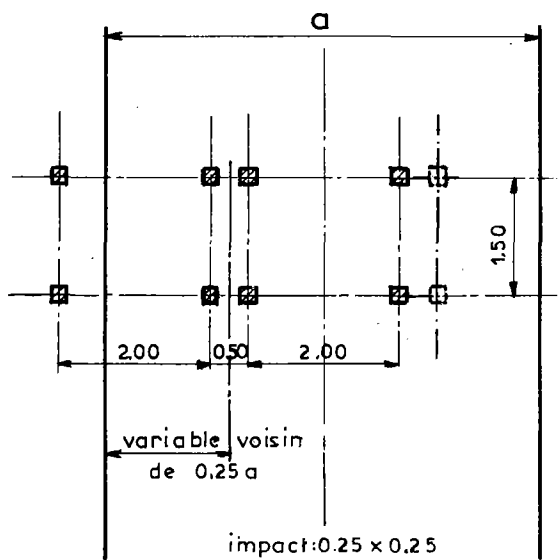
III – UTILISATION DES ABAQUES

III.1 – Les diverses courbes d'un même abaque correspondent aux diverses valeurs de E ; on interpolera si nécessaire entre les courbes $E = \text{constante}$.

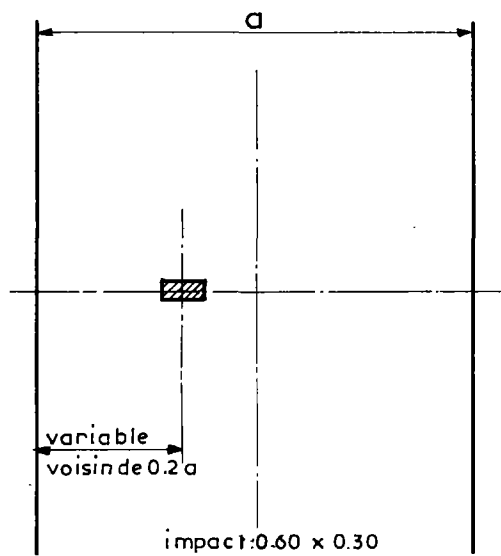
Dans les cas courants (sauf cas visés en IV ci-après) les cas de charge les plus défavorables sont :

- tandem B_t si le pont est de première ou deuxième classe ; sauf si la portée est très petite (inférieure à 2,60 environ) : cas de charge 2 et 3 de la figure 3.
- camions B_c si le pont est de première ou deuxième classe et si la portée est très petite ou si le pont est de troisième classe sauf si la portée est très petite (cas de charge 1 de la figure 3).
- roue B_r si le pont est de troisième classe et si la portée est très petite ; la valeur limite varie avec la quantité E , elle est voisine de 2,60 mètres (cas de charge 2 de la figure 4).

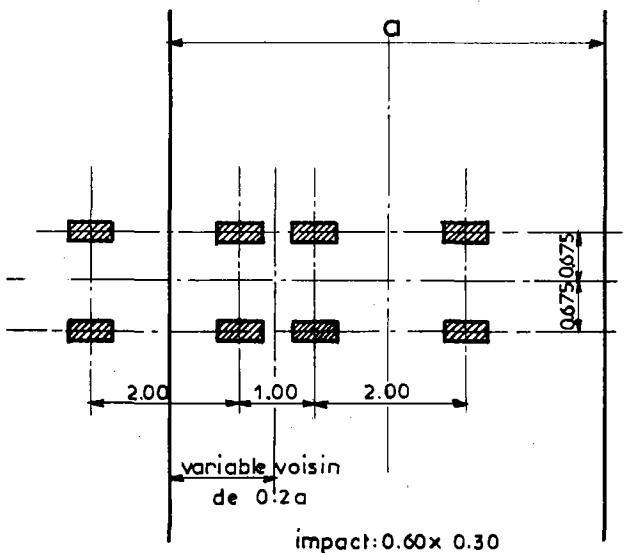
Il a en effet été reconnu que le système M_c 120 n'est pas prépondérant si l'on suppose que le pont appelé à le supporter est de première classe.



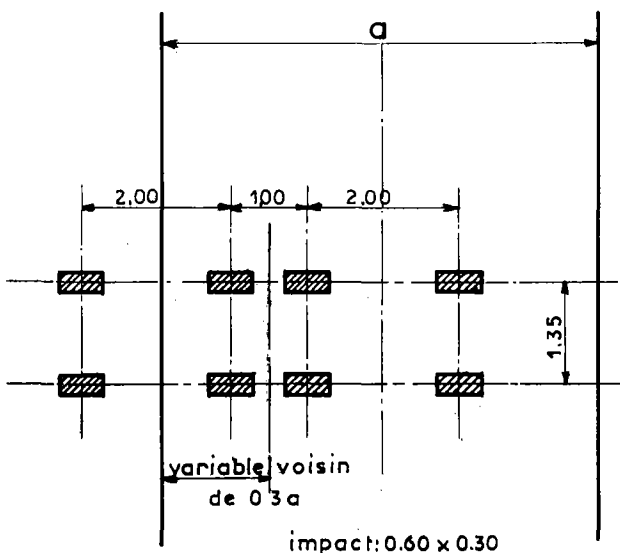
CAS DE CHARGE 1
chaque impact représente
une roue de camion Bc



CAS DE CHARGE 2
Roue Br



CAS DE CHARGE 3
chaque impact représente
une roue de tandem Bt



CAS DE CHARGE 4
chaque impact représente
une roue de tandem Bt

FIG. 3

vaille comme une poutre encastrée à ses extrémités de portée a .

– Moment d'encastrement du côté non chargé

$$M_{e2} = \frac{s \alpha^3}{12 a^2} (4a - 3\alpha)$$

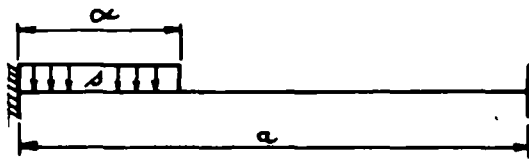


FIG. 4

IV – 2 – Les roues ou les essieux ne peuvent pas occuper effectivement les positions de la figure 3.
(présence des trottoirs sur une partie importante de la dalle.

On pourra alors s'inspirer des principes suivants :

a) si la présence de trottoirs n'entraîne qu'un léger décalage des surcharges B_c ou B_t par rapport à la position de la figure 3 on pourra toutes les fois qu'on ne recherchera pas une haute précision :

– continuer à considérer les positions des surcharges de la figure 3 ; celles-ci de caractère fictif étant légèrement plus défavorables que les positions réelles que l'on pourrait considérer en les décalant du fait des trottoirs.

b) en cas de décalage important on aura recours aux abaques PUCHER ; toutefois la surcharge la plus défavorable pourra devenir :

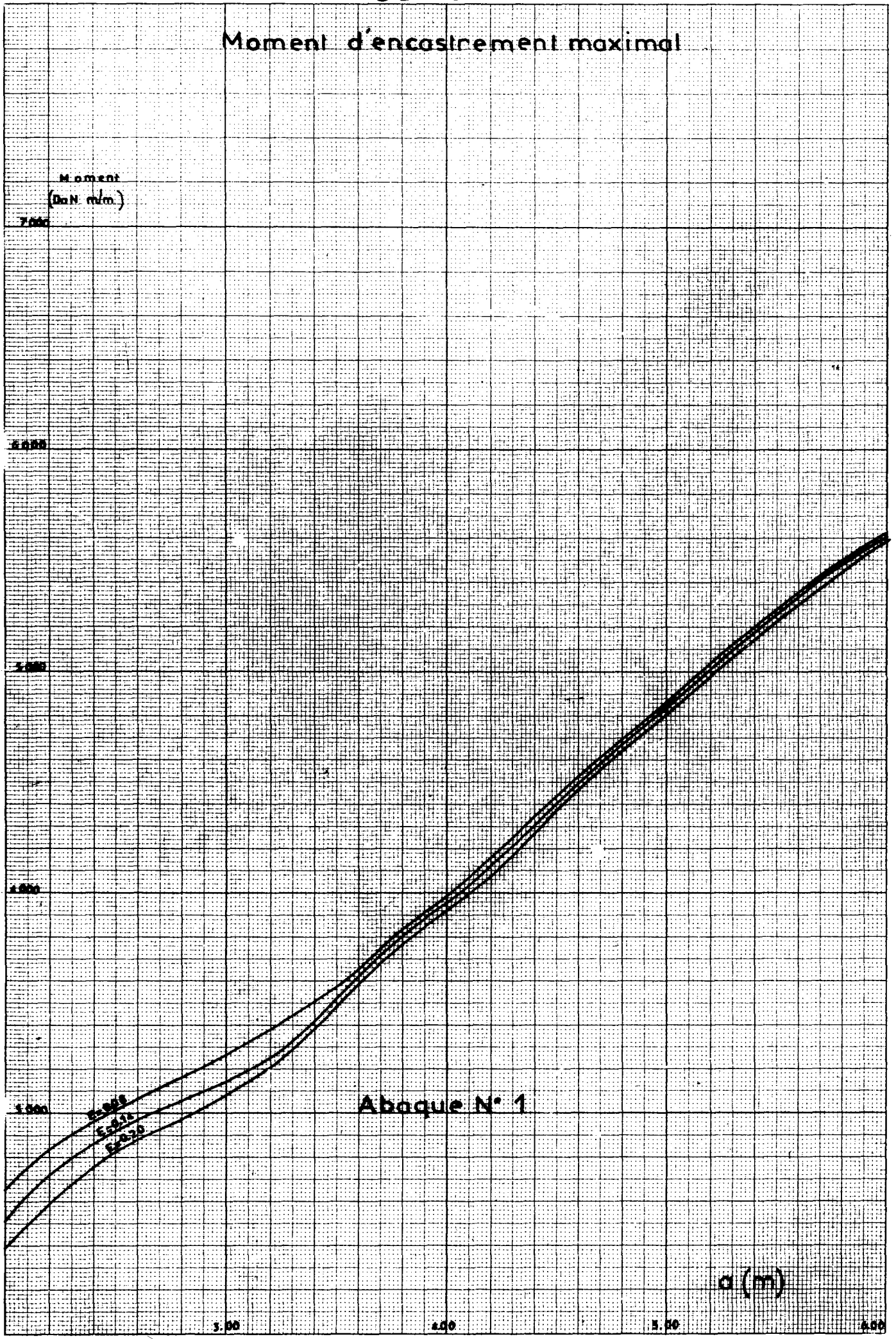
– La roue B_r

dont l'abaque est donné ci-après :

– en cas de décalage important, on aura recours aux abaques PUCHER ; toutefois, la surcharge la plus défavorable pourra devenir la roue B_r dont les abaques sont donnés ci-après :

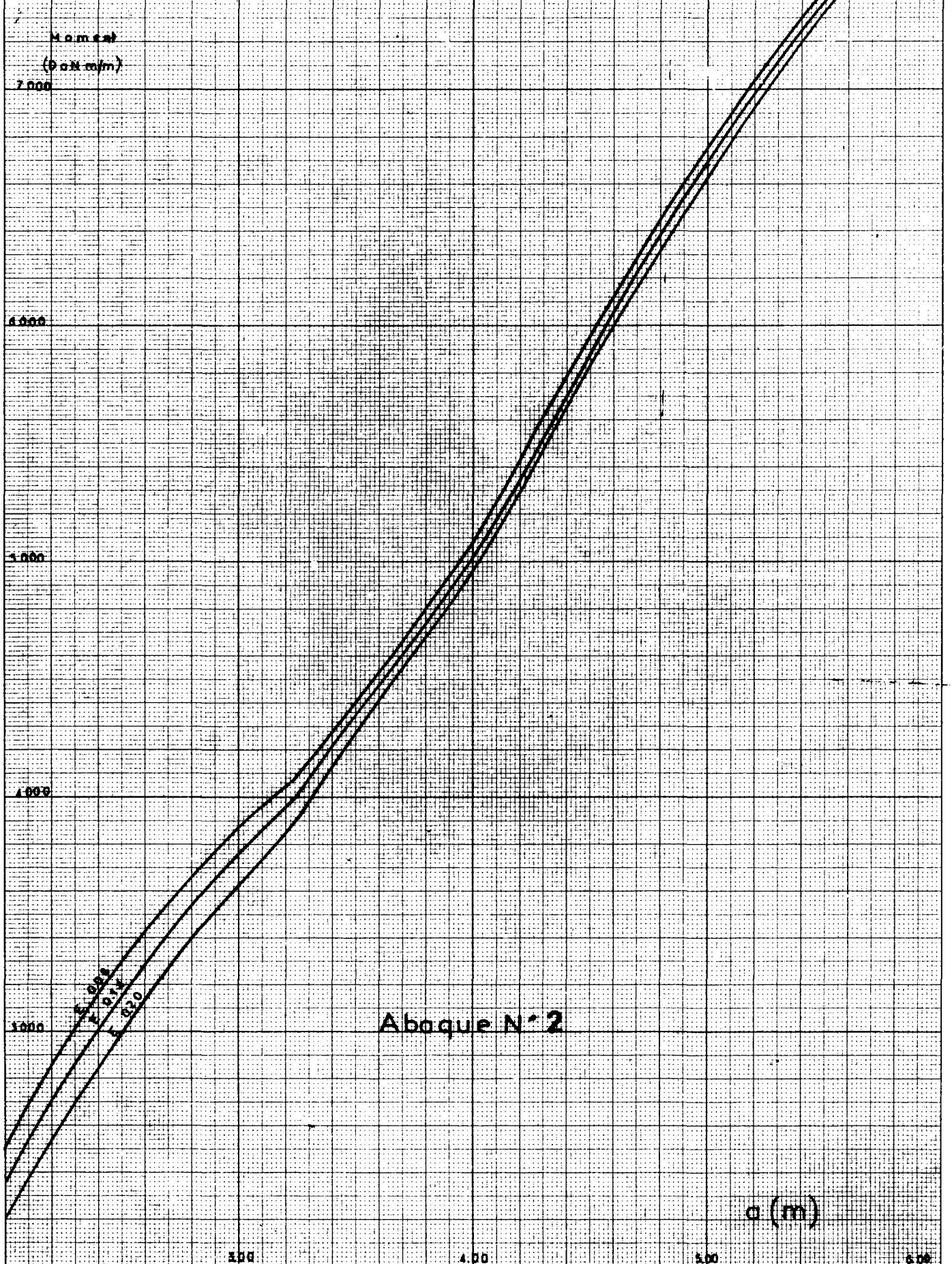
Camions Bc

Moment d'encastrement maximal



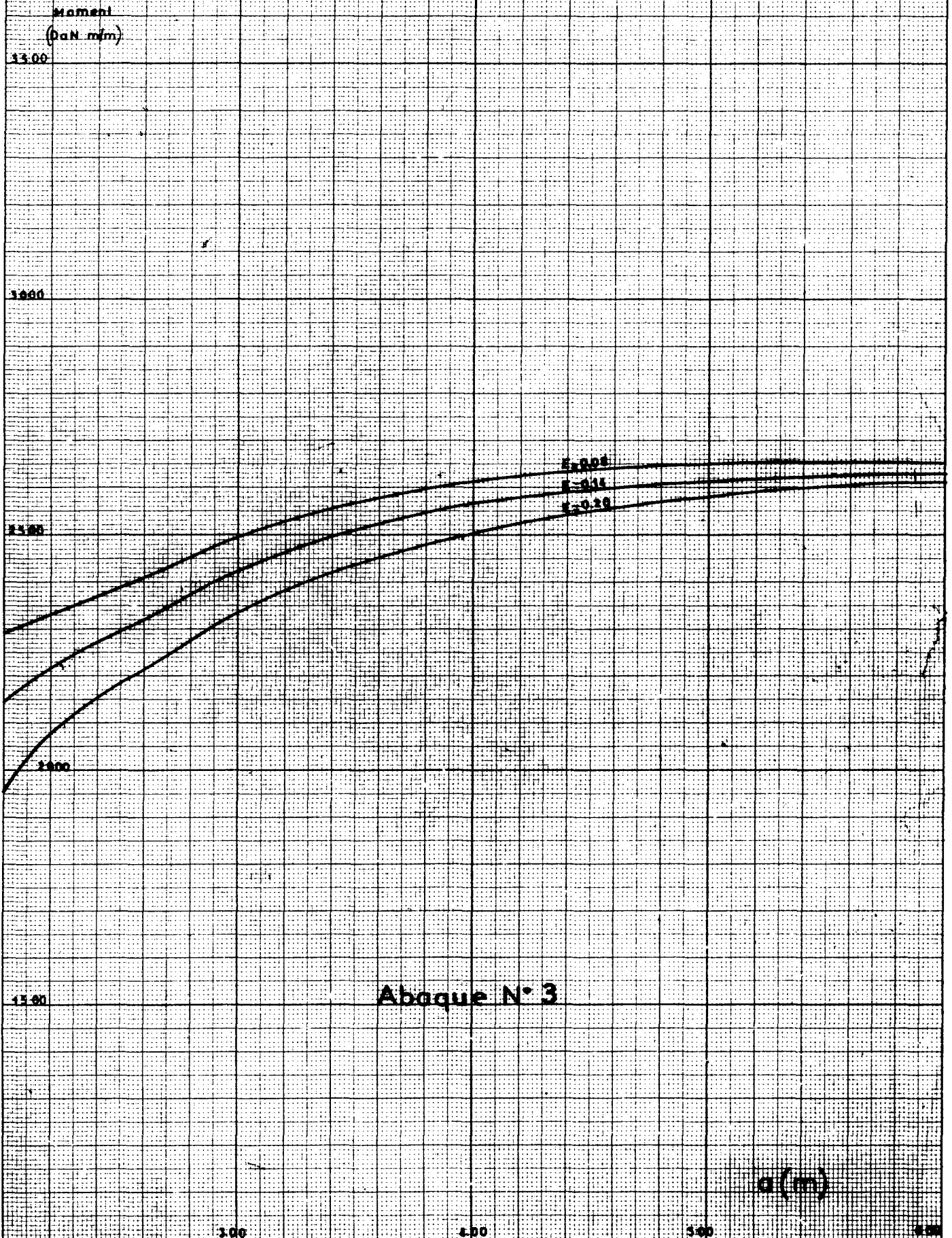
Système B1

Moment d'encastrement maximal



Roue Br

Moment d'encastrement maximal



Aboque N° 3

**DÉTERMINATION DES MOMENTS FLÉCHISSANTS
DANS UNE DALLE EN ENCORBELLEMENT
D'ÉPAISSEUR CONSTANTE.**

I – INTRODUCTION.

Pour calculer les moments d'encastrement dans une dalle en encorbellement sous l'effet d'une charge concentrée, on peut toujours admettre une « répartition à 45° » des efforts, ce qui donne tout de suite un moment d'encastrement par mètre linéaire égal à $\frac{P}{2}$, P étant l'intensité de la charge ; il y a lieu de remarquer que ce calcul est défavorable et qu'il ne s'applique pas à une charge dont l'impact à une certaine dimension comme c'est le cas pour la chenille du char M_C 120. Il est donc utile de procéder à un calcul plus exact. Pour les dalles d'épaisseur constante cela est possible au moyen des abaques PUCHER et SCHNEIDER (ces derniers ont été publiés dans SCHWEIZ BAUZEITUNG du 30.8.62) mais il faut se livrer à des calculs d'intégration numérique assez longs.

Les abaques ci-joints visent à déterminer directement les moments fléchissants d'encastrement, et les moments fléchissants longitudinaux sous les surcharges réglementaires c'est-à-dire définies par le titre II du fascicule 61 en fonction :

- de l'épaisseur de répartition E
(3/4 de l'épaisseur de la chaussée + 1/2 épaisseur de la dalle).
(cf article 39.5.1. du titre VI du fascicule 61 du C. P. C.).
- de la largeur a de la dalle

Pour limiter le nombre d'abaques, nous avons supposé que l'on était dans l'un des 3 cas suivants :

- bord de chaussée autoroutière sans passage de service : la barrière de sécurité est supposée être à 0,40 m du bord libre de la dalle ; les différentes surcharges sont alors disposées comme indiqué dans le titre II du fascicule 61 du C. P. C. (voir figure 1a).
- trottoir de route nationale. Il est supposé que l'extrémité de l'impact de la roue de 6 tonnes sur le trottoir est située à 0,10 m du bord libre de la dalle (voir fig. 1b).

– bord droit de route nationale avec trottoir de 1,25 mètre. Il est supposé que l'extrémité de l'impact sur la chaussée est située à 1,35 m du bord libre de la dalle (voir fig 1c).

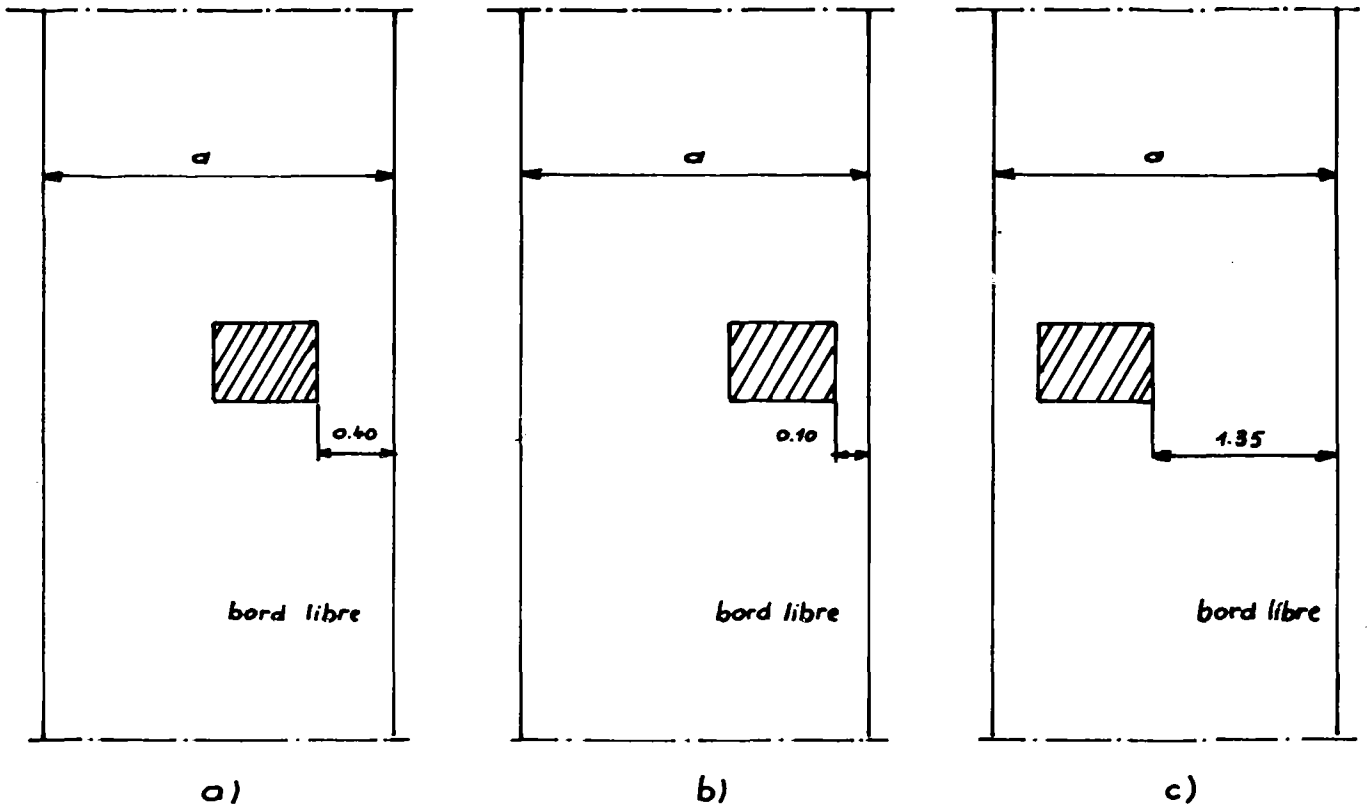


FIG. 1

Il a toujours été supposé que la dalle était infinie dans l'autre sens.

Les abaques ci-après qui résultent de calculs électroniques donnent les valeurs des moments d'encastrement pour des valeurs de a variant de 0,5 m à 4,0 m et pour des valeurs de E de 8, 14 et 20 centimètres.

. . . / . . .

II – NOTATIONS :

Dimension de la dalle a :

Les convois sont supposés se déplacer parallèlement à Oy.

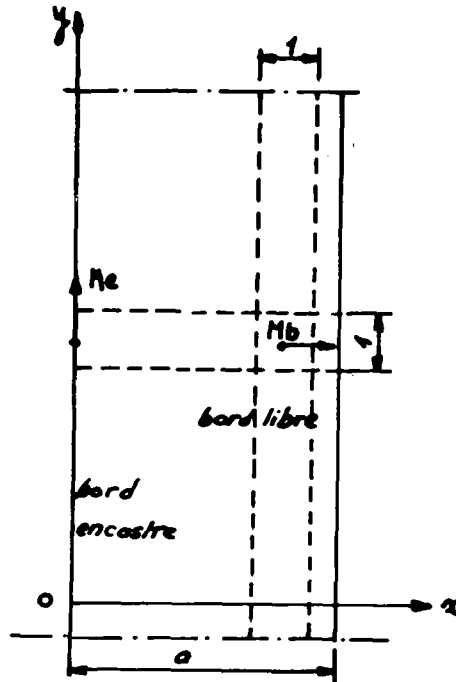


FIG. 2

Moment d'encastrement M_e :

Moment d'encastrement unitaires s'exerçant sur le bord encasté de la dalle sur une poutre principale dans une bande découpée dans celle-ci parallèlement à la petite portée sur une section perpendiculaire à ox. Ce moment a son axe parallèle à oy. (figure 2).

Moment longitudinal M_b :

Moment fléchissant unitaire s'exerçant sous la charge dans une bande découpée dans celle-ci parallèlement au bord encasté. Ce moment a son axe parallèle à ox. (figure 2).

Hauteur de répartition :

$$E = \frac{3}{4} e + \frac{h}{2}$$

(voir figure 3)

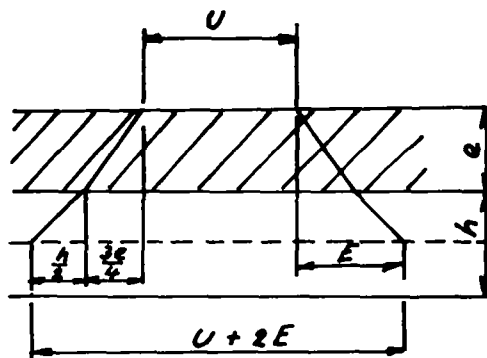


FIG. 3

.../...

III – UTILISATION DES ABAQUES

III. 1 – Les diverses courbes d'un même abaque correspondent aux diverses valeurs de E. On interpolera si nécessaire entre les courbes E = constante.

Le moment d'encastrement maximal est obtenu :

– Dans le cas de chaussée auto-routière par

- . la roue B_r , si la largeur a de la dalle est faible (inférieure à 1,40 m environ).
- . le tandem B_t pour les valeurs intermédiaires de a (comprise entre 1,40 m et 2,20 m environ).
- . le char M_C 120 pour les fortes valeurs de a (le char M_C 120 doit, en général être pris en considération sur les chaussées autoroutières).

– Dans le cas de route nationale

- pour les faibles valeurs de a (inférieure à 2,30 environ) par la roue de 6 tonnes d'un camion B_C sur trottoir.
- pour les valeurs plus importantes de a par
 - . le char M_C 120 s'il doit être pris en considération
 - . sinon le tandem B_t s'il doit être pris en considération (pont de 1 ère ou 2 ème classe).
 - . sinon la roue B_r

L'attention de l'utilisateur est attirée sur le fait que pour comparer les moments d'encastrement dus aux surcharges diverses il faut tenir compte

- des coefficients b_c et b_t (articles 5.22 et 5.42 du titre II du fascicule 61 du C. P. C.).
- du coefficient de majoration dynamique différent pour les surcharges B et pour le char (articles 5.5 et 9.6 du titre II dudit fascicule).
- du coefficient de pondération des surcharges B (cf article 7 du titre V du fasciculé 61 du C. P. C. pour les dalles en béton armé et article 2.1 de la circulaire n° 71.156 du 30/12/71 pour les dalles en béton précontraint) ainsi que la prise en compte d'une manière plus favorable du char M_C 120 dans les dalles en béton précontraint (cf article 2.2 de la circulaire n° 71.156 du 31/12/71).

Le moment longitudinal maximal est obtenu par

- la roue B_r dans le cas de chaussée autoroutière
- la roue de 6 tonnes sur le trottoir dans le cas de route nationale.

. . . / . . .

Il y a lieu de noter que le moment longitudinal maximal est obtenu en plaçant la charge le plus près possible du bord libre et ce moment a lieu sous la charge ; il est cependant prudent de prendre en compte la même valeur du moment longitudinal sur toute la dalle.

III. 2 – Il convient d'affecter éventuellement les résultats obtenus au moyen des abaques.

- du coefficient de majoration dynamique (articles 5.5 et 9.6 du titre II du fascicule 61 du C. P. C.).
- des coefficients b_c ou b_t pour les moments dus aux systèmes B_c et B_t (articles 5.22 et 5.42 du titre II du fascicule 61 du C. P. C.).
- du coefficient de pondération des surcharges (article 7 du titre VI dudit fascicule pour les dalles en béton armé, article 2.1 de la circulaire n° 71.156 du 30/12/71 pour les dalles en béton précontraint).

Il est rappelé qu'il est nécessaire d'étudier éventuellement l'incidence des surcharges de trottoir (voir chapitre IV ci-dessous).

EXEMPLE NUMÉRIQUE

Données $a =$	2,20 m	Épaisseur de la dalle	19 cm.
		Épaisseur de la chaussée	6 cm.
Coefficient de majoration dynamique	1,33		
Coefficient de pondération des surcharges	1,2		

$$E = \frac{19}{2} + \frac{3}{4} \cdot 6 = 14 \text{ cm}$$

Il s'agit d'une route nationale comportant une chaussée de 6 m de large et deux trottoirs de 1,25 m de large ; le pont est donc de 2^eème classe ; le char M_c 120 n'est pas pris en considération.

Pour le moment d'encastrement, compte tenu de la valeur de a (2,20 m) il est prudent de comparer les valeurs dues à B_c , B_t en tenant compte des coefficients $b_c = 1$ et $b_t = 0,9$

L'abaque n° 4 donne pour $a = 2,20$, $E = 14$ cm un moment de 2710 $D_a \text{Nm/ml}$, dû à B_c

L'abaque n° 5 donne pour $a = 2,20$, $E = 14$ cm un moment de 2850 $D_a \text{Nm/ml}$, dû à B_r

L'abaque n° 6 donne pour $a = 2,20$, $E = 14$ cm un moment de 2600 $D_a \text{Nm/ml}$, dû à B_t

D'où compte tenu des coefficients b_c et b_t les chiffres à comparer sont

$$2710 \times 1 = 2710 ; 2850 \text{ et } 2600 \times 0,9 = 2340$$

Il faut donc retenir un moment d'encastrement $M_e = 2850$ dû à la roue B_r .

. . . / . . .

L'abaque n° 9 nous donne un moment longitudinal $M_b = 1920$

D'où compte tenu des coefficients applicables

$$M_e = 2850 \times 1,33 \times 1,2 = 4550 \text{ D}_a\text{Nm/ml}$$

$$M_b = 1920 \times 1 \times 1,33 \times 1,2 = 3065 \text{ D}_a\text{Nm/ml.}$$

IV – EFFET DE SURCHARGES DE TROTTOIR :

Dans le cas où il s'agit d'une route nationale, il y a lieu de cumuler les effets des surcharges de trottoirs avec ceux des surcharges du système B sur la chaussée (mais évidemment pas avec ceux de la roue de 6 tonnes sur le trottoir).

Les effets des surcharges de trottoir se calculent facilement quand on suppose comme on l'a fait ici, que la dalle peut être considérée comme infinie ; les moments d'encastrement M_e se calculent très simplement en considérant que la dalle travaille comme une poutre console.

On a (figure 4) :

$$M_e = s\alpha \left(\beta + \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$M_b \# \nu s \frac{\alpha^2}{2}$$

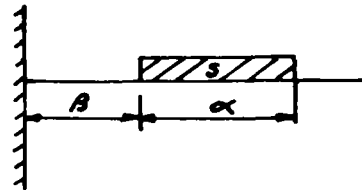


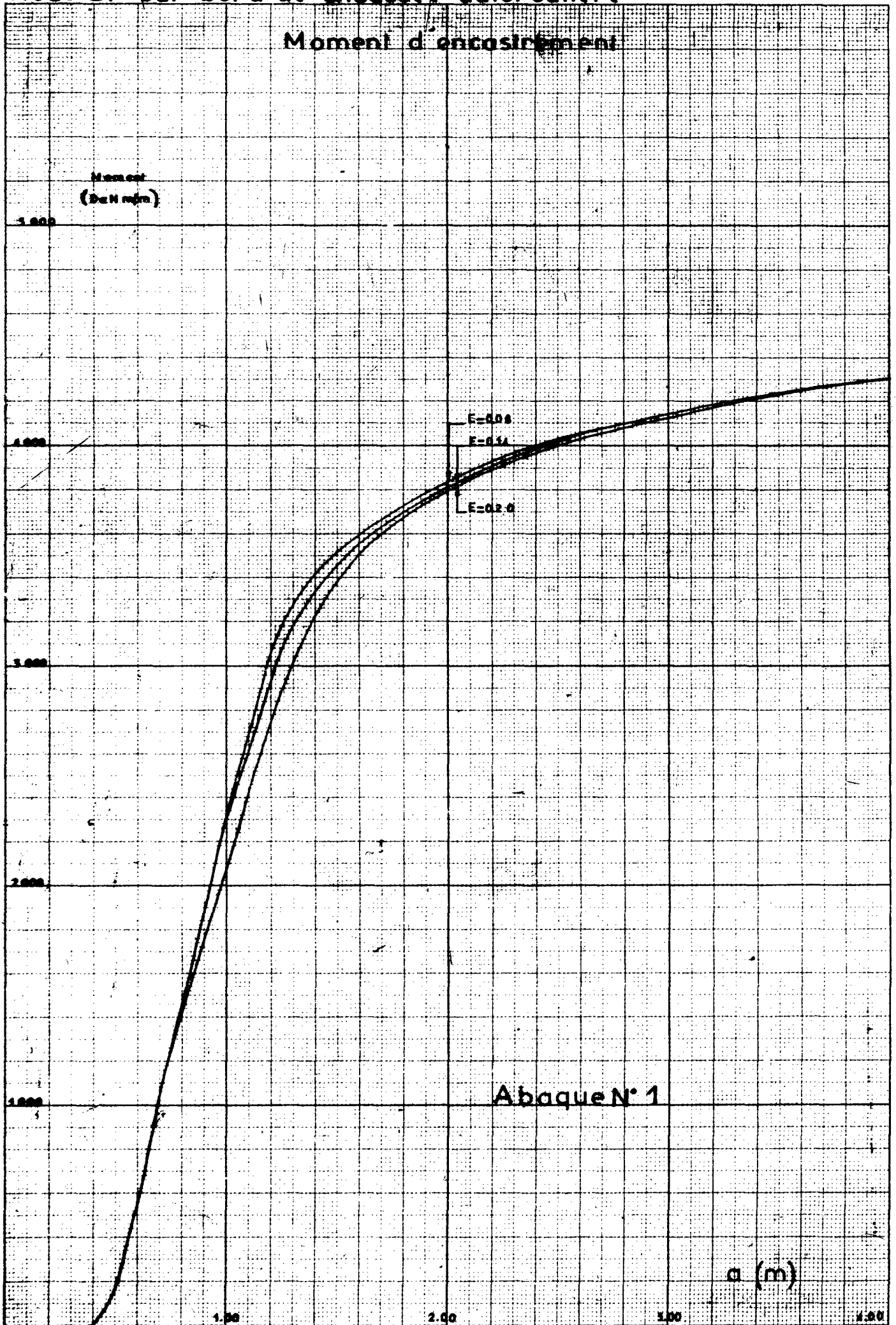
FIG. 4

V – EFFET DE LA VARIATION D'ÉPAISSEUR DE LA DALLE :

Si la dalle est d'épaisseur variable le résultat obtenu est un résultat par défaut. Pour donner un ordre de grandeur de la majoration on peut être conduit, indiquons le cas d'une dalle en encorbellement située sur le bord gauche d'une chaussée autoroutière de 2,40 mètres de portée ; les moments d'encastrement calculés en supposant que l'épaisseur variait du simple au double pouvaient être supérieurs de 13 % à ceux calculés dans l'hypothèse d'une dalle d'épaisseur constante.

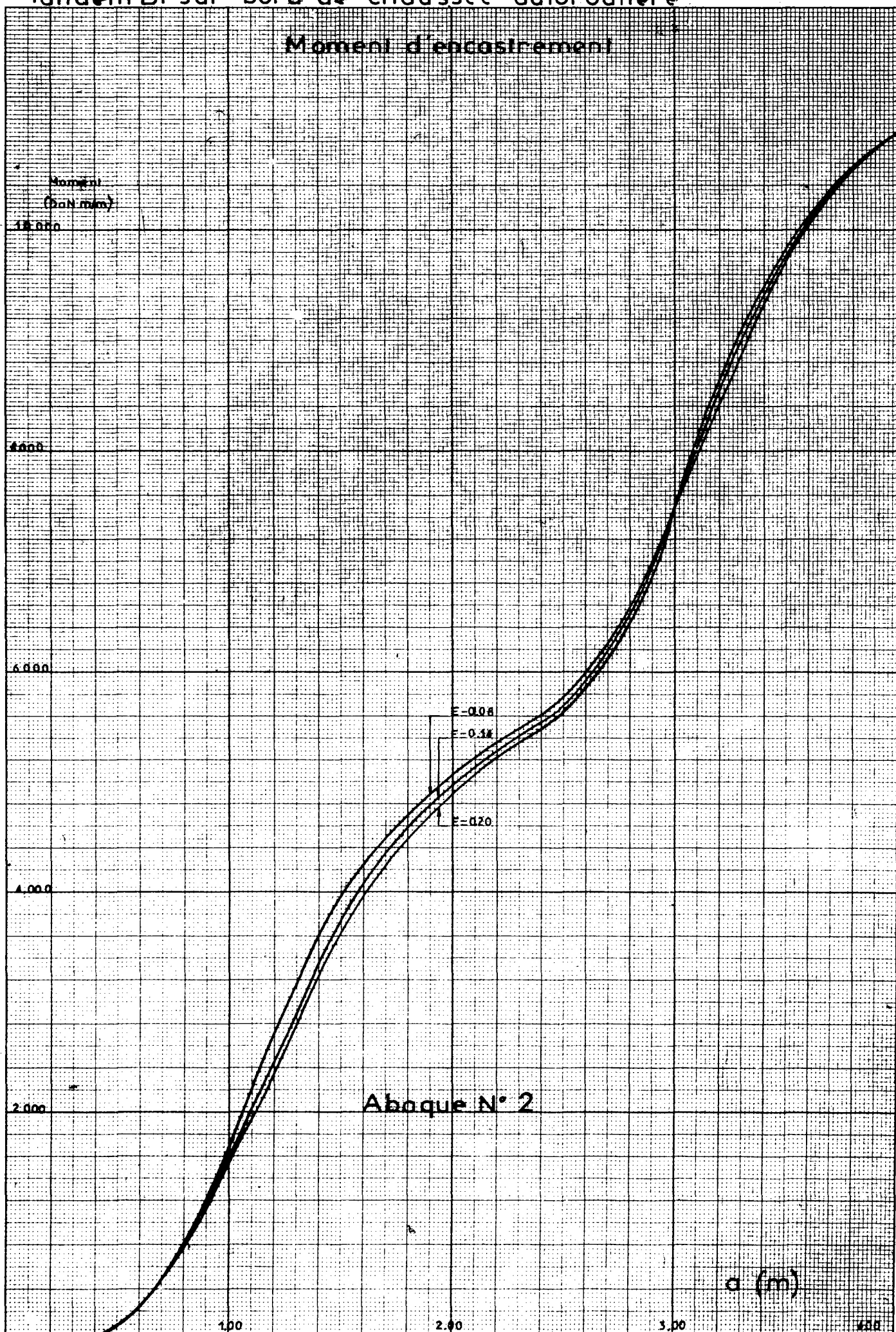
Roue Br sur bord de chaussée autoroutière

Moment d'encastrement



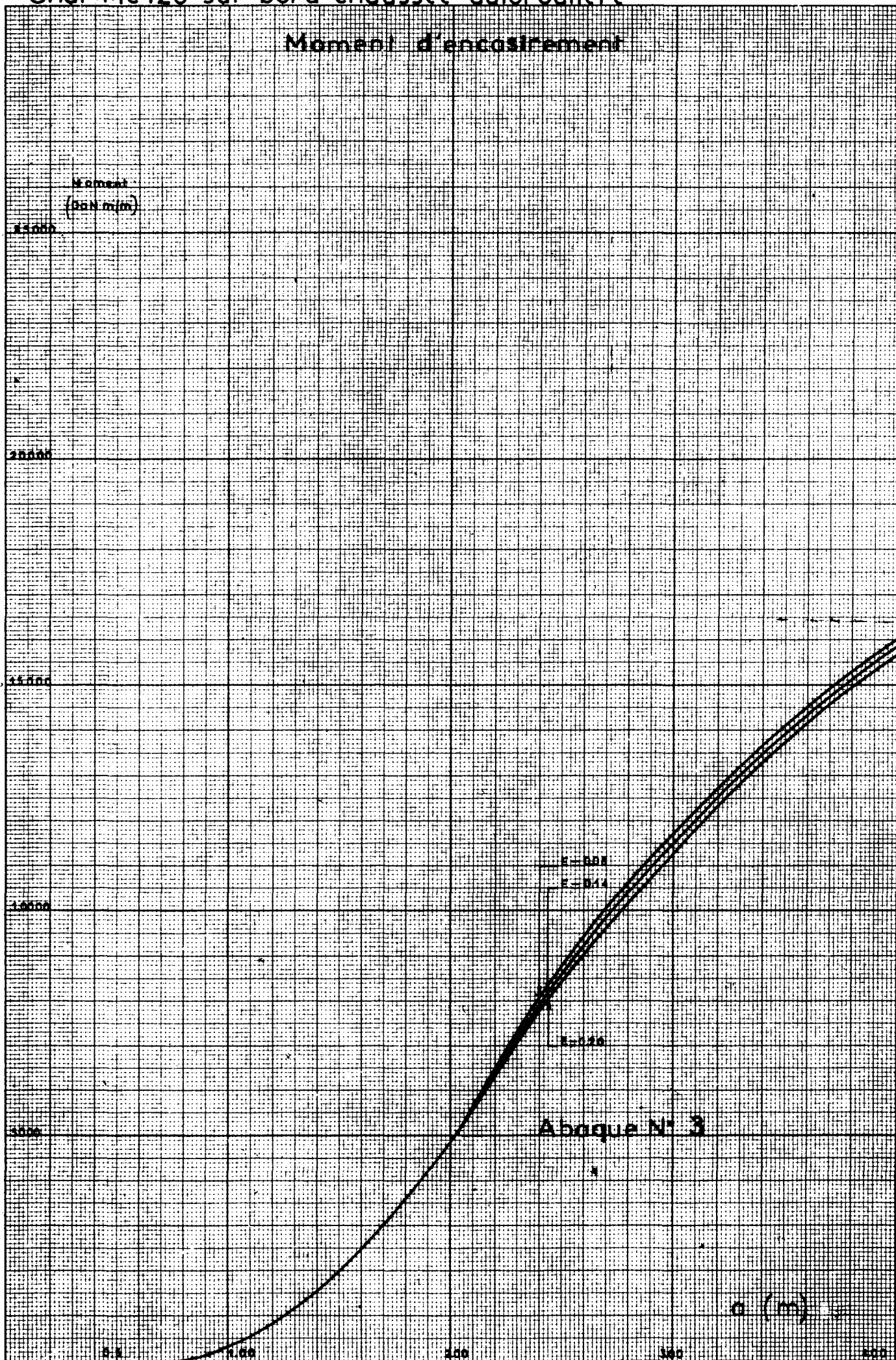
Tandem B1 sur bord de chaussée autoroutière

Moment d'encastrement



Char Mc120 sur bord chaussée autoroutière

Moment d'encastrement



Roue de 6t sur trottoir

Moment d'encastrement

Moment
(DaN m/m)

2500

2000

E=0,08

E=0,20

E=0,14

1500

1000

500

Abaque N° 4

a (m)

1,00

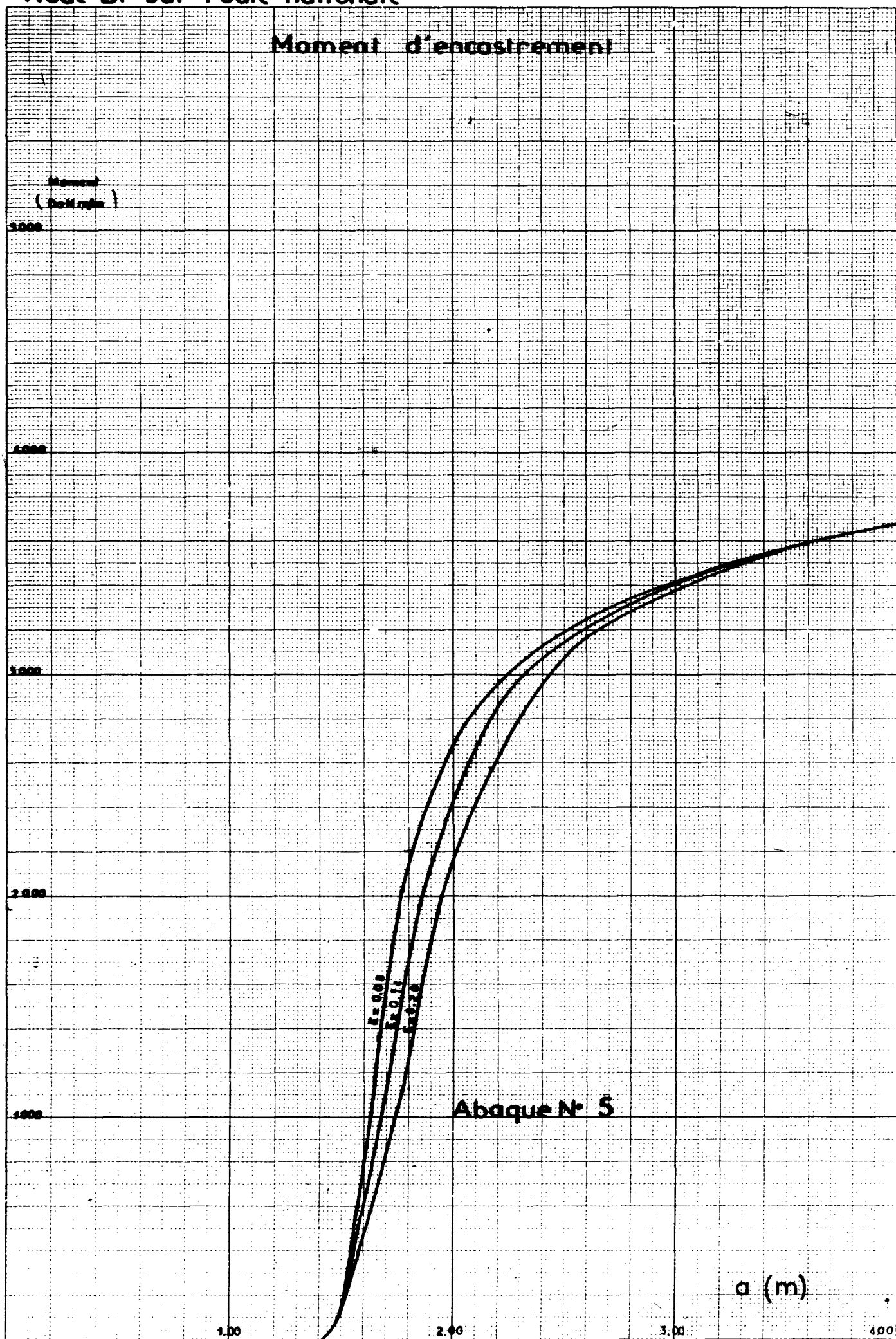
2,00

3,00

4,00

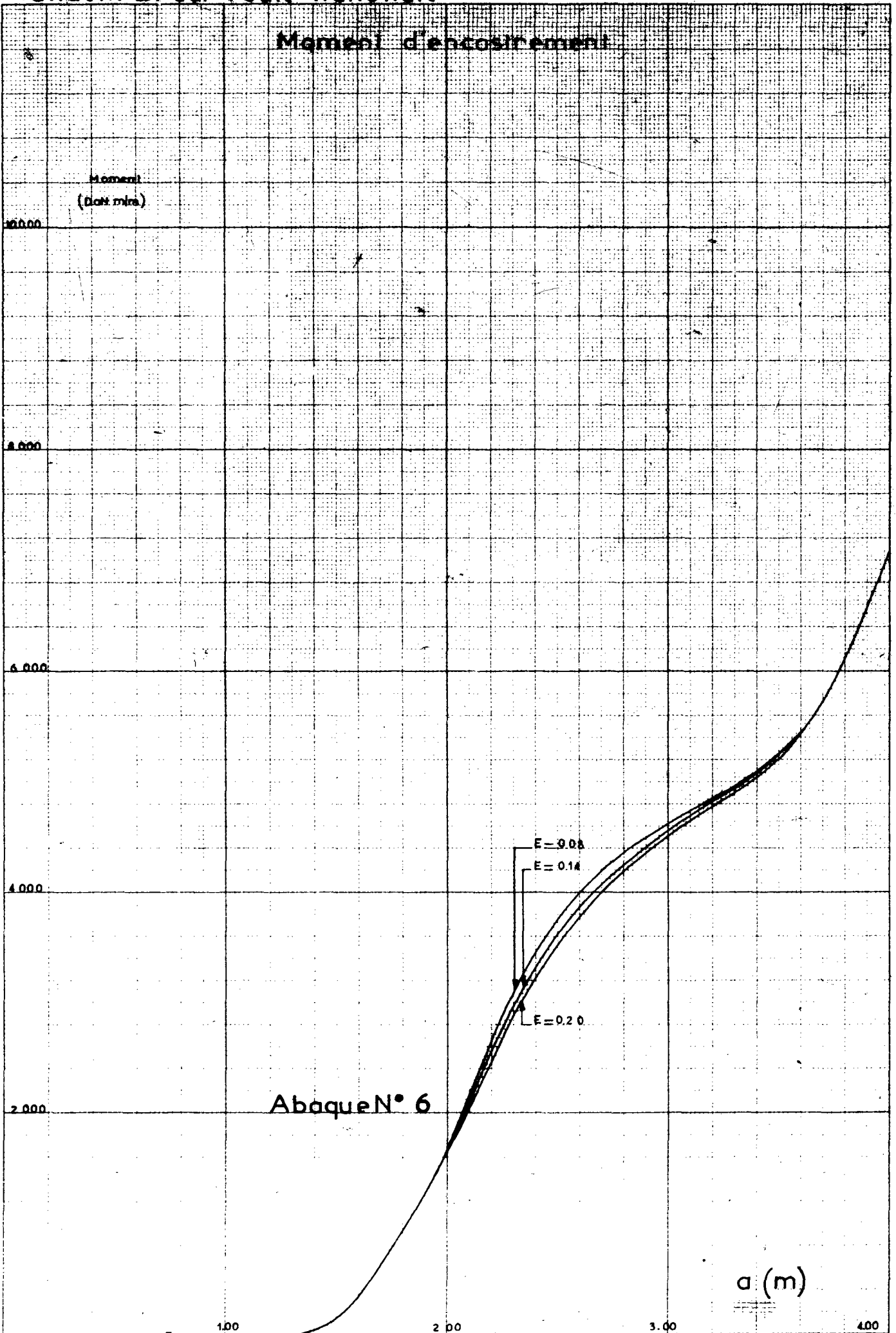
Roue Br sur route nationale

Moment d'encastrement



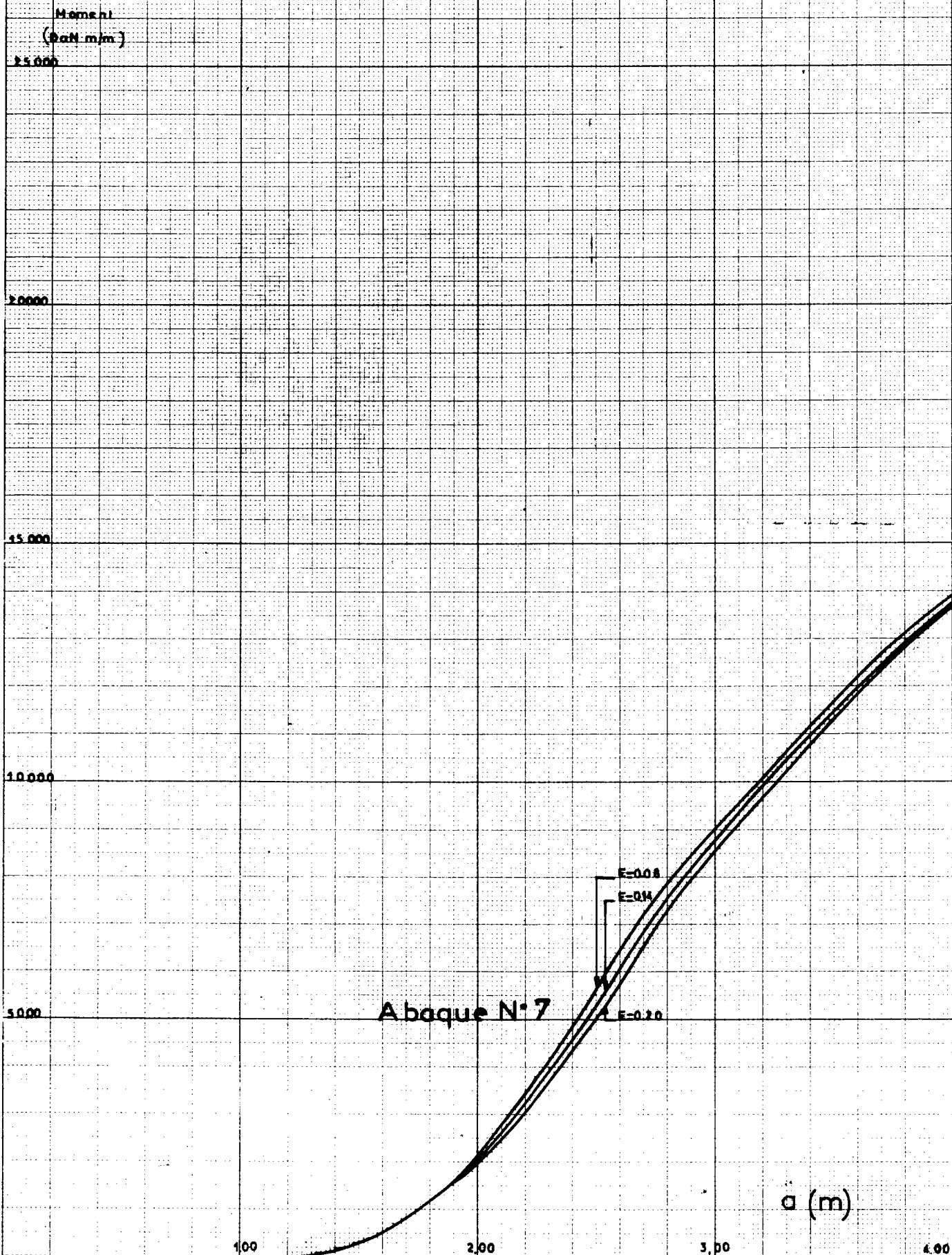
Tandem B1 sur route nationale

Moment d'encastrement



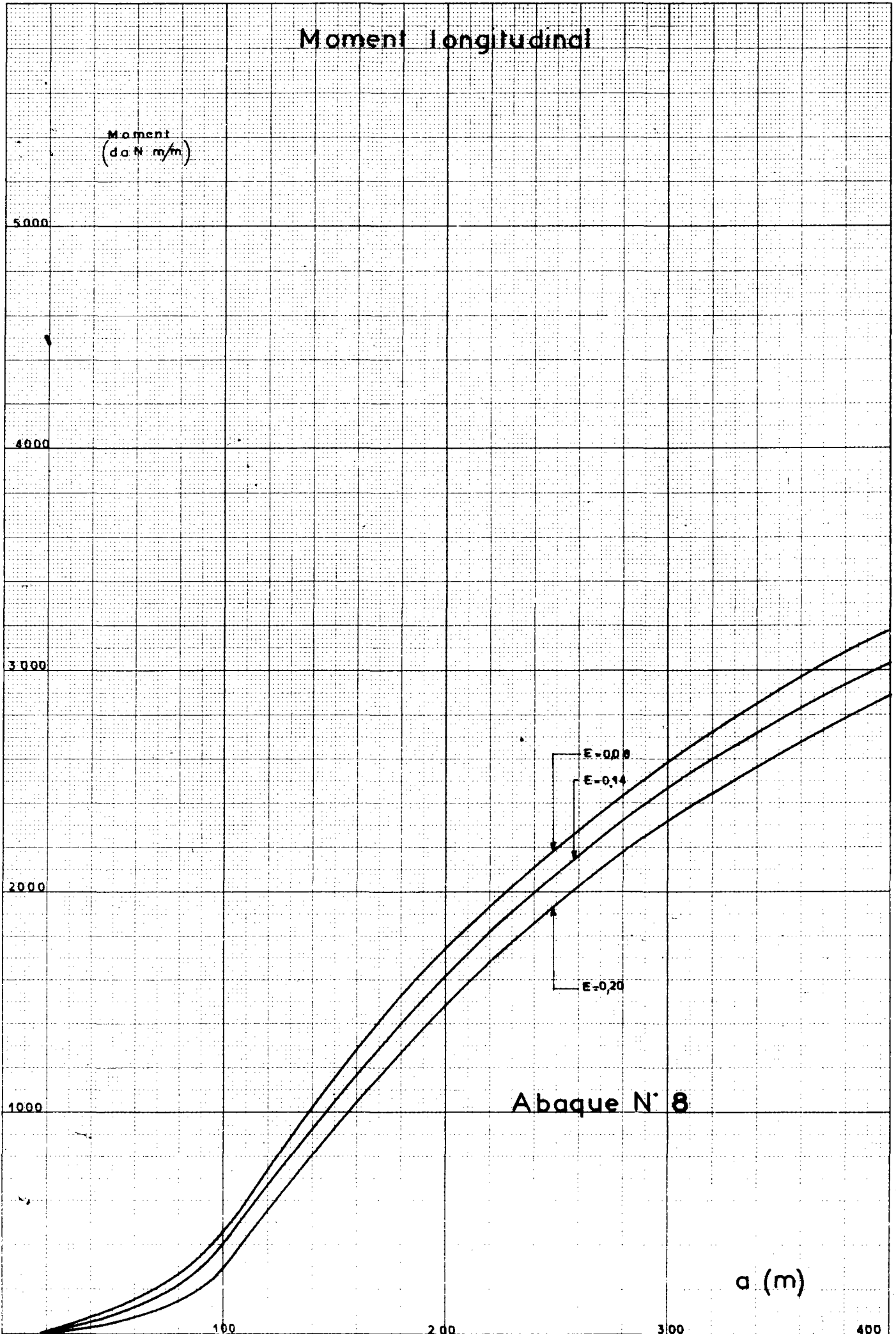
Char Mc 120 sur route nationale

Moment d'encastrement



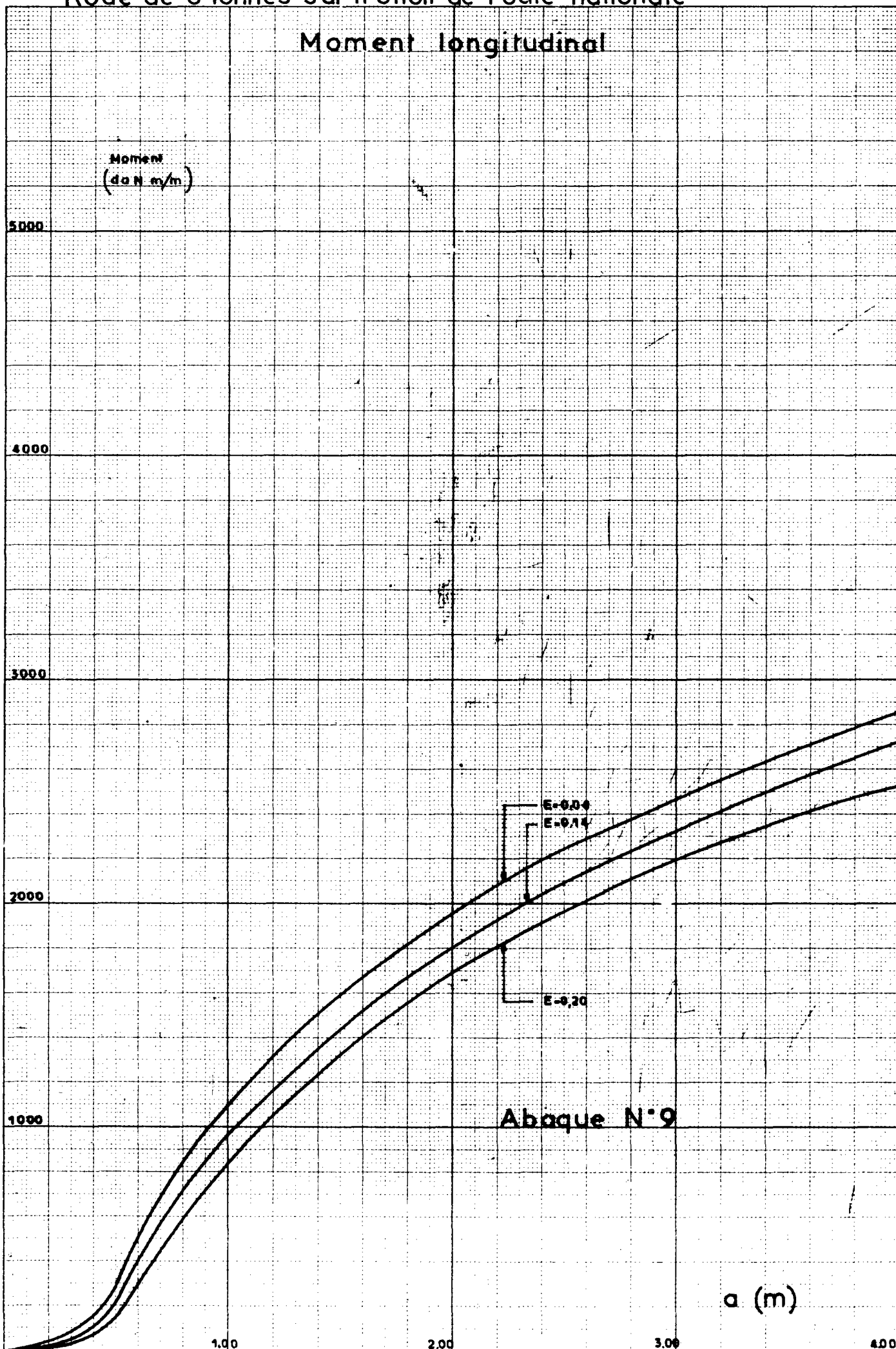
Roue Br sur bord de chaussée autoroutière

Moment longitudinal



Roue de 6 tonnes sur trottoir de route nationale

Moment longitudinal



CALCUL DES DALLES RECTANGULAIRES SOUMISES A DES CONDITIONS D'APPUI DIVERSES

I - INTRODUCTION :

Les nouveaux abaques du S.E.T.R.A. présentés par ailleurs donnent directement les cas courants :

- les valeurs les plus défavorables des moments dus aux surcharges B au centre d'une dalle rectangulaire simplement appuyée sur ses 4 côtés.
- les moments sur appui sous cas de charge symétrique par rapport à cet appui ; ce qui correspond à un encastrement parfait sur cet appui.
- les moments au centre et sur appui dans une dalle parfaitement encadrée sur ses appuis.
- les moments dans une dalle en encorbellement lorsque la position des charges est à une certaine distance du bord libre.

On rencontre des cas où ces abaques ne s'appliquent pas.

- un trottoir peut empiéter sur une dalle encadrée sur des poutres rigides à la torsion et empêcher de placer les charges aux emplacements prévus.
- il se peut que la distance des charges au bord libre d'une dalle en encorbellement ne soit pas celle qui a été prévue pour l'établissement des abaques.

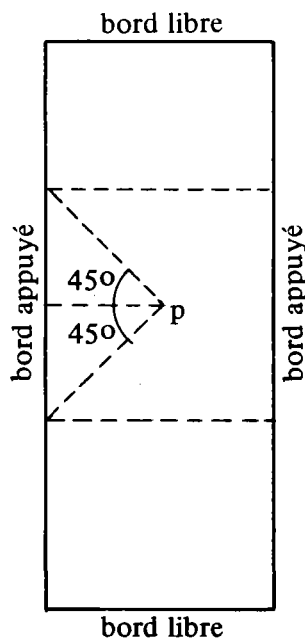


FIG. 1

- dans le cas de dalle à 2 bords libres, le calcul à partir des abaques n'est pas applicable non plus. Lorsque les bords constituant appui sont suffisamment longs et que la surcharge est répartie, on peut faire le calcul comme dans une poutre de même portée et de largeur unité. Mais pour une charge concentrée l'approximation qui consiste à l'affecter à une bande obtenue par une répartition horizontale à 45° est souvent assez grossière (figure 1).

Une solution très générale pour résoudre ces divers cas qui sortent du cadre des hypothèses d'appui des abaques PIGEAUD ou des conditions de chargement des abaques S.E.T.R.A. est donnée par les abaques PUCHER.

Dans le cas très particulier de surcharge uniformément répartie sur toute la dalle on pourra utiliser les résultats de Marcus donnés à la fin de la présente note.

2 - UTILISATION DES ABAQUES DE PUCHER . (1)

Ces abaques sont établis pour des dalles rectangulaires

- ayant leurs côtés dans les rapports 0,8 - 1 - 1,2 et ∞ (applicable dès que $\frac{b}{a} > 2,5$)
- à côtés libres (figurés) articulés (figurés) ou encastrés (figurés) ainsi que pour les dalles circulaires.

L'intégration de l'équation de Lagrange $\Delta \Delta w = 0$ donne la valeur $w(u, v, x, y)$ de la flèche prise par un point M (x, y) de la dalle sous l'action de la force verticale $F = 1$ appliquée au point A (u, v). D'après le théorème de réciprocité de Maxwell, $w(u, v, x, y) = w(x, y, u, v)$.

On en déduit les valeurs des fonctions suivantes qui permettent de déterminer les efforts sollicitant la dalle en M sous cette action :

$$m_x = -\lambda \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$m_y = -\lambda \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$m_{xy} = m_{yx} = -\lambda \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$q_x = -\lambda \frac{\partial \Delta w}{\partial x} \quad \text{et} \quad q_y = -\lambda \frac{\partial \Delta w}{\partial y} \quad \left(\Delta w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

où : ν = coefficient de Poisson (acier : 0,3
béton : 0,15)

$$\lambda = \frac{E e^3}{12 (1 - \nu^2)} \quad (E : \text{Module d'élasticité} \\ e : \text{épaisseur de la dalle})$$

Les fonctions m_x , m_y , m_{xy} , q_x , q_y , sont données par les abaques.

Les efforts s'en déduisent :

- moments fléchissants unitaires transversal $M_a = m_x + \nu m_y$
longitudinal $M_b = m_y + \nu m_x$

- moment de torsion unitaire : $m_{xy} = m_{yx}$

- Efforts tranchants unitaires : q_x
 q_y

(1) Einflußfelder elastischer Platten von Adolf Pücher WIEN, Springer-Verlag 1951. En vente à Paris Librairie Scientifique Internationale Lavoisier, 11, rue Lavoisier 8ème - ANJou 39-95.

EMPLOI DES ABAQUES

Les abaques donnent les surfaces d'influence de ces efforts par leurs lignes de niveaux (lieux des points A d'application de la force $F = 1$ donnant une valeur constante de l'effort en M). A chaque point remarquable M correspond un abaque.

désignant - pour une plaque rectangulaire, la longueur du grand côté
 - pour une bande (de longueur infinie) : la largeur.

les abaques sont établis dans les coordonnées réduites sans dimensions suivantes :

$$\xi = \frac{x}{\ell} ; \quad \eta = \frac{y}{\ell}, \quad \delta = \frac{u}{\ell} \quad \text{et} \quad \epsilon = \frac{v}{\ell}$$

Pour une charge ponctuelle on lira donc sur l'abaque correspondant au point M (ξ, η) où l'on cherche les efforts, la cote z (δ, ϵ) obtenue à partir des coordonnées réduites du point d'application de la charge.

Pour une charge répartie de densité p sur l'aire Σ il faut calculer l'intégrale $I = \iint_{\Sigma} pz(\delta, \epsilon) d\delta d\epsilon$. Si p est constant cela revient à calculer le volume du prisme de base Σ et compris entre la surface d'influence et le plan de référence $0 \xi \eta$.

Si Σ est faible et loin de A, on évalue la cote moyenne \bar{z} dans la zone Σ et on prend $I = p \bar{z}$.

Dans le cas contraire on effectue un nombre impair de coupes verticales équidistantes de e et on mesure les aires de chaque coupe S_0, S_1, \dots, S_{2n} . Le volume cherché est donné par la formule de Simpson :

$$V = \frac{e}{3} \left[S_0 + 4 S_1 + 2 S_2 + 4 S_3 + \dots + 4 S_{2n-1} + S_{2n} \right] \text{ (figure 4).}$$

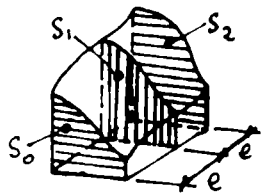


Figure 4

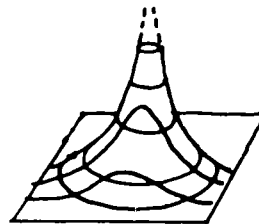


Figure 5

Remarques : 1) Certaines surfaces d'influence ont une cote infinie au droit du point d'application des charges. Mais le volume de la "cheminée" dont le sommet est à l'infini a une valeur finie et négligeable au-dessus de la dernière ligne de niveau de l'abaque (Figure 5).

2) Des surcharges quasi-ponctuelles (roues de camion) peuvent conduire dans le plan moyen de la dalle à des surfaces de charge non négligeables compte tenu de la répartition habituelle à 45° dans l'épaisseur de la dalle. On peut donc être amené même pour ces charges à calculer une intégrale. On verra un exemple ci-après.

En définitive, les valeurs lues correspondent à un système de charges concentrées P_i et de charges réparties p sur l'aire Σ sont :

$$f = \Sigma P_i z_i$$

$$g = \iint_{\Sigma} p z (\delta, \epsilon) d\delta \cdot d\epsilon$$

Les valeurs réelles des efforts sont :

	Charges concentrées	Charges réparties
Pour m_x et m_y m_{xy}	$\frac{1}{8\pi} f$	$\frac{l^2}{8\pi} g$
Pour q_x et q_y	$\frac{1}{8\pi} \quad \frac{1}{l} f$	$\frac{1}{8\pi} g$

On en déduit :

$$M_a = m_x + \nu m_y \quad (\nu = 0,15 \text{ pour le béton})$$

$$M_b = m_y + \nu m_x$$

EXEMPLES D'APPLICATION DES ABAQUES

Exemple 1 - Dalle à bords libres de 10 m de portée. - Effet d'une roue de 10 t placée au centre.

Données : $a = 10 \text{ m}$

$b = 6 \text{ m } 70$ (chaussée de 5 m 50 + 2 trottoirs de 0 m 60)

$$\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$$

surcharge : roue de 6 t du camion B_C placée au centre

coefficient de majoration dynamique : 1,33, ce qui équivaut à une roue de 8 t.

L'abaque N° 50 donne : (1)

$z \# 12,5$

$$m_x = \frac{1}{8\pi} \times 12,5 \times 8 = 3,98 \quad \left(\frac{1}{8\pi} = 0,03979 \# 0,04 \right)$$

L'abaque N° 51 donne :

$$z = 6$$

$$m_y = \frac{1}{8\pi} \times 6 \times 8 = 1,91$$

$$\text{d'où } M_a = 3,98 + 0,15 \times 1,91 = 4,25 \text{ tonnes-mètres/mètre}$$

$$M_b = 1,91 + 0,15 \times 3,98 = 2,51 \text{ tonnes-mètres/mètre}$$

Si on faisait le calcul simpliste consistant à assimiler la dalle à une poutre en répartissant la charge sur la largeur b puisque les droites de répartition à 45° ne coupent pas le bord appuyé (figure 6) on obtiendrait :

$$M_a = \frac{P_a}{4b} = \frac{8 \times 10}{4 \times 6,7} = 2,98 \text{ tonnes-mètres/mètre}$$

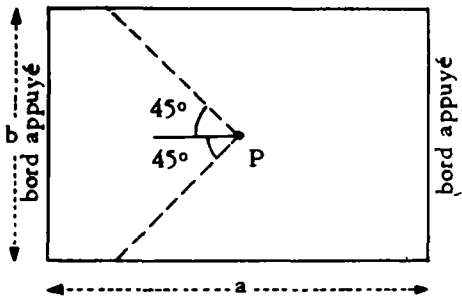


Fig. 6

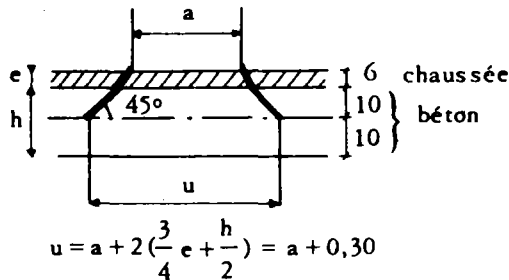


Fig. 7

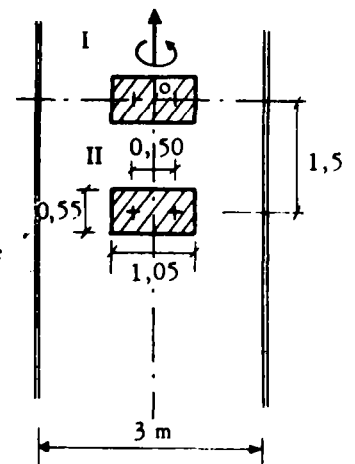


Fig. 8

Exemple 2

Dalle de pont, de largeur 3 m, de longueur infinie, encastrée sur ses deux bords de longueur infinie.

Epaisseur de chaussée : 6 cm, de béton = 20 cm, $\left\{ \begin{array}{l} \text{charge permanente :} \\ 0,06 \times 2,1 + 0,2 \times 2,5 = 0,626 \text{ t/m}^2. \end{array} \right.$

Calculer le moment transversal au centre 0 de la dalle sous l'action de la surcharge B_C .

Coefficient de majoration dynamique $\delta = 1,35$.

Dimensions des impacts à considérer dans le plan moyen de la dalle. (figure 7).

Les impacts de 2 roues arrière de 2 camions B_C accolés (roue de gauche du camion de droite et roue de droite de celui de gauche) se recourent.

Le groupe de 4 roues arrière de 2 camions B_C accolés donne donc 2 impacts rectangulaires, de côtés :

- sens transversal : $u = 0,5 + 0,25 + 0,3 = 1,05 \text{ m}$

- sens longitudinal : $v = 0,25 + 0,3 = 0,55 \text{ m}$ (fig. 8)

1 - Moment transversal dû à la charge permanente :

pas de flexion longitudinale (longueur infinie et charge uniforme). Le montant est donc obtenu par la formule des poutres :

$$M_{xp} = 0,626 \times \frac{3,0^2}{24} = 0,235 \text{ tm/m}$$

2 - Moment transversal dû à l'essieu I

Le volume à calculer, compris entre le plan horizontal de cote 0, les plans verticaux limitant l'impact I, et la surface d'influence, comprend la "cheminée" dont le sommet est à l'infini. On ne peut lire facilement une cote moyenne. Nous allons calculer ce volume en faisant des coupes verticales équidistantes, en mesurant l'aire de chaque coupe, et en calculant le volume par la formule de Simpson.

A cause de la symétrie, nous ne calculerons que le $\frac{1}{4}$ du volume

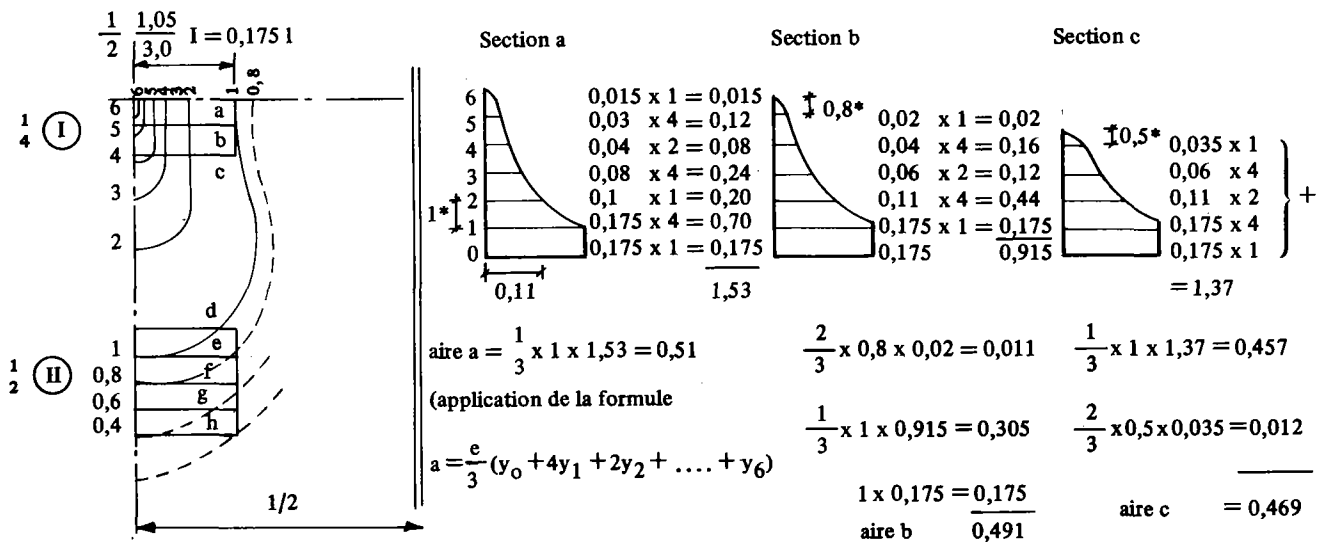
Distance entre les coupes verticales :

dans la réalité $\frac{1}{4} \times 0,55 = 0,1375 \text{ m}$
 soit $\frac{0,1375}{3,0} \ell = 0,0458 \ell$

Volume défini par l'impact B, en tenant compte de ce que les cotes données par les abaques sont multipliées par 8π , et que nous n'avons mesuré qu'un quart de ce volume.

$$V = 4 \times \frac{1}{8\pi} \times \underbrace{0,0458}_{\text{échelle}} \times \frac{1}{3} \underbrace{(0,51 + 4 \times 0,491 + 0,469)}_{\text{formule de Simpson}} = 0,00715$$

Moment transversal dû à l'essieu I : $p \ell^2 V \frac{1,35 \times 2 \times 6,0}{0,55 \times 1,05} \times 3,0^2 \times 0,00715 = 1,80 \text{ tm/m (1)}$



(1) Cote moyenne de l'impact I : $1,8 \times \frac{8\pi}{(1,35 \times 2 \times 6,0)} = 2,8$

3 - **Moment du à l'essieu II** : on peut recommencer le procédé des coupes verticales. Mais on peut estimer, en ce cas, une cote moyenne approximative, soit ici environ 0,8

$$\text{Moment transversal dû à l'essieu II} : \frac{0,8}{8\pi} \times (1,35 \times 2 \times 6,0) = 0,52 \text{ tm/m}$$

4 - **Le moment longitudinal en O**, dans le même cas de charge, calculé par la même méthode vaut :

$$\frac{2,1}{8\pi} (1,35 \times 2 \times 6,0) = 1,35 \text{ tm/m} \quad (\text{Essieu I})$$

$$-\frac{0,55}{8\pi} (1,35 \times 2 \times 6,0) = -0,35 \text{ tm/m} \quad (\text{Essieu II})$$

5 - **Les valeurs précédentes** sont celles de m_x et m_y qui supposent un coefficient de Poisson nul. En prenant en compte $\nu = 0,15$ on obtient le moment M_a transversal au centre O de la dalle :

$$0,235 + (1,80 + 0,15 \times 1,35) + (0,52 - 0,15 \times 0,35) = \underline{\underline{2,70 \text{ tm/m}}}$$

4 - RESULTATS DIVERS DEDUITS DES ABAQUES DE PUCHER.

Plaque rectangulaire libre sur ses 2 bords parallèles de longueur a (cf. aussi à ce sujet : Olsen et Reinitz-huber : Die zweiseitig gelagerte Platte ; W. Ernst Berlin 1944).

$$4,11 - \text{Si } \frac{b}{a} < \frac{1}{2}$$

Le coefficient de flexion transversal m_y (d'axe ox) est faible.

On pourra assimiler la dalle à une poutre de portée a et ayant même condition d'appui sur les côtés b.

Par exemple pour une plaque uniformément chargée avec la densité p on aura au centre de la plaque :

$$m_x = \frac{pa^2}{8} \quad (\text{par unité de largeur})$$

$$m_y \neq 0$$

$$\text{d'où } M_a \neq m_x = \frac{pa^2}{8} \quad (\text{par unité de largeur})$$

$$4,12 - \frac{1}{2} < \frac{b}{a} < \frac{2}{3}$$

On interpolera linéairement entre les valeurs données par les abaques pour $\frac{b}{a} = \frac{1}{2}$ et $\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$

$$4,13 - \frac{b}{a} > 2$$

Le coefficient de flexion transversal m_y devient important. On appliquera les résultats de Pücher pour la bande de largeur b infinie : bande infinie dans les 2 sens pour l'étude de la zone centrale et bande demi-infinie pour l'étude du bord libre.

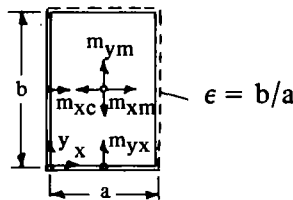
5 - RESULTATS DE MARCUS

On pourra utiliser les résultats du tableau suivant dû à Marcus notamment lorsque les rapports des côtés de la dalle sont différents des valeurs pour lesquelles sont établis les abaques de Pücher.

m_x m_y ont les mêmes significations que précédemment ; l'indice m se rapporte au centre de la dalle, l'indice e se rapporte au milieu du côté intéressé (voir figure). On déduira les moments fléchissants unitaires des valeurs de m_x et m_y par les mêmes formules que précédemment :

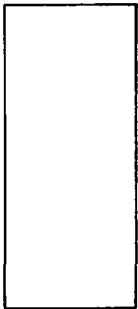


$$M_a = m_x + \nu m_y \quad (\text{à multiplier par } pa^2)$$

$$M_b = m_y + \nu m_x \quad (\text{à multiplier par } pa^2)$$

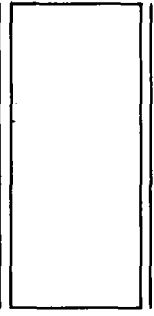
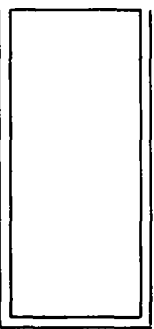
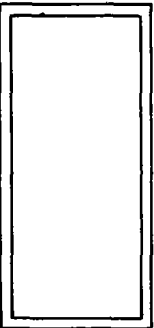


Condition d'appui	m_{xm}	m_{ym}	m_{xe}	m_{ye}
1	$\frac{1}{8} \cdot \frac{\epsilon^4}{1+\epsilon^4} (1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^4})$	$\frac{1}{8} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^4} (1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^4})$	-	-
2	$\frac{45}{128} \cdot \frac{\epsilon^4}{2+5\epsilon^4} (1 - \frac{75}{32} \cdot \frac{\epsilon^2}{2+5\epsilon^4})$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{\epsilon^2}{2+5\epsilon^4} (1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{\epsilon^2}{2+5\epsilon^4})$	$-\frac{5}{8} \cdot \frac{\epsilon^4}{2+5\epsilon^4}$	-
3	$\frac{1}{4} \cdot \frac{\epsilon^4}{5+2\epsilon^4} (1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{\epsilon^2}{5+2\epsilon^4})$	$\frac{45}{128} \cdot \frac{\epsilon^2}{5+2\epsilon^4} (1 - \frac{75}{32} \cdot \frac{\epsilon^2}{5+2\epsilon^4})$	-	$-\frac{5}{8} \cdot \frac{\epsilon^2}{5+2\epsilon^4}$
4	$\frac{9}{128} \cdot \frac{\epsilon^4}{1+\epsilon^4} (1 - \frac{15}{32} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^4})$	$\frac{9}{128} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^4} (1 - \frac{15}{32} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^4})$	$-\frac{1}{8} \cdot \frac{\epsilon^4}{1+\epsilon^4}$	$-\frac{1}{8} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^4}$
5	$\frac{5}{24} \cdot \frac{\epsilon^4}{1+5\epsilon^4} (1 - \frac{25}{18} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+5\epsilon^4})$	$\frac{1}{8} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+5\epsilon^4} (1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+5\epsilon^4})$	$-\frac{5}{12} \cdot \frac{\epsilon^4}{1+5\epsilon^4}$	-
6	$\frac{1}{8} \cdot \frac{\epsilon^4}{5+\epsilon^4} (1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{\epsilon^2}{5+\epsilon^4})$	$\frac{5}{24} \cdot \frac{\epsilon^2}{5+\epsilon^4} (1 - \frac{25}{18} \cdot \frac{\epsilon^2}{5+\epsilon^4})$	-	$-\frac{5}{12} \cdot \frac{\epsilon^2}{5+\epsilon^4}$
7	$\frac{1}{12} \cdot \frac{\epsilon^4}{1+2\epsilon^4} (1 - \frac{5}{9} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+2\epsilon^4})$	$\frac{9}{128} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+2\epsilon^4} (1 - \frac{15}{32} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+2\epsilon^4})$	$-\frac{1}{6} \cdot \frac{\epsilon^4}{1+2\epsilon^4}$	$-\frac{1}{8} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+2\epsilon^4}$
8	$\frac{9}{128} \cdot \frac{\epsilon^4}{2+\epsilon^4} (1 - \frac{15}{32} \cdot \frac{\epsilon^2}{2+\epsilon^4})$	$\frac{1}{12} \cdot \frac{\epsilon^2}{2+\epsilon^4} (1 - \frac{5}{9} \cdot \frac{\epsilon^2}{2+\epsilon^4})$	$-\frac{1}{8} \cdot \frac{\epsilon^4}{2+\epsilon^4}$	$-\frac{1}{6} \cdot \frac{\epsilon^2}{2+\epsilon^4}$
9	$\frac{1}{24} \cdot \frac{\epsilon^4}{1+\epsilon^4} (1 - \frac{5}{18} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^4})$	$\frac{1}{24} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^4} (1 - \frac{5}{18} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^4})$	$-\frac{1}{12} \cdot \frac{\epsilon^4}{1+\epsilon^4}$	$-\frac{1}{12} \cdot \frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^4}$

VALEURS DE m_{xm} , m_{ym} , m_{xe} , m_{ye}

Conditions d'appui	b/a	m_{xm}	m_{ym}	m_{xe}	m_{ye}
	0,4	1/368,40 = 0,002714	-1/ 58,94 = 0,01696		
	0,6	1/ 94,94 = 0,01053	1/ 34,18 = 0,02926		
	0,8	1/ 44,29 = 0,02258	1/ 28,34 = 0,03528		
	1	1/ 27,43 = 0,03646	1/ 27,43 = 0,03646		
	1,25	1/ 18,14 = 0,05512	1/ 28,34 = 0,03528		
	1,5	1/ 13,87 = 0,07210	1/ 31,21 = 0,03204		
	2	1/ 10,57 = 0,09458	1/ 42,29 = 0,02364		
	2,5	1/ 9,43 = 0,10603	1/ 58,94 = 0,01696		
	∞	1/ 8,00 = 0,12500	0		
 m_{xe}	0,4	1/287,03 = 0,003484	1/ 60,82 = 0,01644	- 1/133,00 = - 0,007519	
	0,6	1/ 85,30 = 0,01172	1/ 38,04 = 0,02629	- 1/ 32,69 = - 0,03059	
	0,8	1/ 44,66 = 0,02239	1/ 34,35 = 0,02911	- 1/ 15,81 = - 0,06324	
	1	1/ 29,93 = 0,03341	1/ 36,75 = 0,02721	- 1/ 11,20 = - 0,08928	
	1,25	1/ 22,30 = 0,04484	1/ 44,53 = 0,02245	- 1/ 9,31 = - 0,10740	
	1,5	1/ 19,02 = 0,05258	1/ 56,28 = 0,01777	- 1/ 8,63 = - 0,11585	
	2	1/ 16,46 = 0,06075	1/ 89,26 = 0,01120	- 1/ 8,20 = - 0,12195	
	2,5	1/ 15,52 = 0,06443	1/ 133,32 = 0,007501	- 1/ 8,08 = - 0,12373	
	∞	1/ 14,22 = 0,07031	0	- 1/ 8,00 = - 0,12500	
 m_{xe} m_{ve}	0,4	1/614,74 = 0,001627	1/ 98,36 = 0,01017	- 1/320,50 = - 0,003120	- 1/ 51,28 = - 0,01950
	0,6	1/145,73 = 0,006862	1/ 52,46 = 0,01906	- 1/ 69,73 = - 0,01434	- 1/ 25,10 = - 0,03984
	0,8	1/ 62,18 = 0,01608	1/ 39,79 = 0,02513	- 1/ 27,53 = - 0,03632	- 1/ 17,62 = - 0,05675
	1	1/ 37,15 = 0,02692	1/ 37,15 = 0,02692	- 1/ 16,00 = - 0,06250	- 1/ 16,00 = - 0,06250
	1,25	1/ 25,47 = 0,03926	1/ 39,79 = 0,02513	- 1/ 11,28 = - 0,08868	- 1/ 17,62 = - 0,05675
	1,5	1/ 20,62 = 0,04850	1/ 46,39 = 0,02155	- 1/ 9,58 = - 0,10438	- 1/ 21,55 = - 0,04639
	2	1/ 16,98 = 0,05888	1/ 67,94 = 0,01472	- 1/ 8,50 = - 0,11765	- 1/ 34,00 = - 0,02941
	2,5	1/ 15,74 = 0,06354	1/ 98,36 = 0,01017	- 1/ 8,20 = - 0,12188	- 1/ 51,28 = - 0,01950
	∞	1/ 14,22 = 0,07031	0	- 1/ 8,00 = - 0,12500	0

VALEURS DE m_{xm} , m_{ym} , m_{xe} , m_{ye}

Conditions d'appui	b/a	m_{xm}	m_{ym}	m_{xe}	m_{ye}
 m_{xe}	0,4	$1/263,39 = 0,003797$	$1/ 63,96 = 0,01563$	$- 1/105,75 = - 0,009456$	
	0,6	$1/ 87,62 = 0,01141$	$1/ 44,77 = 0,02233$	$- 1/ 30,52 = - 0,03277$	
	0,8	$1/ 50,42 = 0,01983$	$1/ 46,18 = 0,02165$	$- 1/ 17,86 = - 0,05599$	
	1	$1/ 37,47 = 0,02668$	$1/ 55,74 = 0,01794$	$- 1/ 14,40 = - 0,06944$	
	1,25	$1/ 31,07 = 0,03218$	$1/ 75,01 = 0,01333$	$- 1/ 12,98 = - 0,07702$	
	1,5	$1/ 28,31 = 0,03532$	$1/100,73 = 0,00927$	$- 1/ 12,47 = - 0,08017$	
	2	$1/ 26,09 = 0,03833$	$1/168,95 = 0,005919$	$- 1/ 12,15 = - 0,08230$	
	2,5	$1/ 25,24 = 0,03962$	$1/258,13 = 0,003874$	$- 1/ 12,06 = - 0,082910,$	
	∞	$1/ 24,00 = 0,04167$	0	$- 1/ 12,00 = - 0,08333$	
 m_{xe}	0,4	$1/538,27 = 0,001858$	$1/100,62 = 0,009938$	$- 1/246,38 = - 0,004059$	$- 1/ 52,56 = - 0,01902$
	0,6	$1/138,61 = 0,007214$	$1/ 57,44 = 0,01741$	$- 1/ 58,30 = - 0,01715$	$- 1/ 27,98 = - 0,03574$
	0,8	$1/ 66,24 = 0,01509$	$1/ 48,41 = 0,02066$	$- 1/ 26,65 = - 0,03752$	$- 1/ 22,74 = - 0,04397$
	1	$1/ 44,18 = 0,02263$	$1/ 50,57 = 0,01977$	$- 1/ 18,00 = - 0,05555$	$- 1/ 24,00 = - 0,04167$
	1,25	$1/ 33,92 = 0,02948$	$1/ 61,16 = 0,01635$	$- 1/ 14,46 = - 0,06917$	$- 1/ 30,12 = - 0,03320$
	1,5	$1/ 29,71 = 0,03366$	$1/ 77,69 = 0,01287$	$- 1/ 13,18 = - 0,07584$	$- 1/ 39,55 = - 0,02528$
	2	$1/ 26,54 = 0,03768$	$1/124,40 = 0,008038$	$- 1/ 12,37 = - 0,08081$	$- 1/ 66,00 = - 0,01515$
	2,5	$1/ 25,42 = 0,03933$	$1/186,98 = 0,005348$	$- 1/ 12,15 = - 0,08228$	$- 1/101,28 = - 0,009874$
	∞	$1/ 24,00 = 0,04167$	0	$- 1/ 12,00 = - 0,08333$	0
 m_{xe} m_{ye}	0,4	$1/1005,13 = 0,0009949$	$1/160,82 = 0,006218$	$- 1/480,77 = - 0,002080$	$- 1/ 76,92 = - 0,01300$
	0,6	$1/229,50 = 0,004357$	$1/ 82,62 = 0,01210$	$- 1/104,59 = - 0,009561$	$- 1/ 37,65 = - 0,02656$
	0,8	$1/ 94,51 = 0,01058$	$1/ 60,49 = 0,01653$	$- 1/ 41,30 = - 0,02421$	$- 1/ 26,43 = - 0,03783$
	1	$1/ 55,74 = 0,01794$	$1/ 55,74 = 0,01794$	$- 1/ 24,00 = - 0,04167$	$- 1/ 24,00 = - 0,04167$
	1,25	$1/ 38,71 = 0,02583$	$1/ 60,49 = 0,01653$	$- 1/ 16,91 = - 0,05912$	$- 1/ 26,43 = - 0,03783$
	1,5	$1/ 32,04 = 0,03121$	$1/ 72,10 = 0,01387$	$- 1/ 14,37 = - 0,06959$	$- 1/ 32,33 = - 0,03093$
	2	$1/ 27,28 = 0,03665$	$1/109,13 = 0,009163$	$- 1/ 12,75 = - 0,07843$	$- 1/ 51,00 = - 0,01961$
	2,5	$1/ 25,73 = 0,03887$	$1/160,81 = 0,006218$	$- 1/ 12,31 = - 0,08125$	$- 1/ 76,92 = - 0,01300$
	∞	$1/ 24,00 = 0,04167$	0	$- 1/ 12,00 = - 0,08333$	0