

MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT ET DU LOGEMENT
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

CALCUL ÉLECTRONIQUE DES STRUCTURES

CALCUL DES EFFORTS
DANS LES CAISSONS COURBES CONTINUS

C.C.C. 69

1. Pièces Pilotes
2. Modèle d'application
3. CARME
4. PSCURB
5. Effets de la Précontrainte

Ce document est propriété de l'administration et ne peut être utilisé ou reproduit même partiellement sans l'autorisation du Service d'Études Techniques des Routes et Autoroutes ou de son représentant autorisé.

DIVISION DES OUVRAGES D'ART B

46, Avenue Aristide BRIAND, 46

B.P. 100

92 - BAGNEUX

Tel: 655.42.42

M. ^{elle} DEBRIE

Ingénieur auxiliaire I.N.S.A.
Gestionnaire

G. MONNERET

Ingénieur en Chef

G. TOURNERIE

Ingénieur des P. et Ch.

H. MATHIEU

Ingénieur en Chef
Chef de la Division

DIRECTEUR DU SERVICE

M. HUET

Ingénieur en Chef

OCTOBRE 1969

O B J E T

Le dossier-pilote C.C.C. 69 présente un calcul de poutres courbes continues effectué selon leur fibre moyenne ; en pratique il concerne des caissons et par extension des dalles courbes. Il comporte un programme électronique de calcul des efforts (lignes d'influence et courbes enveloppes sous des surcharges réglementaires). Les structures calculables à l'aide de ce programme n'intéressent que des ouvrages étroits (4 voies au maximum), dont le rayon de courbure et les caractéristiques mécaniques sont constantes dans chaque travée. Le nombre des travées a été limité à 6, leurs portées sont quelconques. Les appuis peuvent être constitués d'un ou de plusieurs points ; dans ce dernier cas la ligne d'appui doit être radiale.

BORDEREAU DES PIECES

1 - PIECES - PILOTES

- 1.1 - Présentation du dossier
- 1.2 - Bordereau des données avec commentaires
- 1.3 - Bordereau des données sans commentaires (sur calque)
- 1.4 - Organigramme
- 1.5 - Méthode de calcul

2 - MODELE D'APPLICATION

- 2.1 - Présentation du modèle d'application
- 2.2 - Plans et coupes transversales
- 2.3 - Bordereau des données
- 2.4 - Note de calcul commentée.

3 - CARME *

4 - PSCURB *

5 - EFFETS DE LA PRECONTRAINTE *

L'étude des efforts dans les caissons courbes continus, suivant la méthode CCC 69, a été commencée par Monsieur ALBOUY, Ingénieur des Ponts et Chaussées.

Les 3 sous-dossiers repérés par un astérisque paraîtront ultérieurement.

MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT ET DU LOGEMENT
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

CALCUL ÉLECTRONIQUE DES STRUCTURES

CALCUL DES EFFORTS
DANS LES CAISSONS COURBES CONTINUS

C.C.C. 69

PIÈCES PILOTES

1



Ce document est propriété de l'administration et ne peut être utilisé ou reproduit même partiellement sans l'autorisation du Service d'Études Techniques des Routes et Autoroutes ou de son représentant autorisé.	DIVISION DES OUVRAGES D'ART B 46, Avenue Aristide BRIAND, 46 B.P. 100 92 - BAGNEUX Tel: 655.42.42		DIRECTEUR DU SERVICE
	M.elle DEBRIE Ingénieur auxiliaire I.N.S.A. Gestionnaire	G. MONNERET Ingénieur en Chef	M. HUET Ingénieur en Chef
	G. TOURNERIE Ingénieur des P. et Ch.	H. MATHIEU Ingénieur en Chef Chef de la Division	OCTOBRE 1969

PIECES PILOTES

- 1.1 - Présentation du dossier
- 1.2 - Bordereau des données avec commentaires
- 1.3 - Bordereau des données sans commentaires (sur calque)
- 1.4 - Organigramme
- 1.5 - Méthode de calcul

MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT ET DU LOGEMENT
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

CALCUL ÉLECTRONIQUE DES STRUCTURES

CALCUL DES EFFORTS
DANS LES CAISSONS COURBES CONTINUS

C.C.C. 69

PIÈCES PILOTES

Présentation du dossier



1.1

Ce document est propriété de l'administration et ne peut être utilisé ou reproduit même partiellement sans l'autorisation du Service d'Études Techniques des Routes et Autoroutes ou de son représentant autorisé.

DIVISION DES OUVRAGES D'ART B

46, Avenue Aristide BRIAND, 46

B.P. 100

92 - BAGNEUX

Tél: 655.42.42

M.elle DEBRIE
Ingénieur auxiliaire I.N.S.A.
Gestionnaire

G. MONNERET
Ingénieur en Chef

G. TOURNERIE
Ingénieur des P. et Ch.

H. MATHIEU
Ingénieur en Chef
Chef de la Division

DIRECTEUR DU SERVICE

M. HUET

Ingénieur en Chef

OCTOBRE 1969

PRESENTATION DU DOSSIER

SOMMAIRE

	<u>Page</u>
1 - Introduction	1
2 - Critères de choix et de dimensionnement des structures calculables	2
3 - Définition des structures calculables	6
4 - Objet et limites du programme	
4.1 - Calculs et résultats offerts actuellement par le programme	7
4.2 - Calculs et résultats offerts ultérieurement par le programme	8
4.3 - Calculs non envisagés par le programme	8
5 - Exposé rapide de la méthode de calcul	
5.1 - Règlements et hypothèses de calcul	9
5.2 - Décomposition en éléments isostatiques	10
5.3 - Calcul des inconnues hyperstatiques	12
6 - Etablissement des données et édition des résultats.	
6.1 - Etablissement des données	15
6.2 - Edition des résultats	16

1 - INTRODUCTION

Des ponts courbes apparaissent de plus en plus fréquemment dans les complexes autoroutiers ou dans les complexes urbains. L'amélioration des caractéristiques géométriques des routes, la nécessité d'implanter des ouvrages dans des sites rendus difficiles par l'urbanisation, le développement des projets de chaussées surélevées, amènent, en effet, à construire de plus en plus d'ouvrages de moyenne ou forte courbure.

Dans bon nombre de cas, ces ouvrages courbes supportent des voies d'échange entre autoroutes, ou bien des voies d'accès ou de sortie. Ils peuvent aussi intéresser des routes de moyenne importance dont la vitesse de base est compatible avec de moyennes courbures (voir les règles du G.E.P.U). Ils ne peuvent en tout cas, en offrant davantage de possibilités au projeteur, que favoriser la réalisation de meilleurs tracés.

Jusqu'à présent, le Service d'Etudes Techniques des Routes et Autoroutes ne disposait pas de programme de calcul électronique des efforts dans les poutres continues courbes. Le programme C.C.C. 69, dès avant la mise au point du système EUGENE, comble cette lacune dans des cas relativement simples et généraux.

La simplicité est acquise au prix de quelques restrictions ; entre autres, les appuis sont droits, c'est-à-dire radiaux, et la courbure et l'inertie de la poutre sont définies constantes dans chaque travée, tout en pouvant varier d'une travée à l'autre.

La généralité se trouve dans le choix de la nature des appuis, sur lesquels la poutre peut éventuellement, dans des conditions décrites au paragraphe 3 de cette pièce 1.1, être parfaitement encadrée à la torsion.

Par ailleurs, le calcul étant effectué suivant la fibre moyenne, il importe de souligner qu'il serait inexact d'extrapoler les résultats à des tabliers dont la largeur est importante eu égard à leur portée et à leur courbure. Nous admettons que les ouvrages auxquels s'applique C.C.C. 69 ne puissent pas supporter plus de quatre voies de circulation (une largeur roulable de 14 m est, dans les cas courants, un maximum qui peut même s'avérer excessif). Il faut également noter que, d'une façon générale, l'influence de la courbure sur les efforts n'est sensible que si l'ouverture angulaire (rapport de la portée au rayon en plan, suivant l'axe de l'ouvrage) est supérieure à 0,20 radian, sous réserve d'une résistance suffisante à la torsion.

Enfin, en annexe au programme C.C.C. 69, le programme CARME (calcul des caractéristiques mécaniques des sections transversales planes des poutres caissons et des dalles pleines ou élégies) sera à la disposition des utilisateurs qui pourront y trouver quelque allègement, ou bien une vérification de leur calcul. Ce programme CARME sera exploité au S.E.T.R.A. ; il comportera également le dessin automatique des sections envisagées. L'ensemble des pièces relatives à ce programme annexe constituera un sous-dossier séparé.

Le dossier qui suit est présenté suivant le plan habituellement adopté pour les documents de ce type : viennent, tout d'abord, les pièces pilotes, ensuite, l'exemple d'application, inspiré par le pont de ROMAINVILLE sur l'auto-route A3, puis, le sous-dossier 3 constitué par le programme annexe CARME. Enfin, nous avons adjoint un sous-dossier 4 qui décrit très succinctement les caractéristiques du programme de calcul d'efforts PSCURB que la division des Ouvrages d'Art de la S.N.C.F. a mis au point pour des ponts routiers courbes franchissant des voies ferrées. Le domaine d'application de ce programme PSCURB est plus vaste que celui du programme C.C.C. 69. En effet, les ouvrages calculables ont une courbure en plan quelconque, une inertie variable ou constante dans chaque travée, des appuis droits ou biais.

Les usagers de nos programmes qui ne trouveraient pas la solution d'un problème de pont courbe avec C.C.C. 69 auront quand même avantage à prendre contact avec l'Ingénieur gestionnaire du programme qui pourra éventuellement leur indiquer les conditions de mise en oeuvre du programme PSCURB de la S.N.C.F. ou leur conseiller de se reporter au système EUGENE (cf. Catalogue CAT 67) actuellement en cours de mise au point :

2 - CRITERES DE CHOIX ET DE DIMENSIONNEMENT DES STRUCTURES CALCULABLES

Le Dossier-Pilote C.C.C. 69 présente un calcul de caisson courbe continu et par extension il peut être utilisé pour un calcul de dalle courbe suffisamment étroite. Il faut donc, dans un premier temps, définir la structure de l'ouvrage. Pour faciliter le choix et le dimensionnement nous allons donner quelques indications, parfois provisoires à cause du manque de précédents. Les principes, applicables aux ouvrages rectilignes, sont modifiés par l'intervention de paramètres nouveaux : rayon de courbure en plan, possibilités d'implantation des appuis ... Nous allons cependant essayer de dégager les plus généraux ; ils ne sont pas impératifs, mais ils peuvent favoriser l'étude de la section transversale .

2.1 - Un premier principe est de choisir une structure telle qu'elle soit viable si l'ouvrage a un élancement de l'ordre de $1/24^e$; cet élancement sera ensuite affiné. Pour définir l'élancement, nous devons considérer la portée "déterminante D", mesurée suivant la courbure. Cette portée "déterminante D" pourra être prise comme étant la plus grande des deux valeurs suivantes : portée, mesurée suivant la courbure, de la travée centrale, ou $1,25$ fois la portée, toujours mesurée suivant la courbure, de la travée de rive la plus longue. D étant déterminée, trois cas peuvent être distingués :

1er cas - Si la valeur de D est inférieure ou égale à 25 m, on choisit une dalle pleine avec éventuellement des encorbellements latéraux: elle a, au maximum, une hauteur égale à 1m car l'élancement peut être choisi entre $1/24^e$ et $1/30^e$ environ.

Elle peut être précontrainte dans le sens longitudinal par un câblage suivant le tracé en plan et armée dans l'autre sens par des armatures radiales.

Etant donné la faible portée nous n'aurons pas un poids propre excessif.

2^{ème} cas - Si la valeur de D est comprise entre 25 et 40 m, on choisit une dalle élégiée ou parfois, selon la largeur, le rayon en plan et les possibilités d'implantation des points d'appui, une dalle à nervure axiale avec d'importants encorbellements ; l'élançement est encore généralement compris entre 1/24^e et 1/30^e ; cette dalle, élégiée ou à nervure axiale, a, au maximum, une hauteur égale à 1,50 m et elle présente certains avantages. Entre autres, elle possède un moment d'inertie de torsion important, ce qui lui permet d'absorber correctement les moments de torsion et elle favorise un allègement du poids propre. Cependant, pour ces portées, on peut quelquefois préférer un caisson, soit pour des raisons esthétiques, soit à cause de certaines difficultés constructives.

3^{ème} cas - Si la valeur de D est supérieure à 40 m, on ne peut plus conserver les structures précédentes et on choisit alors généralement un caisson ; sa hauteur peut alors dépasser 2 m. La structure en caisson permet d'envisager de grandes portées ce qui est courant pour des ponts courbes qui enjambent souvent des voies larges. Elle absorbe correctement les moments de torsion grâce à son important moment d'inertie.

Pour rendre plus agréable à l'oeil le profil d'un grand ouvrage et faciliter l'implantation des points d'appui, on peut envisager des encorbellements de part et d'autre du caisson, ce qui allège sensiblement l'aspect du tablier.

Pour de très grandes portées, on peut envisager de réduire la hauteur du caisson calculée pour un élançement de 1/24^e, à condition d'augmenter la quantité d'acier de précontrainte. Mais on peut aussi l'augmenter, jusqu'à 1/17^e par exemple, pour diverses raisons particulières (dimensionnement de chevêtres incorporés, facilités d'exécution, etc...).

Les grands ouvrages en caisson sont souvent réalisés à l'aide de voussoirs préfabriqués ou par encorbellements successifs. On notera que pour un rayon de courbure en plan supérieur à 300 m on peut utiliser des voussoirs ayant la forme de petits parallélépipèdes sans pratiquement modifier le tracé théorique (on obtient une différence inférieure à 5 mm), mais que cela interdit le mode d'assemblage par collage qui est de loin le plus avantageux. En outre, si la solution de préfabrication possède des avantages appréciables, elle ne se justifie économiquement que pour des ouvrages longs (200 m au moins) ayant une faible courbure. En effet, pour des ponts fortement courbes, on ne peut pas avoir recours à cette solution à cause des moments de torsion trop importants qui apparaîtraient à la construction.

Pour de grandes portées, on peut également envisager l'utilisation de caissons métalliques. Cette solution est compétitive quand il s'agit de construire de grands ouvrages (portées de 100m environ). En effet, en adoptant un élançement de l'ordre de 1/25^e on peut construire des ouvrages qui auront un poids propre raisonnable. Avec une tôle orthotrope, on peut passer avec une épaisseur sensiblement réduite. De plus, la solution du caisson métallique présente des avantages à la construction car elle évite l'installation de nombreux échafaudages.

Mentionnons enfin, pour mémoire, l'emploi de structures à poutres de faible résistance à la torsion, réunies par de nombreux diaphragmes radiaux. Cette structure a encore été peu réalisée en France, et son calcul par C.C.C. n'a pas été envisagé jusqu'à présent.

Dans ce qui précède nous avons examiné différents types de structures possibles en considérant l'élançement comme premier critère de choix. Il existe d'autres critères qui permettent de préciser ce choix, le dimensionnement et les dispositions constructives; nous allons les passer en revue.

2.2 - Si la structure choisie est un caisson, on peut encore donner quelques indications pour le dimensionnement des âmes et des hourdis et aussi pour la détermination du nombre de cellules à envisager.

Selon la largeur de l'ouvrage, nous aurons une ou plusieurs cellules :

- si le tablier supporte une chaussée de 7 m (largeur utile 10 m) on peut envisager une seule cellule d'environ 5 m de large ;

- si le tablier supporte une chaussée plus large on envisage, dans la section transversale, deux ou trois cellules d'environ 3,50 m de large (entre les axes des âmes).

En ce qui concerne le dimensionnement des hourdis et des âmes on peut considérer que quelle que soit la hauteur du caisson, l'épaisseur courante des hourdis supérieur et inférieur sera de l'ordre, en travée, de 0,20 m mais jamais plus faible. Sur appuis, l'épaisseur à donner aux hourdis est souvent déterminée par la valeur du cisaillement maximum (effort tranchant + torsion).

L'épaisseur minimale des âmes est conditionnée par le passage des câbles de précontrainte et quelquefois aussi par des raisons constructives. En général, la valeur admise est supérieure à 0,30 m et ainsi l'âme est souvent surdimensionnée.

2.3 - En même temps que l'on choisit la structure du tablier on doit se préoccuper des appuis. Pour faciliter les recherches nous allons essayer de dégager quelques grands principes sur la disposition des appareils d'appui.

Voyons tout d'abord le problème de la nature des appareils d'appui.

Tout d'abord en raison de la courbure en plan des ouvrages, il semble préférable, dans la plupart des cas, d'envisager une liaison élastique sur les piles intermédiaires, ceci dans le but d'éviter l'application, à ces dernières, d'efforts de flexion et de torsion trop importants. Cette liaison élastique permet en effet des déplacements horizontaux; elle peut être réalisée à l'aide de plaques de néoprène.

Sur les culées, on peut limiter la valeur des efforts horizontaux agissant en tête en utilisant du téflon. Si la structure choisie est une dalle et si l'on veut tirer parti au mieux de sa déformation à la torsion nullement négligeable, on peut envisager de recevoir cette dalle en un petit nombre de points plutôt que sur des lignes d'appuis contigus en trop grand nombre : une telle disposition provoquerait un travail inégal des appareils d'appui et elle n'est donc pas recommandable. Par ailleurs des butées horizontales peuvent n'être pas inutiles aux extrémités pour reprendre les efforts horizontaux (force centrifuge notamment) et éviter de trop grandes incertitudes dans la direction selon laquelle joueront les joints de chaussée.

Mais la question principale est de décider si les différents appareils d'appui doivent comporter un encastrement à la torsion ou être de simples rotules. Cette question peut être importante pour les appuis, mais elle est essentielle pour le tablier, et c'est les effets sur le tablier que nous examinerons ci-après.

Disons tout d'abord que la méthode de calcul utilisée nous interdit le plus souvent de considérer 3 appuis ponctuels alignés (voir paragraphe 3 ci-dessous).

Dans certains cas les appuis intermédiaires peuvent être de simples rotules. Ils permettent de réduire la contrainte maximum de cisaillement sur appui qui est alors surtout due à l'effort tranchant et ils entraînent, en travée, une augmentation de la contrainte de cisaillement due au moment de torsion.

Enfin, si le rapport entre la charge permanente et le poids des superstructures est élevé (4 par exemple), on peut envisager un ouvrage uniquement appuyé sur des rotules ; cependant cette solution ne peut être envisagée que pour des ouvrages très courbes. Lorsque le rayon de courbure devient très grand, l'on constate alors en effet que les efforts régnant dans la structure ne tendent pas vers ceux que l'on calculerait pour un ouvrage rectiligne ; une comparaison établie entre un ouvrage courbe dont les travées ont une ouverture angulaire de 0,04 radian et un ouvrage rectiligne de portée égale à la portée développée du précédent, a fait apparaître, pour l'ouvrage courbe, appuyé sans encastrement à la torsion, un moment fléchissant supérieur de 50 %. Il n'est pas raisonnable de réaliser un ouvrage tel qu'il soit proche d'un point d'indétermination des efforts.

Dans la majorité des cas, il est donc conseillé de réaliser l'encastrement à la torsion au moins pour les appuis extrêmes, et cela doit même être considéré comme obligatoire si le rayon de courbure est grand, au moins dans certaines travées, ou si l'ouvrage est en S.

L'avantage essentiel de cette disposition est en effet le suivant : quand la structure courbe est encadrée à la torsion sur les appuis extrêmes ou sur tous les appuis, on constate que, si le rayon de courbure s'accroît indéfiniment, les efforts tendent vers ceux que l'on calcule dans le cas d'une structure rectiligne. Ainsi, comparant un ouvrage continu à quatre travées, dont chacune a 0,05 radian d'ouverture angulaire et un rayon de courbure supérieur à 1000 mètres, à un ouvrage rectiligne de mêmes portées, on a obtenu, entre les moments fléchissants sur appuis intermédiaires, des écarts relatifs de l'ordre de 0,2 % .

En revanche, en pratique courante, si l'ouvrage a trois ou quatre travées seulement dont les portées n'excèdent pas 50 mètres, les appuis intermédiaires pourraient, si l'on y trouvait quelque avantage, être sans encastrement à la torsion. Il sera peut-être sage, si l'on a une hésitation, de commander en sus une seconde note de calcul avec encastrement à la torsion : la comparaison des deux notes permettra un choix plus sûr.

Dans les autres cas, il est sans doute préférable de réaliser des encastresments à la torsion au moins sur certains des appuis intermédiaires, mais il faut alors noter (cf. paragraphe 3 ci-dessous) que, pour être calculable en l'état actuel du programme, un ouvrage ne doit pas avoir d'appuis intermédiaires se présentant successivement avec et sans encastrement à la torsion. Lorsqu'un ouvrage continu a des travées de grande portée, on ne peut compter sur sa résistance à la torsion pour assurer sa stabilité, et tous les appuis doivent encastresment la structure à la torsion.

Enfin, le choix des appuis peut également être influencé par les sujétions d'encombrement au sol ou par des considérations esthétiques. Par exemple, les ouvrages courbes présentant nécessairement un dévers, on préférera incliner légèrement les piles vers l'axe de l'ouvrage pour rendre l'ensemble plus élégant.

Nous venons donc d'établir quelques règles très générales qui pourront guider le choix et le dimensionnement des structures calculables par le programme C.C.C. 69 .

Pour illustrer ces notions, nous présentons ci-après un tableau donnant les principales caractéristiques de quelques ouvrages courbes connus.

3 - DEFINITIONS DES STRUCTURES CALCULABLES

Le programme de calcul électronique de structure C.C.C. 69 ne permet absolument pas de calculer :

- les ouvrages larges
- les ouvrages biais.

Si l'une de ces conditions se présente il est préférable d'utiliser un autre programme de calcul électronique du S.E.T.R.A. (MRB ou EUGENE).

Les structures calculables à l'aide de C.C.C. 69 doivent remplir les conditions suivantes :

- les tabliers sont étroits : le calcul n'est possible que si la largeur roulable ne dépasse pas 14 m ; de plus, il n'est représentatif des efforts réels que si l'ouvrage est assimilable à sa fibre moyenne ; ceci peut être admis si le rapport de la largeur utile à la portée moyenne (portée totale de l'ouvrage divisée par le nombre de travées) est inférieur ou égal à $1/3$.

- le rayon de courbure de la fibre moyenne est constant dans chaque travée mais peut varier, en grandeur et en signe, d'une travée à l'autre. Ainsi on peut assimiler, de façon suffisamment précise, une poutre en clothoïde à une poutre dont les travées ont chacune un rayon constant. Pour réaliser cette approximation, on pourrait ajuster tout d'abord la travée centrale ou celle dont la courbure est la plus forte, et ensuite le reste du tracé s'en déduirait ; il est nécessaire en effet que les arcs de cercle soient tangents sur les appuis. En général, la valeur du rayon de courbure ne sera pas inférieure à 30 m. Cette faible valeur ne sera même rencontrée qu'en voirie urbaine où de faibles vitesses de base peuvent être à la rigueur acceptées.

- l'inertie du tablier doit être constante le long de chaque travée, mais elle peut varier d'une travée à l'autre. Les renforcements des travées au voisinage des appuis sont admis, mais on n'en tient pas compte dans les calculs.

- le nombre des travées est compris entre 2 et 6. On peut toutefois calculer un pont à une travée si ses extrémités sont encastrées à la torsion. On pourrait également, de façon non rigoureuse, calculer des ouvrages de plus de six travées en faisant deux calculs ou davantage, mais il faudrait alors faire appel au gestionnaire du programme ; en effet, dans les ouvrages trop longs il naît des perturbations dont on ne peut pas tenir compte.

DÉSIGNATION DES OUVRAGES	ÉPAISSEUR DE LA STRUCTURE PORTEUSE DANS L'AXE	CARACTÉRISTIQUES GÉOMÉTRIQUES				ÉLANCEMENT CALCULÉ À PARTIR DE LA PORTÉE DÉTERMINANTE	DIRECTION DES APPUIS	VALEUR DU BIAIS	STRUCTURE CHOISIE	CARACTÉRISTIQUES DE LA SECTION TRANSVERSALE						MODE DE CONSTRUCTION	QUANTITÉ DE BÉTON PAR M ² DE TABLIER	CONTRAİNTE DE COMPRESSION MAXIMALE EN STADE FINAL	
		NOMBRE DE TRAVÉES	RAYON DE COURBURE EN PLAN DANS L'AXE	PORTÉES	LARGEUR UTILE DU TABLIER					FORME DE LA SECTION	PORTÉES DES ENCORBELLEMENTS	LARGEUR DU HOURDIS INF OU DE L'INTRADOS	NOMBRE DE CELLULES	ÉPAISSEUR DU HOURDIS INFÉRIEUR	ÉPAISSEUR DU HOURDIS SUPÉRIEUR				ÉPAISSEUR DES AMES
Département de l'ISERE - Autoroute B 48 Pont de l'échangeur des Grands Boulevards à GRENOBLE	0,65m	4	35m	11,35m 18,90m 18,90m 11,35m	14m	1/29	Appuis biais	Varie entre 90° et 46°	Dalle pleine en béton précontrainte longitudinalement et armée transversalement.	Section trapézoïdale	/	12,60m	/	/	/	/	Coulé en place	0,644 m ³	118 kg/cm ²
Département du NORD - Autoroute A 27 Passage supérieur portant la bretelle B 2 de l'autoroute A 27 et franchissant l'autoroute A 1 (PS n° 3a)	0,80 m	4	6 00m	17,10 m 24,26m 22,80m 16,00m	11,50m	1/30	Appuis biais	41,768 gr 43,582 gr 47,225 gr 50,651 gr 52,348gr	Dalle pleine en béton précontrainte longitudinalement et armée transversalement.	Dalle à larges encorbellements	2,35 m	6 m	/	/	/	/	Coulé en place	0,861m ³	102 kg/cm ²
Département de l'EURE - Autoroute A 13 Section VIEUX ROUEN - LES ESSARTS Echangeur d'INCARVILLE (PS n° 23)	0,90 m	4	1 53,50m	18 m 27 m 27m 18 m	10 m	1/30	Appuis rayonnants	/	Dalle pleine en béton précontrainte longitudinalement	Dalle à larges encorbellements	2 m	5 m	/	/	/	/			
Département de la SEINE ST DENIS. RN 2 Ouvrage portant la bretelle de SENLIS RN 2 et franchissant l'autoroute A1 (PS n° 10bis)	0,95m	3	76 m	20,56m 21,83 m 24,43m	14,40m	1/32	Appuis biais		Dalle élégie en béton précontrainte dans les 2 directions	Dalle à larges encorbellements			/	/	/	/			
Département du NORD - Autoroute A 27 Passage supérieur portant la bretelle C 1 de l'autoroute A 27 et franchissant l'autoroute A 1 (PS n° 3)	1,25m	4	6 00m	25,35m 38,55m 32,18 m 18,50m	11,50 m	1/30	Appuis biais	21,352gr 24,042gr 30,195gr 35,333gr 37,296gr	Dalle pleine en béton précontrainte longitudinalement et armée transversalement	Dalle à larges encorbellements	2,18 m	6 m	/	/	/	/	Coulé en place	0,762m ³	131,1 kg/cm ²
Ville de PARIS Echangeur entre le boulevard périphérique et l'autoroute A1 à la PORTE DE LA CHAPELLE (Ouvrage n° 2)	1,40m	5	75 m	14,623 m 17,115 m 21,476 m 30,032 m 17,000m	11,80m	1/22	1 appui biais 5 appuis rayonnants	83,806gr	Poutre en béton + grands encorbellements; l'ensemble est précontraint dans les 2 directions	Section rectangulaire pour la poutre Section triangulaire pour les encorbellements	5,25 m	1,30m	/	/	/	/	Coulé en place	0,450 m ³	= 110 kg/cm ²
Département des YVELINES - Autoroute A 13 Section ORGEVAL - BOUAFLE Pont d'ORGEVAL (Pont n° 1)	1,65 m	4	13 00m	25 m 42 m 42 m 25m	11,80m	1/25	Appuis rayonnants	/	Caisson en béton précontraint dans les 2 directions	Caisson avec grands encorbellements	2,85 m	6 m	1	0,30 m	0,25m	0,30 m en partie courante	Coulé en place en plusieurs phases		
Autoroute A1 Echangeur de la PORTE DE PARIS à SAINT DENIS	2 m	8	3 00m	39m 6 x 48 m 39m	28m (2 chaussées de 10,50m)	1/24	Appuis rayonnants	/	Caisson en béton précontraint dans les 2 directions	2 caissons avec encorbellements (1 seul tablier pour les 2 chaussées)	3,50 m	7,05m (pour 1 caisson)	2 (pour 1 caisson)	0,20 m	0,20m ↓ 0,38 m	0,36 m	Voussoirs préfabriqués	0,646 m ³	155 kg/cm ²
Département des HAUTES-ALPES - RN 202 Pont sur le GUIL, en amont du hameau de la CHAPELUE	2,10m	1	1 80m	50 m	8,90m	1/24	Appuis biais		Caisson en béton précontraint	Caisson avec grands encorbellements	2,50 m	4 m	1	0,20m	0,30 m	0,35 m			
Département de la SEINE ST DENIS - Autoroute A3 Echangeur de ROMAINVILLE (PS 15)	2,20 m	3	2 50m	42,615 m 72,945m 42,615m	12 m	1/33	Appuis rayonnants	/	Caisson en béton précontraint dans les 2 directions	Caisson	/	10,16m	3	0,15m (en travée) 0,30m (sur appuis)	0,18m	0,20 → 0,40m (en travée) 0,45 → 0,90m (sur appuis)			

- les appuis sont droits, c'est-à-dire radiaux, et laissent à la poutre toute liberté à la flexion. Concrètement, ils sont réalisés avec une rotule, ou plusieurs alignées sur le rayon commun aux deux travées.

S'il n'y a qu'une rotule, la poutre est libre à la torsion ; s'il y en a deux ou davantage, elle est parfaitement encastree à la torsion.

- le système d'appui à prendre en compte ne peut être que l'un des trois suivants :

- la poutre est libre à la torsion sur tous les appuis.
- la poutre n'est encastree à la torsion que sur les appuis extrêmes.
- la poutre est encastree à la torsion sur tous les appuis.

- trois appuis consécutifs ne doivent pas être alignés, sauf s'ils sont tous encastres à la torsion ; et même, pour la précision du calcul, ils ne doivent pas être presque alignés.

4 - OBJET ET LIMITES DU PROGRAMME

4.1 - Calculs et résultats offerts actuellement par le programme.

La note de calcul du programme C.C.C. 69 apporte essentiellement les éléments suivants (pour plus de détails on se reportera aux commentaires accompagnant le bordereau des données, qui constituent la pièce 1.2).

- Récapitulation des données.

- Lignes d'influence :

dues à l'application : {
- d'une charge unitaire centrée
- d'un moment de torsion unitaire concentré

concernant : {
- les moments fléchissants sur appuis
- les moments de torsion sur appuis (à gauche et à droite des appuis s'il y a encastrement à la torsion)
- les efforts tranchants à gauche et à droite des appuis
- les réactions verticales sur appuis
- les réactions de torsion sur appuis s'il y a encastrement à la torsion.

- Aires par travée de chacune des lignes d'influence des efforts sur appui.

- Lignes d'influence des efforts en travée dus à une charge unitaire centrée ou dus à un moment de torsion unitaire concentré.

- Position, pour chaque section étudiée, des zéros de certaines lignes d'influence calculées chacune en déplaçant la charge unitaire avec un excentrement invariable correspondant à l'un des différents cas de surcharge réglementaires, et aires entre zéros de ces lignes d'influence.

- Efforts, en travée et sur appuis, dus à l'ensemble des deux termes de la charge permanente (poids propre de la structure porteuse et poids des superstructures) appliqués sur la fibre moyenne de la structure porteuse.

- Efforts, en travée et sur appuis, dus à chacun des deux termes de la charge permanente, appliqué avec son excentrement.

- Efforts, en travée et sur appuis, dus à la surcharge A et à la surcharge de trottoir.

- Courbes enveloppes des trois efforts (moment fléchissant, moment de torsion et effort tranchant) en des points régulièrement espacés dans chaque travée, ainsi qu'au droit des appuis, sous l'action de diverses charges et surcharges réglementaires.

- Coefficients de majoration dynamique.

4.2 - Calculs et résultats offerts ultérieurement par le programme.

Dans un premier temps nous devons étudier les effets de la précontrainte dans un ouvrage courbe.

Dans un deuxième temps nous examinerons les efforts en travée et sur appuis dus :

- à la surcharge Bc
- à la surcharge militaire

Quand les efforts de la surcharge Bc seront étudiés nous pourrons terminer l'étude des courbes enveloppes. En effet, nous n'envisageons pour l'instant que la surcharge A. Cette première étude donne une idée assez exacte car la surcharge A est souvent prépondérante pour les ouvrages que l'on veut étudier.

Enfin, il restera à étudier :

- les effets de la force centrifuge
- les effets du freinage
- les effets des variations thermiques.

Ces deux études feront l'objet d'additifs au Dossier-Pilote C.C.C. 69 .

4.3 - Calculs non envisagés par le programme.

Certains problèmes ne seront sans doute jamais abordés dans le cadre du Dossier-Pilote C.C.C. 69 .

En particulier, nous n'envisagerons pas :

- une mise en précontrainte partielle
- un échelonnement du bétonnage.

5 - EXPOSE RAPIDE DE LA METHODE DE CALCUL

Nous allons indiquer en premier lieu quels règlements officiels, et quelles hypothèses ont fixé les bases et les principes des calculs proposés par CCC. 69. Ensuite viendront une description de la méthode de décomposition de la poutre continue étudiée en éléments isostatiques, puis l'exposé du principe du calcul des inconnues hyperstatiques. Passé ce stade, la méthode appliquée ne présente guère d'originalité et, pour achever de présenter ce dossier-pilote C.C.C.69, il nous suffira en fait de montrer comment se déroulent les calculs et comment sont édités les résultats.

5.1 - Règlements et Hypothèses de Calcul

Le programme C.C.C. 69 concerne des ponts courbes dont la structure porteuse est constituée par une poutre élastique continue. Le dessin de cette poutre, en plan et en coupe transversale, est plus ou moins complexe. Dans le cadre de C.C.C.69 il ne s'agit que de calculer les efforts auxquels cette poutre est soumise, en chacune de ses sections d'étude, lorsqu'on lui applique la charge permanente de l'ouvrage ainsi que les surcharges réglementaires, définies au titre II du fascicule 61 du Cahier des Prescriptions Communes applicables aux travaux relevant des Services des Ponts et Chaussées.

L'application des surcharges réglementaires doit être adaptée aux conditions particulières créées par la courbure en plan des ouvrages à calculer. Pour ce qui concerne les surcharges A, le règlement ne prévoit rien explicitement. La détermination du nombre et de la largeur des voies de circulation est rappelée dans les commentaires du bordereau des données (pièce 1.2). Pour tenir compte au mieux des effets de la courbure en plan des structures étudiées, et pour s'en tenir à l'esprit du règlement, on applique les surcharges A voie par voie, et on recherche pour chaque voie les deux ensembles de positions les plus défavorables.

Les hypothèses de calcul reviennent à définir le modèle à l'aide duquel on représente assez simplement la réalité pour que la méthode de calcul, exposée ci-dessous, conduise aux résultats souhaités et permette un dimensionnement correct de l'ouvrage à projeter.

Le programme C.C.C. 69 n'est applicable qu'aux poutres qui peuvent être assimilées à leur fibre moyenne (cf. paragraphe 2 ci-dessus) ; cette ligne, qui joint les centres de gravité des sections transversales planes de la structure porteuse, constitue l'axe mécanique suivant lequel est effectué le calcul. Ce sont les caractéristiques géométriques de cet axe qui doivent satisfaire aux exigences exposées au paragraphe 3 ci-dessus, et qui doivent être portées sur le bordereau des données qui constitue la pièce 1.2 du dossier-pilote.

L'exécution des calculs suppose également connues d'autres caractéristiques mécaniques de la structure porteuse qu'il est nécessaire d'indiquer sur le bordereau des données. Si l'utilisateur ne connaît pas exactement toutes ces caractéristiques mécaniques, il pourra se tirer d'affaire en se reportant au sous-dossier 3, où sont exposées les conditions grâce auxquelles toutes les caractéristiques mécaniques, et en particulier l'"inertie" à la torsion, peuvent être calculées au S.E.T.R.A. à l'aide du programme annexe CARME 69. Soulignons ici que le

calcul de la rigidité d'une poutre à la torsion souffre en pratique d'assez grosses approximations, surtout dans les cas où l'on veut assimiler des dalles élé- gies suffisamment étroites à une fibre moyenne ; ces questions sont examinées dans le sous-dossier 3.

La seule exigence résultant de l'assimilation de la poutre à sa fibre moyenne que nous retiendrons à ce stade de l'exposé est celle de la continuité simultanée, au droit de chaque appui, de l'axe mécanique de la structure porteu- se et de l'axe de la chaussée qu'elle supporte. Cette exigence est satisfaite quand les travées ont les mêmes caractéristiques mécaniques, ou bien quand les deux axes considérés s'inscrivent sur un même cylindre vertical ; sinon, elle peut poser quelques problèmes au projeteur, et en pratique, si les inerties doivent varier d'une travée à l'autre, on choisira une structure porteuse dont les sections transversales aient un axe vertical de symétrie au dévers près.

Cela dit, on notera que l'on néglige les déformations dues à l'effort normal ou à l'effort tranchant, en considérant la poutre comme localement droite, dans tous les calculs sur lesquels repose la détermination des inconnues hypers- tatiques dans les cas de charge élémentaires. Cependant, quand on applique la charge permanente à l'axe mécanique de la structure porteuse, on peut tenir com- pte de la courbure de cet axe dans l'évaluation des excentremets (cf. sous-dos- sier 3).

Le calcul des effets d'une précontrainte longitudinale de la structure serait conduit avec les mêmes hypothèses simplificatrices ; il pourrait toute- fois faire apparaître des moments de flexion latérale.

Sur ce dernier point, et d'un point de vue très général aussi, souli- gnons que le programme C.C.C. 69 se borne à ne déterminer que les efforts glo- baux auxquels est soumise la structure en chaque point d'étude. L'évaluation des états de contrainte qui en résultent est laissée à l'utilisateur ; le programme CARME 69 (cf. sous-dossier 3) apporte toutefois quelques indications sur les contraintes de cisaillement dues à l'application d'un couple de torsion unitaire à la structure.

Pour résumer ces hypothèses, nous dirons en définitive que la structure est calculée comme un fil dont on connaît les caractéristiques géométriques et mécaniques.

5.2 - Décomposition en éléments isostatiques

La poutre considérée étant le plus généralement hyperstatique, on fait appel à la théorie de l'élasticité pour déterminer, suivant les conditions d'appui définies par le bordereau des données, les réactions d'appui qui en résultent.

En fait, les inconnues hyperstatiques choisies ne sont pas, sauf aux extrémités de la poutre, les réactions d'appui proprement dites, forces verticales ou couples de torsion, mais des couples régnant dans la poutre en certains points qui sont (sauf pour le premier dans le cas 3 défini page 13) toujours choisis immédiatement à gauche d'un appui. En ces points sont pratiquées des coupures vir- tuelles partielles ne pouvant concerner que la flexion et la torsion ; ces cou- pures décomposent la poutre en éléments virtuels isostatiques, dont les états de charge, efforts appliqués ou réactions, sont complètement déterminés à l'aide des équations de la statique.

L'ensemble des cas que traite le programme C.C.C. 69 n'amène à considérer que trois types d'éléments isostatiques de base. Les éléments des deux premiers types sont rigides ; il est parfois nécessaire (dans le cas 2 défini page 13) de considérer un élément du troisième type, qui est articulé.

Ces trois types d'éléments isostatiques de base sont définis, sans considération du signe de la courbure de chaque travée, et avec liberté à la flexion sur tous les appuis, de la façon suivante :

Type 1 - Une travée

- encastrée parfaitement à la torsion sur le premier appui
- appuyée libre à la torsion sur l'autre

Type 2 - deux travées, les trois appuis n'étant pas alignés

- liberté à la torsion sur les trois appuis.

Type 3 - trois travées, avec articulation sur l'appui intermédiaire n°2

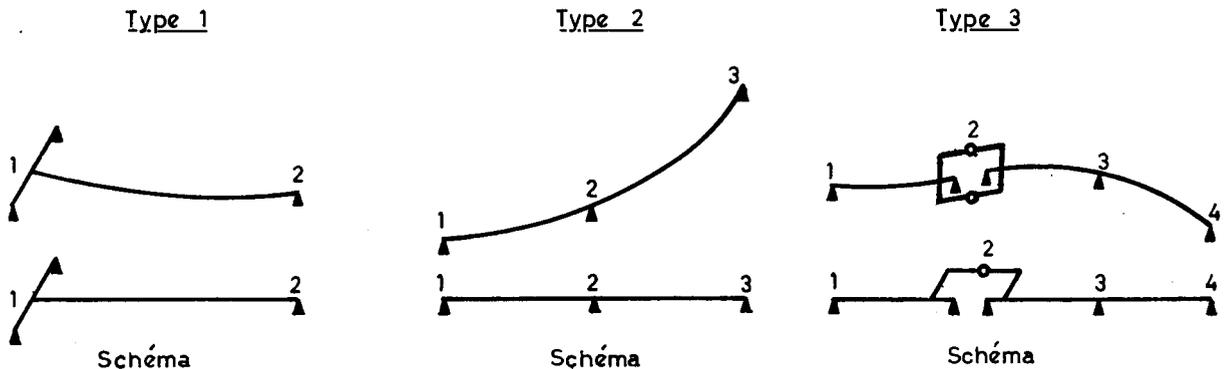
- liaisons externes du système :

- les appuis 2, 3, 4 ne sont pas alignés
- liberté à la torsion sur les quatre appuis

- liaisons internes du système :

- coupure virtuelle à la flexion sur l'appui n°2
- la première travée exerce un couple de torsion sur l'ensemble des deux autres au droit de l'appui n° 2.

Un exemple de chacun de ces trois types est représenté et schématisé sur la figure ci-dessous.



En juxtaposant des éléments de ces trois types, et en appliquant les efforts de continuité convenables au droit de chacune des coupures virtuelles qui les séparent, et, s'il est nécessaire (dans le cas 2 défini ci-dessous), au droit de la coupure virtuelle à la flexion pratiquée sur le second appui, on retrouve, quelle que soit la parité du nombre de ses travées, la poutre continue initiale dans chacun des cinq cas définis schématiquement sur la figure ci-contre.

Ces efforts de continuité sont précisément les inconnues hyperstatiques X_i du problème ; pour des raisons de commodité en relation avec l'écriture du programme de calcul automatique, les indices i sont attribués indépendamment du degré d'hyperstaticité de l'ouvrage étudié, et, par conséquent, telle ou telle X_i peut ne pas être inconnue hyperstatique dans le problème posé. La définition générale des X_i est donnée au paragraphe 1 de la pièce 1.5, avant la description de la méthode de calcul.

Les conditions de continuité qui relient les inconnues hyperstatiques du problème expriment l'égalité des rotations, en flexion ou en torsion, de part et d'autre de chaque appui où a été pratiquée une coupure virtuelle de la poutre, ou, dans le cas de l'encastrement parfait à la torsion, la nullité de la rotation correspondante sur l'appui concerné.

La mise en équation du problème repose donc sur l'écriture des déformations que subissent les éléments virtuels isostatiques de la décomposition dans les états de charge créés par les efforts hyperstatiques inconnus ou créés par des forces verticales ou des couples de torsion, unitaires, appliqués en un point ou uniformément répartis. Etant donné la simplicité de la forme des travées, les intégrations qui interviennent dans le calcul de ces déformations ont pu se faire rigoureusement à l'aide des fonctions usuelles.

Il suffit alors de résoudre le système d'équations linéaires qui en découle pour déterminer ensuite en n'importe quelle section d'étude les efforts qui résultent de l'application des charges et surcharges réglementaires à la poutre étudiée.

5.3 - Calcul des inconnues hyperstatiques

Nous venons de décrire le choix des inconnues hyperstatiques et le principe de leur mise en équation. Nous allons voir maintenant comment sont calculées les déformations aux coupures virtuelles, et quelles sont les caractéristiques du système d'équations linéaires à résoudre.

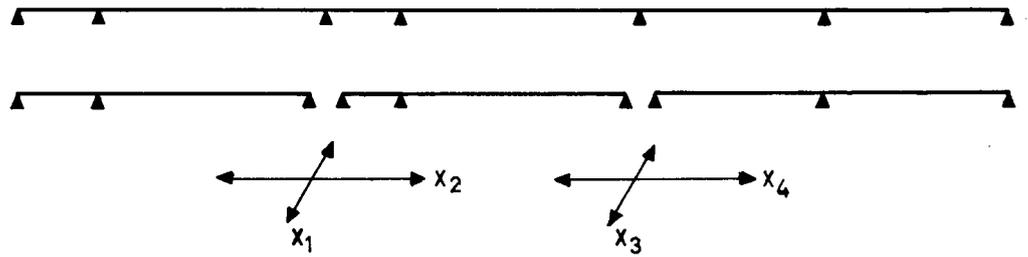
Considérons donc un élément de poutre isostatique. Chaque charge ou effort \emptyset qui lui est appliqué en un point quelconque, est équilibré par des efforts de réaction des appuis que les relations de la statique suffisent à déterminer. L'état de charge (\emptyset) qui en résulte entraîne un déplacement δ_i , linéaire ou angulaire, du point ou autour du point où est appliqué l'effort F_i , et mesuré, selon que cet effort F_i est respectivement une force ou un couple, suivant l'axe, ou autour de l'axe, qui le supporte.

CHOIX DES INCONNUES HYPERSTATIQUES

Cas 1

NATAP = 1

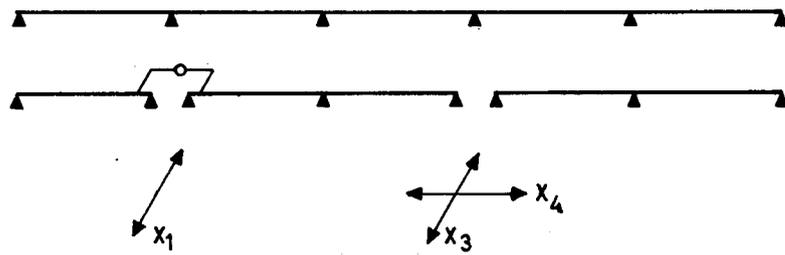
NT pair



Cas 2

NATAP = 1

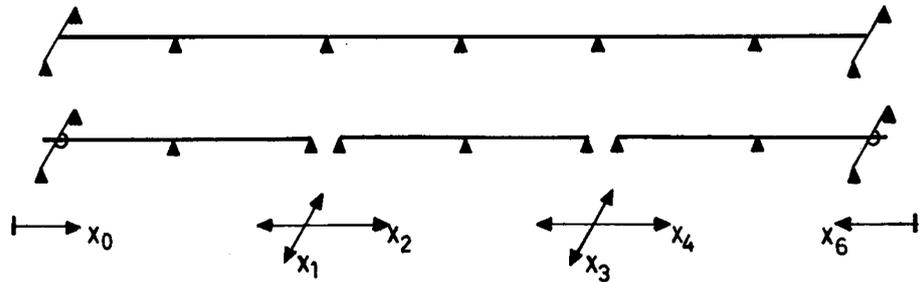
NT impair



Cas 3

NATAP = 2

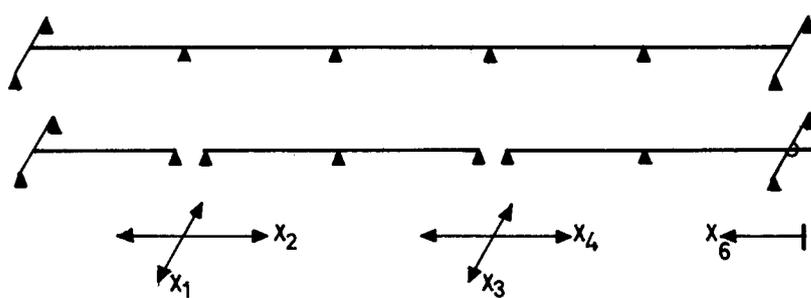
NT pair



Cas 4

NATAP = 2

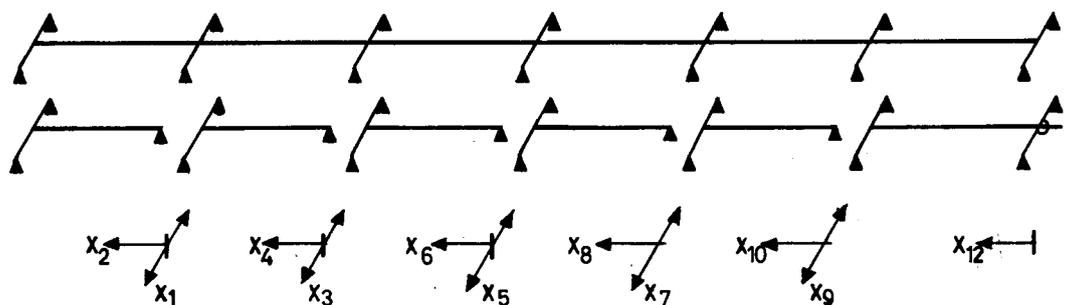
NT impair



Cas 5

NATAP = 3

NT pair ou impair



Nous appelons plus précisément $\delta_i(\emptyset)$ le déplacement produit par un premier état de charge (\emptyset). Un deuxième état de charge (F_i) résulte de l'application d'un effort unitaire $F_i=1$

En l'absence d'encastrement élastique, les réactions d'appui ne travaillent pas. Appelant W le potentiel de l'élément isostatique considéré, on obtient le déplacement :

$$\delta_i(\Phi) = W(\Phi + F_i) - W(\Phi) - W(F_i) \quad (\text{Théorème de Maxwell})$$

Négligeant les déformations dues à l'effort normal et à l'effort tranchant, et désignant par M et C , ainsi que par m_i et c_i les moments de flexion et de torsion dus à (\emptyset) et à (F_i) respectivement, on obtient, avec les notations habituelles, l'expression polaire :

$$\delta_i(\Phi) = \int \frac{M(s) \cdot m_i(s)}{E \cdot I(s)} ds + \int \frac{C(s) \cdot c_i(s)}{G \cdot K(s)} ds$$

qui s'applique aussi lorsque \emptyset et F_i sont des efforts de même nature et de même direction appliqués au même point.

En pratique (cf. pièce 1.5, paragraphe 1.2.3.1) ces intégrations sont effectuées systématiquement pour chaque travée considérée comme encastree à l'une de ses extrémités, et libre à l'autre. Dans chaque état d'équilibre (\emptyset) d'un élément isostatique les $\delta_i(\emptyset)$ s'en déduisent simplement en fonction de la nature des appuis.

Les efforts \emptyset à considérer sont d'une part et dans tous les cas l'ensemble des inconnues hyperstatiques X_i du problème, et, d'autre part, l'un des efforts extérieurs élémentaires \emptyset_e composant les charges et surcharges réglementaires. Parmi ces efforts \emptyset_e on considère des efforts unitaires concentrés appliqués successivement à chacun des points d'étude ou bien, directement, des efforts répartis avec une densité unité sur toute la longueur d'une travée.

Soient $\delta'_{i,j}$ et $\delta''_{i,j}$ les déplacements, respectivement des bords gauche et droit de la coupure (i) où est appliqué X_i , définis par :

$$\delta''_{i,j} = \delta_i(X_j) \text{ pour } X_j=1 \text{ appliqué sur l'élément isostatique à gauche de (i),}$$

on convient de poser $\delta'_{i,j}=0$ si l'effort X_j ne s'applique pas à l'élément isostatique situé à gauche de la coupure (i)

Sous l'action de la charge élémentaire \emptyset_e , appliquée en un certain point, ou à toute une travée, le déplacement δ'_i à gauche de la coupure (i) est donc, l'indice e prenant des valeurs différentes de celles que peuvent prendre i et j :

$$\delta'_i = \sum_j X_j \delta'_{i,j} + \Phi_e \delta'_{i,e}$$

et, posant

$$\delta_i = \delta'_i - \delta''_i \text{ comme } \delta_{i,j} = \delta'_{i,j} - \delta''_{i,j}$$

on obtient l'équation (i) du système linéaire des inconnues hyperstatiques en écrivant :

$\delta_i = 0$ (continuité en flexion, ou en torsion) ou bien, plus simplement :

$\delta'_i = 0$ (encastrement à la torsion)
ou bien encore (dans le type 3 défini au paragraphe 5.2 ci-dessus).

$\delta''_i = 0$

Il suffit donc d'inverser la matrice des coefficients δ_{ij} et de l'appliquer aux $\delta_{i,0}$ correspondant aux \emptyset , successivement considérés pour obtenir la solution du problème dans chaque cas de charge élémentaire.

L'étude du choix des inconnues hyperstatiques nous permet de remarquer enfin que le système comporte au plus six inconnues par ligne (exemple : NATAP = 3, i = 3, 4, ... 8), et qu'il comporte au plus onze inconnues (exemple : NATAP = 3, NT = 6).

6 - ETABLISSEMENT DES DONNEES ET EDITION DES RESULTATS

6.1 - Etablissement des données

Nous avons exposé, au paragraphe 3 ci-dessus, quelles sont les structures d'ouvrages susceptibles d'être calculées à l'aide du programme C.C.C. 69. La lecture des commentaires du bordereau des données (pièce 1.2) permet à l'utilisateur de comprendre quelles sont les données de ce calcul. Deux cas peuvent alors se présenter :

- L'utilisateur connaît les rigidités à la flexion et à la torsion du caisson, et toutes ses caractéristiques mécaniques telles qu'elles ont été définies au bordereau des données.
En ce cas, il remplit le bordereau des données obtenu à l'aide du calque constituant la pièce 1.3.

- L'utilisateur ne connaît pas toutes les caractéristiques mécaniques de la structure. Il remplit le bordereau des données en y laissant en blanc les cases signalées par un astérisque et il y joint le bordereau des données du programme CARME (Sous-dossier 3 - pièce 3.3) en prenant soin de satisfaire aux exigences de ce dernier.

Quel que soit le cas dans lequel il se trouve, l'utilisateur est, à présent, en mesure de passer commande d'un calcul automatique C.C.C. 69 et pour ce faire il suivra la procédure de commande décrite au catalogue CAT 67 édité par la Division des Ouvrages d'Art du S.E.T.R.A. ex. S.S.A.

6.2 - Edition des résultats

Les calculs et les résultats offerts actuellement par le programme C.C.C. 69 sont été exposés au paragraphe 4 ci-dessus. L'utilisateur décrit la structure à calculer et indique les calculs qu'il désire dans le cadre du bordereau des données qui constitue la pièce 1.3 du dossier.

Ce bordereau des données comporte une carte qui gouverne l'impression des résultats suivant la demande de l'utilisateur. La façon de remplir cette carte est longuement détaillée dans la pièce 1.2.

Dans la pièce 1.5 se trouvent décrits, après chaque étape de calcul, les résultats qu'il est possible d'obtenir sur une note de calcul complète.

Le sous-dossier 2 de ce dossier pilote C.C.C. 69 traite un exemple d'application pour lequel nous donnerons des extraits de la note de calcul électronique (pièce 2.4). Afin de faciliter la compréhension de cette note de calcul, des commentaires ont été portés à la main par le S.E.T.R.A.

MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT ET DU LOGEMENT
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

CALCUL ÉLECTRONIQUE DES STRUCTURES

CALCUL DES EFFORTS
DANS LES CAISSONS COURBES CONTINUS

C.C.C. 69

PIÈCES PILOTES

Bordereau des données avec commentaires

1.2



Ce document est propriété de l'administration et ne peut être utilisé ou reproduit même partiellement sans l'autorisation du Service d'Études Techniques des Routes et Autoroutes ou de son représentant autorisé.	DIVISION DES OUVRAGES D'ART B 46, Avenue Aristide BRIAND, 46 B.P. 100 92 - BAGNEUX Tél: 655.42.42		DIRECTEUR DU SERVICE
	M.elle DEBRIE Ingénieur auxiliaire I.N.S.A. Gestionnaire	G. MONNERET Ingénieur en Chef	M. HUET Ingénieur en Chef
	G. TOURNERIE Ingénieur des P. et Ch.	H. MATHIEU Ingénieur en Chef Chef de la Division	OCTOBRE 1969

COMMENTAIRES DU BORDEREAU

CARTE 1
et
CARTE 2

TEXTE DU TITRE

Le titre doit comprendre au plus 119 caractères y compris les blancs qui séparent les mots. Y seront mentionnés la désignation administrative de la voie intéressée, les noms du département et de la commune, de l'obstacle franchi et le numéro de l'ouvrage.

Pour une bonne présentation, on placera le milieu du titre vers la 60^{ème} colonne de la carte 1.

Les cases 48 à 58 de la carte 2 ne sont pas remplies par l'utilisateur, mais par le S.E.T.R.A. au moment du passage en machine électronique. Elles reçoivent l'indication de la date et du numéro de ce passage qui sont imprimés automatiquement sur la page de garde de la note de calcul.

QUELS CALCULS EXECUTER?

QUELS RESULTATS IMPRIMER?

CARTE 3

Chaque symbole représente un tronçon du programme et suivant qu'il est coté 1 ou 0, le tronçon est exécuté ou non.

La description de ces symboles vient dès après les commentaires concernant la carte 4.

CARTE 4

Si, ayant demandé l'exécution d'un des sous-programmes décrits ci-dessous, l'utilisateur en désire l'impression des résultats, il inscrira 1 dans la case correspondante. Sinon il inscrira 0 et aucune impression ne sera effectuée.

Afin que soit matériellement possible une vérification rapide des calculs, il est conseillé généralement, sauf exception mentionnée dans les commentaires ci-dessous, de porter 1 dans les cases vides de la carte 4.

2 - Sous-programmes optionnels

Certains de ces sous-programmes sont automatiquement exécutés si on demande l'exécution de certains autres. Par contre l'impression des résultats correspondants ne sera effectuée que si elle est explicitement demandée sur la carte 4. Sauf pour les sous-programmes qui font plus loin l'objet d'indications particulières on portera normalement la même valeur sur la carte 4 que sur la carte 3.

Si l'on porte 1 dans la case qui leur correspond sur la carte 3, ces sous-programmes réalisent ou recherchent:

LININF

Le calcul, sur chaque appui, des lignes d'influence des efforts dans la poutre et des réactions (moment fléchissant, moment de torsion, effort tranchant, force de réaction verticale, et, éventuellement couple de réaction à la torsion) dus à une charge unitaire centrée, ou à un moment de torsion unitaire concentré.

On portera normalement 1.

RPTRA

Les aires par travée de ces lignes d'influence.

On portera normalement 1.

COINF

Le calcul, en chaque section d'étude définie par la donnée NDIV (cartes 6 à 11), des lignes d'influence des efforts dans la poutre (moment fléchissant, moment de torsion, effort tranchant) dus à une charge unitaire centrée ou dus à un moment de torsion unitaire concentré.

L'exécution de ces sous-programmes est nécessaire si l'on veut calculer les effets d'un système de surcharges quelconque. Il faut donc porter normalement 1 sur la carte 3.

L'impression des résultats de ce calcul allonge très sensiblement la note de calcul électronique. Il faut donc porter normalement 0 sur la carte 4; si, cependant, l'utilisateur du programme désire l'impression de ces résultats, il prendra contact avec l'Ingénieur des Ponts et Chaussées gestionnaire du programme.

* MAJDYN (Les sous-programmes repérés par un astérisque ne sont pas
) encore disponibles. Dès qu'ils le seront, ils feront l'objet
) d'un additif.

* RBC (

* BC (

) En attendant la parution de cet additif, on portera
) normalement 0 sur les cartes 3 et 4.

* POSBC (

* RCHAR (

) En vue du calcul manuel des effets du système des
) surcharges civiles Bc ou des surcharges militaires, on
) aura avantage à connaître les coefficients d'influence
) que peut éditer le sous-programme COINF; si ces calculs
) s'avèrent utiles, on prendra contact avec l'Ingénieur
) des Ponts et Chaussées gestionnaire du programme.

* CHAR (

* POSCHAR (

CARTE 5

NT

CARACTERISTIQUES LONGITUDINALES DE L'OUVRAGE

Nombre de travées, compris entre 1 et 6.

NATAP

Ce paramètre décrit le système d'appui qui ne peut être que l'un des trois suivants, et il faut :

Porter 1 si la poutre est libre à la torsion sur tous les appuis.

Une telle disposition n'est compatible avec l'équilibre statique que si l'ensemble des points d'appui d'un élément isostatique n'est pas situé sur une même droite; en particulier si $NT = 1$ cette disposition n'est pas admissible (Voir paragraphes 3&5 - pièce 1.1)

Porter 2 si la poutre n'est encastree à la torsion que sur les appuis extrêmes.

Porter 3 si la poutre est encastree à la torsion sur tous les appuis.

N.B. S'il y a encastrement à la torsion, il s'agit d'un encastrement parfait. Le programme ne traite pas le cas d'encastrement à la flexion.

CARTE 6
à
CARTE 11

CARACTERISTIQUES DES TRAVEES

On remplira autant de cases que l'ouvrage comporte de travées, dans la limite des possibilités du programme (6 travées maximum).

La partie gauche de ces cartes indique le numéro de la travée considérée et le nombre de sections d'étude et de calcul dans cette travée.

La partie droite concerne la structure porteuse et les superstructures de l'ouvrage dont l'intervention ou l'influence peuvent varier d'une travée à l'autre. Si l'utilisateur ne connaît pas les paramètres correspondants, il pourra remplir le bordereau annexe constituant la pièce 3.2 à l'aide duquel ces paramètres seront calculés au S.E.T.R.A.

1 - Partie gauche

Le numéro de chaque travée, pré-imprimé dans les cases NO, est le même que celui de son appui origine.

NDIV(1)

La travée (1) est divisée en NDIV (1) arcs égaux. Elle est étudiée immédiatement à droite de l'appui (1) et immédiatement

XITOR(i) Inertie de la section transversale de la travée (i) à la torsion.

QST (i) Densité de la charge permanente due à la structure porteuse, c'est-à-dire au caisson proprement dit, et rapportée au mètre linéaire de longueur de l'axe mécanique.

Il ne doit pas être tenu compte ici du coefficient de somme à valoir.

EXCST(i) Distance en mètres, comptée horizontalement et constante dans chaque travée, permettant d'exprimer le couple de torsion qui est appliqué à la structure porteuse du fait de son poids propre. (Voir un exemple de calcul dans la pièce 2.1). Souvent négligée, cette distance est celle qui sépare le centre de gravité de la section transversale plane, du centre de gravité de l'élément de volume de structure porteuse dont la section transversale considérée est la section médiane.

Cette distance est toujours affectée du signe plus.

QSUP (i) Ce paramètre concerne les superstructures de l'ouvrage c'est-à-dire les éléments de la charge permanente qui n'interviennent pas dans la structure porteuse (la chape, la chaussée, les trottoirs, les corniches, les garde-corps, les glissières de sécurité, les candélabres, etc....)

QSUP (i) est, dans la travée (i), la densité des superstructures, rapportée au mètre linéaire mesuré sur l'axe mécanique de la structure porteuse. Pour évaluer ce coefficient il ne doit pas être tenu compte du coefficient de somme à valoir.

EXCSUP(i) Distance en mètres évaluée comme la composante horizontale de la distance qui sépare le centre de gravité de l'élément spatial des superstructures (qui se projette en plan suivant un segment de couronne circulaire) du centre de gravité de la section transversale plane de la structure porteuse.

Cette distance est affectée du signe plus si le centre de gravité de l'élément de volume considéré est plus éloigné de la verticale passant par le centre de courbure de la travée que ne l'est le centre de gravité de la section transversale plane de la structure porteuse. Elle est affectée du signe moins dans le cas contraire.

Un exemple de calcul de EXCSUP est donné dans la pièce 2.1.

BARUG
(suite)

Pour un ouvrage de voirie ordinaire ou de bretelle bidirectionnelle:

Indiquer la largeur droite prévue pour la bande d'arrêt d'urgence de "gauche", comprise entre le bord gauche de la chaussée et la glissière de sécurité de gauche. En cas d'absence de glissière on se référera aux limites des zones accessibles aux véhicules.

ECHAUS

Indiquer la largeur droite de la chaussée proprement dite.

BARUR

Indiquer la largeur droite prévue pour la bande d'arrêt d'urgence de droite, comprise entre le bord droit de la chaussée et la glissière droite. En cas d'absence de glissière on se référera aux limites des zones accessibles aux véhicules.

ETROTD

Pour un ouvrage de voirie ordinaire :

Indiquer la largeur utile du trottoir de droite.

Pour un ouvrage autoroutier (PI ou PS de bretelle):

Indiquer la largeur droite de la bande non surchargée située à droite de la glissière de sécurité de droite. En cas d'absence de glissière on se référera aux limites des zones accessibles aux véhicules.

2 - Exploitation de l'ouvrage

PVOIE

Nombre de voies de circulation. Par convention, (Titre II du fascicule 61 du C.P.C, article 2) il est égal à la partie entière du quotient par 3 de la largeur de la chaussée.

En cas de circulation unidirectionnelle sur l'ouvrage :

Poser PVOIE = $\frac{\text{Partie entière du quotient} \quad \text{ECHAUS} + \text{BARUR}}{3}$

En cas de circulation bidirectionnelle sur l'ouvrage :

Poser PVOIE = $\frac{\text{Partie entière du quotient} \quad \text{BARUG} + \text{ECHAUS} + \text{BARUR}}{3}$

SENS

Sens de circulation sur l'ouvrage :

Porter 1 : en cas de circulation unidirectionnelle sur l'ouvrage (exemple: PI autoroutier).

Porter 2 : en cas de circulation bidirectionnelle sur l'ouvrage (exemple: ouvrage de voirie ordinaire)

- COEFA Coefficient de majoration (ou de minoration) de la surcharge répartie A (ℓ).
Porter normalement 1,000, en application du titre II du fascicule 61 du C.P.C., article 2.
- COEFB Coefficient de majoration (ou de minoration) de la surcharge Bc.
Il est conseillé de porter 1,010. Cette valeur est justifiée par le fait que l'effet maximal dû à Bc ne peut être garanti qu'à 1% près dans certains cas, les positions envisagées pour les surcharges roulantes dans la recherche de l'effet maximal en une section étant en nombre fini.
- COEFTR Coefficient de majoration (ou de minoration) de la surcharge des trottoirs.
Porter 0 pour une plate-forme autoroutière ou un tablier sans trottoir.
Porter 1,000 pour un ouvrage de voirie ordinaire.
- COEFCM Coefficient de majoration (ou de minoration) de la surcharge militaire.
Porter normalement 1,000 pour appliquer la circulaire du 11 Février 1946.
(Si CM = 0 porter COEFCM = 0).

CARACTERISTIQUES DU BETON

Rapport des modules d'élasticité en compression et en déformation transversale.

On pose normalement :

$$\frac{E}{G} = 2 (1 + \nu)$$

et l'on porte donc les valeurs :

$$\frac{E}{G} = 2,30 \quad \text{si l'ouvrage est armé transversalement et longitudinale-ment- (cette valeur correspond à } \nu = 0,15).$$

$$\frac{E}{G} = 2,40 \quad \text{si l'ouvrage est précontraint dans une direction au moins - (cette valeur correspond à } \nu = 0,20).$$

CARTE 14

E/G

MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT ET DU LOGEMENT
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

CALCUL ÉLECTRONIQUE DES STRUCTURES

CALCUL DES EFFORTS
DANS LES CAISSONS COURBES CONTINUS

C.C.C. 69

PIÈCES PILOTES

Bordereau des données sans commentaires

1.3



Ce document est propriété de l'administration et ne peut être utilisé ou reproduit même partiellement sans l'autorisation du Service d'Études Techniques des Routes et Autoroutes ou de son représentant autorisé.

DIVISION DES OUVRAGES D'ART B

46, Avenue Aristide BRIAND, 46

B.P. 100

92 - BAGNEUX

Tél: 655.42.42

M.elle DEBRIE
Ingénieur auxiliaire I.N.S.A.
Gestionnaire

G. MONNERET
Ingénieur en Chef

G. TOURNERIE
Ingénieur des P. et Ch.

H. MATHIEU
Ingénieur en Chef
Chef de la Division

DIRECTEUR DU SERVICE

M. HUET

Ingénieur en Chef

OCTOBRE 1969

CADRE DE LETTRE DE COMMANDE

1 - Adresser la demande à :

Monsieur l'Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées
Directeur du Service d'Etudes Techniques des Routes et Autoroutes
A l'Attention de Monsieur l'Ingénieur des Ponts et Chaussées
Chargé du 6ème Arrondissement de la D.O.A.- B
B.P. 100

92 - B A G N E U X

2 - Cadre de la demande

Prière de bien vouloir procéder au calcul de l'ouvrage dont nous vous faisons parvenir ci-joint le tableau des données dûment rempli en double exemplaire.

Service

- Département :
- Arrondissement ou Organisme demandeur :
- Nom de l'Ingénieur (en lettres capitales) ayant rempli le bordereau des données :
- Nature de la voirie : (rayer les mentions inutiles) :
Projet autoroutier - Voirie nationale - Voirie départementale -
Voirie communale.
- Adresse à laquelle devront être expédiées les notes de calcul et la correspondance :

Tel :

- Adresse à laquelle devra être expédiée la facture :

Tel :

3 - Impression de la note de calcul

La note de calcul doit-elle être expédiée :

- | | | |
|---|-----|-----|
| - en 2 exemplaires imprimés | OUI | NON |
| - en 1 exemplaire imprimé plus
1 exemplaire sur calque | OUI | NON |

Fait à

le

19

(Signature du demandeur)

répétée en lettres majuscules pour lisibilité :

Visa de l'Ingénieur des Ponts et Chaussées
Chargé du 6ème Arrondissement de la D.O.A. - B
du Service d'Etudes Techniques des Routes
et Autoroutes

- Commentaires à l'attention du Chef de la Section d'exploitation
de la Compagnie I.B.M-FRANCE

- Numéro de la demande :

- Bon pour exécution

BAGNEUX, le

19

L'Ingénieur des Ponts et Chaussées
Chargé du 6ème Arrondissement

MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT ET DU LOGEMENT
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

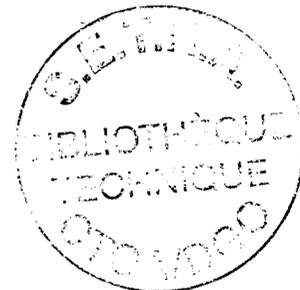
CALCUL ÉLECTRONIQUE DES STRUCTURES

CALCUL DES EFFORTS
DANS LES CAISSONS COURBES CONTINUS

C.C.C. 69

PIÈCES PILOTES

Organigramme



1.4

Ce document est propriété de l'administration et ne peut être utilisé ou reproduit même partiellement sans l'autorisation du Service d'Études Techniques des Routes et Autoroutes ou de son représentant autorisé.

DIVISION DES OUVRAGES D'ART B

46, Avenue Aristide BRIAND, 46

B.P. 100

92 - BAGNEUX

Tél: 655.42.42

M.elle DEBRIE

Ingénieur auxiliaire I.N.S.A.
Gestionnaire

G. MONNERET

Ingénieur en Chef

G. TOURNERIE

Ingénieur des P. et Ch.

H. MATHIEU

Ingénieur en Chef
Chef de la Division

DIRECTEUR DU SERVICE

M. HUET

Ingénieur en Chef

OCTOBRE 1969

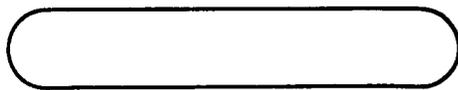
L'organigramme qui figure ci-contre représente le déroulement du programme de calcul électronique C.C.C. 69.

- chaque bloc rectangulaire correspond à l'exécution d'un sous-programme. Suivant le cas, le calcul est effectué pour chaque appui, pour chaque travée ou pour chaque section.

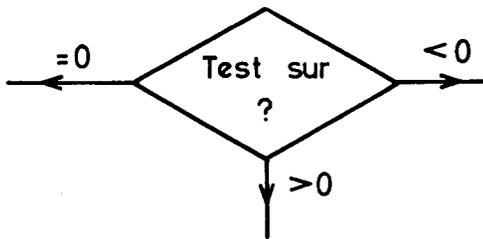
- le graphe des segments orientés représente la logique de l'enchaînement et de l'appel des sous-programmes.

L'organigramme ne schématise pas l'organisation de la note de calcul imprimée.

Nous décrivons ci-dessous les symboles utilisés pour le tracé de l'organigramme :



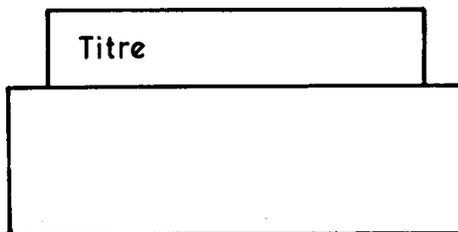
Début ou fin de l'organigramme



Embranchement impliquant un choix à la suite d'un test portant sur la variable indiquée



Cartes perforées



Le cartouche supérieur est réservé au titre du sous-programme traité. Ce titre est écrit en gros caractères. Le rectangle inférieur indique l'opération ou le groupe d'opérations portant sur les données traitées en machine. La description de l'opération est écrite en caractères fins.

RÉCEPTION DU BORDEREAU

CARTES 6
A11 ET CARTE 12
COMPLÈTEMENT
REMPLIES

NON

OUI

Lecture des cartes du
bordereau annexe et déter-
mination automatique des
caractéristiques mécaniques
par le programme
CARME 69 au SETRA

MISE AU POINT DÉFINITIVE
DES DONNÉES ET PERFORA-
TION DES CARTES 1 à 14

LECTURE DES DONNÉES

IMPRESSION DES DONNÉES
INTRODUITES PAR LES CARTES 1 à 14

NATAP=1

Ouvrage
hypostatique

(Carte 5)

NT

NT=1

NATAP=

2ou3

Ouvrage isostatique
Possibilité d'utiliser
CCC 69 pour calculer
les efforts

>1

RECHERCHE DES INCONNUES
HYPERSTATIQUES CORRESPON-
DANT AUX CAS DE CHARGE
FONDALEMENTAUX

NATAP

NATAP=3

NATAP=1ou2

Travée/Travée

Calcul des déformations des éléments isostatiques de type 1
soumis aux inconnues hyperstatiques

Pour chaque
appui
d'étude

Calcul des termes auxiliaires
AUX 1(i) à AUX 8(i)

Calcul des déformations des éléments
isostatiques de type 2 ou 3 soumis aux
inconnues hyperstatiques

Ecriture et inversion de la matrice des coefficients

Travée/Travée

Calcul des déformations des éléments isostatiques de type 1
soumis à un chargement extérieur

Pour chaque
appui
d'étude

Calcul des réactions sur les appuis d'étude
dus à un chargement extérieur

Calcul des déformations des éléments iso-
statiques de type 2 ou 3 soumis à un
chargement extérieur

Ecriture des seconds membres

CALCUL DES LIGNES D'INFLUENCE
DUES A UNE CHARGE CENTRÉE
OU A UN COUPLE DE TORSION

Appui d'étude

Calcul des lignes d'influence
des inconnues hyperstatiques

Autre appui

Calcul des lignes d'influence
des efforts tranchants sur
les appuis d'étude

Appui/Appui

Calcul des lignes d'influence
des efforts sur les autres appuis

Calcul des lignes d'influence
des réactions sur appuis

RPTRA

RPTRA=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

AIRES PAR TRAVÉE

Travée/Travée

Calcul des aires par travée
des lignes d'influence de
tous les efforts sur appuis

COINF

COINF=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

LIGNES D'INFLUENCE DES
EFFORTS EN TRAVÉE

Section/Section

Calcul des lignes d'influence des efforts
en travée et sur appuis dus à une charge
ponctuelle centrée ou à un moment de
torsion concentré

CHAPER

CHAPER=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

Efforts en travée et
sur appuis dus à la
charge permanente

Section/Section

RTROT

RTROT=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

Position des zéros et aires des lignes
d'influence des efforts en travée et sur
appuis calculées pour l'étude de la
surcharge des trottoirs

Section/Section

EFTROT

EFTROT=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

Efforts en travée et
sur appuis dus à la
surcharge des trottoirs

Section/Section

RA

RA=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

Position des zéros et aires des lignes
d'influence des efforts en travée et sur
appuis calculées pour l'étude de la
surcharge A

Section/Section

A

A=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

Efforts en travée et
sur appuis dus à la
surcharge A

Section/Section

POSA

POSA=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

Position de la surcharge A
donnant les efforts extrêmes

Section/Section

*
MAJDYN

MAJDYN=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

Calcul des coefficients de
majoration dynamique

*
RBC

RBC=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

Position des zéros et aires des lignes
d'influence des efforts en travée et sur
appuis calculées pour l'étude de la
surcharge BC

Section/Section

*
BC

BC=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

Efforts en travée et
sur appuis dus à la surcharge BC

Section/Section

*
POSBC

POSBC=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

Position de la surcharge BC
donnant les effets extrêmes

Section/Section

*
RCHAR

RCHAR=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

Position des zéros et aires des lignes
d'influence des efforts en travée et sur
appuis calculées pour l'étude de la
surcharge militaire

*
CHAR

CHAR=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

Efforts en travée et
sur appuis dus à
la surcharge militaire

Section/Section

*
POSCHAR

POSCHAR=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

Position de la surcharge
militaire donnant les
efforts extrêmes

Section/Section

MFLE

MFLE=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

MOMENTS FLÉCHISSANTS

Section/Section

Recherche de la courbe
enveloppe des moments
fléchissants

MTOR

MTOR=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

MOMENTS DE TORSION

Section/Section

Recherche de la courbe
enveloppe des moments
de torsion

EFRAN

EFRAN=0(Carte 3)

=1(Carte 3)

EFFORTS TRANCHANTS

Section/Section

Recherche de la courbe
enveloppe des efforts
tranchants

FIN

A = 0
BC = 0
CHAR = 0
EFTROT = 0

BC = 0
POSBC = 0
CHAR = 0
POSCHAR = 0

MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT ET DU LOGEMENT
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

CALCUL ÉLECTRONIQUE DES STRUCTURES

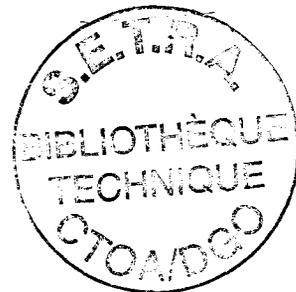
CALCUL DES EFFORTS
DANS LES CAISSONS COURBES CONTINUS

C.C.C. 69

PIÈCES PILOTES

Méthode de calcul

1.5



Ce document est propriété de l'administration et ne peut être utilisé ou reproduit même partiellement sans l'autorisation du Service d'Études Techniques des Routes et Autoroutes ou de son représentant autorisé.

DIVISION DES OUVRAGES D'ART B

46, Avenue Aristide BRIAND, 46

B.P. 100

92 - BAGNEUX

Tél: 655.42.42

M.elle DEBRIE
Ingénieur auxiliaire I.N.S.A.
Gestionnaire

G. MONNERET
Ingénieur en Chef

G. TOURNERIE
Ingénieur des P. et Ch.

H. MATHIEU
Ingénieur en Chef
Chef de la Division

DIRECTEUR DU SERVICE

M. HUET

Ingénieur en Chef

OCTOBRE 1969

SOMMAIRE

	PAGE
1 - Conventions de signe et notations	
1.1 - Conventions de signe	4
1.2 - Notations	6
2 - Calcul des inconnues hyperstatiques	
2.1 - Etablissement du premier membre du système d'équations linéaires donnant les inconnues hyperstatiques	23
2.2 - Etablissement des seconds membres du système d'équations linéaires	36
2.3 - Résolution du système d'équations linéaires aux inconnues hyperstatiques.	44
3 - Formulaire	
3.1 - Généralités	45
3.2 - Déplacements de l'extrémité libre d'une poutre console courbe	46
3.3 - Efforts tranchants aux extrémités d'un élément isostatique de référence dus à un couple de flexion ou à un couple de torsion unitaire appliqué à ces mêmes extrémités.	48
3.4 - Efforts tranchants aux extrémités d'un élément isostatique de référence, dus à un chargement extérieur	50
3.5 - Rotations virtuelles aux extrémités d'un élément isostatique de référence.	54
4 - Détermination des efforts et recherche des efforts extrêmes	
4.1 - Lignes d'influence des efforts sur appuis	63
4.2 - Lignes d'influence des efforts en travée	72
4.3 - Aires par travée des lignes d'influence	75
4.4 - Lignes d'influence des efforts dus à une charge ponctuelle appliquée avec un excentrement quelconque et aires correspondantes	79
4.5 - Efforts dus à la charge permanente	82
4.6 - Efforts dus aux surcharges réglementaires	83
4.7 - Coefficients de majoration dynamique	89
4.8 - Recherche des efforts extrêmes.	89
Annexe	91

La présente pièce a pour seul objet de permettre de vérifier les calculs effectués par l'ordinateur et d'intervenir éventuellement en un point quelconque de ces calculs pour y apporter manuellement des modifications. Il n'est pas utile de la connaître ni de la consulter pour commander un calcul ou pour l'utiliser.

Le paragraphe 5 de la présentation du Dossier Pilote C.C.C. 69 (pièce 1.1) a donné un exposé rapide de la méthode de calcul.

Il s'agit en premier lieu de calculer les inconnues hyperstatiques du problème étudié, et après avoir indiqué, dans le paragraphe 1 ci-dessus, les conventions de signe et les notations utilisées pour l'exposé détaillé de la méthode de calcul suivie par le programme C.C.C. 69, nous verrons, au paragraphe 2, comment le système d'équations linéaires aux inconnues hyperstatiques est obtenu à l'aide du formulaire fourni au paragraphe 3, et comment en sont déduites les valeurs de ces inconnues hyperstatiques dans chacun des cas de charge élémentaires successivement considérés par le programme.

Ainsi que nous l'avons décrit au paragraphe 3 de la présentation du dossier (pièce 1.1) le programme fournit les lignes d'influence des efforts, au droit des appuis, dus à une charge centrée ou à un couple de torsion concentré, ainsi que leurs aires par travée. Le paragraphe 4 ci-dessus expose les calculs correspondants, effectués point par point, à partir des inconnues hyperstatiques du problème; on y trouvera aussi le moyen de déterminer ensuite les effets de la charge permanente, de la surcharge A et de la surcharge de trottoir, et les courbes enveloppes des efforts qui en résultent tout au long de la structure.

1. CONVENTIONS DE SIGNE ET NOTATIONS

1.1 Conventions de signe

1.1.1. Signes des rayons de courbure en plan (rappel de la pièce 1.2)

Considérait une rue en plan d'un ouvrage courbe,
côté gauche des sections transversales

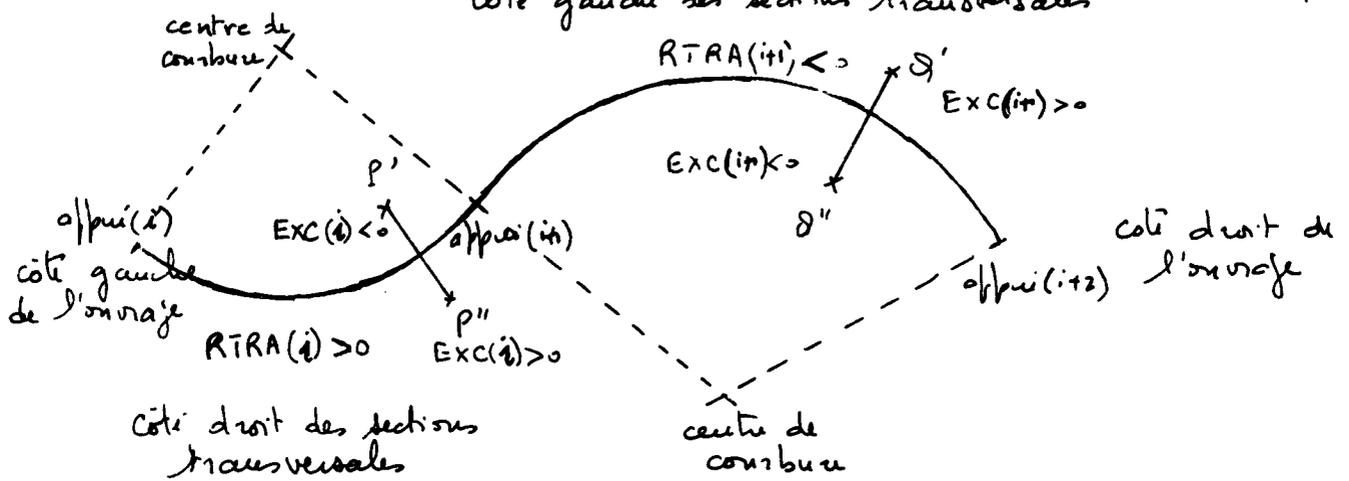


fig. 1

nous avons adopté les conventions suivantes (voir aussi pièce 1.2, page 6)

le rayon de courbure de la travée (i) est :

négatif : si la travée se développe vers le côté droit de la section transversale sur l'appui (i)

positif : dans le cas contraire.

N.B. : Si la travée est rectiligne (cf. RTRA, pièce 1.2, page 8), on lui attribue un grand rayon de courbure qui a le même signe que celui de la travée précédente, ou de la travée suivante.

1.1.2 - Signe des efforts

Dans les sorties de la note de calcul, tout effort représente la résultante des contraintes qu'exerce, sur une section quelconque, la partie d'ouvrage située du côté de l'origine sur celle située du côté de l'extrémité.

En revanche dans les intermédiaires du calcul les conventions de signe peuvent varier d'une travée à l'autre comme il est indiqué ci-dessous.

soit la travée (i) d'un ouvrage courbe,

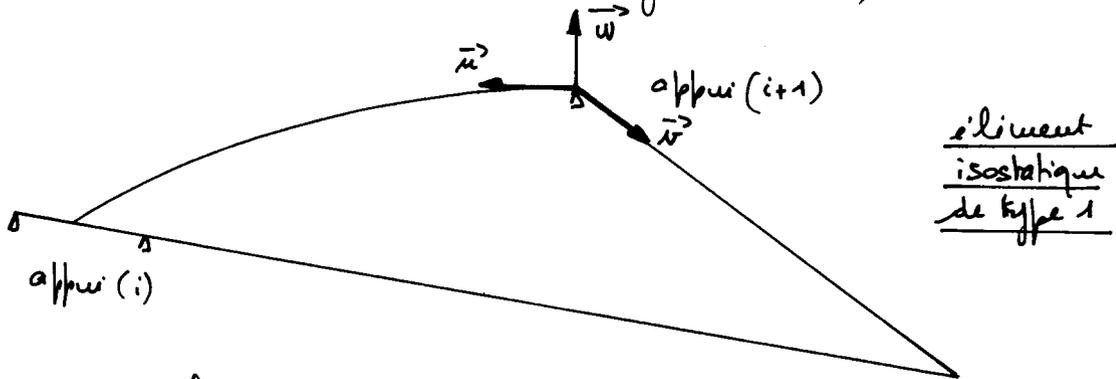


Fig. 2

nous adoptons un trièdre de référence direct $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ en définissant \vec{w} comme la verticale ascendante et le vecteur unitaire \vec{u} selon le type d'élément isostatique de référence auquel la travée considérée appartient après le choix des inconnues hyperstatiques du problème (cf. Partie 1.1, paragraphe 5.2).

Lorsque la travée (i) se trouve être un élément isostatique de type 1 (figure 2), le sommet du trièdre à considérer est l'appui (i+1) et le vecteur unitaire \vec{u} définissant le trièdre est orienté vers l'appui (i).

Lorsque la travée (i) fait partie d'un élément isostatique de type 2 (figure 3), on détermine le trièdre de référence selon la partie de i (cf. paragraphe 1.2.1, ci-après) :

- si i est impair (cas de la 1^{ère} travée de tout élément de type 2) :

le sommet du trièdre est l'appui (i) qui est le premier appui de l'élément isostatique de type 2 considéré, et le vecteur unitaire \vec{u} est orienté vers l'appui intermédiaire (i+1) de cet élément isostatique.

- si i est pair (cas de la voie travers de tout élément de type 2) :

le sommet du trièdre est l'appui $(i+1)$ qui est le dernier appui de l'élément isostatique de type 2 considéré, et le vecteur unitaire \vec{u} est orienté vers l'appui intermédiaire (i) de cet élément isostatique ; sur la figure 3 la voie correspondante est désignée $(i+1)$, le sommet du trièdre est donc sur l'appui $(i+2)$.

Lorsque la voie (i) fait partie d'un élément isostatique de type 3 (figure 4), si $i = 3$ ou 4 , on lui applique la même trièdre de référence que si elle appartenait à un élément isostatique de type 2. si $i = 2$, le sommet du trièdre de référence est l'appui $i = 3$, et le vecteur unitaire \vec{u} est orienté vers l'appui $i = 2$.

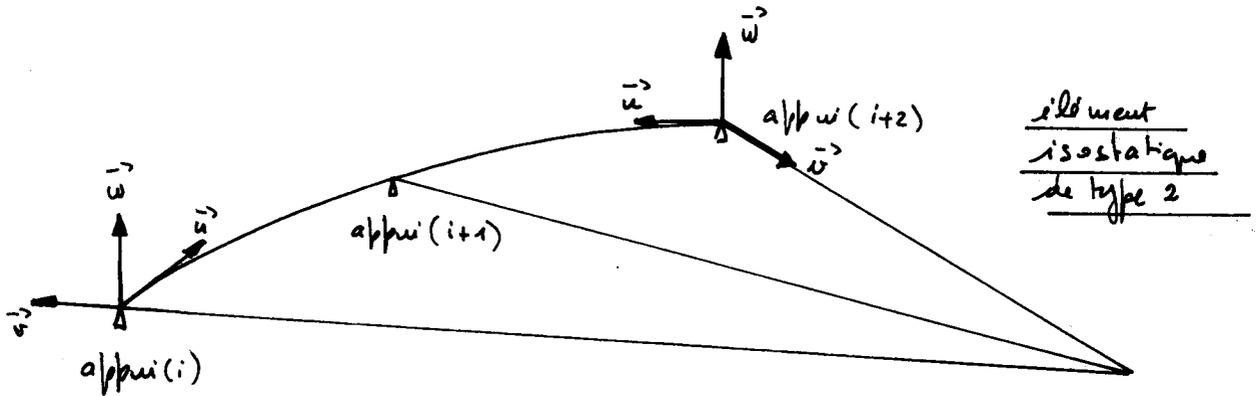


fig. 3

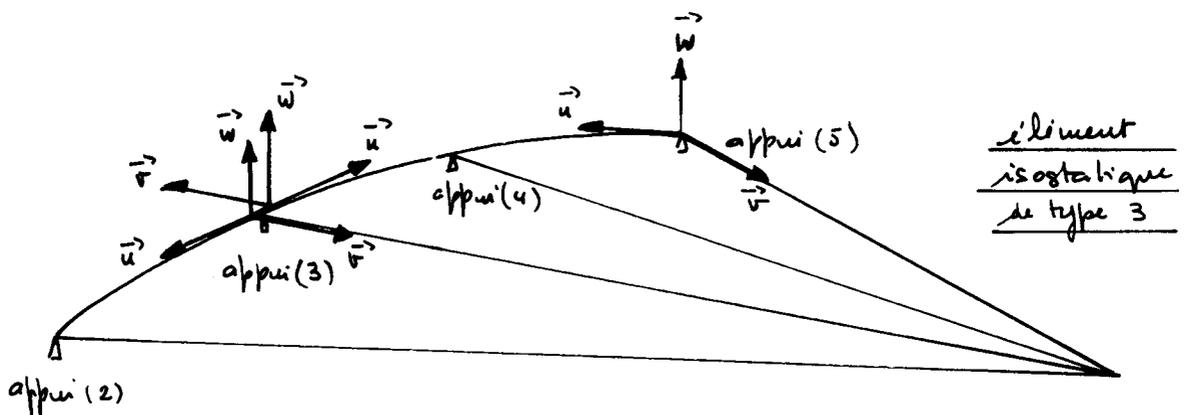


fig. 4.

Dans chaque travée la direction du vecteur \vec{u} indique le sens dans lequel la travée est décrite. Le signe des efforts tranchants en résulte ; le signe des moments fléchissants et de torsion n'en est pas modifié (l'inversion du sens des vecteurs compensent l'inversion du sens de parcours de certaines travées).

1.1.3. Signe des excentrement (rappel de la pièce 1.2)

Nous avons adopté la convention suivante :

Les excentrement sont positifs s'ils se font du côté opposé au centre de courbure de la travée considérée, et, sinon, ils sont négatifs.

Remarque : les lignes d'influence des efforts dus à des couples de torsion concentrés C et leurs aires par travée (paragraphe 4.1, 4.2, 4.3 et 4.4 ci-dessous) sont établies de telle façon que le couple C résulte de l'application sur l'axe de l'ouvrage d'une charge verticale $P=1$ dirigée vers le haut, et de l'application d'une charge verticale $P=1$ dirigée vers le bas avec un excentrement Exc unitaire affecté d'un signe qui dépend du signe du rayon de courbure de la première travée de l'ouvrage étudié, de la façon suivante :

- si la première travée de l'ouvrage considéré a un rayon de courbure positif :

$$\text{signe de } Exc(i) = + \text{ signe de } ATRA(i)$$

- si la première travée de l'ouvrage considéré a un rayon de courbure négatif :

$$\text{signe de } Exc(i) = - \text{ signe de } ATRA(i)$$

Cette convention signifie, d'une part que l'excentrement de la charge dirigée vers le bas est toujours positif pour la première travée, et d'autre part que l'excentrement se fait du même côté tout au long de l'ouvrage, quel que soit le signe du rayon de courbure de la travée chargée.

1.2 Notations

1.2.1. Notations générales

Rappelons tout d'abord la définition de quelques données fréquemment utilisés dans la pièce 1.5.

NATAP =	nature des appuis	} (voir les définitions exactes dans la pièce 1.2)
NT =	nombre de traverses	
E =	module d'élasticité en compression	
G =	module d'élasticité en déformation transversale	
XINER =	inertie de la section transversale à la flexion longitudinale	
XITOR =	inertie de la section transversale à la torsion	

x
x x

Dans la méthode de calcul du Dossier Pilote C.C.C. 69 nous avons adopté les notations suivantes :

i : indice repérant le numéro de l'appui étudié et également le numéro de la traverse située à droite de cet appui.
Cet indice fait l'objet de certaines conventions qui permettent l'emploi de formules plus générales.
Pour les différents types d'ouvrages calculables par le programme C.C.C. 69, nous avons choisi les notations suivantes :

CAS 1 : L'ouvrage étudié est du type NATAP = 1 et NT pair
il a au maximum 6 traverses et l'on pose :

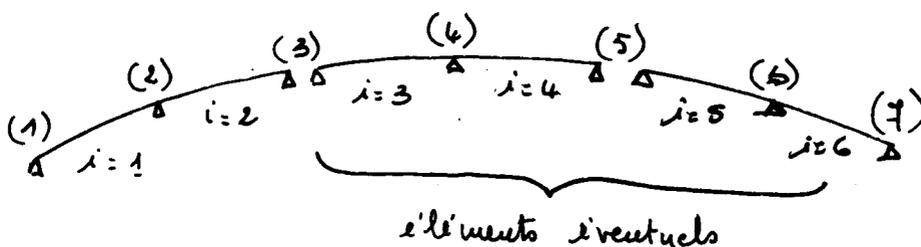


Fig. 6

CAS 2 : L'ouvrage étudié est du type $NATAP=1$ et NT impair

il a au maximum 5 travers, on le décompose en un élément de type 3 suivi éventuellement d'un élément de type 2, et l'on pose :

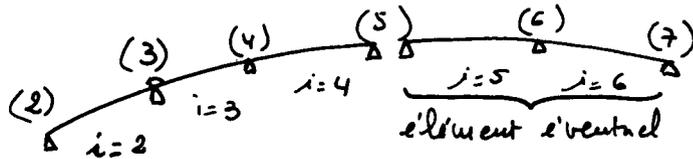


Fig. 7

on notera qu'il n'est pas fait usage de l'indice 1

CAS 3 : L'ouvrage étudié est du type $NATAP=2$ et NT pair

il a au maximum 6 travers, on le décompose pour commencer en éléments de type 2, et l'on pose :

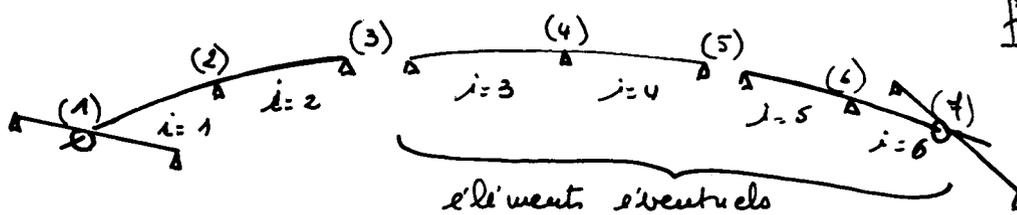


Fig. 8

CAS 4 : L'ouvrage étudié est du type $NATAP=2$ et NT impair

il a au maximum 5 travers, on le décompose pour commencer en un élément de type 1, suivi éventuellement d'éléments de type 2 et l'on pose :

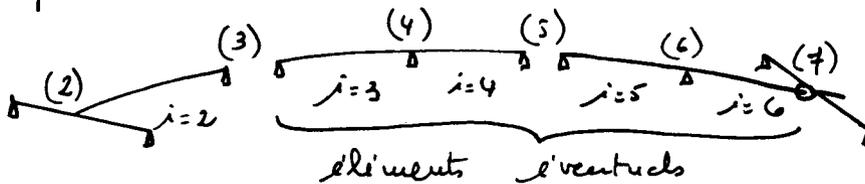


Fig. 9

Comme dans le CAS 2 ci-dessus, il n'est pas fait usage de l'indice 1

CAS 5 : L'on vrac étudié est du type NATAP = 3 et NT pair ou impair
il a au maximum 6 travees et l'on pose :

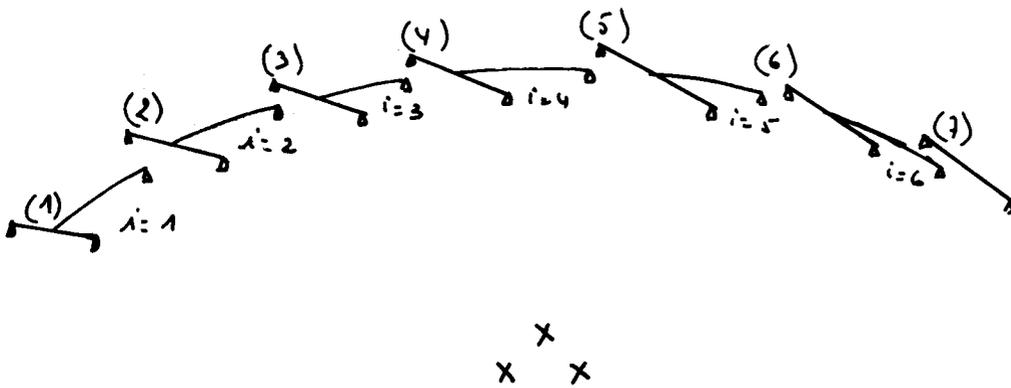


Fig. 10

Ayant défini l'indice i , nous adoptons, pour les autres variables :

$R(i)$: rayon de courbure de la travée (i) , affecté de son signe défini au paragraphe 1.1.1 ci-dessus

$|R(i)|$: valeur absolue de ce rayon de courbure

$SR(i) = \frac{R(i)}{|R(i)|}$ soit ± 1 selon le signe du rayon de courbure de la travée (i)

$S(i, i+1) = SR(i) \times SR(i+1) = \pm 1$ selon que les courbes de deux travées consécutives sont enroulées de même sens

$M(i)$: moment fléchissant sur l'appui (i)

$M(i, \theta)$: moment fléchissant dans la section de la travée (i) d'abscisse angulaire $\theta = \theta(i)$, θ étant compté en valeur absolue

$C(i)$: moment de torsion sur l'appui (i) dans le cas où cet appui est ponctuel

$Cd(i)$: moment de torsion à droite de l'appui (i) s'il y a encostrément à la torsion sur cet appui

$Cg(i)$: moment de torsion à gauche de l'appui (i) s'il y a encostrément à la torsion sur cet appui

$C(i, \theta)$: moment de torsion dans la section de la travée (i) d'abscisse angulaire $\theta = \theta(i)$, θ étant compté en valeur absolue.

$M'(i)$ = moment fléchissant sur l'appui (i) dans un élément isostatique

$M'(i, \theta)$ = moment fléchissant dans la section d'abscisse $\theta = \theta(i)$ de la travée (i) d'un élément isostatique.

$M''(i, \theta)$ = terme auxiliaire intervenant dans le calcul des efforts dans la section de la travée (i) d'abscisse angulaire $\theta = \theta(i)$

$C'(i)$ = moment de torsion sur l'appui ponctuel (i) dans un élément isostatique

$Cd'(i)$ = moment de torsion à droite de l'appui (i) dans un élément isostatique

$Cg'(i)$ = moment de torsion à gauche de l'appui (i) dans un élément isostatique

$C'(i, \theta)$ = moment de torsion dans la section d'abscisse $\theta = \theta(i)$ de la travée (i) d'un élément isostatique

$Td(i)$ = effort tranchant hyperstatique total calculé à droite de l'appui (i)

$Tg(i)$ = effort tranchant hyperstatique total calculé à gauche de l'appui (i)

$T(i, \theta)$ = effort tranchant dans la section de la travée (i) d'abscisse angulaire $\theta = \theta(i)$, θ étant compté en valeur absolue

$Td'(i)$ = effort tranchant à droite de l'appui (i) dans un élément isostatique

$Tg'(i)$ = effort tranchant à gauche de l'appui (i) dans un élément isostatique

$T'(i, \theta)$ = effort tranchant dans la section d'abscisse $\theta = \theta(i)$ de la travée (i) d'un élément isostatique

P = valeur de la charge ponctuelle centrée unitaire ($P=1$)

q = densité de la charge répartie centrée, au mètre linéaire

C = couple de torsion concentré unitaire

c = densité de couple de torsion

EXC = excentrement de la charge ponctuelle ou répartie, affecté de son signe défini au paragraphe 1.1.3 ci-dessus.

1.2.2. Notations et définitions des portées et abscisses angulaires utilisées dans la méthode de calcul

L'unité employée pour mesurer tous les angles est le radian.

La position d'un point de la travée (i) est définie par son abscisse angulaire comptée positivement à partir de l'appui (i). Appelant $\varphi(i)$ la portée angulaire de la travée (i), on utilisera les notations suivantes:

$\theta(i)$: abscisse angulaire de la section d'étude supposée dans la travée (i)

$\lambda(i)$: abscisse angulaire de la section, supposée dans la travée (i), où est appliquée une charge concentrée

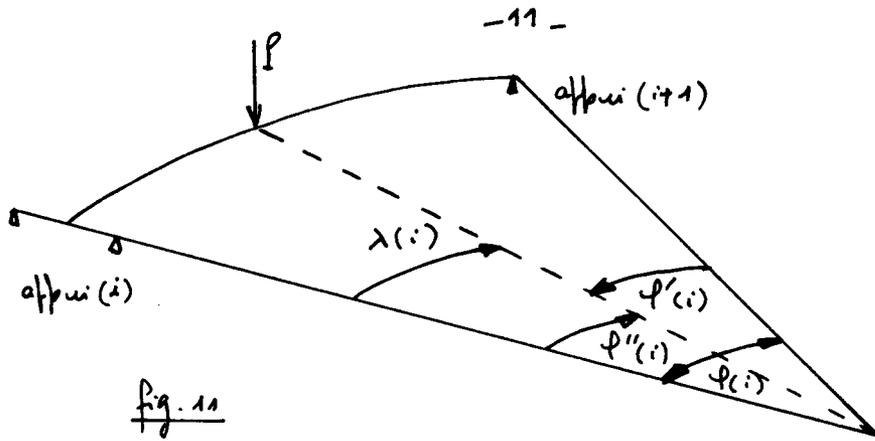
Remarque : On a :

$$0 \leq \theta(i) \leq \varphi(i) \quad \text{ainsi que} \quad 0 \leq \lambda(i) \leq \varphi(i)$$

Toutefois, pour la mise en équations du problème (cf. paragraphe 2, ci-dessous), comme pour la détermination des efforts sur appuis et des réactions (cf. paragraphe 4.1), la méthode suivie a été d'utiliser, pour plus de commodité, les notations $\varphi'(i)$ et $\varphi''(i)$ définies ci-après, où l'angle $\varphi'(i)$ est toujours mesuré positivement à partir de l'extrémité "libre", (cf. paragraphe 1.2.3.1, ci-dessous), de la travée (i).

1.2.2.1. CAS : NATAP = 3 . N° pair ou impair

On définit, pour tout indice i , les angles positifs $\varphi'(i)$ et $\varphi''(i)$



élément isostatique
de type 1

fig. 11

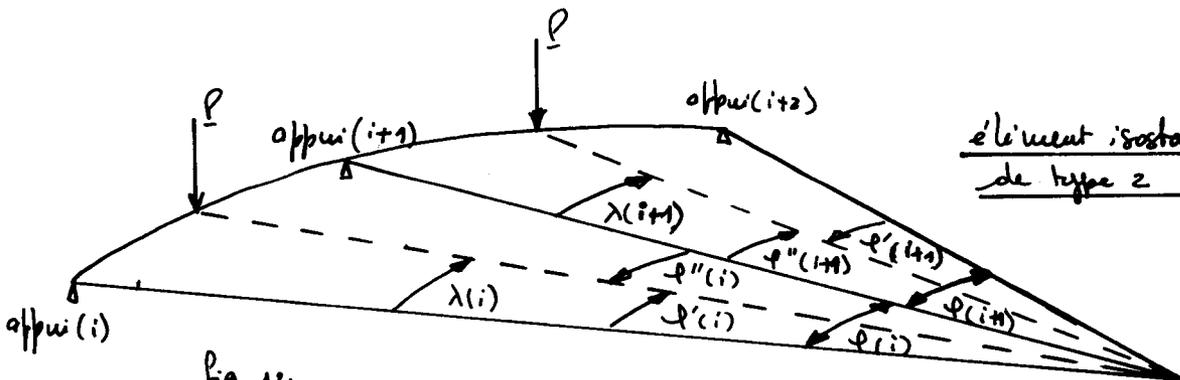
$$\begin{aligned}\varphi''(i) &= \lambda(i) \\ \varphi'(i) &= \varphi(i) - \lambda(i)\end{aligned}$$

et on a en particulier :

$$\begin{aligned}\varphi''(i) &= 0 \quad \text{Si la charge est appliquée sur l'appui (i)} \\ \varphi''(i) &= \varphi(i) \quad \text{Si la charge est appliquée sur l'appui (i+1)}\end{aligned}$$

1.2.2.2. CAS 1 ou CAS 3 : NATAP = 1 ou 2 et N impaire

On définit, pour tout indice i impair :



élément isostatique
de type 2

fig. 12

$$\begin{aligned}\varphi'(i) &= \lambda(i) \\ \varphi''(i) &= \varphi(i) - \lambda(i)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varphi''(i+1) &= \lambda(i+1) \\ \varphi'(i+2) &= \varphi(i+2) - \lambda(i+1)\end{aligned}$$

On a en particulier :

$$\begin{aligned}\varphi''(i) &= 0 \quad \text{Si la charge est appliquée sur l'appui (i+1)} \\ \varphi''(i) &= \varphi(i) \quad \text{Si la charge est appliquée sur l'appui (i)}\end{aligned}$$

ainsi que :

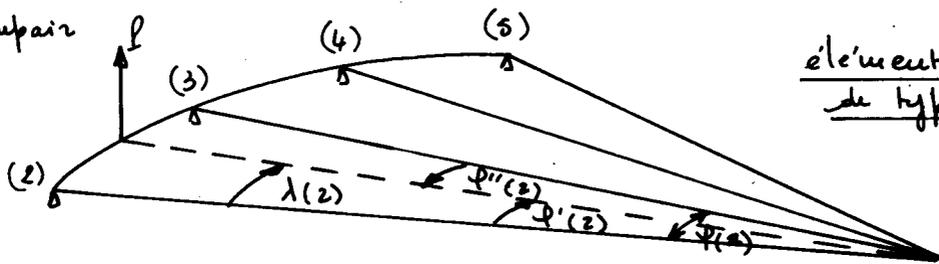
$$\begin{aligned} \varphi''(it_1) &= 0 \text{ si la charge est appliquée sur l'appui } (it_1) \\ \varphi''(it_2) &= \varphi(it_2) \text{ si la charge est appliquée sur l'appui } (it_2) \end{aligned}$$

1.2.2.3 CAS 2 et CAS 4 : NATAP = 1 ou 2 et NT impair

Pour toutes les travées sauf la première qui est repérée par l'indice $i=2$ on adopte, pour les indices $i=3$ ou NT , les mêmes définitions que dans les CAS 1 ou 3 ci-dessus.

Pour la première travée dans le CAS 2 on définit $\varphi''(z)$ de la façon suivante :

NATAP = 1
NT impair



élément isostatique
de type 3

$$\begin{aligned} \varphi'(z) &= \lambda(z) \\ \varphi''(z) &= \varphi(z) - \lambda(z) \end{aligned}$$

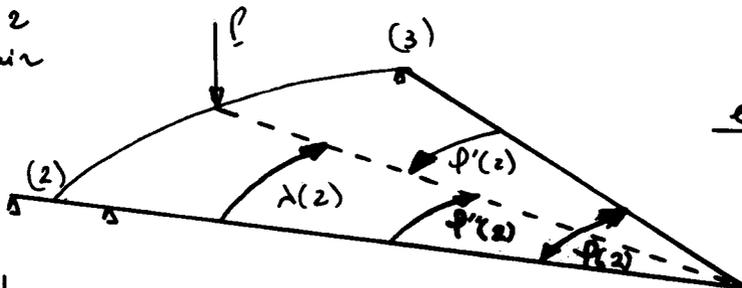
fig. 13

On a en particulier

$$\begin{aligned} \varphi''(z) &= 0 \text{ si la charge est appliquée sur l'appui } (3) \\ \varphi''(z) &= \varphi(z) \text{ si la charge est appliquée sur l'appui } (2) \end{aligned}$$

Pour la première travée dans le CAS 4 on définit $\varphi''(z)$ comme dans le CAS 5 (cf. paragraphe 1.2.2.1)

NATAP = 2
NT impair



élément isostatique
de type 1

On a donc :

$$\begin{aligned} \varphi'(z) &= \lambda(z) \\ \varphi''(z) &= \varphi(z) - \lambda(z) \end{aligned}$$

fig. 14

1.2.3. Notations et définitions des termes auxiliaires

Les termes que nous allons définir dans ce paragraphe servent à l'établissement des deux membres du système d'équations linéaires donnant les inconnues hyperstatiques. Tous ces termes seront imprimés sur le note de calcul si l'utilisateur le demande (cf. pièce 1.2 - Bordereau des données avec commentaires) et ils pourront être vérifiés à l'aide des formules du paragraphe 3 de la présente pièce.

Les notations auxiliaires que nous avons adoptées ont facilité l'écriture du programme de calcul électronique.

Il faut enfin noter que, quels que soient le nombre des travers et la valeur des appuis, tous les termes sont imprimés mais ils ne sont pas obligatoirement utilisés. Nous indiquerons dans chaque cas ceux qui sont à prendre en considération.

1.2.3.1 - Déplacements de l'extrémité libre d'une poutre console courbe.

Si l'on considère une poutre console courbe et des efforts X qui lui sont appliqués en un point quelconque, on pose, d'une façon quelconque :

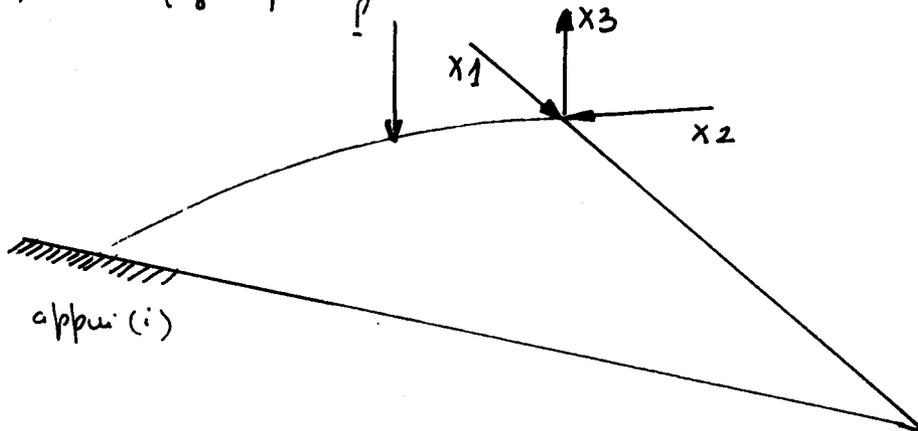


Fig. 15

$E(j,k)$ = déplacement, linéaire ou angulaire, dû à l'action de l'effort X_k , de point ou autour de l'about de la poutre où est appliqué l'effort X_j , mesuré, selon que cet effort X_j est respectivement une force ou un couple, suivant l'axe, ou autour de l'axe qui le supporte.

$E(j,e)$ = même définition que pour $E(j,k)$ s'appliquant à tous les cas, examinés successivement, où X_k devient une charge extérieure X_e , ou un système de charges extérieures X_e (cf. pièce 1.1 - paragraphe 5.3). Pour éviter toute confusion, l'indice e ne saurait prendre que des valeurs toujours supérieures à celles de j ou de k .

Pour faciliter l'écriture de ces déplacements on adopte les notations suivantes, qui définissent les indices j et k :

- X_1 = moment de flexion longitudinal unitaire, appliqué à l'extrémité libre de la poutre console
- X_2 = moment de torsion unitaire, appliqué à l'extrémité libre de la poutre console
- X_3 = effort tranchant unitaire, appliqué à l'extrémité libre de la poutre console.

On utilisera en fait les notations suivantes :

DEF 1	=	$E(1,1)$	} Termes auxiliaires utilisés quels que soient la nature des appuis et le nombre des travées
DEF 2	=	$E(2,2)$	
DEF 3	=	$E(3,3)$	
DEF 4	=	$E(1,2)$	
DEF 5	=	$E(1,3)$	
DEF 6	=	$E(2,3)$	
DEF 7	=	$E(1,e)$	
DEF 8	=	$E(2,e)$	
DEF 9	=	$E(3,e)$	

et on appellera par exemple DEF 3 (i) le DEF 3 de la travée (i)

1.2.3.2. Efforts tranchants aux extrémités d'un élément isostatique de référence, dus à un moment de flexion et de torsion unitaires, appliqués à ces mêmes extrémités

les efforts tranchants définis ci-dessous sont repérés par l'indice i de l'appui au voisinage duquel ils sont considérés.

les éléments isostatiques de référence varient avec la nature des appuis et le nombre des travées, et l'on distingue trois éventualités :

CAS 1 ou CAS 3 : NATAP = 1 ou 2 . NT pair

Soit la poutre courbe à 2 travées dessinée ci-dessous,

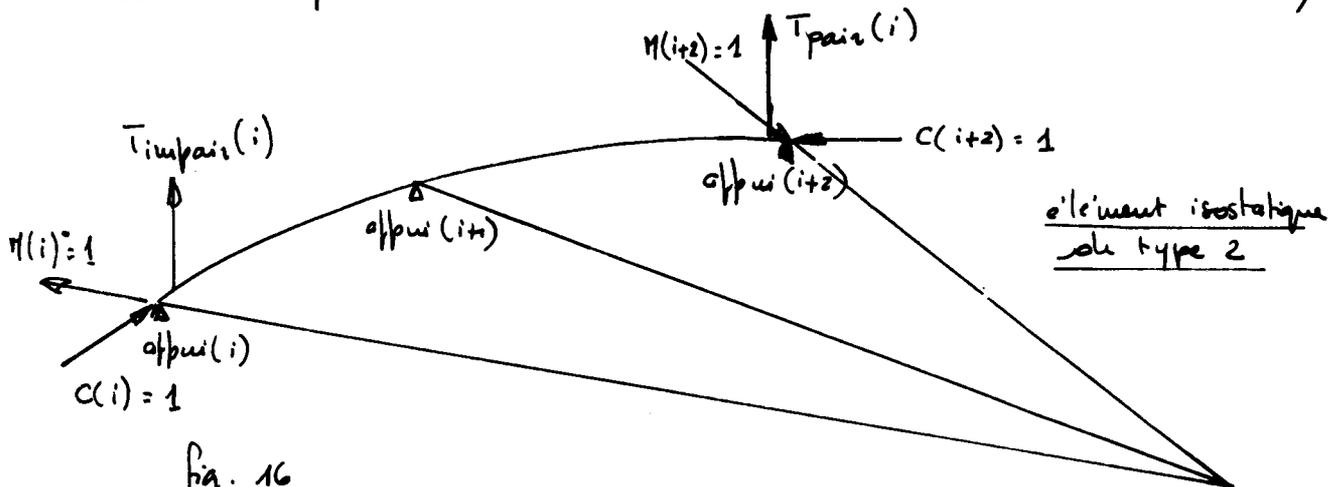


Fig. 16

nous définissons les termes auxiliaires suivants :

$T1(i)$ = effort tranchant à droite de l'appui (i) dû au moment fléchissant extérieur unitaire $M(i+2) = 1$

$T2(i+2)$ = effort tranchant à gauche de l'appui $(i+2)$ dû au moment fléchissant extérieur unitaire $M(i+2) = 1$

$T3(i)$ = effort tranchant à droite de l'appui (i) dû au moment fléchissant extérieur unitaire $M(i) = 1$

$T4(i+2)$ = effort tranchant à gauche de l'appui $(i+2)$ dû au moment fléchissant extérieur unitaire $M(i) = 1$

N.B : les signes des moments $M(i)$ et $M(i+2)$ étant rattachés aux trièdres de référence définis pages 3 et 4.

$T5(i)$ = effort tranchant à droite de l'appui (i) dû au moment de torsion extérieur unitaire $C(i+2) = 1$

$T6(i+2)$ = effort tranchant à gauche de l'appui $(i+2)$ dû au moment de torsion extérieur unitaire $C(i+2) = 1$

$T7(i)$ = effort tranchant à droite de l'appui (i) dû au moment de torsion extérieur unitaire $C(i) = 1$

$T8(i+2)$ = effort tranchant à gauche de l'appui $(i+2)$ dû au moment de torsion extérieur unitaire $C(i) = 1$

Dans l'exposé de la méthode de calcul on n'utilise pas directement ces efforts tranchants mais les moments auxiliaires ci-après :

$$AUX1(i) = T1(i) \times |R(i)|$$

$$AUX2(i+2) = T2(i+2) \times |R(i+2)|$$

$$AUX3(i) = T3(i) \times |R(i)|$$

$$AUX4(i+2) = T4(i+2) \times |R(i+2)|$$

$$AUX5(i) = T5(i) \times |R(i)|$$

$$AUX6(i+2) = T6(i+2) \times |R(i+2)|$$

$$AUX7(i) = T7(i) \times |R(i)|$$

$$AUX8(i+2) = T8(i+2) \times |R(i+2)|$$

Termes auxiliaires

utilisés pour NATAP = 1 ou 2

et NT quelconque

CAS 2 : NATAP = 1 et NT impair

Les notations concernant les efforts tranchants au voisinage du premier appui dans le premier élément isostatique de référence (type 3) sont définies ci-dessous. Si $NT = 5$, il y a un second élément isostatique de référence, de type 2, et les définitions exposées pour les CAS 1 ou 3 lui sont applicables.

$T11(i+1)$ = effort tranchant à gauche de l'appui $(i+1)$ dû au moment fléchissant extérieur unitaire $M(i) = 1$

$T12(i+1)$ = effort tranchant à gauche de l'appui $(i+1)$ dû au moment fléchissant extérieur unitaire $M(i+1) = 1$

$T13(i+1)$ = effort tranchant à gauche de l'appui $(i+1)$ dû au moment de torsion extérieur unitaire $C(i+1) = 1$

{ N.B : Dans l'exposé de la méthode de calcul, on utilise directement ces trois efforts tranchants.

1.2.3.3. Efforts tranchants aux extrémités d'un élément isostatique de référence, dus à un chargement extérieur quelconque

Les efforts tranchants définis ci-dessus sont repérés par l'indice i de la travée chargée qui ne peut appartenir qu'à l'élément isostatique de référence considéré.

On distingue encore trois éventualités :

CAS 1 ou CAS 3 : NATAP = 1 ou 2 et NT par

On considère un élément isostatique de type 2 et l'on pose

$Tge(i)$ = effort tranchant à gauche de l'appui $(i+1)$ dû à un chargement extérieur oblique sur la travée (i)

$Tde(i)$ = effort tranchant à droite de l'appui (i) dû à un chargement extérieur oblique sur la travée (i)

Nous aurons à utiliser en fait les moments auxiliaires :

$$Q1(i) = Tge(i) \times |R(i+1)|$$

$$Q2(i) = Tde(i) \times |R(i)|$$

CAS 2 : NATAP = 1 et NT impair

Où on considère qu'un élément isostatique de type 3.
Aux autres éléments isostatiques de référence (type 2)
on applique les notations définies pour les CAS 1 et 3, etc. outre:

$T_{de}'(2)$ = effort tranchant à droite du premier appui de
à un déplacement extérieur appliqué sur la
première travée qui est d'ailleurs repérée par
l'indice 2

Nous utiliserons par la suite le moment auxiliaire:

$$Q3(2) = T_{de}'(2) \times |R(2)|$$

CAS 4 ou CAS 5 : NATAP = 2 et NT impair ou NATAP = 3 et NT pair ou impair

Nous définirons ici, pour les éléments isostatiques
de type 1 :

$T_{ge}'(i)$ = effort tranchant à gauche de l'appui (i+1) dû à
un déplacement extérieur appliqué sur la travée (i)

et nous utiliserons dans l'exposé de la méthode de
calcul :

$$Q4(i) = T_{ge}'(i) \times |R(i)|$$

1.2.3.4. Inconnues hyperstatiques et rotations virtuelles
appliquant aux éléments isostatiques de
référence.

Les inconnues hyperstatiques étant des couples, les
déplacements virtuels à considérer aux couples sont
des rotations. Ces rotations $S(j,k)$ s'effectuent autour
de l'axe du couple $X(j)$ sous l'action du couple $X(k)$;
on notera $S(j,e)$ les rotations dues aux charges ou
systèmes de charges extérieures X_e (ou ϕ_e) qui seront succes-
sivement considérés.

Où distingue quatre centralités :

CAS 1 ou CAS 3 : NATAP = 1 ou 2 et NT pair

On considère un élément isostatique de type 2. Pour le premier élément isostatique de référence on ne considère, sur le premier appui, aucune inconnue hyperstatique lorsque l'on est dans le CAS 1, et seulement $X(0)$ dans le CAS 3 (cf. pièce 1.1. para. graphique 5.3). Il en va de même pour le dernier élément isostatique de référence où l'on ne considère, sur le dernier appui, que $X(6)$ dans le CAS 3.

les inconnues hyperstatiques sont appliquées aux extrémités de l'élément isostatique considéré, comme il est indiqué sur la figure 19 :

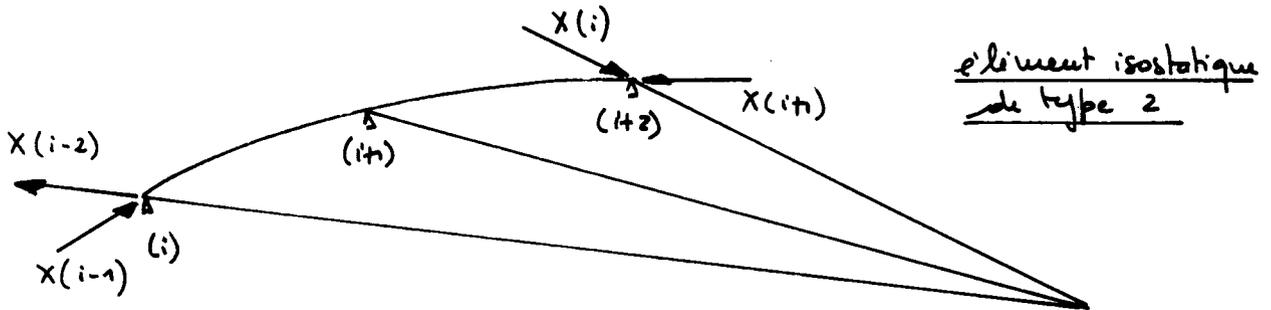


Fig. 19

et ce sont, en général :

- $X(i-2)$ = moment de flexion longitudinale appliqué, par l'élément voisin, à l'élément isostatique de type 2, au droit de l'appui (i)
- $X(i-1)$ = moment de torsion appliqué, par l'élément voisin, à l'élément isostatique de type 2, au droit de l'appui (i)
- $X(i)$ = moment de flexion longitudinale appliqué, par l'élément voisin, à l'élément isostatique de type 2, au droit de l'appui $(i+2)$
- $X(i+1)$ = moment de torsion appliqué, par l'élément voisin, à l'élément isostatique de type 2, au droit de l'appui $(i+2)$

CAS 2 : NATAP = 1 et NT impair

Si $NT = 5$, les inconnues hyperstatiques et les rotations virtuelles concernant le deuxième élément isostatique de référence sont définies comme ci-dessus et, quel que soit NT , l'élément isostatique de type 3 entre également dans le cadre de ces définitions, comme l'indique la figure 20 :

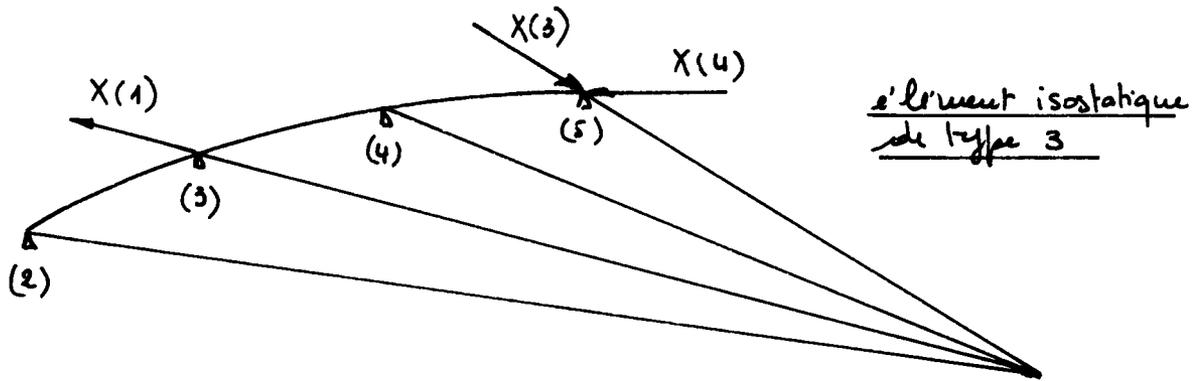


Fig. 20

CAS 4 : NATAP = 2 et NT impair

La définition des inconnues hyperstatiques et des rotations virtuelles pour le premier travée est indiquée sur la figure 21, et peut être replacé dans le cadre des définitions données pour le CAS 3. Les autres inconnues hyperstatiques et les autres rotations virtuelles, et en particulier celles qui concernent le dernier élément isostatique de référence, se définissent comme dans les CAS 1 et 3.

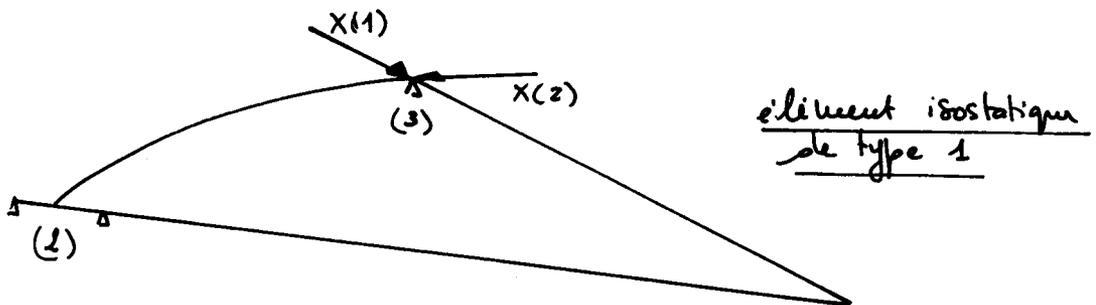


Fig. 21

CAS 5 : NATAP = 3 et NT pair ou impair

Pour toutes les travées on adopte les définitions ci-après, à cette réserve près qu'il n'y a pas lieu d'appliquer de moment de flexion longitudinale sur les appuis extrêmes de l'ouvrage.

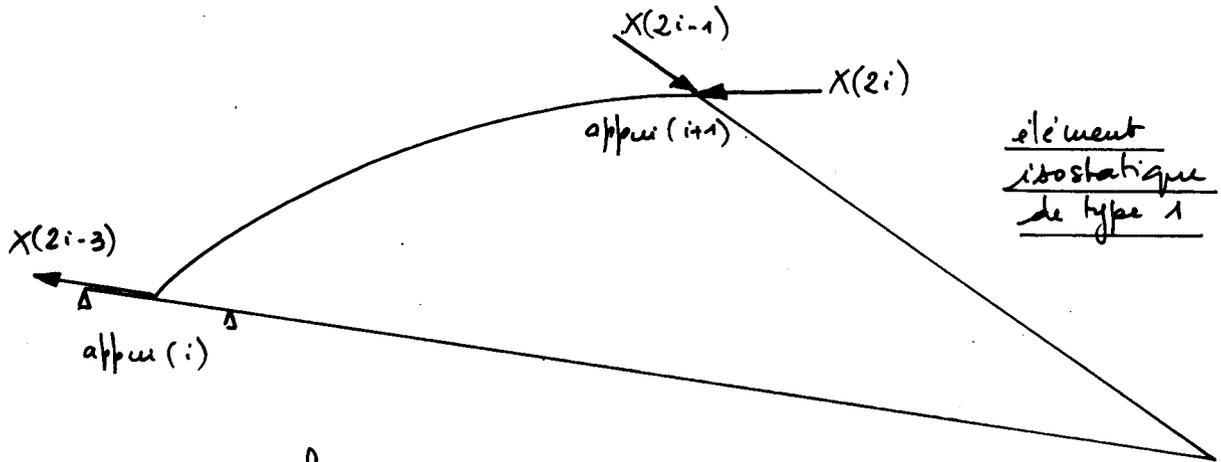


Fig. 22

Les inconnues hyperstatiques appliquées à la travée (i) sont les suivantes :

$X(2i-3)$ = moment de flexion longitudinale appliqué, par l'élément voisin, à l'élément isostatique de type 1, au droit de l'appui (i)

$X(2i-1)$ = moment de flexion longitudinale appliqué, par l'élément voisin, à l'élément isostatique de type 1, au droit de l'appui (i+1)

$X(2i)$ = moment de torsion appliqué, par l'élément voisin, à l'élément isostatique de type 1, au droit de l'appui (i+1)

1.3. Remarque générale

Quel que soit l'élément isostatique envisagé, les rotations virtuelles (δ_j, k) que nous définissons sont les coefficients du premier membre du système d'équations linéaires grâce auquel nous allons calculer les inconnues hyperstatiques.

Les rotations virtuelles $\delta(j, e)$ sont les coefficients des seconds membres du même système d'équations linéaires.

Les expressions des rotations virtuelles $\delta(f, k)$ et $\delta(j, e)$ varient suivant le cas.

2. CALCUL DES INCONNUES HYPERSTATIQUES

Le présent paragraphe expose les étapes successives du calcul à accomplir dans chacun des cas d'ouvrages que peut traiter le programme C.C.C.69. Les formules à employer sont regroupées dans le formulaire qui constitue le paragraphe 3. L'exposé ci-dessous est en fait le mode d'emploi de ce formulaire.

Si l'utilisateur du programme a porté à l'usage la case ROTVIR et dans les quatre cases situées de la carte 4 du bordereau des données (cf. pièce 1.2), il obtient, sur la note de calcul, l'impression des termes auxiliaires dans des conditions qui sont précisées, chemin faisant, au cours de l'exposé, après l'indication des formules utilisées.

Remarque : la note de calcul fournit également quelques expressions auxiliaires qui sont seulement définies et utilisées au formulaire (paragraphe 3.2 et 3.5.2.1)

2.1. Etablissement du premier membre du système d'équa.

tions linéaires donnant les inconnues hyperstatiques.

L'application du principe de réciprocité de MAXWELL-BETTY amène à calculer les coefficients se trouvant sur la diagonale principale et au-dessus, et à compléter le tableau par symétrie.

2.1.1. Calcul des déplacements $\epsilon(j,k)$ à l'extrémité libre d'une poutre console, due à un effort unitaire appliqué à cette même extrémité

Nous avons vu, dans l'exposé rapide de la méthode de calcul (pièce 1.1, paragraphe 5.3), que quel que soit l'ouvrage envisagé, on pourrait toujours calculer, travee par travee, les intégrales de la forme:

$$\delta_i(\phi) = \int \frac{M(s) \times m_i(s)}{E \times I(s)} ds + \int \frac{C(s) \times c_i(s)}{G \times K(s)} ds$$

Ces intégrales donnent les valeurs des termes auxiliaires $DEF1(i)$, $DEF2(i)$, ..., $DEF6(i)$ qui ont été définis au paragraphe 1.2.3.1.

Nous allons envisager successivement les différents types d'éléments isostatiques définis dans la pièce 1.1, au paragraphe 5.2. On considère non pas chaque élément type dans son ensemble, mais chacune de ses travées supposée encastree à l'une ou l'autre de ses extrémités.

élément isostatique de type 2

Pour chacune des deux travées la console considérée est encastree sur l'appui $(i+1)$

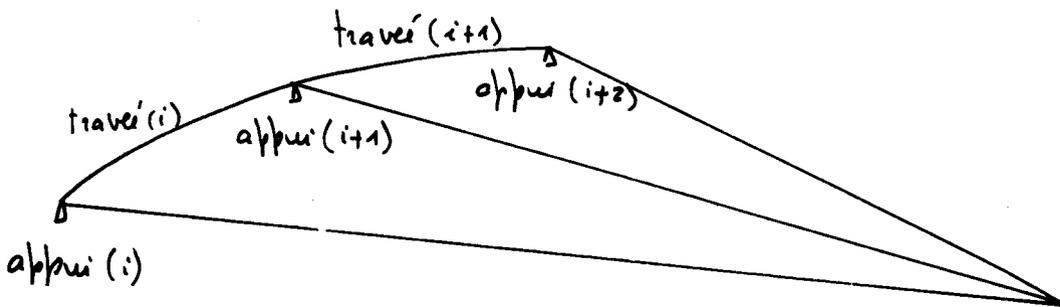


Fig. 24

Nous calculons les valeurs de $DEF1(i)$, $DEF2(i)$, ..., $DEF6(i)$, selon la parité de (i) , de la façon suivante:

- pour la valeur de i impaire: $DEF1(i)$, $DEF2(i)$, ..., $DEF6(i)$ sont données directement par les formules du paragraphe 3.2.1

- pour la valeur de i paire : on obtient $DEF1(i), DEF2(i), \dots, DEF6(i)$ à l'aide des mêmes formules où l'on a remplacé toutefois :

$$\begin{array}{l} R(i) \text{ par } -R(i) \\ SR(i) \text{ par } -SR(i) \end{array}$$

Autrement dit, pour la travée d'indice i paire, on prend respectivement pour $DEF1(i), \dots, DEF6(i)$ les valeurs suivantes, calculées d'après les formules du paragraphe 3.2.1 :

$$+ DEF1(i), + DEF2(i), + DEF3(i), - DEF4(i), + DEF5(i), - DEF6(i)$$

élément isostatique de type 3

Pour chacune des deux dernières travées la console considérée est encastrée sur le troisième appui.

On calcule les différentes valeurs de $DEF1(i), DEF2(i), \dots, DEF6(i)$ suivant les mêmes règles que ci-dessus; on observera toutefois que la première travée de cet élément isostatique a son indice paire (cf. paragraphe 1.2.1, CAS 2)

élément isostatique de type 1

Pour chaque travée la console considérée est encastrée sur l'appui (i)

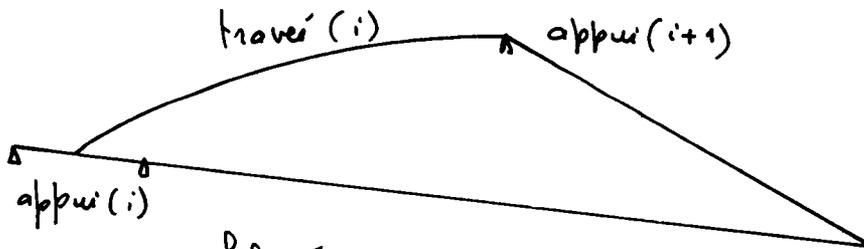


Fig. 25

On calcule, quelle que soit la parité de i , les $DEF1(i), DEF2(i), \dots, DEF6(i)$ à l'aide des formules du paragraphe 3.2.1 où l'on a remplacé toutefois :

$$\begin{array}{l} R(i) \text{ par } -R(i) \\ SR(i) \text{ par } -SR(i) \end{array}$$

Ceci revient à dire que, quelle que soit la valeur de i , on utilise les valeurs indiquées pour les éléments isostatiques de type 2 et les travées d'indice paire.

Pour un ouvrage se trouvant dans le CAS 4 (cf. paragraphe 1.2.1) on observera que les indications ci-dessus s'appliquent à la première travée, qui est d'ailleurs repérée par l'indice $i=2$.

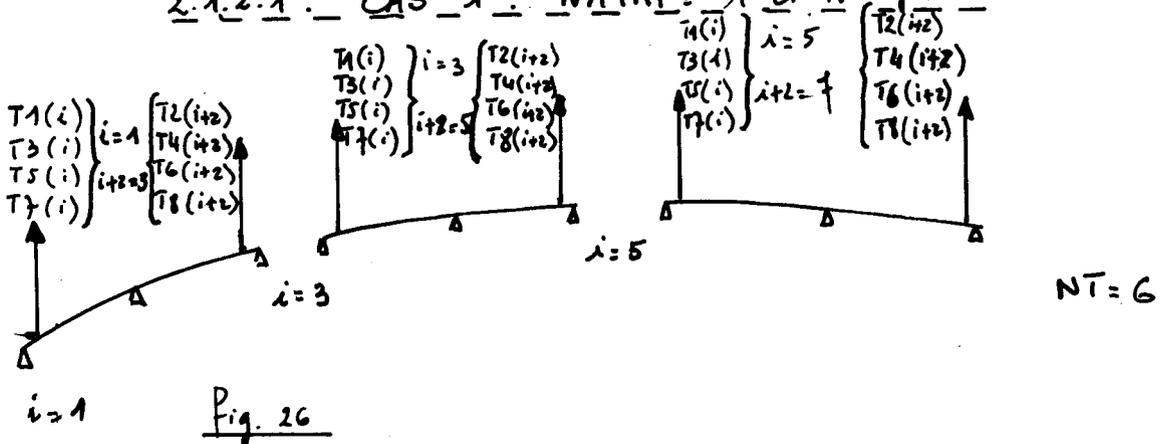
x
x x

(N.B: les valeurs de DEF1(i), pour $i=1,2,3,4,5,6$, apparaissent sur le note de calcul (cf. pièce 2.4, Page 5) à la suite de la mention DEF1 = le programme ne calcule effectivement que les valeurs correspondant aux indices i utilisés dans le cas étudié.

2.1.2. Calcul des efforts tranchants aux extrémités des éléments isostatiques considérés pour les différents ouvrages calculables, dus aux efforts appliqués à ces mêmes extrémités.

Nous allons examiner successivement les cinq cas qui se présentent

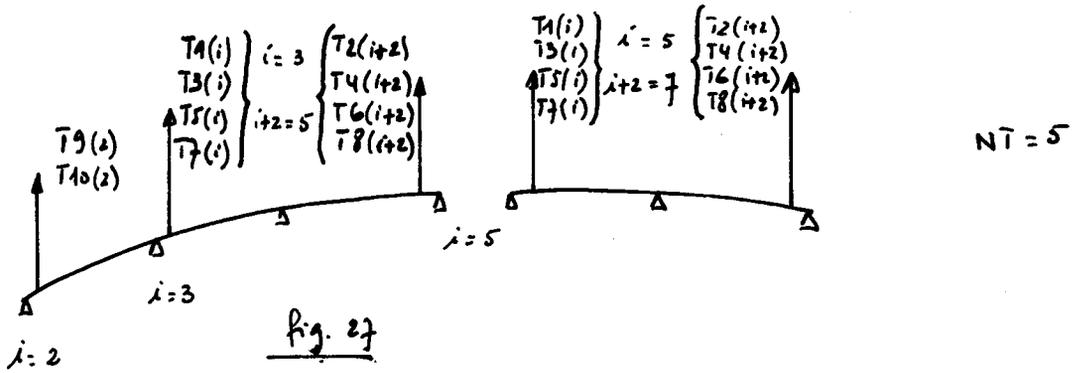
2.1.2.1. CAS 1: NATAP = 1 et NT pair



On calcule en fait directement les moments auxiliaires "AUX" (cf. paragraphe 1.2.3.2) à l'aide des formules du paragraphe 3.3.1; on y donne à l'indice les valeurs successives $i=1, 3, \dots, (NT-1)$.

Les rayons de courbure, $R(i)$ et $R(i+1)$ qui interviennent dans ces formules doivent être pris en compte avec leur signe (cf. RTRA(i), pièce 1.2, page 8).

2.1.2.2. CAS 2 : NATAP = 1 et NT impair



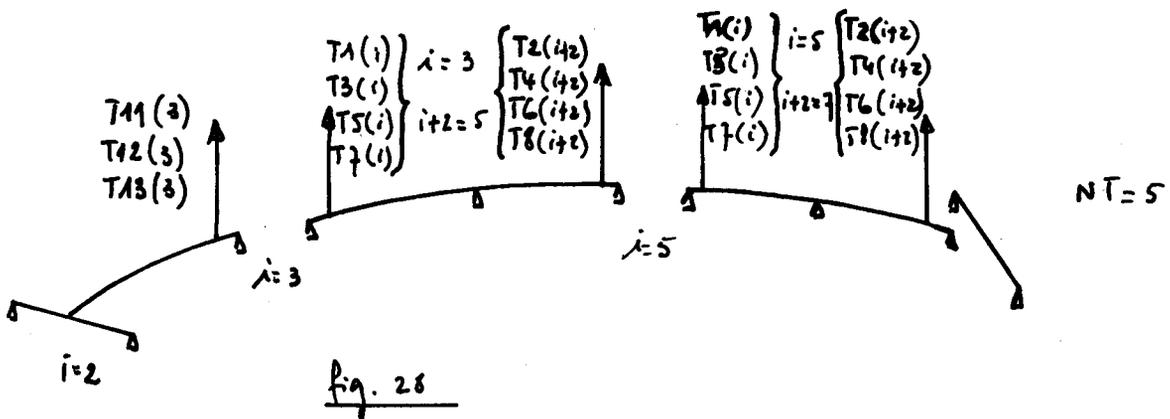
A droite du premier appui, d'indice $i=2$ (cf. paragraphe 1.2.1), on calcule effectivement les efforts tranchants $T_9(2)$ et $T_{10}(2)$ à l'aide des formules du paragraphe 3.3.2 ; ces formules font intervenir les caractéristiques de la première travée, d'indice $i=2$, et le rayon de courbure $R(2)$ est pris en compte avec son signe (cf. pièce 1.2, page 8).

Les autres termes auxiliaires à prendre en compte sont des moments "AUX" calculés pour i impair variant de 3 à NT ; leurs valeurs sont obtenues, de même que pour le CAS 1, ci dessus, à l'aide des formules du paragraphe 3.3.1.

2.1.2.3. CAS 3 : NATAP = 2 et NT pair

On calcule, comme dans le CAS 1 (cf. fig. 26), les moments auxiliaires "AUX" pour i impair variant de 1 à $(NT-1)$.

2.1.2.4. CAS 4 : NATAP = 2 et NT impair



A gauche du second appui, repéré par l'indice $i+1=3$, on calcule les efforts tranchants $T_{11}(i+1)$, $T_{12}(i+1)$ et $T_{13}(i+1)$ (cf. paragraphe 1.2.3.2), à l'aide des formules du paragraphe 3.3.3, qui font intervenir les caractéristiques de la poutre trouvée, d'indice $i=2$, et pour lesquelles le rayon $R(2)$ est pris en compte avec son signe (cf. pièce 1.2, page 8).

Les autres termes auxiliaires à prendre en compte sont les moments "AUX" calculés pour i impair variant de 3 à NT. Leurs valeurs sont données par les formules du paragraphe 3.3.1.

2.1.2.5. CAS 5 : NATAP=3 et NT pair ou impair

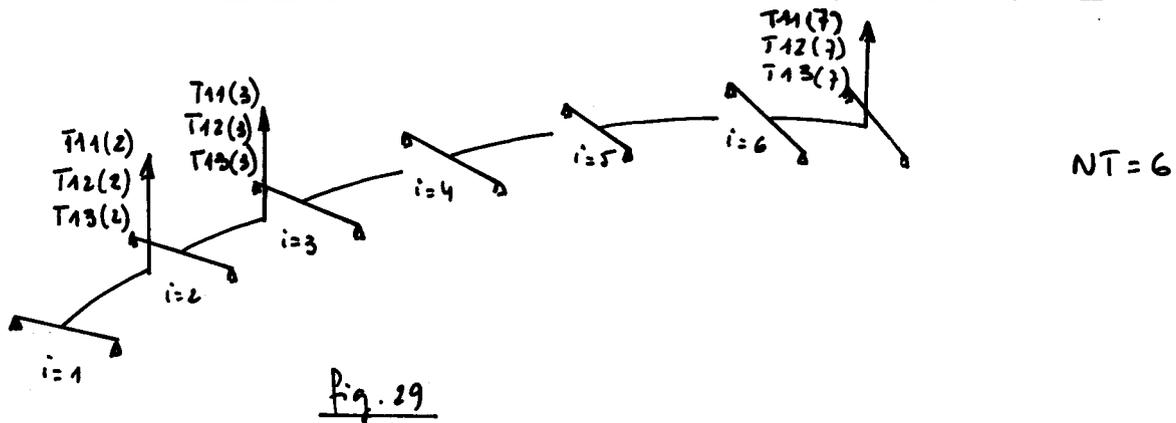


Fig. 29

A gauche de chaque appui $(i+1)$, le premier excepté, on calcule les efforts tranchants $T_{11}(i+1)$, $T_{12}(i+1)$ et $T_{13}(i+1)$ (cf. paragraphe 1.2.3.2), à l'aide des formules du paragraphe 3.3.3 pour lesquelles le rayon de la travée (i) est pris en compte avec son signe (cf. pièce 1.2, page 8).

X
X X

N.B: Les valeurs des moments auxiliaires "AUX" apparaissent dans l'ordre sur la note de calcul (cf. pièce 2.4, page 5). Le programme ne calcule effectivement que les valeurs utiles dans le cas traité. Il faudra donc extraire ces valeurs de la note de calcul avec la plus grande attention. Certaines des valeurs inemployées peuvent être de toute évidence aberrantes, mais d'autres peuvent

résultat d'un passage précédent d'un quelconque programme sur l'ordinateur (voir un exemple sur la pièce 2.4 page 7).

Quant aux valeurs des efforts tranchants $T_9(z)$, $T_{10}(z)$, $T_{11}(i+1)$, $T_{12}(i+1)$ et $T_{13}(i+1)$ elles ne présentent pas de difficultés de calcul et ne font l'objet d'aucune impression sur la note de calcul.

2.1.3. Calcul des rotations virtuelles aux extrémités des éléments isostatiques considérés pour les différents ouvrages calculables, dues à des efforts appliqués à ces mêmes extrémités

Dans ce paragraphe nous indiquons les formules à utiliser pour le calcul des rotations virtuelles qui sont les coefficients $\delta(j, k)$ du système d'équations linéaires donnant les inconnues hyperstatiques. La manière de lire les valeurs des $\delta(j, k)$ sur une note de calcul est indiquée dans la pièce 2.4 (p. 4, 5 et 6)

2.1.3.1. Généralités

Les indices de ligne et de colonne de la matrice des $\delta(j, k)$ (appelés $\delta^{(j, k)}$ sur la pièce 2.4 pages 5 et 6), telle qu'elle est présentée par le programme C.C.C.69 varie entre -1 et 12. La matrice présentée a donc toujours 14 lignes et colonnes.

En pratique, cette matrice est au maximum d'ordre 11 et les inconnues hyperstatiques (cf. pièce 1.1, paragraphe 5.3) sont repérées à l'aide d'un indice i variant de 0 à 12. La matrice présentée par le programme est donc toujours bordée, en haut et à gauche, d'une ligne et d'une colonne de zéros.

De plus dans chaque cas particulier, à tous les indices repérant des inconnues hyperstatiques non retenues dans le cas considéré, il correspond une ligne et une colonne de zéros dans la matrice, à ceci près que le terme de la diagonale principale est artificiellement porté égal à l'unité.

Nous allons examiner successivement les cinq cas d'images possibles en précisant chaque fois la configuration de la matrice des $\delta(j, k)$.

2.1.3.2. CAS 1 : $NTAP = 1$ et NT pair

Nous avons les inconnues hyperstatiques sur routes aux extrémités des éléments isostatiques (cf. para. graphique 1.2.3.4)

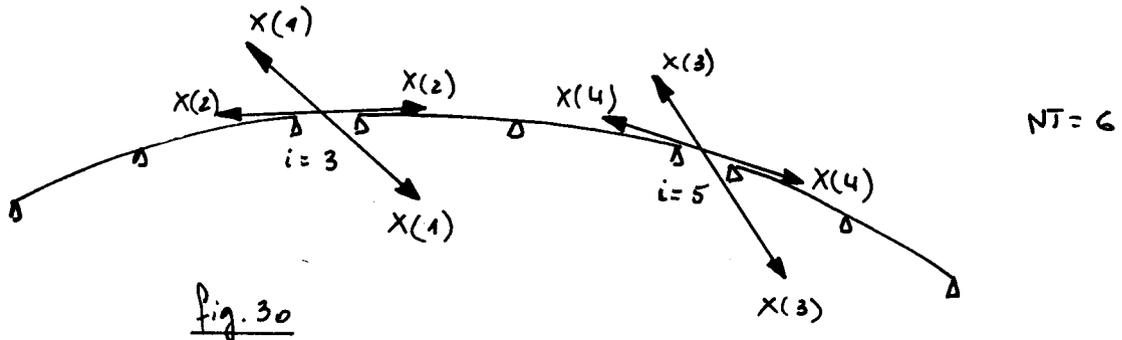


Fig. 30

On calcule les rotations virtuelles aux extrémités des éléments isostatiques de type 2, en utilisant les formules du paragraphe 3.5.1.1. où l'indice i prend les valeurs impaires de 3 à $(NT-1)$.

Pour la dernière coupure, c'est à dire pour $i = (NT-1)$, il suffit de calculer $\delta(i-2, i-2)$, $\delta(i-2, i-1)$ et $\delta(i-1, i-1)$.

Le premier membre du système d'équations linéaires se présente finalement sous la forme:

$$\delta(1,1) X(1) + \delta(1,2) X(2) + \delta(1,3) X(3) + \delta(1,4) X(4)$$

$$\delta(2,1) X(1) + \delta(2,2) X(2) + \delta(2,3) X(3) + \delta(2,4) X(4)$$

$$\delta(3,1) X(1) + \delta(3,2) X(2) + \delta(3,3) X(3) + \delta(3,4) X(4)$$

$$\delta(4,1) X(1) + \delta(4,2) X(2) + \delta(4,3) X(3) + \delta(4,4) X(4)$$

N.B La ligne et la colonne de la matrice qui correspondent à l'indice $i=0$ ne comportent que des zéros.

2.1.3.3. CAS 2 : NATAP = 1 et NT impair

Dans ce cas, nous avons les inconnues hyperstatiques suivantes (cf. paragraphe 1.2.3.4).

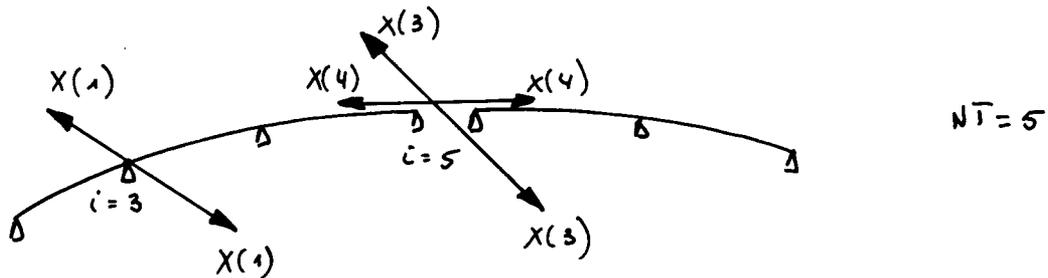


Fig. 31

On remarque tout d'abord que si $NT=3$ il n'y a que la seule inconnue hyperstatique $X(1)$.

On calcule les rotations virtuelles par des formules différentes suivant les valeurs impaires ($3 \leq NT$) que nous donnons à l'indice i .

Pour la valeur $i=3$, correspondant à la coupe partielle de l'élément isostatique de type 3, on utilise les formules données au paragraphe 3.5.2.2; on observe que les caractéristiques de la première travée, ainsi que les variables qui s'y rapportent, sont repérées par l'indice $i=2$.

La coupe partielle pratiquée sur le second appui ($i=3$) ne concernant pas la torsion, il n'y a pas lieu de calculer de coefficients $\delta(2,1)$, $\delta(2,2)$, $\delta(2,3)$ ni $\delta(2,4)$.

Pour la dernière coupe qui est pratiquée sur l'appui d'indice $i=NT$ on calcule seulement, à l'aide des formules du paragraphe 3.5.1.1, les rotations virtuelles $\delta(NT-2, NT-2)$, $\delta(NT-2, NT-1)$ et $\delta(NT-1, NT-1)$.

Finalement le système a pour premier membre :

$$\delta(1,1) X(1) + \delta(1,3) X(3) + \delta(1,4) X(4)$$

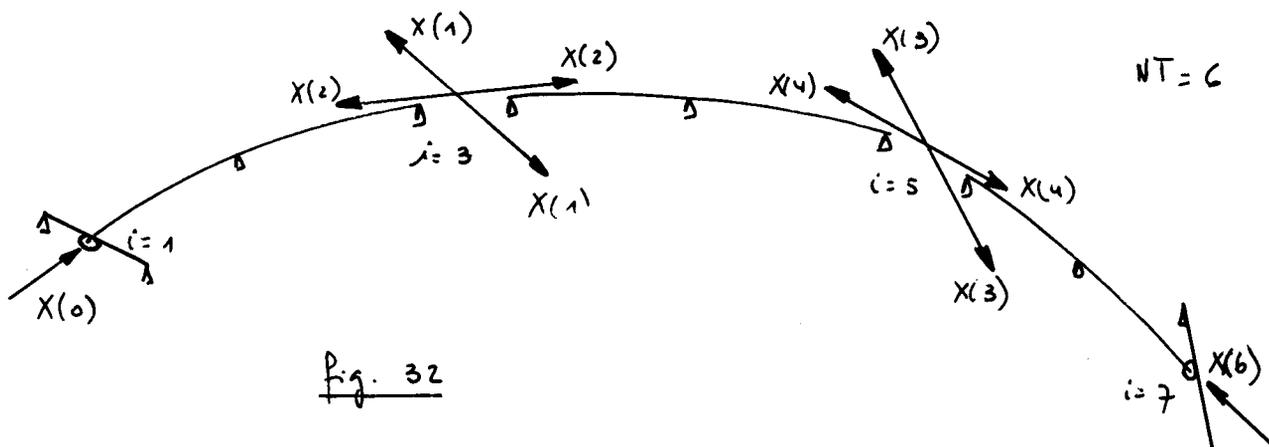
$$\delta(3,1) X(1) + \delta(3,3) X(3) + \delta(3,4) X(4)$$

$$\delta(4,1) X(1) + \delta(4,3) X(3) + \delta(4,4) X(4)$$

N.B Les lignes et les colonnes de la matrice qui, pour $NT=5$, correspondent aux indices $i=0$ et $i=2$ ne comportent que des zéros, à ceci près que l'on a pour $S(2,2)=1$.

2.1.3.4. CAS 3 : NATAP=2 et NT pair

Les inconnues hyperstatiques aux extrémités des éléments isostatiques sont indiqués sur la figure 32.



Du calcul des rotations virtuelles correspondantes à l'aide des formules du paragraphe 3.5.1.1. où l'on donne à i les valeurs impaires de 1 à $(NT+1)$.

On notera que, étant nuls, les moments fléchissants sur les appuis extrêmes n'apparaissent pas parmi les inconnues hyperstatiques ; $X(0)$ et $X(NT)$ se trouvent être les réactions à la torsion des appuis extrêmes.

Il en résulte que, pour la coupe à la torsion correspondant à l'appui d'indice $i=1$, on ne calcule que $S(0,0)$, $S(0,1)$ et $S(0,2)$, et de plus, dans les formules du paragraphe 3.5.1.1 on ne tient pas compte des termes repérés par l'indice $(i-2)=-1$ ou $(i-1)=0$.

Pour la coupe intermédiaire qui correspond à l'appui d'indice $i=(NT-1)$ on ne calcule pas $S(NT-3, NT-1)$ ni $S(NT-2, NT-1)$.

Enfin, pour la dernière coupe qui est pratiquée sur l'appui d'indice $i=NT+1$, il reste seulement à calculer $S(NT, NT)$ et, parmi les termes repérés par un indice égal à $NT+1$, $NT+2$, ou $NT+3$, seul devra être

effectivement pris en compte $AUX_6(N_T+1)$, les autres étant considérés comme nuls.

Finalement le système a pour premier membre:

$$\delta(0,0)X(0) + \delta(0,1)X(1) + \delta(0,2)X(2)$$

$$\delta(1,0)X(0) + \delta(1,1)X(1) + \delta(1,2)X(2) + \delta(1,3)X(3) + \delta(1,4)X(4)$$

$$\delta(2,0)X(0) + \delta(2,1)X(1) + \delta(2,2)X(2) + \delta(2,3)X(3) + \delta(2,4)X(4)$$

$$\delta(3,1)X(1) + \delta(3,2)X(2) + \delta(3,3)X(3) + \delta(3,4)X(4) + \delta(3,6)X(6)$$

$$\delta(4,1)X(1) + \delta(4,2)X(2) + \delta(4,3)X(3) + \delta(4,4)X(4) + \delta(4,6)X(6)$$

$$\delta(6,3)X(3) + \delta(6,4)X(4) + \delta(6,6)X(6)$$

N.B. La ligne et la colonne de la matrice qui, selon que $N_T = 2, 4$ ou 6 , correspondent à l'indice $i = 1, 3$ ou 5 ne comportent que des zéros, à ceci près que l'on pose respectivement $\delta(1,1)$, $\delta(3,3)$ ou $\delta(5,5) = 1$.

2.1.3.5. CAS 4 : $N_{ATAP} = 2$ et N_T impair

les inconnues hyperstatiques aux extrémités des éléments isostatiques sont indiquées sur la figure 33.

On remarque, tout d'abord, que si $N_T = 1$ il n'y a que la seule inconnue hyperstatique $X(2)$.

Comme pour le CAS 3 ci-dessus, on notera que, étant nul, le moment fléchissant sur le dernier appui n'apparaît pas parmi les inconnues hyperstatiques; $X(N_T+1)$ se trouve être la réaction à la torsion du dernier appui.

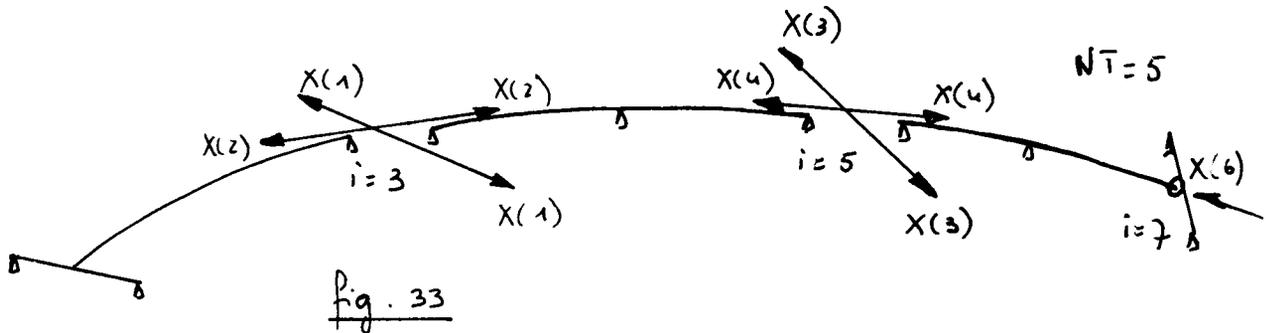


Fig. 33

Du calcul des rotations virtuelles par des formules différentielles suivant les valeurs impaires (3 à $NT+2$) que nous donnons à l'indice i .

Pour la valeur $i=3$, correspondant à la première coupe, on utilise les formules du paragraphe 3.5.3.1 pour calculer $\delta(1,1)$, $\delta(1,2)$ et $\delta(2,2)$; on observera que les caractéristiques de la première traverse, ainsi que les variables qui s'y rapportent sont repérées par l'indice $i=2$.

Toujours pour la valeur $i=3$, on calculera les autres rotations ($\delta(1,3)$, $\delta(1,4)$, $\delta(2,3)$ et $\delta(2,4)$) à l'aide des formules du paragraphe 3.5.1.1.

Pour la coupe intermédiaire qui correspond à l'appui d'indice $i=NT$ on ne calcule pas $\delta(NT-2, NT)$ ni $\delta(NT-1, NT)$.

Pour la dernière coupe qui correspond à l'appui d'indice $i=(NT+2)$, il reste seulement à calculer $\delta(NT+1, NT+1)$ à l'aide de la formule du paragraphe 3.5.1.1. où, parmi les termes d'indice égal à $NT+2$, $NT+3$ ou $NT+4$, seul devra être effectivement pris en compte $AUX6(NT+2)$, les autres étant considérés comme nuls.

Finalement, le système a pour premier membre:

$$\delta(1,1)X(1) + \delta(1,2)X(2) + \delta(1,3)X(3) + \delta(1,4)X(4)$$

$$\delta(2,1)X(1) + \delta(2,2)X(2) + \delta(2,3)X(3) + \delta(2,4)X(4)$$

$$\delta(3,1)X(1) + \delta(3,2)X(2) + \delta(3,3)X(3) + \delta(3,4)X(4) + \delta(3,6)X(6)$$

$$\delta(4,1)X(1) + \delta(4,2)X(2) + \delta(4,3)X(3) + \delta(4,4)X(4) + \delta(4,6)X(6)$$

$$\delta(6,3)X(3) + \delta(6,4)X(4) + \delta(6,6)X(6)$$

N.B les lignes et colonnes de la matrice qui correspondent aux indices $i=0$ et, selon que $NT=1, 3$ ou 5 , à $i=1, 3$ ou 5 , ne comportent que des zéros, à ceci près que l'on pose respectivement à $NT=3$ ou 5 , $\delta(3,3)=1$ ou $\delta(5,5)=1$.

2.1.3.6. CAS 5 : $N_{ATAP} = 3$ et N_T pair ou impair

Les inconnues hyperstatiques aux extrémités des éléments isostatiques sont indiqués sur la figure 34.

On remarque tout d'abord que si $N_T = 1$, il n'y a que la seule inconnue hyperstatique $X(2)$.

On verra toujours que, étant nul, le moment fléchissant sur le dernier appui n'apparaît pas parmi les inconnues hyperstatiques. $X(2N_T)$ se trouve être la réaction à la torsion du dernier appui.

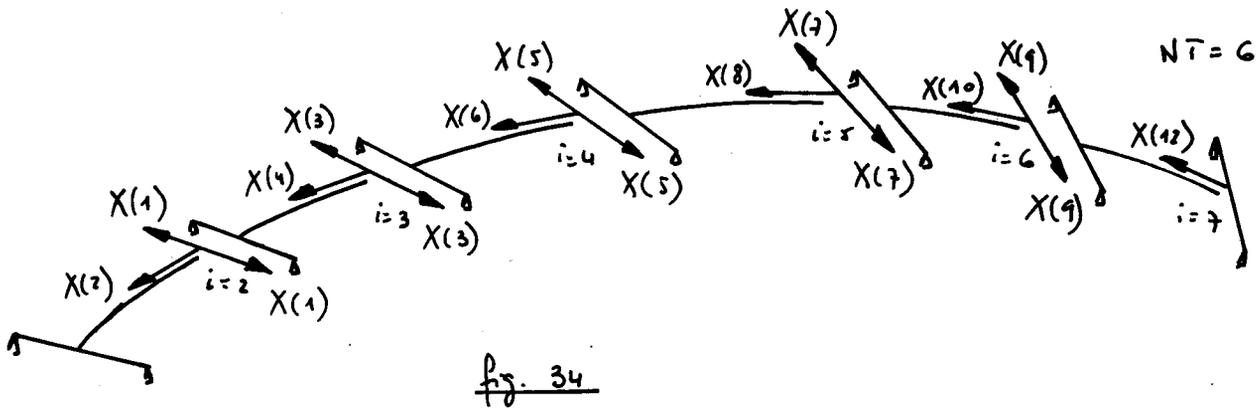


fig. 34

On calcule les rotations virtuelles correspondantes à l'aide des formules du paragraphe 3.5.4.1 où l'on donne à i toutes les valeurs de 1 à N_T .

Pour la valeur $i = 1$, on ne calcule que $\delta(1,1)$, $\delta(1,2)$ et $\delta(2,2)$.

Pour la valeur $i = N_T$, on ne calcule que $\delta(2N_T-3, 2N_T)$ et $\delta(2N_T, 2N_T)$.

Finalement le système a pour premier membre représenté pour $N_T = 4$:

$$\delta(1,1) X(1) + \delta(1,2) X(2) + \delta(1,3) X(3) + \delta(1,4) X(4)$$

$$\delta(2,1) X(1) + \delta(2,2) X(2) + \delta(2,3) X(3) + \delta(2,4) X(4)$$

$$\delta(3,1) X(1) + \delta(3,2) X(2) + \delta(3,3) X(3) + \delta(3,4) X(4) + \delta(3,5) X(5) + \delta(3,6) X(6)$$

$$\delta(4,1) X(1) + \delta(4,2) X(2) + \delta(4,3) X(3) + \delta(4,4) X(4) + \delta(4,5) X(5) + \delta(4,6) X(6)$$

$$\delta(5,3) X(3) + \delta(5,4) X(4) + \delta(5,5) X(5) + \delta(5,6) X(6) + \delta(5,8) X(8)$$

$$\delta(6,3) X(3) + \delta(6,4) X(4) + \delta(6,5) X(5) + \delta(6,6) X(6) + \delta(6,8) X(8)$$

$$\delta(8,5) X(5) + \delta(8,6) X(6) + \delta(8,8) X(8)$$

N.B les lignes et les colonnes de la matrice correspondant aux indices $i=0$ et $i=(2NT-1)$ ne comportent que des zéros. toutefois, si $NT \geq 2$, on pose pour $i=(2NT-1)$, $\delta(i,i)=1$.

2.2. Etablissement des seconds membres du système d'équations linéaires.

Le calcul des seconds membres correspond à l'étude des rotations virtuelles dues à un chargement extérieur.

Il s'agit d'étudier que l'on doit faire on prend en compte l'un ou l'autre des cas de charge élémentaires, on même les quatre successivement. Ainsi, pour déterminer les lignes d'influence des efforts sur appuis dus à une charge ponctuelle centrée on envisagera, dans le second membre, les effets d'une charge ponctuelle centrée. Pour obtenir les lignes d'influence des mêmes efforts dus à un moment de torsion centré, on envisagera les effets d'un moment de torsion centré dont le signe a déjà été précisé (cf. paragraphe 1.1.3, ci-dessus).

Pour déterminer ensuite les aires par travées de ces lignes d'influence le programme C.C.C. 65 calcule les seconds membres qui correspondent au chargement de chaque travée de l'ouvrage par une charge centrée répartie avec une densité unité, puis par un couple de torsion également réparti avec une densité unité.

Toutefois, s'il souhaite effectuer seulement une vérification sommaire de ces aires par travées par intégration des lignes d'influence, l'utilisateur du programme pourra, après avoir vérifié ces lignes d'influence comme il est indiqué ci-dessus, se reporter au paragraphe 4.3.

Nous allons, dans ce paragraphe, présenter le cas de charge (ϕ_e) quelconque. L'utilisateur trouvera dans le formulaire (paragraphe 3, ci-dessus) les formules correspondant à chacun des quatre cas de charge élémentaires qui sont envisagés par le programme C.C.C. 69.

2.2.1. Calculs de déplacements à l'extrémité libre d'une poutre - Console, définie par $E(j, e)$ et des \bar{c} un chargement extérieur.

Dans l'exposé rapide de la méthode de calcul (page 1.1, paragraphe 5) nous avons vu que l'effort (ϕ) à considérer pouvait être un effort extérieur. Il faut donc calculer, traqué par traqué, des intégrales semblables à celles du paragraphe 2.1.1.

Ces intégrales donnent les valeurs des termes auxiliaires DEF7(i) DEF8(i) et DEF9(i) qui ont été définis au paragraphe 1.2.3.1 ci-dessus.

Nous allons en faire successivement les trois types d'éléments isostatiques de référence.

élément isostatique de type 2 (poutre à 2 travées)

Pour les valeurs de i impaires: DEF7(i), DEF8(i) et DEF9(i) sont données directement par les formules du paragraphe 3.2.2.

Pour les valeurs de i paires; on remplace dans ces formules:

$$R(i) \text{ par } -R(i) \\ SR(i) \text{ par } -SR(i)$$

N.B Ces règles de signe sont les mêmes que celles qui ont été indiquées au paragraphe 2.1.1. ci-dessus.

élément isostatique de type 3 (poutre à 3 travées)

Du calcul DEF7(i), DEF8(i) et DEF9(i) suivant les mêmes règles que ci-dessus; on devra toutefois que la première travée a un indice pair (cf. paragraphe 1.2.1. CAS 2)

élément isostatique de type 1 (poutre à 1 travée)

Du calcul, quelle que soit la parité de i DEF7(i), DEF8(i) et DEF9(i) à l'aide des formules du paragraphe 3.2.2 on l'en a remplacé toutefois:

$$R(i) \text{ par } -R(i) \\ SR(i) \text{ par } -SR(i)$$

x
x x

Remarque : Si l'on étudie les effets d'un couple de torsion concentré ou réparti on doit poser, dans les formules du paragraphe 3.2.2 :

- pour un élément de type 2 ou 3 :

$C \text{ ou } c = + SR(i)$ si le couple de torsion est appliqué sur une travée d'indice i impair

$C \text{ ou } c = - S(i-1, i) \times SR(i)$ si le couple de torsion est appliqué sur une travée d'indice i pair

- pour un élément de type 1 :

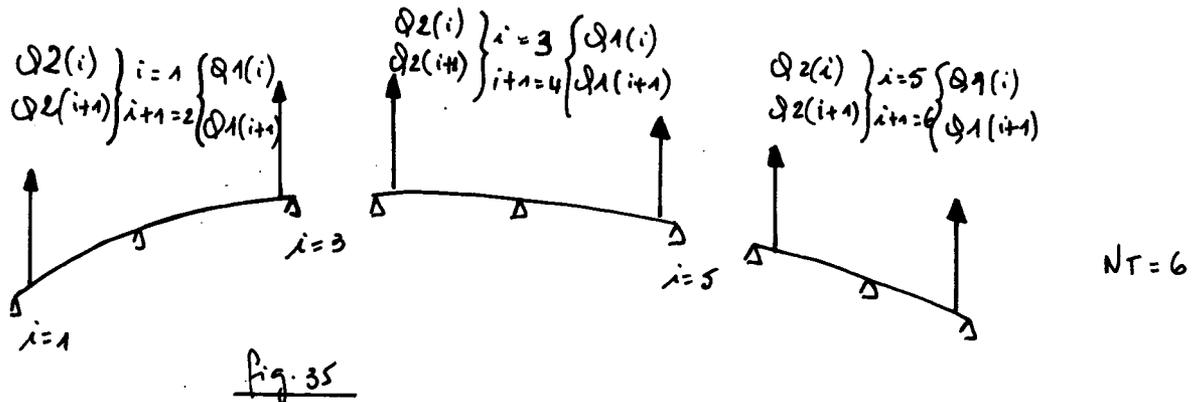
$C \text{ ou } c = - SR(i)$ quelle que soit la parité de l'indice i de la travée chargée

Dans ces formules les signes des rayons sont ceux qui ont été définis dans la pièce 1.2

2.2.2. Calcul des efforts tranchants aux extrémités des éléments isostatiques considérés pour les différents ouvrages calculables, sous un chargement extérieur

En fait, dans chacun des cinq cas envisagés, on calcule directement (cf. paragraphe 1.2.3.3) des moments auxiliaires Q qui correspondent à ces efforts tranchants.

2.2.2.1. CAS 1 : $NTAP = 1$ et NT pair

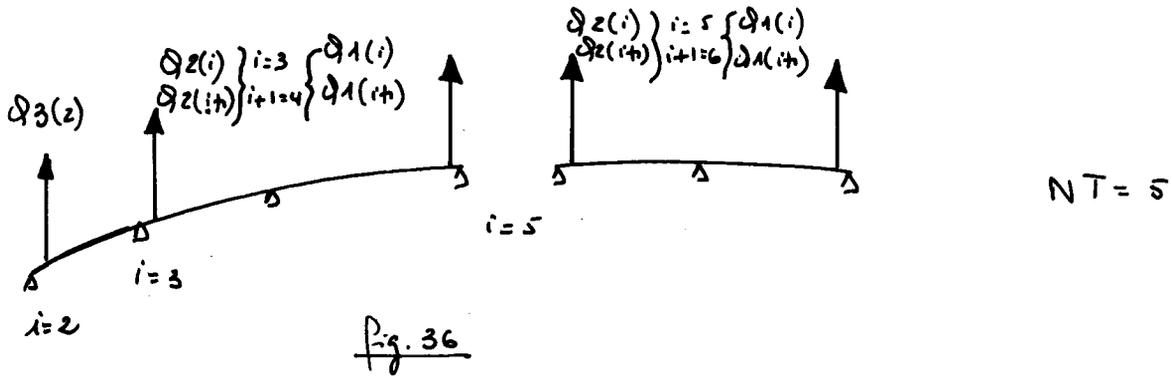


On calcule les moments auxiliaires Q_1 et Q_2 à l'aide des formules du paragraphe 3.4.1 ; on y donne à l'indice les valeurs $i = 1, 3, \dots, (NT-1)$.

les rayons de courbure $R(i)$ et $R(i+1)$ qui interviennent dans

ces formules doivent être pris en compte avec leur signe (cf. $RTR(i)$, pièce 1.2, page 8).

2.2.2.2. CAS 2 : $NATAP = 1$ et NT impair

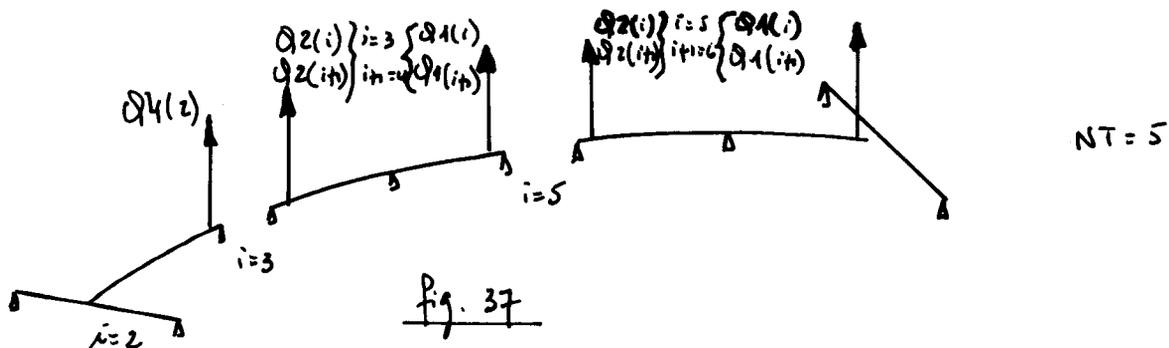


A droite du premier appui, d'indice $i=2$ (cf. paragraphe 1.2.1) on calcule le moment auxiliaire $Q3(2)$ à l'aide des formules du paragraphe 3.4.2. ces formules font intervenir les caractéristiques de la première travée d'indice $i=2$. Les autres moments auxiliaires à prendre en compte sont des moments $Q1$ et $Q2$ calculés pour i impair variant de 3 à NT . leurs valeurs sont obtenues de même que pour le CAS 1, à l'aide des formules du paragraphe 3.4.1.

2.2.2.3. CAS 3 : $NATAP = 2$ et NT pair

Du calcul, comme dans le CAS 1, les moments auxiliaires $Q1$ et $Q2$, à l'aide des formules du paragraphe 3.4.1, pour i impair variant de 1 à $(NT-1)$.

2.2.2.4. CAS 4 : $NATAP = 2$ et NT impair



A gauche du second appui, repaire par l'indice $i=3$, on calcule le moment auxiliaire $Q_4(2)$, à l'aide des formules données au paragraphe 3.4.3 qui font intervenir les caractéristiques de la première travée d'indice $i=2$. Le rayon de courbure $R(2)$ doit être pris avec son signe défini au bordereau des données. Les autres termes auxiliaires à prendre en compte sont les moments Q_1 et Q_2 calculés pour i impair variant de 3 à NT. Leurs valeurs sont données par les formules du paragraphe 3.4.1.

2.2.2.5. CAS 5 : NATAP = 3 et NT pair ou impair

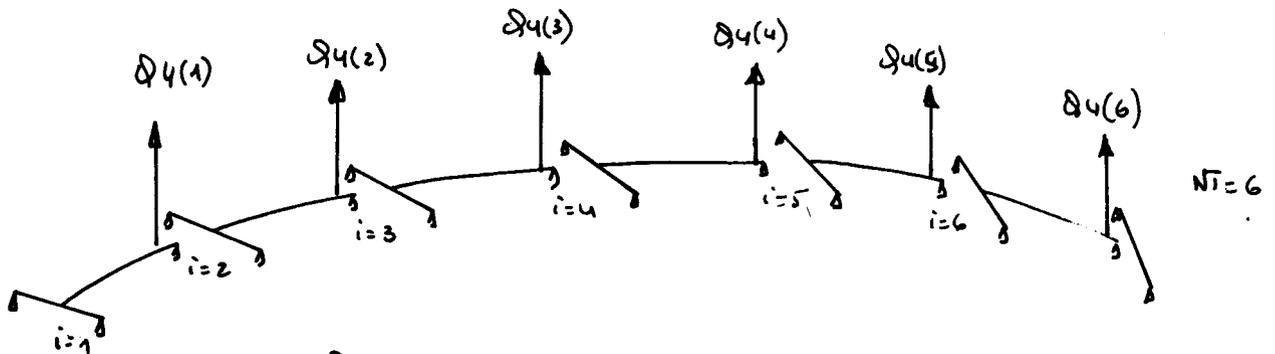


Fig. 38

A gauche de chaque appui (i), la première appui excepté, on calcule les moments auxiliaires $Q_4(i)$, à l'aide des formules données au paragraphe 3.4.3. Le rayon de courbure $R(i)$ qui intervient, doit être pris en compte avec son signe défini au bordereau des données.

x
x x

N.B les termes intermédiaires DEF7(i), DEF8(i), DEF9(i), "Q1", "Q2", "Q3", et "Q4" peuvent être fournis sur le mode de calcul. on trouve, dans la pièce 2.4, page 7, un exemple d'impression de ces résultats pour une charge ponctuelle unitaire centrée appliquée aux premières sections d'étude de la première travée du cas traité dans le modèle d'application qui constitue le sous-dossier 2.

De la même manière que pour l'établissement de coefficients des premiers membres, les valeurs de tous ces termes sont fournis même si elles ne trouvent pas leur objet. Il faudra donc extraire du tableau les valeurs utiles avec la plus grande attention.

2.2.3. Calcul des rotations virtuelles aux extrémités des éléments isostatiques considérés pour les différents ouvrages calculables dues à un chargement extérieur

2.2.3.1. Généralités

Dans ce paragraphe nous indiquons les formules à utiliser en vue de calculer des rotations virtuelles $\delta(j, e)$ (cf. paragraphe 1.2.3.4. c. dessus), dues à un chargement extérieur qui constitueront, au signe près, les seconds membres du système d'équations linéaires aux inconnues hyperstatiques. Pour ce faire nous examinerons successivement les cinq cas d'ouvrages envisagés (voir figures correspondantes au paragraphe 2.1.3 ci dessus) ainsi que, pour chacun de ces cas d'ouvrages, le chargement successif de chacune des travées. Il importe de noter que tous les seconds membres qui ne concernent pas la travée chargée sont toujours nuls.

N.B Pour chacun des états de charge successivement étudiés la liste des seconds membres apparaît sous la dénomination DELZ sur la note de calcul (cf. pièce 2.4, page 7) et la suite des termes intermédiaires présentés au N.B. ci dessus. Parmi les quatorze DELZ imprimés, de l'indice -1 à l'indice 12 seuls sont à retenir ceux qui correspondent à une inconnue hyperstatique du problème.

De même, sous la dénomination X_i apparaissent les 14 valeurs constituant la solution du système qui seront reproduites dans les tableaux donnant les lignes d'influence des efforts sur appuis correspondants, ou de leurs aires par travée.

2.2.3.2. CAS 1: NATAP = 1 et NT pair

On calcule les rotations virtuelles à l'aide des formules du paragraphe 3.5.1.2 où l'indice i prend les valeurs impaires de 1 à $(NT-1)$.

On remarquera que le chargement de éléments isostatiques extrêmes a même à calculer deux coefficients $\delta(j, e)$, tous les autres étant nuls; le chargement

de l'élément isostatique intermédiaire, si $NT=6$, a une à calculer les quatre coefficients $\delta(1,e)$, $\delta(2,e)$, $\delta(3,e)$ et $\delta(4,e)$.

Pour la valeur $i=1$ on calcule $\delta(1,e)$ et $\delta(2,e)$ et pour la valeur $i=(NT-1)$ on calcule $\delta(NT-3,e)$ et $\delta(NT-2,e)$

2.2.3.3. CAS 2 : NATAP = 1 et NT impair

On calcule les rotations virtuelles par des formules différentes suivant les valeurs impaires que prend l'indice i entre 1 et NT .

Pour étudier le chargement sur la première travée, quoiqu'elle soit repérée par l'indice $i=2$, on porte $i=1$ dans les formules du paragraphe 3.5.2.3 qui correspondent au chargement de la première travée. On obtient alors $\delta(1,e)$, $\delta(3,e)$ et $\delta(4,e)$.

Avec $i=3$, on considère le chargement des deuxième et troisième travées, et l'on calcule $\delta(1,e)$, $\delta(3,e)$ et $\delta(4,e)$ à l'aide des formules données ou indiquées au paragraphe 3.5.2.3 pour un chargement sur les deuxième et troisième travées.

On observera que dans les formules du paragraphe 3.5.2.3 le rayon de courbure $R(2)$ doit être pris avec son signe tel qu'il est défini dans la pièce 1.2 page 8.

On remarquera que l'élément isostatique de type 3 considéré est en fait un système articulé isostatique, il en résulte, en particulier, qu'un chargement de la première travée entraîne, en flexion longitudinale comme en torsion, les rotations $\delta(3,e)$ et $\delta(4,e)$ au droit du quatrième appui ($i=5$).

Avec $i=5$, on considère le chargement des quatrième et cinquième travées et l'on a seulement à calculer $\delta(3,e)$ et $\delta(4,e)$ à l'aide des formules du paragraphe 3.5.1.2.

2.2.3.4. CAS 3 : NATAP = 2 et NT pair

On calcule les rotations virtuelles à l'aide des formules du paragraphe 3.5.1.2. où l'on donne à i les valeurs impaires

de 1 à $(NT-1)$

Ou notera que, étant nul, les moments fléchissants sur les appuis extrêmes n'apparaissent pas parmi les inconnues hyperstatiques. $X(0)$ et $X(NT)$ se trouvent être les réactions à la torsion des appuis extrêmes.

Il en résulte que le chargement des éléments isostatiques extrêmes amène à calculer trois coefficients $\delta(j,e)$, le quatrième étant nul.

En effet pour $i=1$, correspondant au chargement du premier élément isostatique de type 2, on calcule seulement $\delta(0,e)$, $\delta(1,e)$ et $\delta(2,e)$; pour $i=(NT-1)$, correspondant au chargement du dernier élément isostatique de type 2, on calcule seulement $\delta(NT-3,e)$, $\delta(NT-2,e)$ et $\delta(NT,e)$.

Si $NT=6$, il y a lieu également de considérer un élément isostatique intermédiaire de type 2 et lorsqu'il est chargé on doit calculer, comme dans le CAS 1, les quatre coefficients $\delta(1,e)$, $\delta(2,e)$, $\delta(3,e)$ et $\delta(4,e)$.

2.2.3.5. CAS 4 : $NATAP = 2$ et NT pair

Ou calcule les rotations virtuelles par des formules différentes suivant les valeurs impaires que prend l'indice i entre 1 et NT .

Pour étudier le chargement sur la première travée, quoiqu'elle soit repérée par l'indice $i=2$, on porte $i=1$ dans les formules du paragraphe 3.5.3.2; on obtient alors les coefficients $\delta(1,e)$ et $\delta(2,e)$.

Pour les autres valeurs impaires de i on utilise les formules du paragraphe 3.5.1.2 de la façon suivante:

Si $NT=5$, avec l'indice $i=3$ qui correspond au chargement des deuxième et troisième travées, on calcule les quatre coefficients $\delta(1,e)$, $\delta(2,e)$, $\delta(3,e)$ et $\delta(4,e)$.

Si $NT=3$ ou 5, avec l'indice $i=NT$ qui correspond au chargement des deux dernières travées, on doit tout d'abord noter que le moment fléchissant sur le dernier appui, étant nul, ne apparaît pas parmi les inconnues hyperstatiques. $X(NT+1)$ se trouve être la réaction à la torsion sur le premier appui. Il en résulte

que pour $i = NT$ on calcule seulement le coefficient $\delta(NT-2, e)$, $\delta(NT-1, e)$ et $\delta(NT+1, e)$.

2.2.3.6. CAS 5: NATAP=3 et NT pair ou impair

On calcule les rotations virtuelles aux extrémités des éléments isostatiques à l'aide des formules du paragraphe 3.5.4.2 dans lesquelles on fait varier i de 1 à NT .

D'une façon générale la rotation en torsion est nulle sur l'appui de gauche des éléments isostatiques i une travée considérée: en d'autres termes, quand on charge la travée d'indice i on a $\delta(2i-2, e) = 0$.

Pour la travée $i = 1$, correspondant au chargement de la première travée, on calcule seulement $\delta(1, e)$ et $\delta(2, e)$.
Pour le chargement des travées intermédiaires on calcule les rotations virtuelles $\delta(2i-3, e)$, $\delta(2i-1, e)$ et $\delta(2i, e)$.
Enfin, pour le chargement de la travée d'indice $i = NT$ on calcule seulement $\delta(2i-3, e)$ et $\delta(2i, e)$.

2.3. Résolution du système d'équations linéaires aux inconnues hyperstatiques

Nous avons établi les deux membres du système d'équations linéaires aux inconnues hyperstatiques; il reste à résoudre ce système.

Nous avons noté (pièce 1.1, paragraphe 5) que le système est au plus de rang 11. on peut néanmoins penser que les structures couramment étudiées par C.C.C.GG soient moins hyperstatiques et que la résolution manuelle⁽¹⁾ du système demeure souvent possible.

En tout état de cause, la vérification d'une note de calcul établie par C.C.C.GG pourra être faite a posteriori, puisque, en remplaçant dans les premiers membres les inconnues hyperstatiques par les valeurs constituant la solution du système, on doit dans chaque cas de charge retrouver les seconds

(1) Dans l'exemple d'application traité dans le sous-dossier 2 le système d'équation est d'ordre 5. nous le donnons en annexe B 91.

membres correspondants.

En fait, les seconds membres du système sont égaux aux rotations $S(j, e)$ précédemment calculés, changés de signe; par conséquent, en appelant $\gamma(j, k)$ les coefficients de la matrice inverse de celle des $S(j, k)$, on doit finalement vérifier que l'on a bien, dans chaque cas de chaque extrémité e :

$$X(j) = - \sum_k \gamma(j, k) S(k, e)$$

N.B.: Le programme C.C.C. 69 donne les solutions recherchées en appli. quant aux seconds membres la matrice inverse de la matrice des coefficients $S(j, k)$ établie au paragraphe 2.1.3 ci-dessus.

On trouve dans la pièce 2.4 (page 6), sous le nom $DEL(j, k)$, les coefficients $\gamma(j, k)$ de cette matrice inverse, présentés dans les mêmes conditions que les $S(j, k)$; en particulier cette matrice est au maximum d'ordre 11 mais il existe toujours les 14 positions possibles et c'est pourquoi les lignes et les colonnes de zéros de la matrice des coefficients $S(j, k)$ y sont reproduits sous différents.

Rappelons enfin que les solutions $X(j)$ sont fournies (cf. paragraphe 2.2.3.1, NB) à la suite des seconds membres (cf. pièce 2.4, page 7).

3. FORMULAIRE

3.1. Généralités

Toutes les formules qui se trouvent dans ce paragraphe permettent à l'utilisateur de vérifier le calcul des premiers et des seconds membres du système d'équations linéaires donnant les inconnues hyperstatiques.

On observe que certains termes auxiliaires s'expriment différemment suivant la nature des efforts et le nombre des travées de l'ouvrage étudié.

Le formulaire exposé ci-dessus ne peut être utilisé que suivant les indications données au paragraphe 2 ci-dessus.

3.2. Déplacements de l'extrémité libre d'une poutre console courbe.

Dans les formules ci-dessus on fait apparaître, pour plus de commodité, les expressions auxiliaires suivantes :

$$EL1(i) = \left(\frac{1}{X^i NER(i) \times E} - \frac{1}{X^i TOR(i) \times G} \right)$$

$$EL2(i) = \left(\frac{1}{X^i NER(i) \times E} + \frac{1}{X^i TOR(i) \times G} \right)$$

$$EL3(i) = \frac{1}{X^i TOR(i) \times G}$$

3.2.1. Déplacements dus à un effort unitaire quelconque, appliqué à l'extrémité libre.

$$DEF1(i) = |R(i)| \left(0,25 EL1(i) \sin 2\varphi(i) + 0,5 EL2(i) \varphi(i) \right)$$

$$DEF2(i) = |R(i)| \left(-0,25 EL1(i) \sin 2\varphi(i) + 0,5 EL2(i) \varphi(i) \right)$$

$$DEF3(i) = |R^3(i)| \left[-0,25 EL1(i) \sin 2\varphi(i) + 0,5 EL2(i) \varphi(i) - EL3(i) (2 \sin \varphi(i) - \varphi(i)) \right]$$

$$DEF4(i) = -0,5 R(i) EL1(i) \sin^2 \varphi(i)$$

$$DEF5(i) = R^2(i) \left[0,5 EL1(i) \sin^2 \varphi(i) + EL3(i) (1 - \cos \varphi(i)) \right]$$

$$DEF6(i) = -SR(i) R^2(i) \left(-0,25 EL1(i) \sin 2\varphi(i) + 0,5 EL2(i) \varphi(i) - EL3(i) \sin \varphi(i) \right)$$

3.2.2. Déplacements dus à un chargement extérieur

Les déplacements, différents suivant le cas de charge envisagé, sont rassemblée dans le tableau 1 de la page 47. Les expressions auxiliaires $EL1(i)$, $EL2(i)$ et $EL3(i)$ y ont les mêmes définitions que ci-dessus.

Cas de charge étudié	Expressions des déplacements de l'extrémité libre d'une poutre console dus à un chargement extérieur .
Charge ponctuelle centrée	$\text{DEF 7 (i)} = - P R^2(i) \left[0,5 \text{EL1 (i)} \sin \varphi''(i) \sin \varphi (i) - 0,5 \text{EL2 (i)} \varphi''(i) \sin \varphi'(i) + \text{EL3 (i)} (\cos \varphi'(i) - \cos \varphi (i)) \right]$ $\text{DEF 8 (i)} = + P \times \text{SR}(i) \times R^2(i) \left[-0,5 \text{EL1}(i) \sin \varphi''(i) \cos \varphi (i) + 0,5 \text{EL2 (i)} \varphi''(i) \cos \varphi'(i) - \text{EL3 (i)} (\sin \varphi (i) - \sin \varphi'(i)) \right]$ $\text{DEF 9 (i)} = - P \left R^3(i) \right \left[-0,5 \text{EL1}(i) \sin \varphi''(i) \cos \varphi (i) + 0,5 \text{EL2 (i)} \varphi''(i) \cos \varphi'(i) - \text{EL3 (i)} (\sin \varphi (i) - \sin \varphi'(i) + \sin \varphi''(i) - \varphi''(i)) \right]$
Charge répartie centrée	$\text{DEF 7 (i)} = + q \left R^3(i) \right \left[\text{EL2}(i) (0,5 \varphi (i) - \sin \varphi (i)) + 0,25 \text{EL1 (i)} \sin 2 \varphi (i) + \text{EL3 (i)} \varphi (i) \cos \varphi (i) \right]$ $\text{DEF 8 (i)} = - q R^3 (i) \left[0,5 \text{EL1}(i) \sin^2 \varphi (i) + \text{EL2 (i)} (\cos \varphi (i) - 1) + \text{EL3 (i)} \varphi (i) \sin \varphi (i) \right]$ $\text{DEF 9 (i)} = + q R^4 (i) \left[0,5 \text{EL1}(i) \sin^2 \varphi (i) + \text{EL3 (i)} (\varphi (i) \sin \varphi (i) - 0,5 \varphi (i)^2) + \frac{\cos \varphi (i) - 1}{\text{XINER}(i) \times E} \right]$
Moment de torsion concentré	$\text{DEF 7 (i)} = - C R (i) (0,5 \text{EL1 (i)} \sin \varphi''(i) \sin \varphi (i) - 0,5 \text{EL2 (i)} \varphi''(i) \sin \varphi'(i))$ $\text{DEF 8 (i)} = + C \left R(i) \right (-0,5 \text{EL1 (i)} \sin \varphi''(i) \cos \varphi (i) + 0,5 \text{EL2 (i)} \varphi''(i) \cos \varphi'(i))$ $\text{DEF 9 (i)} = - \text{SR (i)} C R^2(i) (-0,5 \text{EL1 (i)} \sin \varphi''(i) \cos \varphi (i) + 0,5 \text{EL2 (i)} \varphi''(i) \cos \varphi'(i) - \text{EL3 (i)} \sin \varphi''(i))$
Densité de moment de torsion	$\text{DEF 7 (i)} = + \text{SR (i)} c R^2(i) \left(0,25 \text{EL1 (i)} \sin 2 \varphi (i) + 0,5 \text{EL2 (i)} \varphi (i) - \frac{\sin \varphi (i)}{\text{XINER}(i) \times E} \right)$ $\text{DEF 8 (i)} = - c R^2(i) \left(0,5 \text{EL1 (i)} \sin^2 \varphi (i) + \frac{\cos \varphi (i) - 1}{\text{XINER}(i) \times E} \right)$ $\text{DEF 9 (i)} = + c R^3 (i) \times \text{EL1 (i)} (0,5 \sin^2 \varphi (i) + \cos \varphi (i) - 1)$

TABLEAU 1 : Déplacements de l'extrémité libre de la poutre console , dus aux quatre cas de charge élémentaires .

3.3. Effets tranchants aux extrémités d'un élément isostatique de référence, dus à un couple de flexion ou à un couple de torsion appliqué à ces mêmes extrémités.

Les cinq cas différents habituellement distingués se retrouvent dans les trois éventualités ci-dessous.

3.3.1. CAS 1 ou CAS 3 : NATAP = 1 ou 2 et NT pair

Nous définissons tout d'abord les dénominateurs $D1(i)$ et $D2(i)$:

$$D1(i) = \cos \frac{\varphi(i+1)}{2} - \cos \left(\varphi(i) + S(i, i+1) \frac{\varphi(i+1)}{2} \right)$$

$$D2(i) = \cos \frac{\varphi(i)}{2} - \cos \left(\varphi(i+1) + S(i, i+1) \frac{\varphi(i)}{2} \right)$$

On a alors, pour les termes auxiliaires définis au paragraphe 1.2.3.2 ci-dessus, dans des éléments isostatiques de type 2 :

$$AUX1(i) = - \frac{S(i, i+1) \sin \frac{\varphi(i+1)}{2}}{D1(i)}$$

$$AUX2(i+2) = - \frac{\sin \left(\varphi(i+1) + S(i, i+1) \frac{\varphi(i)}{2} \right)}{D2(i)}$$

$$AUX3(i) = - \frac{\sin \left(\varphi(i) + S(i, i+1) \frac{\varphi(i+1)}{2} \right)}{D1(i)}$$

$$AUX4(i+2) = - \frac{S(i, i+1) \sin \frac{\varphi(i)}{2}}{D2(i)}$$

$$AUX5(i) = + SR(i) \frac{\cos \frac{\varphi(i+1)}{2}}{D1(i)}$$

$$AUX6(i+2) = + SR(i+2) \frac{\cos(\varphi(i+2) + S(i, i+2) \frac{\varphi(i)}{2})}{D2(i)}$$

$$AUX7(i) = - SR(i) \frac{\cos(\varphi(i) + S(i, i+1) \frac{\varphi(i+1)}{2})}{D1(i)}$$

$$AUX8(i+2) = - SR(i+2) \frac{\cos \frac{\varphi(i)}{2}}{D2(i)}$$

3.3.2. CAS 2 : NATAP = 2 et NT pair

On a les efforts tranchants à droite du premier appui de l'élément isostatique de type 3 définis au paragraphe 1.2.3.2 ci-dessus :

$$T9(z) = \frac{\cos \frac{\varphi(z)}{2}}{2|R(z)| \sin \frac{\varphi(z)}{2}}$$

$$T10(z) = \frac{1}{2R(z)}$$

3.3.3. CAS 4 ou CAS 5 : NATAP = 2 et NT impair ou NATAP = 3 et NT pair ou impair

On a les efforts tranchants définis au paragraphe 1.2.3.2 ci-dessus, dans un élément isostatique de type 1 :

$$T11(i+1) = \frac{1}{|R(i)| \sin \varphi(i)}$$

$$T12(i+1) = - \frac{\cos \varphi(i)}{|R(i)| \sin \varphi(i)}$$

$$T13(i+1) = - \frac{1}{R(i)}$$

3.4. Efforts tranchants aux extrémités d'un élément isostatique de référence, dus à un chargement extérieur.

Nous envisageons les trois mêmes éventualités que ci-dessus, mais nous devons distinguer chaque fois les quatre cas de charge extérieure.

3.4.1. CAS 1 ou CAS 3 : NATAP = 1 ou 2 et NT pair

Les valeurs à donner aux termes auxiliaires Q_1 et Q_2 , définis au paragraphe 1.2.3.3 ci-dessus, sont rassemblées dans le tableau 3 ci-après, pages 52 et 53. Elles dépendent du cas de charge.

Remarque : les valeurs $D_1(i)$ et $D_2(i)$ qui figurent dans les formules ont été définies au paragraphe 3.3.1 ci-dessus.

3.4.2. CAS 2 : NATAP = 1 et NT impair

Les valeurs à donner, dans chaque cas de charge, au terme auxiliaire Q_3 , défini au paragraphe 1.2.3.3 (CAS 2) ci-dessus, sont rassemblées dans le tableau 2 ci-contre, page 51.

Remarque : le premier effort de l'ouvrage est repéré par l'indice $i=2$.

3.4.3. CAS 4 et CAS 5 : NATAP = 2 et NT impair ou NATAP = 3 et NT pair ou impair

Les valeurs à donner dans chaque cas de charge au terme auxiliaire Q_4 , défini au paragraphe 1.2.3.3 (CAS 4 et 5) ci-dessus, sont rassemblées dans le tableau 2 ci-contre, page 51.

TABLEAU 2 : Valeurs des expressions auxiliaires dans les cas NATAP=1 et NT impair , NATAP=2 et NT impair et NATAP=3

Type d'ouvrage étudié	Cas de charge	EXPRESSIONS AUXILIAIRES
NATAP=1 NT impair Etude particulière de la première travée	Charge ponctuelle centrée	$Q3(2) = + P R(2) \frac{\sin \frac{\varphi(2)}{2} + \sin \left(\varphi''(2) - \frac{\varphi(2)}{2} \right)}{2 \sin \frac{\varphi(2)}{2}}$
	Charge répartie centrée	$Q3(2) = + q \times R^2(2) \times \frac{\varphi(2)}{2}$
	Moment de torsion concentré	$Q3(2) = + SR(2) \times C \frac{\sin \left(\varphi''(2) - \frac{\varphi(2)}{2} \right)}{2 \sin \frac{\varphi(2)}{2}} \quad \text{avec } C = - SR(2)$
	Densité de moment de torsion	$Q3(2) = 0$
NATAP=2 NT impair (étude valable pour la première travée) ou NATAP=3 NT pair ou impair	Charge ponctuelle centrée	$Q4(i) = + P R(i) \frac{\sin \varphi''(i)}{\sin \varphi(i)}$
	Charge répartie centrée	$Q4(i) = q \times R^2(i) \operatorname{tg} \frac{\varphi(i)}{2}$
	Moment de torsion concentré	$Q4(i) = - SR(i) \times C \frac{\sin \varphi''(i)}{\sin \varphi(i)} \quad \text{avec } C = - SR(1)$
	Densité de moment de torsion	$Q4(i) = - c \times R(i) \operatorname{tg} \frac{\varphi(i)}{2} \quad \text{avec } c = - SR(1)$

TABEAU 3 : valeurs des expressions Q et Q

Cas de charge	Travée chargée	EXPRESSIONS AUXILIAIRES
Charge ponctuelle	(i)	$Q1(i) = -S(i, i+1) P R(i) \times \frac{\cos\left(\frac{\varphi(i)}{2} - \varphi''(i)\right) - \cos\frac{\varphi(i)}{2}}{D2(i)}$ $Q2(i) = +P R(i) \frac{\cos\frac{\varphi(i+1)}{2} - \cos\left(\varphi''(i) + \frac{1}{2} S(i, i+1) \varphi(i+1)\right)}{D1(i)}$
centrée	(i+1)	$Q1(i+1) = +P R(i+1) \frac{\cos\frac{\varphi(i)}{2} - \cos\left(\varphi''(i+1) + \frac{1}{2} S(i, i+1) \varphi(i)\right)}{D2(i)}$ $Q2(i+1) = -S(i, i+1) \times P R(i+1) \frac{\cos\left(\frac{\varphi(i+1)}{2} - \varphi''(i+1)\right) - \cos\frac{\varphi(i+1)}{2}}{D1(i)}$
Charge répartie	(i)	$Q1(i) = -S(i, i+1) \times q \times R^2(i) \times \varphi(i) \frac{\left(\frac{\sin\frac{\varphi(i)}{2}}{\frac{\varphi(i)}{2}} - \cos\frac{\varphi(i)}{2}\right)}{D2(i)}$ $Q2(i) = +q \times R^2(i) \times \varphi(i) \frac{\cos\frac{\varphi(i+1)}{2} - \cos\frac{1}{2}\left(\varphi(i) + S(i, i+1) \varphi(i+1)\right) \frac{\sin\frac{\varphi(i)}{2}}{\frac{\varphi(i)}{2}}}{D1(i)}$
centrée	(i+1)	$Q1(i+1) = +q \times R^2(i+1) \times \varphi(i+1) \frac{\cos\frac{\varphi(i)}{2} - \cos\frac{1}{2}\left(\varphi(i) + S(i, i+1) \varphi(i+1)\right) \frac{\sin\frac{\varphi(i+1)}{2}}{\frac{\varphi(i+1)}{2}}}{D2(i)}$ $Q2(i+1) = -S(i, i+1) \times q \times R^2(i+1) \times \varphi(i+1) \frac{\left(\frac{\sin\frac{\varphi(i+1)}{2}}{\frac{\varphi(i+1)}{2}} - \cos\frac{\varphi(i+1)}{2}\right)}{D1(i)}$

ans le cas NATAP = 1 ou 2 et NT Pair

Cas de charge	Travée chargée	EXPRESSIONS AUXILIAIRES
Moment de torsion concentré	(i)	$Q1(i) = -S(i,i+1) \times SR(i) \times C \frac{\cos\left(\varphi''(i) - \frac{\varphi(i)}{2}\right)}{D2(i)}$ <p style="text-align: right;">avec $C = +SR(i)$</p> $Q2(i) = -SR(i) \times C \frac{\cos\left(\varphi''(i) + \frac{1}{2} S(i,i+1) \varphi(i+1)\right)}{D1(i)}$
	(i+1)	$Q1(i+1) = +SR(i+1) \times C \frac{\cos\left(\varphi''(i+1) + \frac{1}{2} S(i,i+1) \varphi(i)\right)}{D2(i)}$ <p style="text-align: right;">avec $C = -S(i,i+1) \times SR(i+1)$</p> $Q2(i) = +S(i,i+1) \times SR(i+1) \times C \frac{\cos\left(\varphi''(i+1) - \frac{\varphi(i+1)}{2}\right)}{D1(i)}$
Densité de moment de torsion	(i)	$Q1(i) = -S(i,i+1) \times 2c \times R(i) \frac{\sin \frac{\varphi(i)}{2}}{D2(i)}$ <p style="text-align: right;">avec $c = +SR(i)$</p> $Q2(i) = -2c \times R(i) \frac{\sin \frac{\varphi(i)}{2} \times \cos \frac{1}{2} (\varphi(i) + S(i,i+1) \varphi(i+1))}{D1(i)}$
	(i+1)	$Q1(i+1) = +2c \times R(i+1) \frac{\sin \frac{\varphi(i+1)}{2} \times \cos \frac{1}{2} (\varphi(i) + S(i,i+1) \varphi(i+1))}{D2(i)}$ <p style="text-align: right;">avec $c = -S(i,i+1) \times SR(i+1)$</p> $Q2(i+1) = +S(i,i+1) \times 2c \times R(i+1) \frac{\sin \frac{\varphi(i+1)}{2}}{D1(i)}$

3.5. Rotations virtuelles aux extrémités d'un élément isostatique de référence.

Pour calculer ces rotations virtuelles nous devons envisager quatre éventualités.

3.5.1. CAS 1 ou CAS 3: NATA: 1 ou 2 et N_i pair

3.5.1.1. Rotations virtuelles aux extrémités d'un élément isostatique de type 2, dues aux efforts appliqués à ces mêmes extrémités.

Les sept formules ci-dessous ne s'appliquent qu'à des valeurs impaires de l'indice i ;

$$\begin{aligned} \delta(i-2, i-2) = & DEF3(i-2) \left(\frac{AUX1(i-2)}{R(i-2)} \right)^2 + 2 DEF5(i-1) \frac{AUX2(i)}{|R(i-1)|} \\ & + DEF3(i-1) \left(\frac{AUX2(i)}{R(i-1)} \right)^2 + DEF1(i-1) + DEF1(i) + 2DEF5(i) \frac{AUX3(i)}{|R(i)|} \\ & + DEF3(i) \left(\frac{AUX3(i)}{R(i)} \right)^2 + DEF3(i+1) \left(\frac{AUX4(i+2)}{R(i+1)} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta(i-2, i-1) = & DEF3(i-2) \frac{AUX1(i-2) \times AUX5(i-2)}{R^2(i-2)} + DEF6(i-1) \frac{AUX2(i)}{|R(i-1)|} \\ & + DEF5(i-1) \frac{AUX6(i)}{|R(i-1)|} + DEF3(i-1) \frac{AUX2(i) \times AUX6(i)}{R^2(i-1)} + DEF4(i-1) \\ & + DEF4(i) + DEF5(i) \frac{AUX7(i)}{|R(i)|} + DEF6(i) \frac{AUX3(i)}{|R(i)|} \\ & + DEF3(i) \frac{AUX7(i) \times AUX3(i)}{R^2(i)} + DEF3(i+1) \frac{AUX8(i+2) \times AUX4(i+2)}{R^2(i+1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta(i-2, i) = & DEF5(i) \frac{AUX1(i)}{|R(i)|} + DEF3(i) \frac{AUX1(i) \times AUX3(i)}{R^2(i)} \\ & + DEF5(i+1) \frac{AUX4(i+2)}{|R(i+1)|} + DEF3(i+1) \frac{AUX4(i+2) \times AUX2(i+2)}{R^2(i+1)} \end{aligned}$$

$$\delta(i-2, i+1) = \text{DEF5}(i) \frac{\text{AUX5}(i)}{|R(i)|} + \text{DEF3}(i) \frac{\text{AUX5}(i) \times \text{AUX3}(i)}{R^2(i)} \\ + \text{DEF6}(i+1) \frac{\text{AUX4}(i+2)}{|R(i+1)|} + \text{DEF3}(i+1) \frac{\text{AUX6}(i+2) \times \text{AUX4}(i+2)}{R^2(i+1)}$$

$$\delta(i-1, i-1) = \text{DEF3}(i-2) \left(\frac{\text{AUX5}(i-2)}{R(i-2)} \right)^2 + 2 \text{DEF6}(i-1) \frac{\text{AUX6}(i)}{|R(i-1)|} \\ + \text{DEF3}(i-1) \left(\frac{\text{AUX6}(i)}{R(i-1)} \right)^2 + \text{DEF2}(i-1) + \text{DEF2}(i) + 2 \text{DEF6}(i) \frac{\text{AUX7}(i)}{|R(i)|} \\ + \text{DEF3}(i) \left(\frac{\text{AUX7}(i)}{R(i)} \right)^2 + \text{DEF3}(i+1) \left(\frac{\text{AUX8}(i+2)}{R(i+1)} \right)^2$$

$$\delta(i-1, i) = \text{DEF6}(i) \frac{\text{AUX1}(i)}{|R(i)|} + \text{DEF3}(i) \frac{\text{AUX1}(i) \times \text{AUX7}(i)}{R^2(i)} \\ + \text{DEF5}(i+1) \frac{\text{AUX8}(i+2)}{|R(i+1)|} + \text{DEF3}(i+1) \frac{\text{AUX8}(i+2) \times \text{AUX2}(i+2)}{R^2(i+1)}$$

$$\delta(i-1, i+1) = \text{DEF6}(i) \frac{\text{AUX5}(i)}{|R(i)|} + \text{DEF3}(i) \frac{\text{AUX5}(i) \times \text{AUX7}(i)}{R^2(i)} \\ + \text{DEF6}(i+1) \frac{\text{AUX8}(i+2)}{|R(i+1)|} + \text{DEF3}(i+1) \frac{\text{AUX8}(i+2) \times \text{AUX6}(i+2)}{R^2(i+1)}$$

Remarque : Il résulte du principe de réciprocité de MAXWELL - BETTY que l'on a :

$$\delta(i-2, i-1) = \delta(i-1, i-2) \\ \delta(i-2, i) = \delta(i, i-2) \\ \delta(i-2, i+1) = \delta(i+1, i-2)$$

3.5.1.2 - Rotations virtuelles aux extrémités d'un élément isostatique de type 2, dues à un chargement extérieur

Les deux groupes de quatre formules ci-dessous s'appliquent uniquement avec un indice i impair.

Le premier groupe correspond au chargement de la travée (i)

$$\delta(i-2, e) = DEF7(i) + DEF3(i) \frac{AUX3(i)}{|R(i)|} \frac{Q2(i)}{|R(i)|} + DEF5(i) \frac{Q2(i)}{|R(i)|} \\ + DEF9(i) \frac{AUX3(i)}{|R(i)|} + DEF3(i+1) \frac{AUX4(i+2)}{|R(i+1)|} \frac{Q1(i)}{|R(i+1)|}$$

$$\delta(i-1, e) = DEF8(i) + DEF3(i) \frac{AUX7(i)}{|R(i)|} \frac{Q2(i)}{|R(i)|} + DEF6(i) \frac{Q2(i)}{|R(i)|} \\ + DEF9(i) \frac{AUX7(i)}{|R(i)|} + DEF3(i+1) \frac{AUX8(i+2)}{|R(i+1)|} \frac{Q1(i)}{|R(i+1)|}$$

$$\delta(i, e) = DEF3(i) \frac{AUX1(i)}{|R(i)|} \frac{Q2(i)}{|R(i)|} + DEF9(i) \frac{AUX1(i)}{|R(i)|} \\ + DEF5(i+1) \frac{Q1(i)}{|R(i+1)|} + DEF3(i+1) \frac{AUX2(i+2)}{|R(i+1)|} \frac{Q1(i)}{|R(i+1)|}$$

$$\delta(i+1, e) = DEF3(i) \frac{AUX5(i)}{|R(i)|} \frac{Q2(i)}{|R(i)|} + DEF9(i) \frac{AUX5(i)}{|R(i)|} \\ + DEF6(i+1) \frac{Q1(i)}{|R(i+1)|} + DEF3(i+1) \frac{AUX6(i+2)}{|R(i+1)|} \frac{Q1(i)}{|R(i+1)|}$$

Dans chacune de ces formules les DEF7, DEF8 et DEF9 et les Q1 et Q2 dépendent seuls de la nature de l'effort e considéré; les natures d'efforts e sont à considérer successivement.

Le second groupe correspond au chargement de la travée (i+1)

$$\delta(i-2, e) = DEF3(i) \frac{AUX3(i)}{|R(i)|} \frac{Q2(i+1)}{|R(i)|} + DEF5(i) \frac{Q2(i+1)}{|R(i)|} \\ + DEF9(i+1) \frac{AUX4(i+2)}{|R(i+1)|} + DEF3(i+1) \frac{AUX4(i+2)}{|R(i+1)|} \frac{Q1(i+1)}{|R(i+1)|}$$

$$\delta(i-1, e) = DEF3(i) \frac{AUX7(i)}{|R(i)|} \frac{Q2(i+1)}{|R(i)|} + DEF6(i) \frac{Q2(i+1)}{|R(i)|} \\ + DEF9(i+1) \frac{AUX8(i+2)}{|R(i+1)|} + DEF3(i+1) \frac{AUX8(i+2)}{|R(i+1)|} \frac{Q1(i+1)}{|R(i+1)|}$$

$$\delta(i, e) = \text{DEF3}(i) \frac{\text{AUX1}(i)}{|R(i)|} \frac{Q2(i)}{|R(i)|} + \text{DEF9}(i) \frac{\text{AUX2}(i)}{|R(i)|} \\ + \text{DEF5}(i) \frac{Q1(i)}{|R(i)|} + \text{DEF3}(i) \frac{\text{AUX2}(i)}{|R(i)|} \frac{Q1(i)}{|R(i)|} + \text{DEF7}(i)$$

$$\delta(i+1, e) = \text{DEF3}(i) \frac{\text{AUX5}(i)}{|R(i)|} \frac{Q2(i)}{|R(i)|} + \text{DEF9}(i) \frac{\text{AUX6}(i)}{|R(i)|} \\ + \text{DEF6}(i) \frac{Q1(i)}{|R(i)|} + \text{DEF3}(i) \frac{\text{AUX6}(i)}{|R(i)|} \frac{Q1(i)}{|R(i)|} + \text{DEF8}(i)$$

Même observation que ci-dessus sur les efforts e

3.5.2 CAS 2: NATAP = 1 et NT impair

les formules données ci-après concernent uniquement l'élément isostatique de type 3 considéré dans le CAS 2, et dont les trois travées sont respectivement repérées par les indices 2, 3 et 4.

3.5.2.1 Terme auxiliaire MEX

Pour l'indice $i = 2$, on définit, suivant le cas de charge:
charge ponctuelle centrée

$$MEX = P R(2) \left[\cos\left(\frac{\varphi(2)}{2} - \varphi''(2)\right) - \cos\frac{\varphi(2)}{2} \right]$$

charge répartie centrée

$$MEX = SR(2) \times q R^2(2) \varphi(2) \left(\frac{\sin\frac{\varphi(2)}{2}}{\frac{\varphi(2)}{2}} - \cos\frac{\varphi(2)}{2} \right)$$

couple de torsion centré

$$MEX = C \cos\left(\frac{\varphi(2)}{2} - \varphi''(2)\right) \quad \text{avec } C = +SR(2)$$

dérivée de moment de torsion

$$\eta_{EX} = 2 C |R(2)| \sin\frac{\varphi(2)}{2} \quad \text{avec } C = +SR(2)$$

3.5.2.2. Rotations virtuelles sur le second appui du système isostatique de type 3, dues à des efforts appliqués sur le second et sur le quatrième appui.

Les formules ci-dessous sont données pour les valeurs de l'indice $i=3$. On n'a pas à calculer les rotations virtuelles $\delta(2,1)$, $\delta(2,2)$, $\delta(2,3)$ ni $\delta(2,4)$

L'élément isostatique de type 3 étant en réalité un système isostatique articulé, les coefficients $\delta(1,3)$ et $\delta(3,1)$ ne sont pas nécessairement égaux et les coefficients $\delta(1,4)$ et $\delta(4,1)$ non plus.

On calcule d'une part :

$$\begin{aligned} \delta(1,1) = & \left[DEF1(3) + 2 DEF5(3) \frac{AUX3(3)}{|R(3)|} + DEF3(3) \left(\frac{AUX3(3)}{|R(3)|} \right)^2 \right. \\ & \left. + DEF3(4) \left(\frac{AUX4(5)}{R(4)} \right)^2 \right] \cos \frac{\varphi(2)}{2} + SR(2) \left[DEF4(3) \right. \\ & \left. + DEF5(3) \frac{AUX7(3)}{|R(3)|} + DEF6(3) \frac{AUX3(3)}{|R(3)|} + DEF3(3) \frac{AUX7(3) AUX5(3)}{R^2(3)} \right. \\ & \left. + DEF3(4) \frac{AUX8(5) AUX4(5)}{R^2(4)} \right] \sin \frac{\varphi(2)}{2} + \frac{DEF3(2)}{2|R(2)| \sin \frac{\varphi(2)}{2}} TG(2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta(1,2) = & \left[DEF4(3) + DEF5(3) \frac{AUX7(3)}{|R(3)|} + DEF6(3) \frac{AUX3(3)}{|R(3)|} \right. \\ & \left. + DEF3(3) \frac{AUX7(3) AUX3(3)}{R^2(3)} + DEF3(4) \frac{AUX8(5) AUX4(5)}{R^2(4)} \right] \cos \frac{\varphi(2)}{2} \\ & + \left[DEF2(3) + 2 DEF6(3) \frac{AUX7(3)}{|R(3)|} + DEF3(3) \left(\frac{AUX7(3)}{|R(3)|} \right)^2 \right. \\ & \left. + DEF3(4) \left(\frac{AUX8(5)}{R(4)} \right)^2 \right] SR(2) \sin \frac{\varphi(2)}{2} + \frac{DEF3(2)}{2|R(2)| \sin \frac{\varphi(2)}{2}} T10(2) \end{aligned}$$

$$\delta(1,3) = \underbrace{\left(\delta(i-2, i) \right)_{i=3}}_{\substack{\downarrow \\ \text{expressions calculées, pour } i=3, \text{ à l'aide des} \\ \text{formules du paragraphe 3.5.1.1}}} \cos \frac{\varphi(2)}{2} + SR(2) \underbrace{\left(\delta(i-1, i) \right)_{i=3}}_{\substack{\uparrow \\ \text{expressions calculées, pour } i=3, \text{ à l'aide des} \\ \text{formules du paragraphe 3.5.1.1}}} \sin \frac{\varphi(2)}{2}$$

$$\delta(1,4) = \underbrace{\left(\delta(i-2, i+1) \right)_{i=3}}_{\substack{\downarrow \\ \text{expressions calculées, pour } i=3, \text{ à l'aide des} \\ \text{formules du paragraphe 3.5.1.1}}} \cos \frac{\varphi(2)}{2} + SR(2) \underbrace{\left(\delta(i-1, i+1) \right)_{i=3}}_{\substack{\uparrow \\ \text{expressions calculées, pour } i=3, \text{ à l'aide des} \\ \text{formules du paragraphe 3.5.1.1}}} \sin \frac{\varphi(2)}{2}$$

Ou calcule d'autre part :

$$\delta(3,1) = \underbrace{(\delta(i-2, i))}_{i=3} + SR(z) \underbrace{(\delta(i-1, i))}_{i=3} \operatorname{tg} \frac{\varphi(z)}{2}$$

expressions calculées, pour $i=3$, à l'aide des formules du paragraphe 3.5.1.1

$$\delta(4,1) = \underbrace{(\delta(i-2, i))}_{i=3} + SR(z) \underbrace{(\delta(i-1, i))}_{i=3} \operatorname{tg} \frac{\varphi(z)}{2}$$

3.5.2.3. Rotations virtuelles sur le second appui du système isostatique de référence, dues à un chargement extérieur

Ou calcule, pour un chargement sur la première travée :

$$\delta(1, e) = \frac{DEF3(z)}{2|R(z)| \sin \frac{\varphi(z)}{2}} \frac{Q3(z)}{|R(z)|} + \frac{DEF9(z)}{2|R(z)| \sin \frac{\varphi(z)}{2}} + \underbrace{\delta(1,2)}_{\substack{\uparrow \\ \text{expression calculée au} \\ \text{paragraphe 3.5.2.2}}} \frac{MEX}{\cos \frac{\varphi(z)}{2}}$$

expression calculée au paragraphe 3.5.2.2

$\delta(2, e)$: cette rotation n'est pas à calculer

$$\delta(3, e) = \underbrace{(\delta(i, i-1))}_{i=3} \times \frac{MEX}{\cos \frac{\varphi(z)}{2}}$$

expressions calculées, pour $i=3$, à l'aide des formules du paragraphe 3.5.1.1

$$\delta(4, e) = \underbrace{(\delta(i+1, i-1))}_{i=3} \times \frac{MEX}{\cos \frac{\varphi(z)}{2}}$$

les DEF9 et les MEX dépendent seuls de z la nature de l'effort e considérée.

Ou calcule, pour un chargement sur la deuxième ou sur la troisième travée :

$$\delta(1, e) = \underbrace{(\delta(i-2, e))}_{i=3} \times \cos \frac{\varphi(z)}{2} + SR(z) \underbrace{(\delta(i-1, e))}_{i=3} \times \sin \frac{\varphi(z)}{2}$$

expressions calculées, pour $i=3$, à l'aide des formules du paragraphe 3.5.1.2

$\delta(2, e)$: cette rotation n'est pas à calculer

$\delta(3, e)$ } Pour l'indice $i=3$, on calcule ces rotations à l'aide
 $\delta(4, e)$ } des formules du paragraphe 3.5.1.2.

Hiens observations que ci-dessus pour les efforts e .

Si $NT=5$, on calcule^x les rotations virtuelles, correspondant à l'indice $i=5$, à l'aide des formules des paragraphes 3.5.1.1 et 3.5.1.2.

3.5.3 CAS 4 : NATAP = 2 et NT impair

Les formules données ci-après concernent uniquement l'élément isostatique de type 1 constitué par la première travée de l'ouvrage, qui est repéré par l'indice $i=2$

3.5.3.1. Rotations virtuelles sur le second appui de l'élément isostatique de type 1, dues à des efforts appliqués sur ce même appui

On calcule, pour l'indice $i=3$, correspondant au second appui:

$$\begin{aligned} \delta(1,1) = & DEF1(2) + 2 DEF5(2) \times T12(3) + DEF3(2) (T12(3))^2 \\ & + DEF1(3) + 2 DEF5(3) \frac{AUX3(3)}{|R(3)|} + DEF3(3) \left(\frac{AUX3(3)}{R(3)} \right)^2 \\ & + DEF3(4) \left(\frac{AUX4(5)}{R(4)} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta(1,2) = & DEF4(2) + DEF5(2) \times T13(3) + DEF6(2) \times T12(3) \\ & + DEF3(2) \times T13(3) \times T12(3) + DEF4(3) + DEF5(3) \frac{AUX7(3)}{|R(3)|} \\ & + DEF6(3) \frac{AUX3(3)}{|R(3)|} + DEF5(3) \frac{AUX7(3) AUX3(3)}{R^2(3)} \\ & + DEF3(4) \frac{AUX8(5) AUX4(5)}{R^2(4)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta(2,2) = & DEF2(2) + 2 DEF6(2) \times T13(3) + DEF3(3) (T13(3))^2 \\ & + DEF2(3) + 2 DEF6(3) \frac{AUX7(3)}{R(3)} + DEF3(3) \left(\frac{AUX7(3)}{R(3)} \right)^2 \\ & + DEF3(4) \left(\frac{AUX8(5)}{R(4)} \right)^2 \end{aligned}$$

Le calcul des rotations virtuelles $\delta(1,3)$, $\delta(1,4)$, $\delta(2,3)$ et $\delta(2,4)$ est effectué à l'aide des formules du paragraphe 3.5.1.1

Pour tout indice i impair et supérieur à 3, les rotations virtuelles sont calculées à l'aide des formules du paragraphe 3.5.1.1

3.5.3.2. Rotations virtuelles sur le second appui de l'élément isostatique de type 1, dues à un chargement extérieur.

On calcule pour un chargement sur la première travée :

$$\begin{aligned} \delta(1,e) = & DEF7(2) + DEF5(2) \frac{Q4(2)}{R(2)} + DEF9(2) \times T12(3) \\ & + DEF3(2) \times T12(3) \frac{Q4(2)}{R(2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta(2,e) = & DEF8(2) + DEF6(2) \frac{Q4(2)}{R(2)} + DEF9(2) \times T13(3) \\ & + DEF3(2) \times T13(3) \frac{Q4(2)}{R(2)} \end{aligned}$$

Les DEF7, DEF8, DEF9 et les Q4 dépendent de la nature de l'effort e considéré
3.5.4 CAS 5: NATAP = 3 et NT pair ou impair

3.5.4.1. Rotations virtuelles à gauche des appuis, dues aux efforts appliqués sur ces mêmes appuis

Pour tout indice i on calcule :

$$\delta(2i-3, 2i-1) = \text{DEF5}(i) \times T_{11}(i+h) + \text{DEF3}(i) \times T_{12}(i+h) \times T_{11}(i+h)$$

$$\delta(2i-3, 2i) = \text{DEF6}(i) \times T_{11}(i+h) + \text{DEF3}(i) \times T_{13}(i+h) \times T_{11}(i+h)$$

$$\delta(2i-1, 2i-1) = \text{DEF1}(i) + 2 \text{DEF5}(i) \times T_{12}(i+h) + \text{DEF3}(i) (T_{12}(i+h))^2 + \text{DEF3}(i+h) (T_{11}(i+h))^2$$

$$\delta(2i-1, 2i) = \text{DEF4}(i) + \text{DEF5}(i) \times T_{13}(i+h) + \text{DEF6}(i) \times T_{12}(i+h) + \text{DEF3}(i) \times T_{13}(i+h) \times T_{12}(i+h)$$

$$\delta(2i, 2i) = \text{DEF2}(i) + 2 \text{DEF6}(i) \times T_{13}(i+h) + \text{DEF3}(i) (T_{13}(i+h))^2$$

$$\delta(2i-2, 2i-1) = 0$$

$$\delta(2i-2, 2i) = 0$$

3.5.4.2. Rotations initiales à gauche des effluents, dues à un chargement extérieur.

Pour tout indice i , on calcule :

$$\delta(2i-3, e) = \text{DEF9}(i) \times T_{11}(i+h) + \text{DEF3}(i) \times T_{11}(i+h) \frac{Q_4(i)}{|R(i)|}$$

$$\delta(2i-2, e) = 0$$

$$\delta(2i-1, e) = \text{DEF7}(i) + \text{DEF5}(i) \frac{Q_4(i)}{|R(i)|} + \text{DEF9}(i) \times T_{12}(i+h) + \text{DEF3}(i) \times T_{12}(i+h) \frac{Q_4(i)}{|R(i)|}$$

$$\delta(2i, e) = \text{DEF8}(i) + \text{DEF6}(i) \frac{Q_4(i)}{|R(i)|} + \text{DEF9}(i) \times T_{13}(i+h) + \text{DEF3}(i) \times T_{13}(i+h) \frac{Q_4(i)}{|R(i)|}$$

Les DEF7, DEF8 et DEF9 et les Q_4 dépendent seuls de la nature de l'effluent e considéré.

4. DETERMINATION DES EFFORTS ET RECHERCHE DES EFFORTS

EXTREMES

Dans tout le paragraphe 4 ci-après les efforts considérés seront désignés comme il a été indiqué au paragraphe 1 ci-dessus. En particulier les inconnues hyperstatiques du problème étudié ne seront plus représentées par $X(j)$ mais par $M(i)$ ou $C(i)$ selon qu'il s'agit d'un moment de flexion ou d'un moment de torsion; la correspondance est donnée au paragraphe 4.1.1 ci-dessous.

4.1 Lignes d'influence des efforts sur appuis

On obtient les lignes d'influence des efforts sur appuis en étudiant dans le second membre du système d'équations linéaires, les effets d'une charge ponctuelle centrée unitaire ou d'un couple de torsion concentré unitaire, appliqué au droit des $(NDIV(i)+1)$ sections d'étude de chaque travée (cf. pièce 1.2, pages 7 et 8).

Les inconnues hyperstatiques du problème sont, selon les cas étudiés, des moments de flexion longitudinale ou de torsion sur appuis, ou des moments de torsion à droite du premier appui ou à gauche des autres appuis. Les efforts sur appuis qui ne sont pas pris comme inconnues hyperstatiques s'en déduisent comme il sera indiqué ci-après.

Remarque: les lignes d'influence des efforts dus à l'application d'un couple de torsion unitaire sont établies en déplaçant une charge ponctuelle $P=1$ excentrée, d'un même côté tout au long de l'ouvrage, à une distance de 1 mètre, affectée d'un signe défini au paragraphe 1.1.3 ci-dessus.

n.B La note de calcul automatique comporte l'impression de toutes les lignes d'influence d'efforts sur appuis et de réaction des appuis qui vont être vérifiées au cours

du présent paragraphe (voir des extraits dans le note de calcul commentée ; pièce 2.4 , pages 8 à 19) .

h.1.1. Lignes d'influence des moments de flexion et de torsion sur les appuis d'étude.

On appelle appui d'étude, un appui sur lequel a été pratiquée une coupe virtuelle.

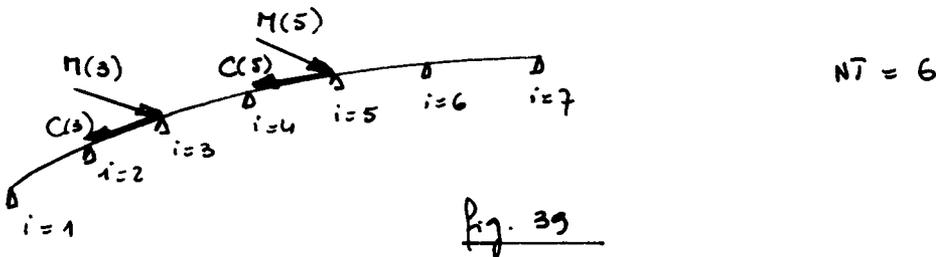
Nous allons énumérer, pour chaque cas, les lignes d'influence des inconnues hyperstatiques déjà obtenues au paragraphe 2 ci-dessus.

h.1.1.1. CAS 1 : $NATAP = 1$ et Ni pair

On a déjà les lignes d'influence des moments sur appuis, représentés sur la figure 39, par les égalités :

$$\begin{aligned} M(3) &= X(1) & M(5) &= X(3) \\ C(3) &= X(2) & C(5) &= X(4) \end{aligned}$$

Si $Ni = 6$, on a au maximum 4 inconnues hyperstatiques.

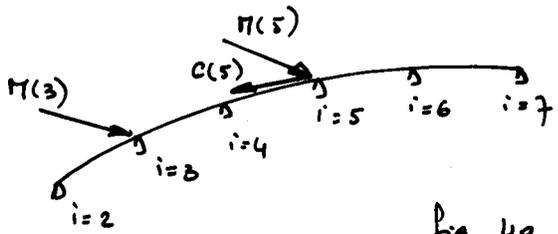


h.1.1.2. CAS 2 : $NATAP = 1$ et Ni impair

On a déjà les lignes d'influence des moments sur appuis, représentés sur la figure 40, par les égalités :

$$\begin{aligned} M(3) &= X(1) & M(5) &= X(3) \\ C(5) &= X(4) \end{aligned}$$

Si $Ni = 5$, on a au maximum 3 inconnues hyperstatiques.



NT = 5

Fig. 40

On obtient par ailleurs :

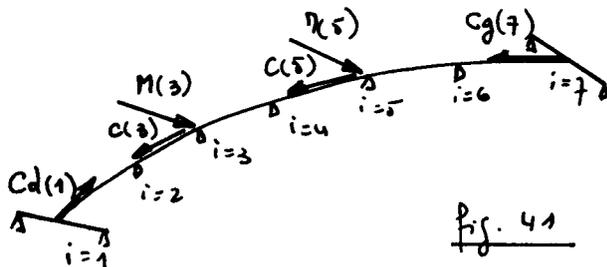
$$C(3) = \frac{SR(2) \times M(3) \sin \frac{\varphi(2)}{2} + MEX}{\cos \frac{\varphi(2)}{2}}$$

N.B.: On prendra dans le formulaire la valeur de MEX qui correspond au cos de charge extérieure considérée (cf. paragraphe 3.5.2.1).

4.1.1.3. CAS 3 : NATAP = 2 et NT pair

On a déjà les lignes d'influence des moments sur appuis, représentées sur la figure 41, par les égalités :

$$\begin{aligned} Cd(1) &= X(0) & M(3) &= X(1) & M(5) &= X(3) \\ C(3) &= X(2) & C(5) &= X(4) & Cg(7) &= X(6) \end{aligned}$$



NT = 6

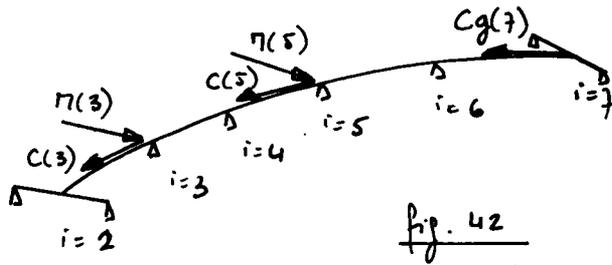
Fig. 41

Si NT = 6, on a au maximum 6 inconnues hyperstatiques.

4.1.1.4. CAS 4 : NATAP = 2 et NT impair

On a déjà les lignes d'influence des moments sur appuis, représentées sur la figure 42, par les égalités

$$\begin{aligned} M(3) &= X(1) & M(5) &= X(3) \\ C(3) &= X(2) & C(5) &= X(4) & Cg(7) &= X(6) \end{aligned}$$



NT = 5

fig. 42

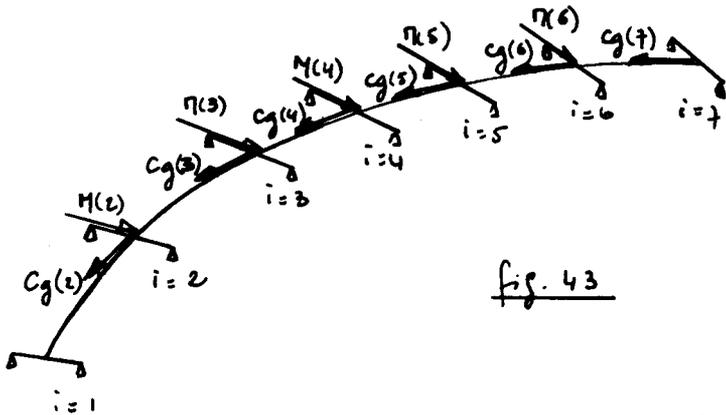
Si NT = 5, on a au maximum 5 inconnues hyperstatiques.

4.1.1.5. CAS 5: NATAP = 3 et NT pair ou impair

On a déjà les lignes d'influence des moments sur appuis, représentés sur la figure 43, par des égalités:

$$\begin{matrix} M(2) = X(1) & M(3) = X(3) & \eta(4) = X(5) & \eta(5) = X(7) \\ Cg(2) = X(2) & Cg(3) = X(4) & Cg(4) = X(6) & Cg(5) = X(8) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \eta(6) = X(9) \\ Cg(6) = X(10) & Cg(7) = X(12) \end{matrix}$$



NT = 6

fig. 43

Si NT = 6, on a au maximum 11 inconnues hyperstatiques.

4.1.2 lignes d'influence des efforts tranchants sur les appuis d'étude et sur les appuis extrêmes

Ces efforts tranchants se calculent à partir des moments de flexion et de torsion sur les appuis d'étude. Dans les formules qui vont suivre on tient compte également de l'influence d'un chargement extérieur par les termes auxiliaires $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ et α_4 (cf. paragraphe 2.2.2. ci-dessus).

Nous allons étudier successivement les cinq cas d'ouvrages et nous exprimerons chaque fois les formules donnant respectivement les efforts tranchants à gauche puis à droite de chaque appui d'étude (i).

Remarque : Il peut se faire, pour certains types d'ouvrages courbes, qu'une ligne d'influence d'effort tranchant sur appui présente un zéro en travers. Une telle circonstance est impossible avec un ouvrage rectiligne.

4.1.2.1 : CAS 1 : NATAP = 1 et NT pair

On utilise les formules générales suivantes pour les valeurs impaires de i, de 1 à (NT+1) :

$$Tg(i) = - \left[M(i-2) \frac{AUX4(i)}{|R(i-1)|} + C(i-2) \frac{AUX8(i)}{|R(i-1)|} + M(i) \frac{AUX2(i)}{|R(i-1)|} + C(i) \frac{AUX6(i)}{|R(i-1)|} + \frac{Q1(i-2)}{|R(i-1)|} + \frac{Q1(i-1)}{|R(i-1)|} \right]$$

$$Td(i) = M(i) \frac{AUX3(i)}{|R(i)|} + C(i) \frac{AUX7(i)}{|R(i)|} + M(i+2) \frac{AUX1(i)}{|R(i)|} + C(i+2) \frac{AUX5(i)}{|R(i)|} + \frac{Q2(i)}{|R(i)|} + \frac{Q2(i+1)}{|R(i)|}$$

Dans chacune de ces formules, comme dans les suivantes, les M, les C et les Q1 et Q2 dépendent de la nature de l'effort extérieur considéré.

4.1.2.2. CAS 2 : NATAP = 1 et NT impair

A droite du premier appui, qui est dans ce cas repéré par l'indice i = 2, l'effort tranchant est :

$$Td(2) = M(3) \times Tg(2) + C(3) \times T10(2) + \frac{Q3(2)}{|R(2)|}$$

et l'effort tranchant à gauche du second appui, pour lequel i = 3, s'en déduit :

$$Tg(3) = Td(2) - T'g(3)$$

avec $\begin{cases} T'g(3) = +P & \text{si la charge ponctuelle centrée se déplace sur la première travée} \\ T'g(3) = 0 & \text{si le couple de torsion centré est appliqué sur la première travée} \end{cases}$

On obtient $T_d(3)$ à l'aide de la formule exprimée ci-dessus dans le CAS 1 et donnant $T_d(i)$ en y faisant $i=3$.

Les autres efforts tranchants, pour $i=5$ ou $NT+2$, sont données par les formules du CAS 1 ci-dessus.

4.1.2.3. CAS 3: $NATAP=2$ et NT pair

On calcule l'effort tranchant sur les appuis d'étude et sur les appuis extrêmes en utilisant les formules du CAS 1 dans lesquelles on donne à i les valeurs impaires de 1 à $(NT+1)$.

4.1.2.4. CAS 4: $NATAP=2$ et NT impair

On calcule l'effort tranchant à gauche du second appui repéré par l'indice $i=3$, par la relation suivante:

$$T_g(3) = \eta(3) T_{12}(3) + C(3) T_{13}(3) + \frac{Q_4(z)}{|R(2)|}$$

A droite du premier appui de l'ouvrage, l'effort tranchant est dans ce cas:

$$T_d(2) = T_g(3) + T'd(2)$$

avec $\begin{cases} T'd(2) = +P & \text{si une charge ponctuelle centrée se déplace sur la première travée} \\ T'd(2) = 0 & \text{si un couple de torsion concentré est appliqué sur la première travée} \end{cases}$

Pour calculer l'effort tranchant sur les autres appuis d'indice impair, supérieur ou égal à 3, on utilise les formules du CAS 1 dans lesquelles on donne à i les valeurs impaires de 3 à $(NT+2)$.

4.1.2.5. CAS 5: $NATAP=3$ et NT pair ou impair

A ce stade, et dans ce cas là, on ne calcule l'effort tranchant qu'à gauche de chaque appui d'étude à l'aide de la relation:

$$Tg(i) = - \left[M(i-1) T_{11}(i) + M(i) T_{12}(i) + Cg(i) T_{13}(i) + \frac{Q_4(i-1)}{R(i-1)} \right]$$

Les efforts tranchants à droite des appuis, pour le CAS 5, seront donnés au paragraphe 4.1.3 ci-après.

4.1.3. Lignes d'influence des efforts (moments de flexion et de torsion et efforts tranchants) sur les autres appuis

Nous allons déduire des résultats précédents tous les efforts sur appuis qui n'ont pas encore été calculés. Pour ce faire nous utilisons les formules ci-dessous dans les conditions qui seront précisées ensuite, cas par cas.

4.1.3.1. Formules générales

Les formules ci-dessous contiennent chacune un terme isostatique dont l'expression dépend de la nature de la charge extérieure considérée.

Où a sur l'appui (i) :

$$M(i) = M'(i) + M(i+) \cos \varphi(i) + SR(i) C(i+) \sin \varphi(i) - Tg(i+) R(i) \sin \varphi(i)$$

$$C(i) = C'(i) - SR(i) M(i+) \sin \varphi(i) + C(i+) \cos \varphi(i) + Tg(i+) R(i) (1 - \cos \varphi(i))$$

$$Tg(i) = Td(i-1) - T'g(i)$$

$$Td(i) = Tg(i+) + T'd(i)$$

Si on étudie les effets d'une charge ponctuelle centrée, on prend :

$$\left. \begin{aligned} M'(i) &= -P R(i) \sin \varphi''(i) \\ C'(i) &= +P R(i) (1 - \cos \varphi''(i)) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{si la charge } P \text{ est appliquée sur} \\ \text{le travée } (i) \text{ à l'abscisse au ju.} \\ \text{à l'abscisse } \varphi''(i) \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} M'(i) &= 0 \\ C'(i) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ sinon}$$

- 70 -

$T'g(i) = + P$ si le charge P est appliquée sur le travee $(i-1)$

$T'g(i) = 0$ sinon

$T'd(i) = + P$ si le charge P est appliqué sur le travee (i)

$T'd(i) = 0$ sinon

Si on étudie les effets d'un couple de torsion concentric, on prend :

$M'(i) = + SR(i) C \sin \varphi''(i)$
 $C'(i) = + C \cos \varphi''(i)$ } si le couple de torsion C est appliqué sur le travee (i) à l'abscisse angulaire $\varphi''(i)$

$M'(i) = 0$
 $C'(i) = 0$ } sinon

$T'g(i) = 0$
 $T'd(i) = 0$ } quelle que soit la position du couple de torsion sur l'axe ox .

Remarque : Dans ces formules on pose :

$$C = - S(i-1, i) SR(i)$$

N.B. : Le signe du rayon de courbure $R(i)$ a été défini, quelle que soit le parité de l'indice i de la travee considérée, dans les commentaires du bordereau des données (cf. RTA*R*(i) pièce 1.2, page 8).

L.1.3.2. Application CAS par CAS

CAS 1 : NATAP = 1 et NT pair

On doit appliquer les formules ci-dessus aux valeurs paires de i de 2 à NT

CAS 2 : NATAP = 1 et NT impair

On doit appliquer les formules ci-dessus aux valeurs paires $i = 4$, et éventuellement si $NT = 5$, $i = 6$.

CAS 3: $NATAP = 2$ et NI pair

On doit appliquer les formules ci-dessus aux valeurs paires de i de 2 à NI .

CAS 4: $NATAP = 2$ et NI impair

On doit appliquer les formules ci-dessus aux valeurs paires de i de 2 à $(NI-1)$.

Remarque: le moment de torsion régnant au premier appui, qui n'est pas une inconnue hyperstatique du problème, est obtenu avec le valeur de l'indice $i=2$. (cf. paragraphe 1.2.1)

CAS 5: $NATAP = 3$ et NI pair ou impair

On doit appliquer les formules ci-dessus, avec $i=1, 2, \dots, NI$, pour déterminer les efforts tranchants et les moments de torsion régnant à droite de chaque appui; tous les autres efforts sur appuis ont déjà été obtenus.

4.1.4. Lignes d'influence des réactions sur appuis

Quel que soit le type d'ouvrage étudié, on trouve toujours les lignes d'influence des forces de réaction verticales sur appuis en les déduisant simplement de celles des efforts tranchants à droite et à gauche des appuis.

On a:

$$\text{Force de réaction verticale sur l'appui } (i) = T_d(i) - T_g(i)$$

Si l'ouvrage présente des encastrement à la torsion sur tous les appuis (CAS 5) ou sur les appuis extrêmes seulement (CAS 3 et 4), les couples de réaction à la torsion sont donnés, de même que pour les forces de réaction verticales, par la relation:

$$\text{Couple de réaction à la torsion sur l'appui } (i) = C_d(i) - C_g(i)$$

4.2. Lignes d'influence des efforts en travers

Les lignes d'influence des efforts en travers dus à une charge extérieure, force ou couple -concentré, se déduisent simplement des lignes d'influence des efforts sur appuis qui ont été calculés ci-dessus.

Désormais nous n'utiliserons plus que les notations des abscisses angulaires $\theta(i)$ et $\lambda(i)$ telles qu'elles ont été définies au paragraphe 1.2.2 de la présente pièce.

Les efforts tranchants et les moments fléchissants en travers s'expriment chacun simplement en fonction du même effort considéré sur appuis. Les formules obtenues sont semblables à celles qui sont communément utilisées pour les ouvrages rectilignes.

Pour ce qui concerne les moments de torsion en travers on a établi des formules simples les reliant aux moments de flexion, aux moments de torsion et aux efforts tranchants sur l'appui de droite de la travée considérée.

N.B. : les lignes d'influence des efforts en travers sont imprimées sur le note de calcul où le demandeur de l'utilisateur du programme (cf. COINF, pièce 1.2 page 3) un extrait de cette sortie est donné dans le note de calcul commenté (cf. pièce 2.4 - page 32).

4.2.1 Lignes d'influence du moment fléchissant en travers

Le moment fléchissant en travers est donné par la formule ci-dessus où le terme auxiliaire $M''(i, \theta)$ est à calculer, suivant la nature de la charge extérieure, selon les expressions qui sont données ensuite :

Le moment fléchissant à l'abscisse angulaire $\theta = \theta(i)$ dans la travée (i) est :

$$M(i, \theta) = M(i) \frac{\sin(\varphi(i) - \theta(i))}{\sin \varphi(i)} + M'(i) \frac{\sin \theta(i)}{\sin \varphi(i)} + M''(i, \theta)$$

On remarque que le moment fléchissant en travers ne dépend pas des moments de torsion $C(i)$ et $C(i+)$.

le terme auxiliaire $M'(i, \theta)$ est exprimé en fonction de l'abscisse angulaire $\lambda(i)$ de la section où est appliquée la charge extérieure. Il est nul si cette charge extérieure n'est pas appliquée dans le tronçon (i) .

On a pour une charge ponctuelle centrée appliquée au point d'abscisse angulaire $\lambda(i)$:

$$M'(i, \theta) = P |R(i)| \frac{\sin(\varphi(i) - \lambda(i)) \sin \theta(i)}{\sin \varphi(i)} \quad \text{si } \theta(i) < \lambda(i)$$

$$M'(i, \theta) = P |R(i)| \frac{\sin \lambda(i) \sin(\varphi(i) - \theta(i))}{\sin \varphi(i)} \quad \text{si } \theta(i) > \lambda(i)$$

et pour un couple de torsion centré au point d'abscisse angulaire $\lambda(i)$:

$$\pi'(i, \theta) = -SR(i) C \frac{\sin(\varphi(i) - \lambda(i)) \sin \theta(i)}{\sin \varphi(i)} \quad \text{si } \theta(i) < \lambda(i)$$

$$\pi'(i, \theta) = -SR(i) C \frac{\sin \lambda(i) \sin(\varphi(i) - \theta(i))}{\sin \varphi(i)} \quad \text{si } \theta(i) > \lambda(i)$$

Remarque : Dans ces deux dernières formules on donne à C les mêmes valeurs que celles définies au paragraphe 2.2.1 ci-dessus.

4.2.2. Lignes d'influence du moment de torsion en tronçon

le moment de torsion au point d'étude $\theta = \theta(i)$ de la tronçon (i) s'exprime en fonction des efforts résultant sur l'appui $(i+1)$, et d'une terme isostatique $C'(i, \theta)$ correspondant à l'effort dans une poutre console.

Ce moment de torsion a pour expression :

$$C(i, \theta) = C'(i, \theta) - SR(i) \pi(i+1) \sin(\varphi(i) - \theta(i)) + C(i+1) \cos(\varphi(i) - \theta(i)) + Tg(i+1) R(i) (1 - \cos(\varphi(i) - \theta(i)))$$

Le terme isostatique $C'(i, \theta)$ est nul si la charge extérieure ne n'est pas appliquée sur le travers (i) , et l'on a, pour une charge ponctuelle centrée appliquée au point d'abscisse angulaire $\lambda(i)$:

$$C'(i, \theta) = PR(i) (1 - \cos(\lambda(i) - \theta(i))) \quad \text{si } \theta(i) < \lambda(i)$$

$$C'(i, \theta) = 0 \quad \text{si } \theta(i) > \lambda(i)$$

et pour un couple de torsion unitaire appliqué au point d'abscisse angulaire $\lambda(i)$:

$$C'(i, \theta) = + C \cos(\lambda(i) - \theta(i)) \quad \text{si } \theta(i) < \lambda(i)$$

$$C'(i, \theta) = 0 \quad \text{si } \theta(i) > \lambda(i)$$

Remarque : On donne à C les mêmes valeurs que celles définies au paragraphe 2.2.1 ci-dessus.

4.2.3. Lignes d'influence de l'effort tranchant en travers

L'effort tranchant au point d'abscisse angulaire $\theta = \theta(i)$ de la travers (i) est en général :

$$\bar{T}(i, \theta) = Tg(i+1)$$

et si la charge extérieure est une charge ponctuelle centrée $P=1$ appliquée dans la travers (i) à une abscisse angulaire $\lambda(i)$ supérieure à $\theta = \theta(i)$:

$$\bar{T}(i, \theta) = Tg(i+1) + P \quad \text{avec } \lambda(i) > \theta(i)$$

Remarque : Si la charge extérieure est un couple de torsion concentré, l'effort tranchant dans la travers (i) est égal à $Tg(i+1)$ quel que soit le point d'application de ce couple.

4.3. Aires par travée des lignes d'influence

Les aires par travée des lignes d'influence des efforts sur appuis déterminées au paragraphe 4.1 ci-dessus sont calculées par le programme C.C.C. 69 - comme un cas de charge particulière (cf. paragraphe 2.2)

- () Pour vérifier les résultats édité sur une note de calcul, l'utilisateur a donc le choix entre le calcul
- () direct dont l'exposé va être complété ci-dessus et
- () un calcul plus rapide par intégration numérique.

Les aires par travée des lignes d'influence des efforts en travée peuvent être déduites des aires par travée des lignes d'influence des efforts sur appuis (cf. paragraphe 4.3.2 ci-dessus). Elles permettent de retrouver les aires totales par travée des lignes d'influence (cf. paragraphe 4.4 ci-dessus) des efforts dus à une charge ponctuelle $P=1$ appliquée à la structure avec chacun des excentricités à prendre en compte dans la suite des calculs (cf. paragraphe 4.6 ci-dessus).

Les utilisateurs du programme C.C.C. 69 peuvent également effectuer un calcul rapide des aires par travée des lignes d'influence en travée suivant une méthode d'intégration numérique.

N.B : le programme C.C.C. 69 ne fournit pas les aires par travée des lignes d'influence en travée, mais il fournit les aires totales par travée des lignes d'influence des efforts dus à la charge ponctuelle $P=1$ appliquée avec chacun des excentricités effectivement pris en compte dans la suite des calculs (cf. paragraphe 4.6, ci-dessus).

4.3.1. Aires par travée des lignes d'influence des efforts sur appuis

Les aires par travée des lignes d'influence des efforts sur appuis dus à une charge ponctuelle centrée ou à un couple de torsion concentré ne sont autres que les efforts sur appuis

respectivement dus à une densité unitaire de charge centrée ou à une densité unitaire de couple de torsion réparties sur chaque travée.

Eu ce qui concerne les aires par travée des lignes d'influence des efforts sur les appuis d'étude, elles résulteront directement de la résolution du système d'équations linéaires, et les aires par travée des lignes d'influence des efforts sur les autres appuis s'en déduisent simplement.

4.3.1.1. Aires par travée des lignes d'influence des moments de flexion et de torsion sur les appuis d'étude.

Nous avons énuméré, au paragraphe 4.1.1, les moments sur appuis que nous déterminons directement. De la même façon, en résolvant le système d'équations linéaires avec, au second membre, les effets d'une densité de charge répartie centrée ou d'une densité de couple de torsion, nous déterminerons les moments sur les mêmes appuis.

Nous n'allons donc pas revoir en détail les différents cas d'ouvrages.

Rappelons seulement que dans le cas 2 il faut calculer le moment de torsion $C(3)$ sur le second appui par la relation établie dans le paragraphe 4.1.1.2.

4.3.1.2. Aires par travée des lignes d'influence des efforts tranchants sur les appuis d'étude et sur les appuis extrêmes.

Les efforts tranchants sur les appuis d'étude dus à une densité de charge répartie centrée ou à une densité de moment de torsion sont obtenus dans chacun des cinq cas que nous avons distingués, à l'aide des formules du paragraphe 4.1.2. Les moments de flexion et de torsion qui interviennent dans ces formules sont ceux que nous venons de déterminer au paragraphe 4.3.1.1 ci-dessus. Les termes D_1 , D_2 , D_3 et D_4 sont calculés à l'aide du formulaire (cf. paragraphe 3.4).

Remarques

- Dans le cas 2 ($NATAP=1$ et NT impair), l'effort tranchant à gauche du second appui se déduit par la relation:

$$Tg(3) = Td(2) - T'g(3)$$

dans laquelle $T'g(3)$ prend les valeurs ci-après suivant le chargement extérieur étudié:

$$\begin{cases} T'g(3) = q |R(2)| \varphi(2) & \text{si la charge centrée est répartie sur la } 1^{re} \text{ travée} \\ T'g(3) = 0 & \text{si le moment de torsion est réparti sur la } 1^{re} \text{ travée} \end{cases}$$

- Dans le cas 4 ($NATAP=2$ et NT impair), l'effort tranchant à droite du premier appui se déduit par la relation:

$$Td(2) = Tg(3) + T'd(2)$$

dans laquelle $T'd(z)$ prend les valeurs ci-après, suivant le chargement extérieur étudié :

$$\begin{cases} T'd(z) = + q |R(z)| \varphi(z) & \text{si la charge centrée est répartie sur le premier travée} \\ T'd(z) = 0 & \text{si le moment de torsion est réparti sur le premier travée} \end{cases}$$

4.3.1.3 Aires par travée des lignes d'influence des efforts sur les autres appuis.

Nous avons vu au paragraphe 4.1.3 que les efforts sur les autres appuis s'expriment en fonction des efforts sur les appuis d'étude.

Il nous suffit donc de préciser les expressions du terme isostatique à prendre en compte pour les aires par travée des lignes d'influence des efforts régnant dans la structure au droit de l'appui (i) quand celui-ci n'est pas un appui d'étude ni un appui extrême.

- Si l'on étudie les aires par travée des lignes d'influence des efforts dus à une charge ponctuelle centrée, on pose :

$$\begin{cases} M'(i) = - q R^2(i) (1 - \cos \varphi(i)) \\ C'(i) = + SR(i) \times q R^2(i) (\varphi(i) - \sin \varphi(i)) \end{cases} \left. \begin{array}{l} \text{si la charge répartie} \\ \text{est appliquée sur} \\ \text{le travée (i)} \end{array} \right\}$$

$$\begin{cases} M'(i) = 0 \\ C'(i) = 0 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{sinon}$$

$$T'g(i) = q |R(i-1)| \varphi(i-1)$$

$$T'g(i) = 0$$

si la charge répartie est appliquée sur le travée (i-1)
sinon

$$T'd(i) = q |R(i)| \varphi(i)$$

$$T'd(i) = 0$$

si la charge répartie est appliquée sur le travée (i)
sinon

- Si l'on étudie les aires par travée des lignes d'influence des efforts dus à un couple de torsion centrée on pose :

$$M'(i) = + c R(i) (1 - \cos \varphi(i))$$

$$C'(i) = + c |R(i)| \sin \varphi(i)$$

si la densité de moment de torsion est appliquée sur le travée (i)

$$M'(i) = 0$$

$$C'(i) = 0$$

sinon

$$\begin{aligned} T'g(i) &= 0 \\ T'd(i) &= 0 \end{aligned}$$

} quelle que soit la travée (i) chargée.

4.3.1.4. Aires par travée des lignes d'influence des réactions au appuis

Elles se déduisent des précédentes ; on a eu effet, quel que soit l'ouvrage envisagé :

$$\begin{aligned} \text{Aire par travée de la ligne d'influence de la force de réaction verticale au l'appui (i)} &= \text{Aire par travée de la ligne d'influence de l'effort tranchant à droite de l'appui (i)} \\ &- \text{Aire par travée de la ligne d'influence de l'effort tranchant à gauche de l'appui (i)} \end{aligned}$$

et si l'ouvrage présente un encastrement à la torsion au l'appui considéré on a :

$$\begin{aligned} \text{Aire par travée de la ligne d'influence du couple de réaction à la torsion au l'appui (i)} &= \text{Aire par travée de la ligne d'influence du moment de torsion à droite de l'appui (i)} \\ &- \text{Aire par travée de la ligne d'influence du moment de torsion à gauche de l'appui (i)} \end{aligned}$$

Remarque : Pour appliquer ces formules aux appuis extrêmes on doit considérer que tout effort appliqué en dehors de la structure est nul, ce qui signifie que le programme C.C.C.69 ne prend pas en compte les abouts.

4.3.2. Aires par travée des lignes d'influence des efforts en travée

Les efforts en travée qui correspondent aux aires par travée des lignes d'influence des efforts en travée sont obtenus par des formules analogues à celles qui donnent les efforts au les appuis intermédiaires quand on connaît ceux au les appuis d'étude.

Ces formules sont valables dans tous les cas d'ouvrages envisagés et quelle que soit la position de la section étudiée.

Ou a, d'une façon générale:

$$M(i, \theta) = M'(i, \theta) + M(i+1) \cos(\varphi(i) - \theta(i)) + SR(i) C(i+1) \sin(\varphi(i) - \theta(i)) - Tg(i+1) |R(i)| \sin(\varphi(i) - \theta(i))$$

$$C(i, \theta) = C'(i, \theta) - SR(i) M(i+1) \sin(\varphi(i) - \theta(i)) + C(i+1) \cos(\varphi(i) - \theta(i)) + Tg(i+1) R(i) (1 - \cos(\varphi(i) - \theta(i)))$$

$$T(i, \theta) = Tg(i+1) + T'(i, \theta)$$

Pour la détermination des aires par travee des lignes d'influence des efforts résultant en un point d'étude appartenant à la travee (i) les travees isotabotiques sont nuls si la charge répartie correspondante n'est pas appliquée à la même travee (i).

- Une charge centrée étant répartie sur la travee (i), on prend:

$$M'(i, \theta) = -q R^2(i) (1 - \cos(\varphi(i) - \theta(i)))$$

$$C'(i, \theta) = +SR(i) q R^2(i) [(\varphi(i) - \theta(i)) - \sin(\varphi(i) - \theta(i))]$$

$$T'(i, \theta) = q R(i) (\varphi(i) - \theta(i))$$

- Un couple de torsion étant réparti sur la travee (i), on prend:

$$M'(i, \theta) = +c R(i) (1 - \cos(\varphi(i) - \theta(i)))$$

$$C'(i, \theta) = +c |R(i)| \sin(\varphi(i) - \theta(i))$$

$$T'(i, \theta) = 0$$

h.h. Lignes d'influence des efforts dues à une charge ponctuelle appliquée avec un excentrement quelconque, et aires correspondantes.

4.4.1. Etablissement de ces lignes d'influence

Les lignes d'influence des efforts en travers que nous avons établies au paragraphe 4.2 vont être utilisées pour l'étude des efforts dus aux surcharges réglées.

Quelle que soit la surcharge envisagée on tient compte de sa position transversale en combinant les lignes d'influence des efforts dus à une charge ponctuelle centrée et celles des efforts dus à un couple de torsion centré.

La ligne d'influence d'un effort dû à une charge ponctuelle appliquée avec un excentrement quelconque est donnée en général par :

$$\begin{array}{l} \text{Ligne d'influence d'un} \\ \text{effort dû à une charge} \\ \text{ponctuelle excentrée} \end{array} = \begin{array}{l} \text{Ligne d'influence du} \\ \text{même effort dû à une} \\ \text{charge ponct. centrée} \end{array} + \text{Exc} \left(\begin{array}{l} \text{Ligne d'influence du même} \\ \text{effort dû à un couple} \\ \text{de torsion centrée} \end{array} \right)$$

Remarque : Dans cette expression Exc représente l'excentrement de la charge ponctuelle que l'on déplace sur l'ouvrage. Nous avons vu, dans la remarque du paragraphe 1.1.3, quel était le signe de l'excentrement pris en compte pour établir les lignes d'influence d'un effort dû à un couple de torsion unitaire.

Rappelons ces conventions :

- Si l'ouvrage a une courbure constante, l'excentrement est unitaire et positif, quel que soit le signe de la courbure. Pour établir les lignes d'influence d'un effort dû à une charge ponctuelle excentrée il suffit donc de donner à Exc la valeur calculée pour le cas de charge envisagée, affectée de son signe tel qu'il a été défini au paragraphe 1.1.3.

- Si l'ouvrage a une courbure qui varie d'une travée à l'autre, l'excentrement est unitaire et se fait toujours du même côté de l'ouvrage. Son signe dépend donc du signe du rayon de courbure de la travée chargée. Pour établir les lignes d'influence d'un effort dû à une charge ponctuelle excentrée, il suffit donc de donner à Exc la valeur calculée pour le cas de charge envisagée, affectée d'un signe différent suivant le signe du rayon de courbure de la travée chargée et défini ainsi :

- si l'excentrement unitaire est positif :

Exc est affecté du signe défini au paragraphe 1.1.3

- si l'excentrement unitaire est négatif :

Exc est affecté du signe opposé à celui défini au paragraphe 1.1.3.

N.B. : le programme C.C.C. 69 ne calcule ces lignes d'influence que pour les valeurs de l'excentrement Exc que l'application des surcharges réglementaires a une à considérer.

4.4.2 - Aires par travée de ces lignes d'influence

Les aires par travée sont obtenues directement par la relation :

$$\text{Aire par travée d'une ligne d'influence d'un effort dû à une charge ponctuelle excentrée} = \text{Aire par travée de la ligne d'influence du même effort dû à une charge pond. centrée} + \text{Exc} \left(\text{Aire par travée de la ligne d'influence du même effort dû à une couple de torsion concentré} \right)$$

Remarque : L'excentrement Exc a la même signification que dans le paragraphe 4.4.1 ci-dessus ; on lui applique donc les mêmes règles de signe.

N.B. : le programme C.C.C. 69 récapitule ces aires par travée pour chaque surcharge réglementaire considérée. Voir par exemple, pour la surcharge de trottoir, les extraits du note de calcul, pièce .24, pages 35.36)

4.4.3. Aires partielles de ces lignes d'influence

On recherche, travée par travée, les zéros des lignes d'influence des efforts dus à une charge ponctuelle excentrée ; les aires partielles de ces lignes d'influence entre un effort et un zéro, ou entre zéros, sont calculées, par le programme,

troués par trous, par intégration numérique suivant la méthode de Simpson.

N.B : le programme imprime, pour chaque surcharge réglémentaire considérée, les zéros et les aires partielles des lignes d'influence calculées pour chaque excentrement correspondant, et il indique sur le même tableau les valeurs de ces excentrement et les aires totales par trous, (voir extraits d'une note de calcul, pièce 2.4, pages 33 et 34).

4.5 Efforts dus à la charge permanente

4.5.1 Densité de la charge permanente

La densité de charge permanente (structure portante + superstructures) est la somme des données Q_{ST} et Q_{SUP} (cf. bordereau des données pièce 1.2, page 9)

Dans les commentaires du bordereau des données (pièce 1.2) nous avons vu que les densités (Q_{ST} pour la structure portante et Q_{SUP} pour les superstructures) ainsi que leurs excentrement (EXC_{ST} et EXC_{SUP}) proviennent être calculés au S.E.T.R.A à l'aide du programme auxerre CARNEGÉ.

La méthode utilisée pour établir ces densités et leurs excentrement est exposé dans une pièce justificative du programme CARNEGÉ et si l'utilisateur veut calculer lui-même ces données il pourra s'y reporter.

4.5.2 Efforts dus à la charge permanente

Nous devons étudier séparément les effets de la charge permanente centrée ($Q_{ST} + Q_{SUP}$) puis successivement les effets de l'excentrement de la structure portante et ceux de l'excentrement des superstructures.

D'une façon générale, on obtient les efforts sur appuis dus à la charge permanente centrée ou à l'excentrement de la charge permanente par la relation :

Effort en travée on
sur appuis d'axe à la
charge permanente cen-
trée ou excentrée

$$= \sum_{i=1, NT} \text{densité appliquée sur la travée } (i)$$

Aire pour la travée (i) de la ligne
d'influence de l'effort en travée
ou sur appuis d'axe à une charge
pond. centrée ou à un couple
de torsion

la densité appliquée prendra des valeurs différentes
selon que l'on étudie les effets de la charge perma-
nente centrée ou ceux de l'excentrement de la charge
permanente.

Pour l'étude des efforts dus à la charge permanente centrée
on prend :

$$\text{densité appliquée} = Q_{ST}(i) + Q_{SUP}(i)$$

Pour l'étude des efforts dus à l'excentrement de la
structure portante, on prend :

$$\text{densité appliquée} = Q_{ST}(i) \times \text{EXCST}(i)$$

Pour l'étude des efforts dus à l'excentrement des
superstructures, on prend :

$$\text{densité appliquée} = Q_{SUP}(i) \times \text{EXCSUP}(i)$$

Remarque : les excentrement $\text{EXCST}(i)$ et $\text{EXCSUP}(i)$
doivent être pris en compte avec leurs signes définis
dans le résumé du paragraphe 4.4.1.

N.B. les efforts dus à la charge permanente centrée ou à son
excentrement sont imprimés sur le note de calcul (voir
les extraits commentés de la note de calcul, pièce 2.4,
pages 23 à 31)

4.6. Efforts dus aux surcharges réglementaires

4.6.1. Efforts dus à la surcharge de trottoir

Pour étudier les efforts dus à la surcharge de trottoir
on utilise des lignes d'influence telles que celles qui
ont été définies au paragraphe 4.4.1.

4.6.1.1. Excentrement

Nous étudions successivement le chargement du trottoir de gauche, le chargement du trottoir de droite et le chargement des deux trottoirs ensemble.

Tout d'abord nous calculons l'excentrement correspondant à chacun de ces trois cas de charge, à partir des données DAXE, ETROTG, ETROTD (cf. pièces 1-2, pages 10, 11 et 12), et en fonction du terme auxiliaire B calculé, selon le valeur de SENS, à l'aide de la relation suivante :

$$B = ETROTG + BDGAU + ECHAUS + BARUR + ETROTD \quad \text{si } SENS = 1$$

$$B = ETROTG + BARUG + ECHAUS + BARUR + ETROTD \quad \text{si } SENS = 2$$

Où a dans ces conditions les trois excentrement suivants :

- excentrement du trottoir de gauche :

$$EXC1 = -SR(i) \left(DAXE - \frac{ETROTG}{2} \right) \quad \text{si } SENS = 1 \text{ ou } 2$$

- excentrement du trottoir de droite

$$EXC2 = +SR(i) \left(B - DAXE - \frac{ETROTD}{2} \right) \quad \text{si } SENS = 1 \text{ ou } 2$$

- excentrement correspondant aux deux trottoirs chargés simultanément :

$$EXC3 = \frac{(|R(i)| + EXC1)^2 ETROTG + (|R(i)| + EXC2)^2 ETROTD}{(|R(i)| + EXC1) ETROTG + (|R(i)| + EXC2) ETROTD} - R(i)$$

- (1) Remarque : Dans l'exemple d'application que nous traitons dans le sous-chapitre 2, nous avons $EXC3 = 0$. En effet, quand les 2 trottoirs ont la même largeur, l'excentrement $EXC3$ est très faible.

4.6.1.2. Résultats, efforts extrêmes

Trois lignes d'influence correspondent, pour chacune des trois efforts habituellement considérés aux trois excentrement calculés ci-dessus. Pour chacune d'elles,

on recherche systématiquement les zéros et les aires partielles (cf. paragraphe 4.4.3) et un exemple des résultats fournis par le programme est donné dans le note de calcul commentée (pièce 2.4, pages 33 et 34).

les efforts dus à la surcharge de trottoir s'en déduisent, dans chaque section, par la relation:

$$\text{Efforts dus à la surcharge de trottoir} = \text{PSTRoT} \times \frac{\text{largeur du trottoir étudié}}{R} \times \frac{(R + SR \times \text{Exc})}{R} \sum \text{Aires de la ligne d'influence calculées avec l'excentrement correspondant}$$

où la largeur du trottoir prend successivement les valeurs ETROTG, ETROTD et (ETROTG + ETROTD).

les efforts extrêmes dus à la surcharge de trottoir résultent de l'application de la densité de surcharge PSTRoT à la somme des aires positives (effort positif maximum) puis à la somme des aires négatives (effort minimum en valeur algébrique) de ces lignes d'influence.

N.B: le programme fournit (cf. pièce 2.4, pages 37, 38 et 39) les efforts extrêmes dans chaque section d'étude.

4.6.2. Efforts dus à la surcharge A(l)

les conditions réglementaires d'application de la surcharge A(l) sont adaptées aux problèmes des structures courbes en ce sens que les limites de chargement à prendre en compte sont déterminées voie par voie (cf. pièce 1.1, paragraphe 5.1)

- (1) Remarque: dans le programme C.C.C.69, le nombre PVOIE des voies de circulation a été limité à 4
(cf. pièce 1.1, paragraphe 3)

4.6.2.1. Excentrement des voies

le nombre des voies est fixé par la donnée PVOIE

La position des voies est définie, dans une section transversale, comme indiqué sur la figure 44 ci-dessous

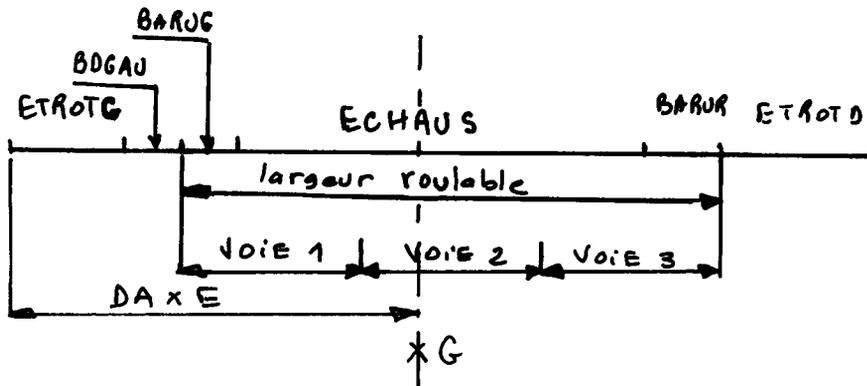


Fig. 44

On calcule tout d'abord la largeur des voies de circulation par: (cf. bordereau des données, pièce 1.2, pages 10, 11 et 12) :

$$B_{Voie} = \frac{ECHAUS + BARUR}{P_{Voie}} \quad n \text{ SENS} = 1$$

$$B_{Voie} = \frac{BARUG + ECHAUS + BARUR}{P_{Voie}} \quad n \text{ SENS} = 2$$

Il en résulte les excentrations de chaque voie, dans la travée (i) :

$$EXC1 = -SR(i) \left(DAxE - ETROTD - BDGAU - \frac{B_{Voie}}{2} \right) \quad n \text{ SENS} = 1$$

$$EXC1 = -SR(i) \left(DAxE - ETROTD - \frac{B_{Voie}}{2} \right) \quad n \text{ SENS} = 2$$

et si $P_{Voie} \geq 2$, excentration de la voie 2 :

$$EXC2 = EXC1 + SR(i) \times B_{Voie}$$

et si $P_{Voie} \geq 3$, excentration de la voie 3 :

$$EXC3 = EXC1 + SR(i) \times 2 B_{Voie}$$

et si $P_{Voie} = 4$, excentration de la voie 4 :

$$EXC4 = EXC1 + SR(i) \times 3 \text{ BVOIE}$$

Remarque : le signe du rayon de courbure en plan de chaque travée (i) a été défini au bordreau des données (cf. RTRA, pièce 1.2, page 8).

4.6.2.2. Résultats, efforts extrêmes

Aux excentrement de l'encastrement ci-dessus, il correspond au plus quatre lignes d'influence pour chacun des trois efforts habituellement considérés. Pour chacune de ces lignes d'influence on recherche systématiquement les zéros et les aires partielles (cf. paragraphe 4.4.3) et un exemple des résultats fournis par le programme est donné, pour le surcharge $A(l)$, dans la note de calcul commentée (cf. pièce 2.4, pages 40 et 41).

Rappelons la définition fondamentale de la densité de surcharge $A(l)$ exprimée en T/m^2 :

$$A(l) = 0,350 + \frac{320.000}{l^3 + 60l^2 + 225.000}$$

les efforts dus à la surcharge $A(l)$ s'obtiennent à l'aide de la relation générale :

$$\text{Effort dû à la surcharge } A(l) = A(l) \times \frac{\text{largeur d'une voie}}{R} \times \frac{(R + SR + EXC)}{R} \left\{ \begin{array}{l} \text{Aires de la ligne d'influence} \\ \text{calculées avec l'excentrement correspondant.} \end{array} \right.$$

On recherche en premier lieu les efforts extrêmes dus à la surcharge appliquée successivement à chacune des voies ; les efforts extrêmes dus à la surcharge $A(l)$ en résultant, chacun par addition des mêmes efforts extrêmes obtenus pour chaque voie.

les efforts extrêmes correspondant à une voie donnée sont obtenus de la façon suivante : on multiplie tout d'abord chacune des aires partielles par le

surcharge qui s'applique à la portion de travée correspondante, on étudie ensuite les surcharges s'appliquant simultanément à des combinaisons deux à deux, trois à trois, etc... d'aires partielles de même signe. Les aires partielles positives conduisent à l'effort extrême maximum (positif), et les aires partielles négatives à l'effort extrême minimum (négatif).

Considérons, pour une ligne d'influence particulière, les portions de travée entre appui et zéro de cette ligne d'influence, ou entre zéros, ou encore entre zéro et appui. Soient par exemple deux de ces portions de travée, de longueur l' et l'' , avec pour la ligne d'influence considérée les aires s' et s'' supposées tous deux positives, situées dans les travées de rayons respectifs R' et R'' , dont les signes sont SR' et SR'' et soient EXC' et EXC'' les excentrement, c'est-à-dire le volée absolue, de la voie considérée dans les deux travées.

La surcharge la plus défavorable est celle qui conduit au plus grand des trois efforts ci-après :

$$S' \times A(l') \times BVOIE \times \frac{R' + SR' \times EXC'}{R'}$$

$$S'' \times A(l'') \times BVOIE \times \frac{R'' + SR'' \times EXC''}{R''}$$

$$\left(S' \times \frac{R' + SR' \times EXC'}{R'} + S'' \times \frac{R'' + SR'' \times EXC''}{R''} \right) BVOIE \times A(l' + l'')$$

N.B. : le programme fournit (cf. A et POSA, pièce 1.2, page 4) les efforts extrêmes dus à la surcharge $A(l)$ dans chaque section d'étude, ainsi que, voie par voie, les positions des surcharges pour lesquelles on obtient les efforts extrêmes (voir pièce 2.4, pages 44 à 49)

4.6.3. Effets dus à la surcharge Bc

La recherche des efforts extrêmes dus à la surcharge Bc n'est pas prévue dans le cadre du programme CCC 69

4.6.4. Efforts dus à la surcharge militaire

de même que celle des effets de la surcharge BC, cette étude ne figure pas dans le dossier Pilote C.C.C. 69.

4.7. Coefficients de majoration dynamique

Ces coefficients devront réfletemment être appliqués aux effets de la surcharge BC et de la surcharge militaire. Ils sont sans objet dans la réification des résultats que fournit le programme C.C.C. 69.

4.8. Recherche des efforts extrêmes

4.8.1. Généralités

Les efforts extrêmes résultant dans la structure sont donnés par la combinaison la plus défavorable de la charge permanente, de la surcharge de trottoir et de la surcharge civile ou militaire.

() le programme C.C.C. 69 ne calcule pas les efforts de réaction extrêmes sur appuis.

L'utilisateur du programme C.C.C. 69 devra cependant les rechercher suivant la méthode indiquée à partir du paragraphe 4.4 ci-dessus. Il en déduira, pour chaque appui, la force de réaction verticale, s'il n'y a pas d'encastrement, et les résultantes des forces de réaction s'il y a eu encastrement à la torsion.

d'après
CAT 67
page 24

() Il importe alors de s'assurer que la structure ne risque aucun soulèvement sur les appuis d'extrémités sous les surcharges les plus défavorables. Pour ce faire l'utilisateur devra vérifier que les forces de réaction verticales minimales sur appuis sont nettement positives quand on majoré l'effet de la seule surcharge A. cette majoration peut varier de 20% à 40% selon la sévérité des calculs et en particulier selon que l'on aura ou non recherché la disposition transversale des surcharges la plus défavorable. Si l'utilisateur considère la réaction globale sur appui il devra majorer la surcharge de 40%. s'il tient compte, au contraire, de la répartition transversale des réactions sur appuis il suffit de majorer la surcharge de 20%. le programme C.C.C. 69 donne le moyen de se placer dans ce deuxième cas.

N.B.: le programme C.C.C. 69 ne calcule que les efforts extrêmes (moment fléchissant, moment de torsion et efforts tranchants) relatifs aux surcharges civiles. ces résultats sont imprimés dans un tableau dont on trouvera un exemple dans la note de calcul commentée (cf. pièce 2.4, pages 50 & 52).

4.8.2. Courbes enveloppes

Si l'on pose :

CHAPER = effet dû à la charge permanente

CP = coefficient de somme à valeur, défini au bordereau des données (cf. pièce 1.2, page 4)

on a pour les surcharges civiles :

$$\text{Effort max:} \\ \text{civil} = \text{CHAPER} \times \text{CP} + \max \left\{ \begin{matrix} 0 \\ B_{\text{max}} \\ A_{\text{max}} \end{matrix} \right\} + \max \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \text{Trot. max} \end{matrix} \right\}$$

$$\text{Effort mini} \\ \text{civil} = \text{CHAPER} \times \text{CP} + \min \left\{ \begin{matrix} 0 \\ B_{\text{min}} \\ A_{\text{min}} \end{matrix} \right\} + \min \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \text{Trot. min} \end{matrix} \right\}$$

puis, pour les surcharges militaires :

$$\text{Effort max:} \\ \text{militaire} = \text{CHAPER} \times \text{CP} + \max \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \text{char max} \end{matrix} \right\} + \max \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \text{Trot. max} \end{matrix} \right\}$$

$$\text{Effort mini} \\ \text{militaire} = \text{CHAPER} \times \text{CP} + \min \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \text{char min} \end{matrix} \right\} + \min \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \text{Trot. min} \end{matrix} \right\}$$

Remarque : On tient compte du coefficient de somme à valeur seulement si la charge permanente a pour effet de s'ajouter aux surcharges, c'est-à-dire, quand effet de CHAPER et effet de surcharge sont de mêmes signes.

les efforts extrêmes calculés pour le programme C.C.C. 69 ne sont affectés par aucun coefficient de pondération.

Annexe

Coefficients du premier membre du système d'équations
linéaires correspondant au modèle d'application présenté
dans le sous-dossier 2. (pica 2.4, page 5)

7,2386	0,4401	2,3683	0,6499	0
0,4401	7,7464	0	0	0
2,3683	0	7,3144	1,2944	0,2204
0,6499	0	1,2944	13,2597	0
0	0	0,2204	0	7,7464

Coefficients de la matrice inverse (pica 2.4, page 6)

0,1552	-0,0088	-0,0498	-0,0027	0,0014
-0,0088	0,1296	+0,0028	+0,00015	-0,00008
-0,0498	+0,0028	0,1552	-0,0127	-0,0044
-0,0027	+0,00015	-0,0127	0,0768	0,00036
0,0014	-0,00008	-0,0044	0,00036	0,1292

Système d'équations linéaires permettant de calculer les
inconnues hyperstatiques quand on applique une charge
punctuelle centrée sur la section 1 de la travée 1

$$7,2386 X_1 + 0,4401 X_2 + 2,3683 X_3 + 0,6499 X_4 = -3,7703$$

$$0,4401 X_1 + 7,7464 X_2 + 0 X_3 + 0 X_4 = -0,6233$$

$$2,3683 X_1 + 0 X_2 + 7,3144 X_3 + 1,2944 X_4 + 0,2204 X_5 = 0$$

$$0,6499 X_1 + 0 X_2 + 1,2944 X_3 + 13,2597 X_4 + 0 X_5 = 0$$

$$0 X_1 + 0 X_2 + 0,2204 X_3 + 0 X_4 + 7,7464 X_5 = 0$$

Solution du système

$$X_1 = 0,1552 \delta(1,e) - 0,0088 \delta(2,e)$$

$$X_2 = -0,0088 \delta(1,e) + 0,1296 \delta(2,e)$$

$$X_3 = -0,0498 \delta(1,e) + 0,0028 \delta(2,e)$$

$$X_4 = -0,0027 \delta(1,e) + 0,00015 \delta(2,e)$$

$$X_5 = 0,0014 \delta(1,e) - 0,00008 \delta(2,e)$$

MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT ET DU LOGEMENT
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

CALCUL ÉLECTRONIQUE DES STRUCTURES

CALCUL DES EFFORTS
DANS LES CAISSONS COURBES CONTINUS

C.C.C. 69

MODÈLE D'APPLICATION

2

Ce document est propriété de l'administration et ne peut être utilisé ou reproduit même partiellement sans l'autorisation du Service d'Études Techniques des Routes et Autoroutes ou de son représentant autorisé.

DIVISION DES OUVRAGES D'ART B

48, Avenue Aristide BRIAND, 46

B.P. 100

92 - BAGNEUX

Tél: 655.42.42

M.^{elle} DEBRIE

Ingénieur auxiliaire I.N.S.A.
Gestionnaire

G. MONNERET

Ingénieur en Chef

G. TOURNERIE

Ingénieur des P. et Ch.

H. MATHIEU

Ingénieur en Chef
Chef de la Division

DIRECTEUR DU SERVICE

M. HUET

Ingénieur en Chef

OCTOBRE 1969

MODELE D'APPLICATION

- 2.1 - Présentation du modèle d'application
- 2.2 - Plans et coupes transversales
- 2.3 - Bordereau des données
- 2.4 - Note de calcul commentée

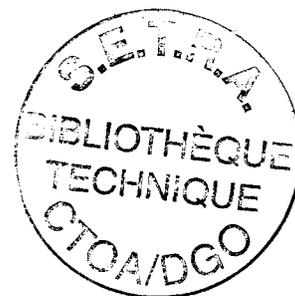
MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT ET DU LOGEMENT
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

CALCUL ÉLECTRONIQUE DES STRUCTURES

CALCUL DES EFFORTS
DANS LES CAISSONS COURBES CONTINUS

C.C.C. 69

MODÈLE D'APPLICATION



Présentation du modèle d'application

2.1

Ce document est propriété de l'administration et ne peut être utilisé ou reproduit même partiellement sans l'autorisation du Service d'Études Techniques des Routes et Autoroutes ou de son représentant autorisé.

DIVISION DES OUVRAGES D'ART B

46, Avenue Aristide BRIAND, 46

B.P. 100

92 - BAGNEUX

Tél: 655.42.42

M.elle DEBRIE

Ingénieur auxiliaire I.N.S.A.
Gestionnaire

G. MONNERET

Ingénieur en Chef

G. TOURNERIE

Ingénieur des P. et Ch.

H. MATHIEU

Ingénieur en Chef
Chef de la Division

DIRECTEUR DU SERVICE

M. HUET

Ingénieur en Chef

OCTOBRE 1969

S O M M A I R E

- - - - -

	PAGE
1. Organisation de l'étude	
1.1 - Définition du projet et préparation du calcul électronique.	-1-
1.2 - Interprétation et exploitation des résultats.	-1-
2. Remarques générales	-2-

L'exemple d'application présenté dans ce dossier concerne un passage supérieur qui enjambe une autoroute et une voie urbaine.

Il permet à une chaussée de 7 m de largeur de franchir ces 2 niveaux. Cette chaussée est bordée à gauche d'une bande dérasée (appelée BARUG au bordereau des données, pièce 2.3) de 1m de largeur droite et, à droite, d'une bande d'arrêt d'urgence de 2 m de largeur droite ; enfin chacun des deux trottoirs a 1,250 m de largeur droite, ce qui porte à 12,50 m la largeur droite utile du tablier.

L'ouvrage présente 3 travées dont les portées sont successivement de 42,615 m, 72,945 m et 42,615 m ; les appuis, disposés suivant des lignes radiales, encastrent la structure à la torsion et la laissent libre à la flexion.

1.- ORGANISATION DE L'ETUDE

1.1 - Définition du projet et préparation du calcul électronique.

Cette phase concerne essentiellement le choix de la structure et la préparation du bordereau des données.

Tout d'abord l'utilisateur choisit la structure de l'ouvrage et la nature des appuis ; il aura, pour ce faire, avantage à bien prendre connaissance de quelques principes exposés dans la pièce 1.1 du sous-dossier 1.

Pour l'ouvrage qui constitue le présent modèle d'application on a choisi une structure en caisson de béton précontraint en raison de la longueur des portées ; d'autre part la géométrie des ~~piles~~ permettait, ce que l'on a préféré, d'encastrement la structure à la torsion sur chaque appui.

La structure choisie et dimensionnée, l'utilisateur remplit le bordereau des données en suivant les commentaires qui l'accompagnent (cf. pièce 1.2). A ce stade deux cas peuvent se présenter :

- ou bien l'utilisateur ne connaît pas toutes les données du problème et en particulier il n'a pas calculé l'inertie de torsion de la structure choisie ; il ne remplit pas les cases du bordereau des données repérées par un astérisque et il joint alors à sa commande de calcul une coupe transversale de la structure, parfaitement cotée, moyennant quoi les données qu'il n'a pu établir seront calculées, par les Ingénieurs du S.E.T.R.A., à l'aide du programme annexe CARME.

- ou bien l'utilisateur connaît toutes les données du problème et il complète le bordereau des données en double exemplaire.

1.2 - Interprétation et exploitation des résultats

La note de calcul automatique de l'ouvrage est celle dont les extraits constituent la pièce 2.4 du sous-dossier 2.

La note de calcul complète correspondant à l'ouvrage que nous étudions dans le sous-dossier 2 comporte 270 pages, mais, si les sections d'étude en travée étaient plus nombreuses, ce nombre de pages serait très sensiblement plus élevé . principalement à cause de la place nécessaire à l'impression des lignes d'influence en travée (voir remarques ci-après).

REMARQUES PRATIQUES

Dans le modèle d'application ci-joint nous avons obtenu la sortie des lignes d'influence en travée des 3 efforts dus à une charge ponctuelle centrée ou dus à un couple de torsion concentré (COINF), mais, comme nous l'avons indiqué dans les commentaires du bordereau des données (cf. pièce 1.2, page 3), il n'est généralement pas nécessaire de demander tous ces résultats. Si nous n'avions pas demandé ces sorties la note de calcul complète correspondant au modèle d'application n'aurait comporté que 240 pages.

Le temps d'exécution du programme pour le calcul présenté dans cet exemple d'application a été de 24 millièmes d'heure sur le système de traitement ASP 360 / 75-50 d'I.B.M.

L'utilisateur, disposant des résultats de la note de calcul automatique, devra procéder à l'interprétation et à l'exploitation des résultats.

Il effectuera en particulier les opérations suivantes :

- vérifier qu'il n'y a aucun risque de soulèvement sur appuis (cf. Pièce 1.5 - paragraphe 4.8.1) ; un risque limité de soulèvement ne serait pas rédhibitoire, mais on devrait le prendre en considération pour l'annuler lors de l'étude de la précontrainte.

- compléter, à partir des lignes d'influence, l'étude des courbes enveloppes des moments de torsion et des efforts tranchants par la recherche des effets du chargement le plus défavorable, et calculer sous ce chargement les contraintes de cisaillement dues à l'effort tranchant et au moment de torsion ; (cf. Pièce 2.4, Pages 53 et suivantes).

- étudier les contraintes de flexion et la précontrainte.

Cette liste n'est évidemment pas limitative.

2.- REMARQUES GENERALES

L'étude des résultats du calcul de l'ouvrage considéré comme modèle d'application appelle les quelques remarques générales suivantes :

Rappelons tout d'abord que le programme C.C.C. 69 ne tient pas compte des longueurs d'about de l'ouvrage.

La note de calcul a été établie en fonction de l'épaisseur des âmes du caisson en travée, qui est de 0,40 m. Cette épaisseur est cependant portée à 0,90 m au voisinage des appuis intermédiaires en raison de l'importance qu'y prennent les efforts tranchants, lesquels ne pouvaient, bien entendu, pas être compensés par le seul relèvement des câbles de précontrainte. L'existence de cet épaissement donne un caractère légèrement approximatif aux hypothèses de base de calcul. Il en va de même pour ce qui concerne l'accroissement progressif de l'épaisseur des joues du caisson considéré au voisinage des appuis.

Nous avons également essayé de dégager quelques idées sur le câblage des âmes du caisson.

Pour un ouvrage comme celui qui est présenté dans le modèle d'application le câblage est identique dans les 2 joues extérieures.

Cependant si l'ouvrage est plus courbe on peut compenser la torsion, soit en augmentant le nombre des câbles dans l'âme et la joue extérieure à la courbe, soit en adoptant des profils différents de câbles dans les différentes âmes. A défaut on peut aussi augmenter le nombre des étriers, afin d'augmenter la résistance de la structure dans les parties où elle est le plus sollicitée au cisaillement.

MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT ET DU LOGEMENT
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

CALCUL ÉLECTRONIQUE DES STRUCTURES

CALCUL DES EFFORTS
DANS LES CAISSONS COURBES CONTINUS

C.C.C. 69

MODÈLE D'APPLICATION

PLANS ET COUPES TRANSVERSALES

2.2



Ce document est propriété de l'administration et ne peut être utilisé ou reproduit même partiellement sans l'autorisation du Service d'Études Techniques des Routes et Autoroutes ou de son représentant autorisé.

DIVISION DES OUVRAGES D'ART B

46, Avenue Aristide BRIAND, 46

B.P. 100

92 - BAGNEUX

Tél: 655.42.42

M.elle DEBRIE
Ingénieur auxiliaire I.N.S.A.
Gestionnaire

G. MONNERET
Ingénieur en Chef

G. TOURNERIE
Ingénieur des P. et Ch.

H. MATHIEU
Ingénieur en Chef
Chef de la Division

DIRECTEUR DU SERVICE

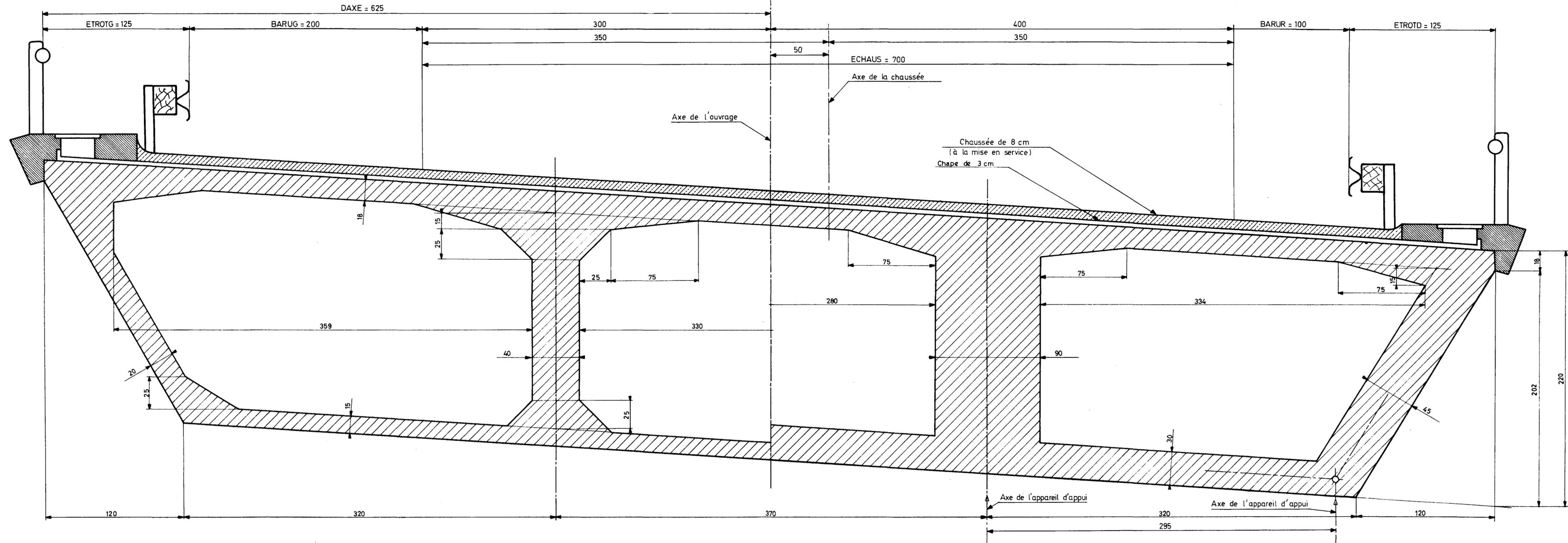
M. HUET

Ingénieur en Chef

OCTOBRE 1969

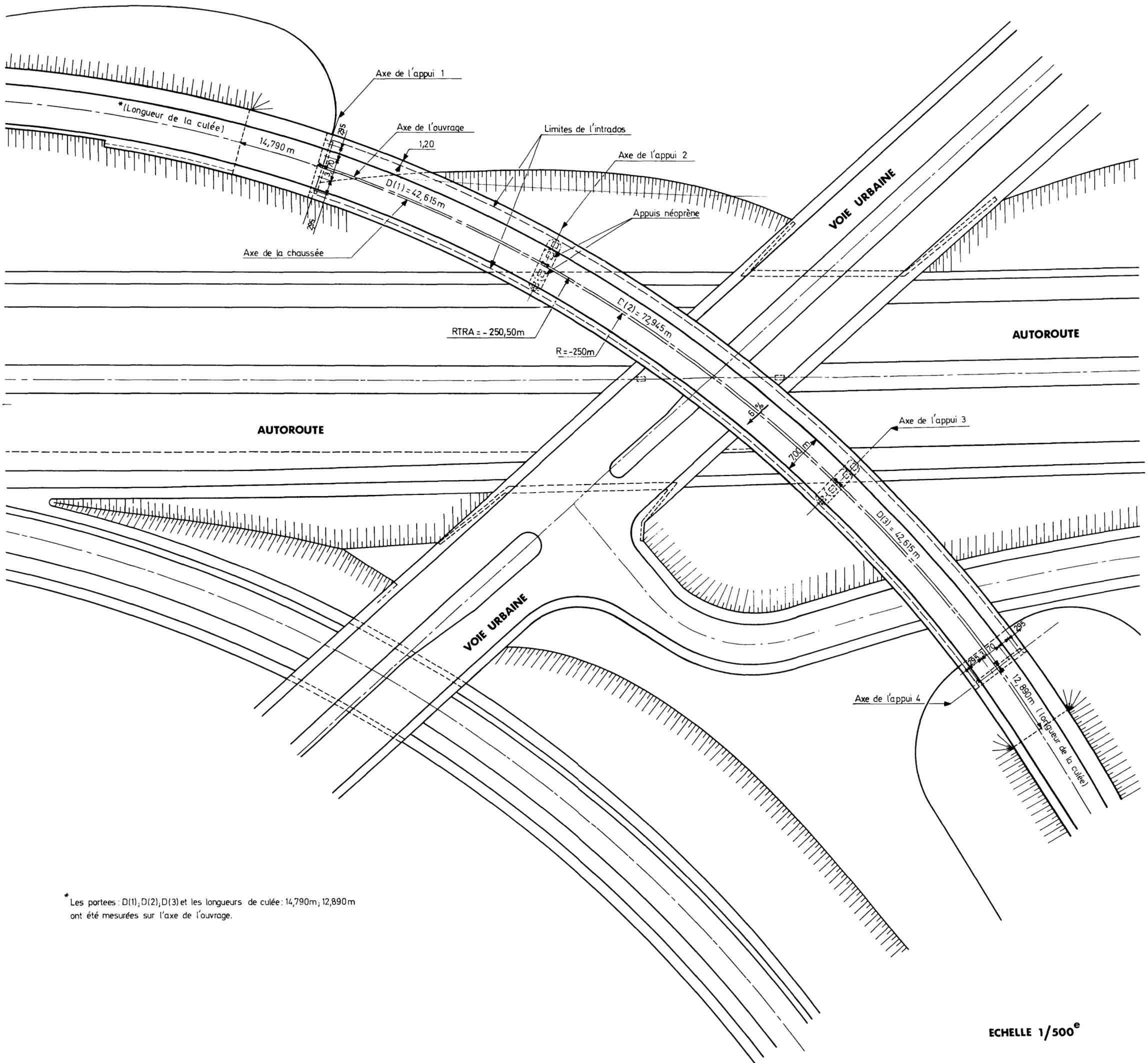
1/2 COUPE TRANSVERSALE EN TRAVÉE CENTRALE

1/2 COUPE TRANSVERSALE SUR APPUI



Nota: on a décrit l'ouvrage dans le sens inverse de celui de la circulation. C'est pourquoi la bande d'arrêt d'urgence apparait en donnée BARUG. Il n'en résulte aucune différence parce que la bande de gauche était prévue surchargée et que le programme ne prend pas encore en compte la surcharge BC. Mais si pour un autre ouvrage l'une de ces conditions n'est plus réalisée, il importera de fixer en conséquence l'origine de la première travée.
(cf. Pièce 1.2, page 6)

VUE EN PLAN



* Les portées : D(1), D(2), D(3) et les longueurs de culée : 14,790m ; 12,890m ont été mesurées sur l'axe de l'ouvrage.

MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT ET DU LOGEMENT
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

CALCUL ÉLECTRONIQUE DES STRUCTURES

CALCUL DES EFFORTS
DANS LES CAISSONS COURBES CONTINUS

C.C.C. 69

MODÈLE D'APPLICATION
Bordereau des données

2.3



Ce document est propriété de l'administration et ne peut être utilisé ou reproduit même partiellement sans l'autorisation du Service d'Études Techniques des Routes et Autoroutes ou de son représentant autorisé.

DIVISION DES OUVRAGES D'ART B

46, Avenue Aristide BRIAND, 46

B.P. 100

92 - BAGNEUX

Tél: 655.42-42

DIRECTEUR DU SERVICE

M. HUET

Ingénieur en Chef

M.elle DEBRIE
Ingénieur auxiliaire I.N.S.A.
Gestionnaire

G. MONNERET
Ingénieur en Chef

G. TOURNERIE
Ingénieur des P. et Ch.

H. MATHIEU
Ingénieur en Chef
Chef de la Division

OCTOBRE 1969

MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT ET DU LOGEMENT
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

CALCUL ÉLECTRONIQUE DES STRUCTURES

CALCUL DES EFFORTS
DANS LES CAISSONS COURBES CONTINUS

C.C.C. 69

MODÈLE D'APPLICATION

Note de calcul commentée
(Extraits)

2.4



Ce document est propriété de l'administration et ne peut être utilisé ou reproduit même partiellement sans l'autorisation du Service d'Études Techniques des Routes et Autoroutes ou de son représentant autorisé.

DIVISION DES OUVRAGES D'ART B

46, Avenue Aristide BRIAND, 46

B.P. 100

92 - BAGNEUX

Tél: 655.42.42

DIRECTEUR DU SERVICE

M. HUET

Ingénieur en Chef

M.elle DEBRIE
Ingénieur auxiliaire I.N.S.A.
Gestionnaire

G. MONNERET
Ingénieur en Chef

G. TOURNERIE
Ingénieur des P. et Ch.

H. MATHIEU
Ingénieur en Chef
Chef de la Division

OCTOBRE 1969

MINISTERE DE L'EQUIPEMENT ET DU LOGEMENT

* * *

SERVICE D'ETUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES , 38 RUE LIANCOURT PARIS 14
DIVISION DES OUVRAGES D'ART B , B.P 235 ORLY - AEROGARE

M. HUET , INGENIEUR EN CHEF , DIRECTEUR DU SERVICE
H. MATHIEU , INGENIEUR EN CHEF , CHEF DE LA DIVISION DES OUVRAGES D'ART B
G. MONNERET , INGENIEUR EN CHEF

* * *

NOTE DE CALCUL DE CAISSON CONTINU COURBE

C. C. C. 69

PAR J.C. ALBOUY ET G. TOURNERIE , INGENIEURS DES PONTS ET CHAUSSEES
ET MLE J. DEBRIE , INGENIEUR INSA

*

* * * * *

PONT COURBE * TROIS TRAVEES SYMETRIQUES

* * * * *

LA REMISE A L'ENTREPRENEUR DE LA PRESENTE NOTE DE CALCUL N'ATTENUÉ EN RIEN LA RESPONSABILITE
DE CELUI-CI ET NE LE DISPENSE PAS NOTAMMENT DES OBLIGATIONS QUI LUI INCOMBENT EN VERTU DE
L'ARTICLE 17 DU FASCICULE 1 DU CAHIER DES PRESCRIPTIONS COMMUNES

C A R A C T E R I S T I Q U E S P R I N C I P A L E S D E L ' O U V R A G E

* * *

C A R A C T E R I S T I Q U E S L O N G I T U D I N A L E S

N O M B R E D E T R A V E E S N T = 3

N A T U R E D E S A P P U I S NATAP = 3 → { encastrement à la torsion
sur tous les appuis

Cette page récapitule les données définies dans les cartes 5 à 14 (cf bordereau des données pièce 1.2) Le contrôle de ces données par l'utilisateur est impératif

C A R A C T E R I S T I Q U E S D E S T R A V E E S

	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
N O M B R E D E D I V I S I O N S	15	15	15
P O R T E E S M E S U R E E S S U R L ' A X E	42.615	72.945	42.615
R A Y O N S D E C O U R B U R E	-250.500	-250.500	-250.500
I N E R T I E D E F L E X I O N L O N G I T U D I N A L E	5.433	5.433	5.433
I N E R T I E D E T O R S I O N	13.203	13.203	13.203
P O I D S D E L A S T R U C T U R E P O R T E U S E A U M E T R E L I N E A I R E	17.990	17.990	17.990
E X C E N T R E M E N T D E L A S T R U C T U R E P O R T E U S E (EXCST)	+0.050	+0.050	+0.050
P O I D S D E S S U P E R S T R U C T U R E S A U M E T R E L I N E A I R E	3.884	3.884	3.884
E X C E N T R E M E N T D E S S U P E R S T R U C T U R E S (EXCSUP)	0.065	0.065	0.065

Les longueurs d'about ne sont pas prises en compte par le programme C.C.C. 69

C A R A C T E R I S T I Q U E S T R A N S V E R S A L E S D U T A B L I E R

TROTTOIR GAUCHE	BANDE DERASEE GAUCHE	BANDE D'ARRET D'URGENCE GAUCHE	CHAUSSEE	BANDE D'ARRET D'URGENCE DROITE	TROTTOIR DROIT	NOMBRE DE VOIES	SENS DE CIRCULATION
1.250 ETROTG	0.0 BDGAU	2.000 BARUG	7.000 ECHAUS	1.000 BARUR	1.250 ETROTD	3 PVOIE	2 SENS
D I S T A N C E C O M P R I S E E N T R E L ' E X T R E M I T E G A U C H E D U T R O T T O I R G A U C H E E T L ' A X E M E C A N I Q U E D E L A S T R U C T U R E P O R T E U S E					D A X E = 6.250		

U N I T E S : L E S U N I T E S F O N D A M E N T A L E S S O N T L E M E T R E E T L A T O N N E

Dans les sorties de la note de calcul, tout effort représente la résultante des contraintes qu'exerce, sur une section quelconque, la partie d'ouvrage située du côté de l'origine sur celle située du côté de l'extrémité.

CARACTERISTIQUES DE CHARGEMENT

Classe du convoi militaire	0
Densité de surcharge des trottoirs	0,150
Coefficient de somme à valoir	1,030
Coefficient TR	1,000
Coefficient A	1,000
Coefficient B	0,0
Coefficient CM	0,0

CARACTERISTIQUES DU BETON

Rapport des modules E/G = 2,4000



COMMENTAIRES CONCERNANT LES SORTIES INTERMÉDIAIRES

Sur les pages 5, 6 et 7 ci-dessous on trouvera les résultats intermédiaires nécessaires à une vérification rapide du calcul des inconnues hyperstatiques du problème dans les quatre suites de cas de charge systématiquement étudiés par le programme (cf pièce 1.5, paragraphe 2).

Une présentation soignée de ces résultats aurait nécessité un trop grand nombre de pages. Les pages 5, 6 et 7 ci-dessous reproduisent l'édition, après leur calcul, des valeurs de toutes les variables auxiliaires susceptibles d'être utilisées par le programme C.C.C. 69 pour le calcul des premiers membres des systèmes d'équations linéaires aux inconnues hyperstatiques; elles reproduisent également, mais pour quelques cas de charge seulement, les valeurs des termes auxiliaires, ainsi que les valeurs, au signe près, des seconds membres, et les valeurs des inconnues hyperstatiques correspondant respectivement à ces cas de charge.

Il en résulte que c'est avec beaucoup d'attention que l'on extraira de ces listes les valeurs utiles (cf pièce 1.5, paragraphe 2) dans le cas étudié. Il faut en effet remarquer que les valeurs imprimées pour des variables auxiliaires non utilisées sont sans aucune relation avec le problème traité.

Les pages 5 et 6 ci-dessous qui concernent l'établissement des premiers membres du système sont découpées en trois parties.

Dans la partie 1 on trouvera successivement, de gauche à droite et de haut en bas, les sept valeurs AUX 1 (i=1,2,...,7), puis celles de AUX 2, AUX 3, ... et de AUX 8 ; ensuite viennent les six valeurs DEF 1 (i=1,2,...,6), puis celles de DDEF 2, DEF 3, et de DDEF 6. On trouvera ensuite les lignes trigonométriques SIP 1 (i) = sin φ (i) ainsi que SIP 2 (i) = sin (0,5 φ (i)) et COP 1 (i) = cos φ (i) ainsi que COP 2 (i) = cos (0,5 φ (i)); puis viennent enfin pour i = 1,2,...,6 les expressions auxiliaires (cf pièce 1.5,paragraphe 3.2) EL 1 (i), EL 2 (i) et EL 3 (i).

La partie (2) est constituée, à la suite du symbole DEL, par les coefficients $\delta(j,k)$, donnés à la suite ligne par ligne, du premier membre du système (cf. pièce 1.5 paragraphe 2.1.3.1). Soient p et q les indices de ligne et de colonne portés sur le tableau tel qu'il est présenté ci-dessous ; les entiers p et q satisfont à :

$$5 p + q = 14 j + k + 10 \quad \text{avec} \quad 1 \leq q \leq 5$$

Autrement dit on lit dans l'ordre, de gauche à droite : 0, $\delta(0,0)$, $\delta(0,1)$, $\delta(0,2)$, ..., $\delta(0,12)$, 0, $\delta(1,0)$, $\delta(1,1)$, ..., $\delta(1,12)$, 0, $\delta(2,0)$, 0, $\delta(2,0)$, ..., $\delta(12,12)$.

Dans le cas d'espèce, seuls les termes $\delta(1 \text{ à } 4 \text{ et } 6, 1 \text{ à } 4 \text{ et } 6)$ peuvent ne pas être nuls et la matrice se réduit à une matrice carrée du 5^e ordre.

La partie (3) est constituée, à la suite du symbole DEL, par les coefficients $\gamma(j, k)$ de la matrice inverse, les indices p et q entiers, repérés sur le tableau ci-dessous, satisfont à :

$$5 p + q = 14 j + k + 6 \quad \text{avec} \quad 1 \leq q \leq 5$$

Autrement dit, on lit dans l'ordre, de gauche à droite : 0, $\gamma(0,0)$, $\gamma(0,1)$, $\gamma(0,2)$, ..., $\gamma(0,12)$, 0, $\gamma(1,0)$, $\gamma(1,1)$, ..., $\gamma(1,12)$, 0, $\gamma(2,0)$, ..., $\gamma(12,12)$.

Dans le cas d'espèce, seuls les termes $\gamma(1 \text{ à } 4 \text{ et } 6, 1 \text{ à } 4 \text{ et } 6)$ peuvent ne pas être nuls et la matrice inverse se réduit à une matrice carrée du 5^e ordre.

La page 7 concerne le calcul des seconds membres pour l'application d'une charge unitaire concentrée dans les six premières sections d'étude de l'ouvrage considéré. Les autres cas de charge donnent lieu à des éditions similaires où l'on trouve successivement les DEF 7 (i), DEF 8 (i) et DEF 9 (i) pour la travée (i) chargée, puis les valeurs en mémoire pour Q1, Q2, Q3, et Q4 (cf. pièce 1.5, paragraphe 2.2.2) correspondants. Ensuite viennent les seconds membres, au signe près, à la suite du symbole DELZ, $\delta(j, e)$ et les valeurs prises par les inconnues hyperstatiques $X(j)$, ($j = -1, 0, 1, \dots, 12$; cf. pièce 1.5, paragraphe 2.2.3.1, NB).

On vérifie que l'on a bien :

$$X(j) = - \sum_k \gamma(j, k) \delta(k, e)$$

et en particulier sur la section 1 :

$$X(2) = - [\gamma(2,1) \times \delta(1,e) + \gamma(2,2) \times \delta(2,e)]$$

soit encore, en remplaçant par les valeurs numériques lues dans les pages 6 et 7 :

$$X(2) = - [- 0,00882 \times 3,770 + 0,1296 \times 0,623] = - 0,0475$$

N.B. On trouvera successivement les résultats intermédiaires décrits ci-dessus, pour une charge concentrée appliquée à toutes les sections d'étude décrites de gauche à droite de l'ouvrage, et ensuite de même pour un couple de torsion concentré. C'est en comptant les section étudiées que l'utilisateur pourra identifier chaque ensemble de résultats intermédiaires.

Les 2 ensembles de résultats correspondant à l'application des charges ou couples répartis apparaissent (si l'utilisateur a porté EFREPA = 1 et COREPA = 1 dans la carte 4; cf. pièce 1.2, page 2) à la suite de l'édition des lignes d'influence (voir pages 8 à 19 ci-dessous).

(N.B) Dans cet exemple d'application (encastrement à la torsion sur tous les appuis) nous n'utilisons pas les termes auxiliaires AUX, aussi ont-ils une valeur quelconque qui ne correspond à rien.

Sur la 1^{re} ligne on peut lire

ENAMI	AUX1(1)	AUX1(2)	AUX1(3)	AUX1(4)	AUX1(5)
AUX1= 0.32444025980108280-79, 0.32678754608283980-79, 0.25703814088438800-79, 0.95991653951079410-79, 0.28427306333828240 20,					
0.39865558356568360 29, 0.51066164571769130 28, AUX2=-0.20589892486818680 19, 0.74528427237267500 29, 0.15467364831928540 24,					
-0.15013014136198390 20, 0.33132985599593200-06, 0.67769876662489070 17, 0.54373429671917560 17, AUX3= 9.000000327836525 ,					
0.44496681954080250-58, -2.771497726677807 , -0.73759867007056040-39, -3.769669298552830 , -2.269669298378207 ,					
-4.019669298843868 , AUX4=-0.23320139749488300-39, 0.31224672550587060-79, 0.42358221894220330-79, 0.42341749710635880-79,					
-0.86716813584547100 19, 101520965.5392612 , 9.000000331096154 , AUX5= 0.43327916132927300 28, 252513989.5547487 ,					
0.43327916132927430 28, 0.37509279257013120-45, -0.9232349844462799 , -0.48423525928917400 28, -0.7510910537042434 , AUX6=					
-0.9232330770940086 , -0.18713498350668410 21, -0.76489712778848000 20, 0.43224429739547220-79, -0.8919811698652720 ,					
736.0015412597128 , -0.74184168337848060-67, AUX7= 0.29434170580803770-02, 0.37265348323296280 28, -0.12819758292461610-56,					
-0.64473906479320240-57, -0.32612068256672140-57, -0.16681149145347790-57, 0.23322987767032410 27, AUX8= 135107369.0646370 ,					
17680357.50018398 , 0.37204903138897120 28, 0.23322987767038130 27, 101524293.5547487 , 0.43328293922245490 28,					
252541381.0275280 , DEF1= 7.842797315795291 , 13.42165278532753 , 7.842797315795291 , 0.23641239649517600-78,					
0.23952239209185400-77, 0.20241329311329830-78, DEF2= 7.747352940699082 , 7.747352940699082 , 7.747352940699082 ,					
0.20241328909956230-78, 0.11985091468012020-93, -0.72370051459731140 76, DEF3= 4741.047275761105 , 23709.13440467932 ,					
4741.047275761105 , 252641472.4376923 , -0.40192927529390570 22, -0.96054116966553060-49, DEF4= -0.81977199869306340-02,					
-0.23574502152176670-C1, -0.81977199869306340-02, 0.93924394821110630-79, 0.97433482820539860-79, 0.97408261831676280-79, DEF5=					
166.7126208027089 , 486.1124219950420 , 166.7126208027089 , 0.26367201229626450-92, 0.51475576002546090-84,					
0.95950473489462390-79, DEF6= -9.580068376572651 , -47.90339757427760 , -9.580068376572651 , -0.96967902162280890 20,					
-0.93541673915495760-79, -0.93646684090297890-79, SIP1= 0.1693003251266424 , 0.2870995536031544 , 0.1693003251266424 ,					
0.15957428531425810-82, 0.18531207326998780-82, 0.22134497640345510-82, SIP2= 0.84957317975260800-C1, 0.1450848894207911 ,					
0.84957317975260800-C1, 0.65888737160651520-82, 0.95229815429847790-82, 0.10655444212691710-81, COP1= 0.9855645082449008 ,					
0.9579007497235135 , 0.9855645082449008 , 0.32944368580385680-81, 0.21079248333780660-80, 0.16867693656461690-79, COP2=					
0.9963845914718123 , 0.9894192108816953 , 0.9963845914718123 , 0.56309794945990260-88, 0.17091499808780550-85,					
0.0 , EL1= 0.22834934017908190-02, 0.22834934017908190-02, 0.22834934017908190-02, -0.54664002185602840-88,					
0.0 , 0.0 , EL2= 0.3658372765660847 , 0.3658372765660847 , 0.3658372765660847 ,					
0.23614883752524990-78, 4.062668802979731 , 0.68843156974504180-59, EL3= 0.1817768915821469 , 0.1817768915821469 ,					
0.1817768915821469 , 0.87712425273073120-78, 0.26988438547131950-78, 0.17737453946501720-78, DEL= *0.0					

p= 1

2
3
4
5

10

15

20

25

30

0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	*0.0	0.0 DEL (0,0)	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	*0.0	0.0 DEL (1,0)	7.238624062136831	0.0
0.4401227522008335	2.368296335215221	0.6499563497576092	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	*0.0	0.0 DEL (2,0)	0.4401227522008335	7.746419606076482	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10 *0.0	0.0 DEL (3,0)	2.368296335215221	0.0	7.314386553779599	0.0
1.294400374005862	0.0	0.2203802697006781	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	*0.0	0.0
0.0 DEL (4,0)	0.6499563497576092	0.0	1.294400374005862	13.25971231724209	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	*0.0	0.0 DEL (5,0)	0.9999999999999999
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	*0.0	0.0 DEL (6,0)	0.0	0.0
0.0	0.2203802697006781	0.0	0.0	7.746419606076482	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	*0.0	0.0 DEL (7,0)	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
25 *0.0	0.0 DEL (8,0)	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	*0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0 DEL (10,0)	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
30 0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Coefficients de la matrice origine

Ce terme n'est pas à prendre en compte pour une résolution manuelle de la matrice (S(5,5))

IL importe de noter que tous les seconds membres qui ne concernent pas la travée chargée sont toujours nuls.

(1) La charge ponctuelle est appliquée dans la section 0 de la travée 1

```

&NAM2
DEF7=-0.0 ,DEF8= 0.0 ,DEF9=-0.0 ,Q1= -2.021485094855733 ,Q2=
-0.1432374623929227D-69,Q3= 0.5818967722863697D 19,Q4= 0.0 ,DELZ= 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
&END
    
```

termes utilisés si NATAP=1 ou NATAP=2 et nombre de travées pair

termes utilisés si NATAP=2 et nombre de travées impair

termes utilisés si NATAP=3 et si NATAP=2 et nombre de travées impair

coefficients du vecteur second membre correspondant à la charge ponctuelle appliquée dans la section 0 de la travée 1

valeurs des inconnues hyperstatiques

(2) section 1 travée 1

```

&NAM2
DEF7=-0.7329998174822937 ,DEF8= 0.1202516831317064 ,DEF9= -30.81774756804178 ,Q1= -2.021485094855733 ,Q2=
-0.1432374623929227D-69,Q3= 0.5818967722863697D 19,Q4= 0.6698788312424750D-01,DELZ= 0.0
3.770329955523345 , 0.6233134547635309 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 Rotation virtuelle due à la flexion sur appui 2 , 0.0 Rotation virtuelle due à la torsion sur appui 2 , X= 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 Moment de torsion à droite de la travée 1 , 0.0 Moment fléchissant sur appui 3 , 0.0 Moment de torsion à droite de la travée 2 , -0.5797702242905912 , 0.0
-0.4752432823492809D-01 , 0.1860661731107156 , 0.1025521605303146D-01 , 0.0 , -0.5293453685369278D-02 , 0.0
0.0 droite de la travée 1 , 0.0 sur appui 3 , 0.0 droite de la travée 2 , 0.0 Moment de torsion à droite de la travée 3
&END
    
```

Moment fléchissant sur appui 2

(3) section 2 travée 1

```

&NAM2
DEF7= -2.935497339673212 ,DEF8= 0.4589571169018624 ,DEF9= -120.5262581058376 ,Q1= -2.021485094855733 ,Q2=
-0.1432374623929227D-69,Q3= 0.5818967722863697D 19,Q4= 0.1339671499980996 ,DELZ= 0.0
7.439244136925224 , 1.229907264232975 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 , 0.0 , X= 0.0 , 0.0 , -1.143945157898470 , 0.0
-0.9377635216172020D-01 , 0.3671273357278280 , 0.2023457613992268D-01 , 0.0 , -0.10444518290582160D-01 , 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
&END
    
```

Exemple de termes non utilisés prenant des valeurs quelconques

```

&NAM2
DEF7= -6.612316448882207 ,DEF8= 0.9829770431541484 ,DEF9= -264.9917097625055 ,Q1= -2.021485094855733 ,Q2=
-0.1432374623929227D-69,Q3= 0.5818967722863697D 19,Q4= 0.2009291854794174 ,DELZ= 0.0
10.90536525588396 , 1.803063933662118 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 , 0.0 , X= 0.0 , 0.0 , -1.676935465317233 , 0.0
-0.1374837067395747 , 0.5381803885602549 , 0.2966232963216041D-01 , 0.0 , -0.1531085910779846D-01 , 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
&END
    
```

```

&NAM2
DEF7= -11.76771572522809 ,DEF8= 1.659092575440862 ,DEF9= -460.0592616339715 ,Q1= -2.021485094855733 ,Q2=
-0.1432374623929227D-69,Q3= 0.5818967722863697D 19,Q4= 0.2678653766424332 ,DELZ= 0.0
14.06739298743493 , 2.326070269124133 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 , 0.0 , X= 0.0 , 0.0 , -2.163163720116026 , 0.0
-0.1773739054992405 , 0.6942260543051119 , 0.3826293655389635D-01 , 0.0 , -0.1975025016215053D-01 , 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
&END
    
```

```

&NAM2
DEF7= -18.40538729029738 ,DEF8= 2.454013735848186 ,DEF9= -701.5546563271973 ,Q1= -2.021485094855733 ,Q2=
-0.1432374623929227D-69,Q3= 0.5818967722863697D 19,Q4= 0.3347671138855789 ,DELZ= 0.0
16.82414243111315 , 2.782219527228930 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 , 0.0 , X= 0.0 , 0.0 , -2.587070356295655 , 0.0
-0.2121742799201867 , 0.8302707876242115 , 0.4576117285200086D-01 , 0.0 , -0.2362062854918004D-01 , 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0 , 0.0
&END
    
```

LIGNES D'INFLUENCE DU MOMENT FLECHISSANT SUR APPUIS
 D'UNE CHARGE PONCTUELLE CENTREE DANS LA TRAVÉE 1

Section chargée	SECTION	APPUI 1	APPUI 2	APPUI 3	APPUI 4
TRAVÉE 1	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	1	0.0	-0.5798	0.1861	0.0
	2	0.0	-1.1439	0.3671	0.0
	3	0.0	-1.6769	0.5382	0.0
	4	0.0	-2.1632	0.6942	0.0
	5	0.0	-2.5871	0.8303	0.0
	6	0.0	-2.9331	0.9413	0.0
	7	0.0	-3.1858	1.0224	0.0
	8	0.0	-3.3297	1.0686	0.0
	9	0.0	-3.3492	1.0749	0.0
	10	0.0	-3.2292	1.0363	0.0
	11	0.0	-2.9542	0.9481	0.0
	12	0.0	-2.5089	0.8052	0.0
	13	0.0	-1.8782	0.6028	0.0
	14	0.0	-1.0469	0.3360	0.0
	15	0.0	-0.0000	0.0000	0.0

N.B. Les lignes d'influence présentent toutes le caractère de symétrie de l'ouvrage.

La présence d'une valeur nulle affectée du signe \oplus ou du signe \ominus provient du fait que ces résultats sont obtenus par résolution d'un système d'équations linéaires. En effet, le calcul nous donne une valeur très voisine de zéro affectée d'un signe, qui devient zéro quand on ne conserve que les premiers chiffres significatifs. Cette "anomalie" est souvent rencontrée.

L I G N E S D ' I N F L U E N C E D U M O M E N T F L E C H I S S A N T S U R A P P U I S
 D U A U N E C H A R G E P O N C T U E L L E C E N T R E E D A N S L A T R A V E E 2

		* * *			
		*	*	*	
	SECTION	APPUI 1	APPUI 2	APPUI 3	APPUI 4
TRAVEE 2	0	0.0	0.0	0.0	0.0
	1	0.0	-2.5494	-0.7355	0.0
	2	0.0	-4.4799	-1.6275	0.0
	3	0.0	-5.8487	-2.6155	0.0
	4	0.0	-6.7139	-3.6389	0.0
	5	0.0	-7.1340	-4.6372	0.0
	6	0.0	-7.1679	-5.5497	0.0
	7	0.0	-6.8753	-6.3158	0.0
	8	0.0	-6.3158	-6.8753	0.0
	9	0.0	-5.5497	-7.1679	0.0
	10	0.0	-4.6372	-7.1340	0.0
	11	0.0	-3.6389	-6.7139	0.0
	12	0.0	-2.6155	-5.8487	0.0
	13	0.0	-1.6275	-4.4799	0.0
	14	0.0	-0.7355	-2.5494	0.0
	15	0.0	0.0000	-0.0000	0.0

LIGNES D'INFLUENCE DU MOMENT DE TORSION SUR APPUIS
 DU A UNE CHARGE PONCTUELLE CENTREE DANS LA TRAVEE 1

* * *

SECTION TR 1	TRAVEE 1		TRAVEE 2		TRAVEE 3	
	GAUCHE	DROITE	GAUCHE	DROITE	GAUCHE	DROITE
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	0.1292	-0.0475	-0.0475	0.0103	0.0106	-0.0053
2	0.2287	-0.0938	-0.0937	0.0202	0.0209	-0.0104
3	0.3011	-0.1375	-0.1373	0.0297	0.0306	-0.0153
4	0.3491	-0.1774	-0.1771	0.0383	0.0394	-0.0198
5	0.3751	-0.2122	-0.2118	0.0458	0.0472	-0.0236
6	0.3819	-0.2406	-0.2402	0.0519	0.0535	-0.0268
7	0.3719	-0.2614	-0.2609	0.0564	0.0581	-0.0291
8	0.3477	-0.2733	-0.2727	0.0589	0.0607	-0.0304
9	0.3120	-0.2750	-0.2743	0.0592	0.0611	-0.0306
10	0.2673	-0.2653	-0.2644	0.0571	0.0589	-0.0295
11	0.2162	-0.2428	-0.2419	0.0523	0.0539	-0.0270
12	0.1614	-0.2063	-0.2054	0.0444	0.0457	-0.0229
13	0.1053	-0.1545	-0.1538	0.0332	0.0342	-0.0171
14	0.0507	-0.0862	-0.0857	0.0185	0.0191	-0.0096
15	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000

L'encastrement à la torsion sur tous les appuis nécessite une étude à gauche et à droite de chaque appui intermédiaire.
 Le signe des moments de torsion est défini dans la pièce 1.5.

Remarquer l'importance de ces valeurs

LIGNES D'INFLUENCE DU MOMENT DE TORSION SUR APPUIS
DU A UNE CHARGE PONCTUELLE CENTREE DANS LA TRAVEE 2

* * *

SECTION TR 2	TRAVEE 1		TRAVEE 2		TRAVEE 3	
	GAUCHE	DROITE	GAUCHE	DROITE	GAUCHE	DROITE
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	-0.0725	0.1448	0.1436	-0.0405	-0.0418	0.0209
2	-0.1275	0.2545	0.2517	-0.0898	-0.0925	0.0463
3	-0.1664	0.3323	0.3278	-0.1444	-0.1486	0.0744
4	-0.1910	0.3815	0.3754	-0.2011	-0.2068	0.1035
5	-0.2030	0.4053	0.3981	-0.2566	-0.2635	0.1319
6	-0.2039	0.4073	0.3992	-0.3075	-0.3153	0.1579
7	-0.1956	0.3906	0.3822	-0.3505	-0.3588	0.1797
8	-0.1797	0.3588	0.3505	-0.3822	-0.3906	0.1956
9	-0.1579	0.3153	0.3075	-0.3992	-0.4073	0.2039
10	-0.1319	0.2635	0.2566	-0.3981	-0.4053	0.2030
11	-0.1035	0.2068	0.2011	-0.3754	-0.3815	0.1910
12	-0.0744	0.1486	0.1444	-0.3278	-0.3323	0.1664
13	-0.0463	0.0925	0.0898	-0.2517	-0.2545	0.1275
14	-0.0209	0.0418	0.0405	-0.1436	-0.1448	0.0725
15	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000

LIGNES D'INFLUENCE DE L'EFFORT TRANCHANT SUR APPUIS
DU A UNE CHARGE PONCTUELLE CENTREE DANS LA TRAVEE 1

* * *

SECTION	TRAVEE 1		TRAVEE 2		TRAVEE 3	
	GAUCHE	DROITE	GAUCHE	DROITE	GAUCHE	DROITE
TR 1						
0	1.0000	-0.0	0.0	-0.0	0.0	-0.0
1	0.9197	-0.0803	0.0105	0.0105	-0.0044	-0.0044
2	0.8398	-0.1602	0.0207	0.0207	-0.0086	-0.0086
3	0.7606	-0.2394	0.0304	0.0304	-0.0126	-0.0126
4	0.6826	-0.3174	0.0392	0.0392	-0.0163	-0.0163
5	0.6060	-0.3940	0.0468	0.0468	-0.0195	-0.0195
6	0.5312	-0.4688	0.0531	0.0531	-0.0221	-0.0221
7	0.4586	-0.5414	0.0577	0.0577	-0.0240	-0.0240
8	0.3885	-0.6115	0.0603	0.0603	-0.0251	-0.0251
9	0.3214	-0.6786	0.0607	0.0607	-0.0252	-0.0252
10	0.2576	-0.7424	0.0585	0.0585	-0.0243	-0.0243
11	0.1973	-0.8027	0.0535	0.0535	-0.0222	-0.0222
12	0.1411	-0.8589	0.0454	0.0454	-0.0189	-0.0189
13	0.0893	-0.9107	0.0340	0.0340	-0.0141	-0.0141
14	0.0421	-0.9579	0.0190	0.0190	-0.0079	-0.0079
15	0.0	-1.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000

LIGNES D'INFLUENCE DES REACTIONS VERTICALES SUR APPUIS
DUES A UNE CHARGE PONCTUELLE CENTREE DANS LA TRAVEE 1

		* * *			
		*	*		
		*	*		
SECTION		APPUI 1	APPUI 2	APPUI 3	APPUI 4
TRAVEE 1	0	1.0000	0.0	0.0	0.0
	1	0.9197	0.0908	-0.0149	0.0044
	2	0.8398	0.1809	-0.0293	0.0086
	3	0.7606	0.2697	-0.0430	0.0126
	4	0.6826	0.3566	-0.0555	0.0163
	5	0.6060	0.4409	-0.0663	0.0195
	6	0.5312	0.5219	-0.0752	0.0221
	7	0.4586	0.5991	-0.0817	0.0240
	8	0.3885	0.6718	-0.0854	0.0251
	9	0.3214	0.7392	-0.0859	0.0252
	10	0.2576	0.8009	-0.0828	0.0243
	11	0.1973	0.8562	-0.0757	0.0222
	12	0.1411	0.9043	-0.0643	0.0189
	13	0.0893	0.9448	-0.0482	0.0141
	14	0.0421	0.9769	-0.0268	0.0079
	15	0.0	1.0000	-0.0000	0.0000

LIGNES D'INFLUENCE DU COUPLE DE REACTION DE TORSION SUR APPUIS
DU A UNE CHARGE PONCTUELLE CENTREE DANS LA TRAVEE 1

			*	*	*
	SECTION	APPUI 1	APPUI 2	APPUI 3	APPUI 4
TRAVEE 1	0	0.0	0.0	0.0	-0.0
	1	0.1292	0.0000	0.0003	0.0053
	2	0.2287	0.0001	0.0006	0.0104
	3	0.3011	0.0002	0.0009	0.0153
	4	0.3491	0.0002	0.0012	0.0198
	5	0.3751	0.0003	0.0014	0.0236
	6	0.3819	0.0004	0.0016	0.0268
	7	0.3719	0.0005	0.0017	0.0291
	8	0.3477	0.0006	0.0018	0.0304
	9	0.3120	0.0008	0.0018	0.0306
	10	0.2673	0.0008	0.0018	0.0295
	11	0.2162	0.0009	0.0016	0.0270
	12	0.1614	0.0008	0.0014	0.0229
	13	0.1053	0.0007	0.0010	0.0171
	14	0.0507	0.0004	0.0006	0.0096
	15	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000

Ces lignes d'influence ne sont calculees que si tous les appuis sont encastres à la torsion


 Remarquer la faiblesse de ces valeurs

LIGNES D'INFLUENCE DU MOMENT FLECHISSANT SUR APPUIS
DU A UN MOMENT DE TORSION CONCENTRE DANS LA TRAVEE 1

* * *

SECTION	APPUI 1	APPUI 2	APPUI 3	APPUI 4
TRAVEE 1				
0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	0.0	-0.0046	0.0015	0.0
2	0.0	-0.0090	0.0029	0.0
3	0.0	-0.0133	0.0043	0.0
4	0.0	-0.0171	0.0055	0.0
5	0.0	-0.0205	0.0066	0.0
6	0.0	-0.0232	0.0074	0.0
7	0.0	-0.0252	0.0081	0.0
8	0.0	-0.0263	0.0085	0.0
9	0.0	-0.0265	0.0085	0.0
10	0.0	-0.0256	0.0082	0.0
11	0.0	-0.0234	0.0075	0.0
12	0.0	-0.0199	0.0064	0.0
13	0.0	-0.0149	0.0048	0.0
14	0.0	-0.0083	0.0027	0.0
15	0.0	0.0000	-0.0000	0.0

Pour calculer les lignes d'influence des efforts dû à un moment de torsion concentré, on déplace le long de l'ouvrage une charge ponctuelle unitaire excentrée de 1 m par rapport à la fibre moyenne.

Le moment de torsion concentré correspond à l'application d'une charge unitaire centrée dirigée vers le haut et d'une charge unitaire dirigée vers le bas placée avec un excentrement unitaire du côté de l'axe opposé au centre de courbure de la première travée.

Cette dernière charge reste du même côté de l'axe dans toutes les travées.

Les deux colonnes sont proportionnelles du fait qu'il y a un seul degré de liberté sur les appuis 2 et 3

L I G N E S D ' I N F L U E N C E D U M O M E N T D E T O R S I O N S U R A P P U I S
D U A U N M O M E N T D E T O R S I O N C O N C E N T R E D A N S L A T R A V E E 1

*
* *
*

SECTION	TRAVEE 1		TRAVEE 2		TRAVEE 3	
	GAUCHE	DROITE	GAUCHE	DROITE	GAUCHE	DROITE
TR 1						
0	1.0000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	0.9338	-0.0667	-0.0004	0.0001	0.0001	-0.0000
2	0.8675	-0.1335	-0.0007	0.0002	0.0002	-0.0001
3	0.8010	-0.2002	-0.0011	0.0002	0.0002	-0.0001
4	0.7345	-0.2669	-0.0014	0.0003	0.0003	-0.0002
5	0.6679	-0.3336	-0.0017	0.0004	0.0004	-0.0002
6	0.6012	-0.4003	-0.0019	0.0004	0.0004	-0.0002
7	0.5345	-0.4670	-0.0021	0.0004	0.0005	-0.0002
8	0.4677	-0.5337	-0.0022	0.0005	0.0005	-0.0002
9	0.4009	-0.6004	-0.0022	0.0005	0.0005	-0.0002
10	0.3340	-0.6670	-0.0021	0.0005	0.0005	-0.0002
11	0.2672	-0.7336	-0.0019	0.0004	0.0004	-0.0002
12	0.2004	-0.8003	-0.0016	0.0004	0.0004	-0.0002
13	0.1335	-0.8669	-0.0012	0.0003	0.0003	-0.0001
14	0.0668	-0.9334	-0.0007	0.0001	0.0002	-0.0001
15	0.0000	-1.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000

LIGNES D'INFLUENCE DE L'EFFORT TRANCHANT SUR APPUIS
DU A UN MOMENT DE TORSION CONCENTRE DANS LA TRAVEE 1

* * *

SECTION TR 1	TRAVEE 1		TRAVEE 2		TRAVEE 3	
	GAUCHE	DROITE	GAUCHE	DROITE	GAUCHE	DROITE
0	0.0	-0.0	0.0	-0.0	0.0	-0.0
1	-0.0001	-0.0001	0.0001	0.0001	-0.0000	-0.0000
2	-0.0002	-0.0002	0.0002	0.0002	-0.0001	-0.0001
3	-0.0003	-0.0003	0.0002	0.0002	-0.0001	-0.0001
4	-0.0004	-0.0004	0.0003	0.0003	-0.0001	-0.0001
5	-0.0005	-0.0005	0.0004	0.0004	-0.0002	-0.0002
6	-0.0005	-0.0005	0.0004	0.0004	-0.0002	-0.0002
7	-0.0006	-0.0006	0.0005	0.0005	-0.0002	-0.0002
8	-0.0006	-0.0006	0.0005	0.0005	-0.0002	-0.0002
9	-0.0006	-0.0006	0.0005	0.0005	-0.0002	-0.0002
10	-0.0006	-0.0006	0.0005	0.0005	-0.0002	-0.0002
11	-0.0005	-0.0005	0.0004	0.0004	-0.0002	-0.0002
12	-0.0005	-0.0005	0.0004	0.0004	-0.0001	-0.0001
13	-0.0003	-0.0003	0.0003	0.0003	-0.0001	-0.0001
14	-0.0002	-0.0002	0.0002	0.0002	-0.0001	-0.0001
15	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000

LIGNES D'INFLUENCE DES REACTIONS VERTICALES SUR APPUIS
 DUES A UN MOMENT DE TORSION CONCENTRE DANS LA TRAVEE 1

* * *

SECTION	APPUI 1	APPUI 2	APPUI 3	APPUI 4
TRAVEE 1				
0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	-0.0001	0.0002	-0.0001	0.0000
2	-0.0002	0.0004	-0.0002	0.0001
3	-0.0003	0.0006	-0.0003	0.0001
4	-0.0004	0.0007	-0.0004	0.0001
5	-0.0005	0.0009	-0.0005	0.0002
6	-0.0005	0.0010	-0.0006	0.0002
7	-0.0006	0.0010	-0.0006	0.0002
8	-0.0006	0.0011	-0.0007	0.0002
9	-0.0006	0.0011	-0.0007	0.0002
10	-0.0006	0.0011	-0.0007	0.0002
11	-0.0005	0.0010	-0.0006	0.0002
12	-0.0005	0.0008	-0.0005	0.0001
13	-0.0003	0.0006	-0.0004	0.0001
14	-0.0002	0.0003	-0.0002	0.0001
15	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000

LIGNES D'INFLUENCE DU COUPLE DE REACTION DE TORSION SUR APPUIS
DU A UN MOMENT DE TORSION CONCENTRE DANS LA TRAVEE 1

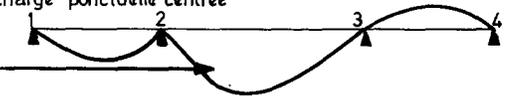
			*	*	
	SECTION	APPUI 1	APPUI 2	APPUI 3	APPUI 4
TRAVEE 1	0	1.0000	0.0	0.0	-0.0
	1	0.9338	0.0664	0.0000	0.0000
	2	0.8675	0.1327	0.0000	0.0001
	3	0.8010	0.1991	0.0000	0.0001
	4	0.7345	0.2655	0.0000	0.0002
	5	0.6679	0.3319	0.0000	0.0002
	6	0.6012	0.3984	0.0000	0.0002
	7	0.5345	0.4649	0.0000	0.0002
	8	0.4677	0.5315	0.0000	0.0002
	9	0.4009	0.5982	0.0000	0.0002
	10	0.3340	0.6649	0.0000	0.0002
	11	0.2672	0.7317	0.0000	0.0002
	12	0.2004	0.7986	0.0000	0.0002
	13	0.1335	0.8656	0.0000	0.0001
	14	0.0668	0.9328	0.0000	0.0001
	15	0.0000	1.0000	0.0000	-0.0000

A I R E S P A R T R A V E E S D E S L I G N E S D ' I N F L U E N C E S U R A P P U I S

MOMENTS FLECHISSANTS SUR APPUIS DUS A UNE CHARGE PONCTUELLE CENTREE

	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
APPUI 1	0.0	0.0	0.0
APPUI 2	-92.933	-321.843	79.825
APPUI 3	29.825	-321.844	-92.933
APPUI 4	0.0	0.0	0.0

Ligne d'influence du mt fléchissant sur l'appui 2 dû à une charge ponctuelle centrée



MOMENTS FLECHISSANTS SUR APPUIS DUS A UN MOMENT DE TORSION CONCENTRE

	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
APPUI 1	0.0	0.0	0.0
APPUI 2	-0.735	-2.532	0.236
APPUI 3	0.236	-2.532	-0.735
APPUI 4	0.0	0.0	0.0

Ligne d'influence du mt fléchissant sur l'appui 3 dû à un moment de torsion concentré



MOMENTS DE TORSION SUR APPUIS DUS A UNE CHARGE PONCTUELLE CENTREE

	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
APPUI 1G	10.266	-9.156	0.848
APPUI 2D	-7.630	18.286	-1.695
APPUI 2G	-7.610	17.919	-1.644
APPUI 3D	1.644	-17.919	7.610
APPUI 3G	1.695	-18.286	7.630
APPUI 4D	-0.848	9.156	-10.266

Ligne d'influence du mt de torsion à gauche de l'appui 2 dû à une charge ponctuelle centrée

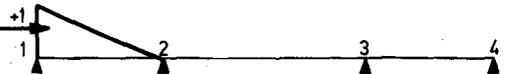


Appui 2 considéré comme appui de droite pour la travée 12

MOMENTS DE TORSION SUR APPUIS DUS A UN MOMENT DE TORSION CONCENTRE

	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
APPUI 1G	21.338	-0.072	0.007
APPUI 2D	-21.317	0.144	-0.013
APPUI 2G	-0.060	36.361	-0.013
APPUI 3D	0.013	-36.361	0.060
APPUI 3G	0.013	-0.144	21.317
APPUI 4D	-0.007	0.072	-21.338

Ligne d'influence du mt de torsion à droite de l'appui 1 dû à un moment de torsion concentré



Remarque: la ligne d'influence est quasi-linéaire entre les appuis 1 et 2 et quasi-nulle ensuite. Il suffit pour le voir de comparer l'aire calculée(21,338) avec l'aire du triangle:

$$\frac{\text{portée} \times 1}{2} = \frac{42,615 \times 1}{2}$$

NOTA : Pour vérifier les résultats des pages 20,21 et 22, l'utilisateur a le choix entre le calcul direct provenant de la résolution du système d'équations linéaires (c.f. Pièce 1.5, pages 75 à 79) et un calcul plus rapide par intégration numérique suivant la méthode de SIMPSON.

A I R E S P A R T R A V E E S D E S L I G N E S D ' I N F L U E N C E S U R A P P U I S

EFFORTS TRANCHANTS SUR APPUIS DUS A UNE CHARGE PONCTUELLE CENTREE

Ligne d'influence de l'effort tranchant à droite de l'appui 1
dû à une charge ponctuelle centrée

	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
APPUI 1G	19.127	-7.552	0.700
APPUI 2D	-23.488	-7.552	0.700
APPUI 2G	1.683	36.472	-1.683
APPUI 3D	1.683	-36.472	-1.683
APPUI 3G	-0.700	7.552	23.488
APPUI 4D	-0.700	7.552	-19.127



EFFORTS TRANCHANTS SUR APPUIS DUS A UN MOMENT DE TORSION CONCENTRE

	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
APPUI 1G	-0.017	-0.059	0.006
APPUI 2D	-0.017	-0.059	0.006
APPUI 2G	0.013	0.000	-0.013
APPUI 3D	0.013	0.000	-0.013
APPUI 3G	-0.006	0.059	0.017
APPUI 4D	-0.006	0.059	0.017

A I R E S P A R T R A V E E S D E S L I G N E S D ' I N F L U E N C E S U R A P P U I S

REACTIONS VERTICALES D'APPUI DUES A UNE CHARGE PONCTUELLE CENTREE

	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
APPUI 1	19.127	-7.552	0.700
APPUI 2	25.171	44.025	-2.383
APPUI 3	-2.383	44.025	25.171
APPUI 4	0.700	-7.552	19.127

REACTIONS VERTICALES D'APPUI DUES A UN MOMENT DE TORSION CONCENTRE

	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
APPUI 1	-0.017	-0.059	0.006
APPUI 2	0.031	0.059	-0.019
APPUI 3	-0.019	0.059	0.031
APPUI 4	0.006	-0.059	-0.017

Remarquer les faibles valeurs

COUPLES DE REACTION A LA TORSION SUR APPUIS DUS A UNE CHARGE PONCTUELLE CENTREE

	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
APPUI 1	10.266	-9.156	0.848
APPUI 2	0.020	-0.367	0.051
APPUI 3	0.051	-0.367	0.020
APPUI 4	0.848	-9.156	10.266

COUPLES DE REACTION A LA TORSION SUR APPUIS DUS A UN MOMENT DE TORSION CONCENTRE

	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
APPUI 1	21.338	-0.072	0.007
APPUI 2	21.257	36.217	0.000
APPUI 3	0.000	36.217	21.257
APPUI 4	0.007	-0.072	21.338

MOMENTS FLECHISSANTS DUS A LA CHARGE PERMANENTE CENTREE

* * *

SECTION	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
0	-0.0	-8420.4	-8420.4
1	675.0	-4794.4	-6624.9
2	1173.3	-1683.8	-5005.1
3	1494.9	910.2	-3561.2
4	1639.8	2986.6	-2293.4
5	1607.9	4544.5	-1201.9
6	1399.3	5583.5	-286.7
7	1014.0	6103.0	451.9
8	451.9	6103.0	1014.0
9	-286.7	5583.5	1399.3
10	-1201.9	4544.5	1607.9
11	-2293.4	2986.6	1639.8
12	-3561.2	910.2	1494.9
13	-5005.1	-1683.7	1173.3
14	-6624.9	-4794.3	675.0
15	-8420.4	-8420.4	0.0

La densité de charge permanente utilisée pour calculer les efforts est, dans chaque travée, la somme des densités de la structure porteuse (QST lu dans le bordereau des données) et des superstructures (QSUP lu dans le bordereau des données). Ces valeurs sont données sans tenir compte du coefficient de somme à valoir (CP)

La charge permanente est appliquée sur toute la longueur de l'ouvrage.

MOMENTS FLECHISSANTS DUS A L'EXCENTREMENT
DE LA STRUCTURE PORTEUSE

* * *

SECTION	TRAVÉE 1	TRAVÉE 2	TRAVÉE 3
0	-0.0	-2.7	-2.7
1	+0.0	-2.1	-2.3
2	+0.0	-1.6	-2.0
3	-0.0	-1.2	-1.7
4	-0.1	-0.9	-1.4
5	-0.2	-0.6	-1.1
6	-0.3	-0.4	-0.9
7	-0.5	-0.4	-0.6
8	-0.6	-0.4	-0.5
9	-0.9	-0.4	-0.3
10	-1.1	-0.6	-0.2
11	-1.4	-0.9	-0.1
12	-1.7	-1.2	-0.0
13	-2.0	-1.6	+0.0
14	-2.3	-2.1	+0.0
15	-2.7	-2.7	+0.0

La densité de moment appliquée pour ce
calcul est: $QST \times EXCST$

Le résultat est proportionnel à
l'excentrement

MOMENTS FLECHISSANTS DUS A L'EXCENTREMENT
DES SUPERSTRUCTURES

* * *

SECTION	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
0	-0.0	-0.8	-0.8
1	0.0	-0.6	-0.7
2	0.0	-0.5	-0.6
3	-0.0	-0.3	-0.5
4	-0.0	-0.2	-0.4
5	-0.1	-0.2	-0.3
6	-0.1	-0.1	-0.2
7	-0.1	-0.1	-0.2
8	-0.2	-0.1	-0.1
9	-0.2	-0.1	-0.1
10	-0.3	-0.2	-0.1
11	-0.4	-0.2	-0.0
12	-0.5	-0.3	-0.0
13	-0.6	-0.5	0.0
14	-0.7	-0.6	0.0
15	-0.8	-0.8	0.0

La densité de moment appliquée pour ce calcul est : $QSUP \times EXCSUP$
Le résultat est proportionnel à l'excentrement.

MOMENTS DE TORSION DUS A LA CHARGE PERMANENTE CENTREE

* * *

SECTION	TRAVÉE 1	TRAVÉE 2	TRAVÉE 3
0	42.8	189.5	-196.0
1	38.8	317.0	-110.9
2	28.2	379.0	-45.1
3	12.9	385.7	3.3
4	-5.0	347.0	36.4
5	-23.6	273.1	56.0
6	-40.8	173.9	64.3
7	-54.7	59.7	63.2
8	-63.2	-59.7	54.7
9	-64.3	-173.9	40.8
10	-56.0	-273.1	23.6
11	-36.4	-347.0	5.0
12	-3.3	-385.7	-12.9
13	45.1	-379.0	-28.2
14	110.9	-317.0	-38.8
15	196.0	-189.5	-42.8

Les maxima ne sont pas atteints sur appuis mais, vers le quart de la travée

MOMENTS DE TORSION DUS A L'EXCENTREMENT DE
LA STRUCTURE PORTEUSE

* * *

SECTION	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
0	+19.1	+32.6	+19.1
1	+16.6	+28.3	+16.5
2	+14.0	+24.0	+14.0
3	+11.5	+19.6	+11.5
4	+8.9	+15.3	+8.9
5	+6.4	+10.9	+6.4
6	+3.8	+6.6	+3.8
7	+1.3	+2.2	+1.3
8	-1.3	-2.2	-1.3
9	-3.8	-6.6	-3.8
10	-6.4	-10.9	-6.4
11	-8.9	-15.3	-8.9
12	-11.5	-19.6	-11.5
13	-14.0	-24.0	-14.0
14	-16.5	-28.3	-16.6
15	-19.1	-32.6	-19.1

MOMENTS DE TORSION DUS A L'EXCENTREMENT DES
SUPERSTRUCTURES

* * *

SECTION	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
0	5.4	9.2	5.3
1	4.7	7.9	4.6
2	3.9	6.7	3.9
3	3.2	5.5	3.2
4	2.5	4.3	2.5
5	1.8	3.1	1.8
6	1.1	1.8	1.1
7	0.4	0.6	0.4
8	-0.4	-0.6	-0.4
9	-1.1	-1.8	-1.1
10	-1.8	-3.1	-1.8
11	-2.5	-4.3	-2.5
12	-3.2	-5.5	-3.2
13	-3.9	-6.7	-3.9
14	-4.6	-7.9	-4.6
15	-5.3	-9.2	-5.4

EFFORTS TRANCHANTS DUS A LA CHARGE PERMANENTE CENTREE

* * *

SECTION	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
0	268.5	797.8	663.7
1	206.3	691.4	601.5
2	144.2	585.1	539.4
3	82.1	478.7	477.2
4	19.9	372.3	415.1
5	-42.2	265.9	353.0
6	-104.4	159.6	290.8
7	-166.5	53.2	228.7
8	-228.7	-53.2	166.5
9	-290.8	-159.6	104.4
10	-353.0	-265.9	42.2
11	-415.1	-372.3	-19.9
12	-477.2	-478.7	-82.1
13	-539.4	-585.1	-144.2
14	-601.5	-691.4	-206.3
15	-663.7	-797.8	-268.5

EFFORTS TRANCHANTS DUS A L'EXCENTREMENT
DE LA STRUCTURE PORTEUSE

* * *

SECTION	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
0	-0.1	0.0	+0.1
1	-0.1	0.0	+0.1
2	-0.1	0.0	+0.1
3	-0.1	0.0	+0.1
4	-0.1	0.0	+0.1
5	-0.1	0.0	+0.1
6	-0.1	0.0	+0.1
7	-0.1	0.0	+0.1
8	-0.1	0.0	+0.1
9	-0.1	0.0	+0.1
10	-0.1	0.0	+0.1
11	-0.1	0.0	+0.1
12	-0.1	0.0	+0.1
13	-0.1	0.0	+0.1
14	-0.1	0.0	+0.1
15	-0.1	0.0	+0.1

EFFORTS TRANCHANTS DUS A L'EXCENTREMENT
DES SUPERSTRUCTURES

* * *

SECTION	TRAVEE 1	TRAVEE 2	TRAVEE 3
0	-0.0	0.0	0.0
1	-0.0	0.0	0.0
2	-0.0	0.0	0.0
3	-0.0	0.0	0.0
4	-0.0	0.0	0.0
5	-0.0	0.0	0.0
6	-0.0	0.0	0.0
7	-0.0	0.0	0.0
8	-0.0	0.0	0.0
9	-0.0	0.0	0.0
10	-0.0	0.0	0.0
11	-0.0	0.0	0.0
12	-0.0	0.0	0.0
13	-0.0	0.0	0.0
14	-0.0	0.0	0.0
15	-0.0	0.0	0.0

L'excentrement des superstructures étant très faible on obtient des efforts négligeables.

LIGNES D'INFLUENCE DES EFFORTS EN TRAVÉE
DUS A UNE CHARGE PONCTUELLE CENTREE OU
DUS A UN MOMENT DE TORSION CONCENTRE

* * *

Travée d'étude		Section d'étude	Sections d'application de la charge ponctuelle centrée ou du moment de torsion concentré									
TRAVÉE	1	SECTION 0	Section 0	Section 1	Section 2	Section 3	Section 8					
TR= 1	NT FLECHISSANT	CHARGE	0.0	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0002	
		COUPLE	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
TR= 1	NT DE TORSION	CHARGE	0.0	0.1292	0.2287	0.3011	0.3491	0.3751	0.3819	0.3718	0.3477	
		COUPLE	0.3120	0.2673	0.2162	0.1614	0.1053	0.0507	-0.0000	0.5345	0.4677	
TR= 1	EFF TRANCHANT	CHARGE	0.0	0.3340	0.2672	0.2004	0.1335	0.0668	0.0000	0.5312	0.4586	0.3885
		COUPLE	0.4009	0.9197	0.8398	0.7606	0.6826	0.6060	0.5312	0.4586	0.3885	
TR= 2	NT FLECHISSANT	CHARGE	0.0	-0.0006	-0.0005	-0.0005	-0.0003	-0.0003	-0.0002	-0.0005	-0.0006	-0.0006
		COUPLE	-0.0001	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
TR= 2	NT DE TORSION	CHARGE	0.0	-0.0725	-0.1275	-0.1664	-0.1910	-0.2030	-0.2039	-0.1956	-0.1797	
		COUPLE	-0.1579	-0.1319	-0.1035	-0.0744	-0.0463	-0.0209	0.0000	-0.0015	-0.0014	
TR= 2	EFF TRANCHANT	CHARGE	0.0	-0.0598	-0.1051	-0.1372	-0.1575	-0.1674	-0.1682	-0.1613	-0.1482	
		COUPLE	-0.1302	-0.1088	-0.0854	-0.0614	-0.0382	-0.0173	0.0000	-0.0013	-0.0012	
TR= 3	NT FLECHISSANT	CHARGE	0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
		COUPLE	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
TR= 3	NT DE TORSION	CHARGE	0.0	0.0096	0.0171	0.0229	0.0270	0.0295	0.0306	0.0304	0.0291	
		COUPLE	0.0268	0.0236	0.0198	0.0153	0.0104	0.0053	-0.0000	0.0002	0.0002	
TR= 3	EFF TRANCHANT	CHARGE	0.0	0.0079	0.0141	0.0189	0.0222	0.0243	0.0252	0.0251	0.0240	
		COUPLE	0.0221	0.0195	0.0163	0.0126	0.0086	0.0044	-0.0000	0.0002	0.0002	

Dans les 2 cas nous devrions trouver +1. Ces valeurs nulles proviennent du fait que la section d'application ne coïncide pas rigoureusement avec la section d'étude.

Le moment fléchissant n'est pas rigoureusement nul car il est déduit du moment sur appui 2. (voir pièce 1.5)

Ligne d'influence de l'effort tranchant dû à une charge ponctuelle centrée se déplaçant sur la travée 3.
Ligne d'influence de l'effort tranchant dû à un moment de torsion concentré se déplaçant sur la travée 3.

TRAVÉE	1	SECTION	1								
TR= 1	NT FLECHISSANT	CHARGE	0.0	2.6143	2.3888	2.1647	1.9434	1.7260	1.5136	1.3072	1.1079
		COUPLE	0.9168	0.7348	0.5632	0.4028	0.2548	0.1202	-0.0000	0.0044	0.0035
TR= 1	NT DE TORSION	CHARGE	0.0	0.0103	0.0092	0.0082	0.0072	0.0062	0.0053	0.0044	0.0035
		COUPLE	0.0028	0.0021	0.0015	0.0009	0.0005	0.0002	-0.0000	0.0002	0.0002
TR= 1	EFF TRANCHANT	CHARGE	0.0	0.1143	0.2151	0.2889	0.3381	0.3653	0.3733	0.3644	0.3414
		COUPLE	0.0	0.1143	0.2151	0.2889	0.3381	0.3653	0.3733	0.3644	0.3414

Ordonnée de la ligne d'influence du moment de torsion dû à une charge ponctuelle centrée appliquée en section 2 de la travée 1.

ZEROS DES LIGNES D'INFLUENCE ET AIRES PARTIELLES
CALCULES POUR LA SURCHARGE DE TROTTOIR

Ces lignes d'influence en travée et sur appuis sont établies en prenant en compte successivement l'excentrement du trottoir de gauche, puis l'excentrement du trottoir de droite et enfin l'excentrement des deux trottoirs. Elles sont nécessaires à la recherche des efforts extrêmes dus à la surcharge du trottoir.

TRAVEE 1	SECTION 0	MT FLECHISSANT		TROTTOIR 1 (TROTTOIR DE GAUCHE, EXCENTREMENT = 5.625)				TROTTOIR 2 (TROTTOIR DE DROITE, EXCENTREMENT = -5.625)		TROTTOIR 3 (TROTTOIRS DE GAUCHE ET DE DROITE, EXCENTREMENT = 0.0)	
Travée d'étude	Section d'étude			Trottoir chargé							
TR 1 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.008	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	0.008
TR 2 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	-0.003	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	-0.003
TR 3 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	0.000

Excentrement pris en compte pour calculer la ligne d'influence correspondante.

Abscisses des zéros rencontrés sur la travée 3
Dans le cas présent il n'y a pas de zéro.

Aires partielles comprises entre les zéros repérés sur la travée 3.

TRAVEE 1	SECTION 0	MT FLECHISSANT		TROTTOIR 2 (TROTTOIR DE DROITE, EXCENTREMENT = -5.625)				TROTTOIR 3 (TROTTOIRS DE GAUCHE ET DE DROITE, EXCENTREMENT = 0.0)			
TR 1 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.007	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	0.007
TR 2 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	-0.003	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	-0.003
TR 3 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	0.000

TRAVEE 1	SECTION 0	MT FLECHISSANT		TROTTOIR 3 (TROTTOIRS DE GAUCHE ET DE DROITE, EXCENTREMENT = 0.0)				TROTTOIR 1 (TROTTOIR DE GAUCHE, EXCENTREMENT = 5.625)			
TR 1 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.007	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	0.007
TR 2 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	-0.003	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	-0.003
TR 3 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	0.000

La présence de mts fléchissants non nuls sur l'appui est expliquée dans le commentaire P32

TRAVEE 1	SECTION 0	MT DE TORSION		TROTTOIR 1 (TROTTOIR DE GAUCHE, EXCENTREMENT = 5.625)				TROTTOIR 2 (TROTTOIR DE DROITE, EXCENTREMENT = -5.625)			
TR 1 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.0	130.291	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	130.291
TR 2 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	-9.561	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	-9.561
TR 3 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.886	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	0.886

TRAVEE 1	SECTION 0	MT DE TORSION		TROTTOIR 2 (TROTTOIR DE DROITE, EXCENTREMENT = -5.625)				TROTTOIR 3 (TROTTOIRS DE GAUCHE ET DE DROITE, EXCENTREMENT = 0.0)			
TR 1 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.0	-109.758	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	-109.758
TR 2 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	-8.751	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	-8.751
TR 3 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.811	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	0.811

TRAVEE 1	SECTION 0	MT DE TORSION		TROTTOIR 3 (TROTTOIRS DE GAUCHE ET DE DROITE, EXCENTREMENT = 0.0)				TROTTOIR 1 (TROTTOIR DE GAUCHE, EXCENTREMENT = 5.625)			
TR 1 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.0	10.266	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	10.266
TR 2 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	-9.156	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	-9.156
TR 3 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.848	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	0.848

TRAVEE 1	SECTION 0	EFT TRANCHANT		TROTTOIR 1 (TROTTOIR DE GAUCHE, EXCENTREMENT = 5.625)				TROTTOIR 2 (TROTTOIR DE DROITE, EXCENTREMENT = -5.625)			
TR 1 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.0	19.029	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	19.029
TR 2 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	-7.887	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	-7.887
TR 3 ZEROS=	0.0 0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.731	0.0	0.0	0.0	0.0	TOTAL=	0.731

TRAVEE 1	SECTION 0	EFT TRANCHANT		TROTTOIR 2 (TROTTOIR DE DROITE, EXCENTREMENT = -5.625)			
----------	-----------	---------------	--	--	--	--	--

TR 3 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= -1.110 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= -1.110

TRAVEE 1 SECTION 13 MT DE TORSION TROTTOIR 2 (TROTTOIR DE DROITE , EXCENTREMENT = -5.625)

TR 1 ZEROS= 36.933 0.0 0.0 0.0 AIRES= 82.169 -2.504 0.0 0.0 0.0 TOTAL= 79.666
 TR 2 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= 10.961 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= 10.961
 TR 3 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= -1.015 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= -1.015

Cette section à pour abscisse 36,933

TRAVEE 1 SECTION 13 MT DE TORSION TROTTOIR 3 (TROTTOIRS DE GAUCHE ET DE DROITE , EXCENTREMENT = 0.0)

TR 1 ZEROS= 36.933 0.0 0.0 0.0 AIRES= -7.965 -0.379 0.0 0.0 0.0 TOTAL= -8.344
 TR 2 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= 11.469 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= 11.469
 TR 3 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= -1.063 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= -1.063

Le zéro décelé par la machine représente la discontinuité qui se produit quand la charge est située sur la section d'étude.

TRAVEE 1 SECTION 13 EFT TRANCHANT TROTTOIR 1 (TROTTOIR DE GAUCHE , EXCENTREMENT = 5.625)

TR 1 ZEROS= 36.933 0.0 0.0 0.0 AIRES= -18.140 0.236 0.0 0.0 0.0 TOTAL= -17.904
 TR 2 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= -7.887 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= -7.887
 TR 3 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= 0.731 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= 0.731

TRAVEE 1 SECTION 13 EFT TRANCHANT TROTTOIR 2 (TROTTOIR DE DROITE , EXCENTREMENT = -5.625)

TR 1 ZEROS= 36.933 0.0 0.0 0.0 AIRES= -17.958 0.249 0.0 0.0 0.0 TOTAL= -17.710
 TR 2 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= -7.218 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= -7.218
 TR 3 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= 0.669 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= 0.669

TRAVEE 1 SECTION 13 EFT TRANCHANT TROTTOIR 3 (TROTTOIRS DE GAUCHE ET DE DROITE , EXCENTREMENT = 0.0)

TR 1 ZEROS= 36.933 0.0 0.0 0.0 AIRES= -18.049 0.242 0.0 0.0 0.0 TOTAL= -17.807
 TR 2 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= -7.552 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= -7.552
 TR 3 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= 0.700 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= 0.700

TRAVEE 1 SECTION 14 MT FLECHISSANT TROTTOIR 1 (TROTTOIR DE GAUCHE , EXCENTREMENT = 5.625)

TR 1 ZEROS= 34.514 0.0 0.0 0.0 AIRES= -39.217 6.470 0.0 0.0 0.0 TOTAL= -32.747
 TR 2 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= -313.881 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= -313.881
 TR 3 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= 29.094 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= 29.094

Abscisse du zéro repéré sur la travée 1

Aire partielle mesurée entre l'appui 1 et le zéro

Aire totale que l'on peut lire dans le tableau P 36

TRAVEE 1 SECTION 14 MT FLECHISSANT TROTTOIR 2 (TROTTOIR DE DROITE , EXCENTREMENT = -5.625)

TR 1 ZEROS= 34.144 0.0 0.0 0.0 AIRES= -34.212 6.647 0.0 0.0 0.0 TOTAL= -27.565
 TR 2 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= -287.273 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= -287.273
 TR 3 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= 26.615 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= 26.615

TRAVEE 1 SECTION 14 MT FLECHISSANT TROTTOIR 3 (TROTTOIRS DE GAUCHE ET DE DROITE , EXCENTREMENT = 0.0)

TR 1 ZEROS= 34.336 0.0 0.0 0.0 AIRES= -36.710 6.554 0.0 0.0 0.0 TOTAL= -30.156
 TR 2 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= -300.577 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= -300.577
 TR 3 ZEROS= 0.0 0.0 0.0 0.0 AIRES= 27.854 0.0 0.0 0.0 0.0 TOTAL= 27.854

TRAVEE 1 SECTION 14 MT DE TORSION TROTTOIR 1 (TROTTOIR DE GAUCHE , EXCENTREMENT = 5.625)

A I R E S D E S L I G N E S D ' I N F L U E N C E
D U M O M E N T F L E C H I S S A N T E N T R A V E E 1

Pour les sections suivantes les résultats figurent sur la page suivante

Ce tableau récapitule les aires par travée calculées pour chaque section d'étude sur l'ouvrage.

SECTION	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
TROTTOIR GAUCHE											
TR. 1	0.008	51.420	94.573	129.462	156.082	174.429	184.501	186.298	179.817	165.062	142.032
TR. 2	-0.003	-22.517	-45.028	-67.533	-90.030	-112.515	-134.985	-157.438	-179.871	-202.281	-224.664
TR. 3	0.000	2.087	4.174	6.260	8.345	10.429	12.512	14.593	16.672	18.750	20.824
TROTTOIR DROIT											
TR. 1	0.007	49.430	90.956	124.581	150.300	168.109	178.007	179.992	174.064	160.224	138.473
TR. 2	-0.003	-20.608	-41.211	-61.808	-82.398	-102.977	-123.542	-144.092	-164.623	-185.133	-205.619
TR. 3	0.000	1.909	3.818	5.726	7.634	9.540	11.446	13.349	15.252	17.152	19.050
DEUX TROTTOIRS											
TR. 1	0.007	50.425	92.765	127.021	153.191	171.269	181.254	183.145	176.941	162.643	140.253
TR. 2	-0.003	-21.563	-43.120	-64.671	-86.214	-107.746	-129.264	-150.765	-172.247	-193.707	-215.142
TR. 3	0.000	1.998	3.996	5.993	7.989	9.985	11.979	13.971	15.962	17.951	19.937

Aire pour la travée 2 de la ligne d'influence du moment fléchissant en section 7 de la travée 1. Cette ligne d'influence correspond au chargement des 2 trottoirs.

A I R E S D E S L I G N E S D ' I N F L U E N C E
D U M O M E N T F L E C H I S S A N T E N T R A V E E 1

* * *

SECTION	11	12	13	14	15
TROTTOIR GAUCHE	Valeur de l'aire totale lue P 34				
TR. 1	110.732	71.165	23.337	-32.747	-97.079
TR. 2	-247.019	-269.342	-291.630	-313.881	-336.092
TR. 3	22.896	24.965	27.031	29.094	31.153
TROTTOIR DROIT					
TR. 1	108.814	71.252	25.790	-27.565	-88.807
TR. 2	-226.079	-246.510	-266.909	-287.273	-307.601
TR. 3	20.945	22.838	24.728	26.615	28.498
DEUX TROTTOIRS					
TR. 1	109.773	71.208	24.563	-30.156	-92.943
TR. 2	-236.549	-257.926	-279.270	-300.577	-321.846
TR. 3	21.921	23.902	25.880	27.854	29.825

Aire pour la travée 1 de la ligne d'influence du moment fléchissant sur appui 2 quand on charge le trottoir de gauche. Ce résultat peut être retrouvé en faisant:

$$-97,079 = -92,933 + 5,625 \times (-0,735)$$

Aire de la ligne d'influence du moment fléchissant sur appui 2 dû à une charge ponctuelle centrée (voir P 20)

Excentrement du trottoir de gauche

Aire de la ligne d'influence du moment fléchissant sur appui 2 dû à un moment de torsion concentré (voir P 20)

Sur une note de calcul complète, on sort, de la même façon, un tableau récapitulatif des aires par travée des lignes d'influence du moment de torsion et de l'effort tranchant.

MOMENTS FLECHISSANTS DANS LA TRAVÉE 1
 DUS A LA SURCHARGE DE TROTTOIR

SECTION *		TROTTOIR DE GAUCHE *	TROTTOIR DE DROITE *	DEUX TROTTOIRS *
MAX	0	0.0	0.0	0.0
MIN		-0.0	-0.0	-0.0
MAX	1	10.0	9.6	19.7
MIN		-4.2	-3.9	-8.1
MAX	2	18.5	17.8	36.3
MIN		-8.4	-7.7	-16.2
MAX	3	25.4	24.4	49.9
MIN		-12.7	-11.6	-24.3
MAX	4	30.8	29.6	60.4
MIN		-16.9	-15.4	-32.3
MAX	5	34.7	33.3	68.0
MIN		-21.1	-19.3	-40.4
MAX	6	36.9	35.5	72.5
MIN		-25.3	-23.2	-48.5
MAX	7	37.7	36.3	73.9
MIN		-29.5	-27.0	-56.5
MAX	8	36.8	35.5	72.3
MIN		-33.7	-30.9	-64.6
MAX	9	34.5	33.3	67.7
MIN		-37.9	-34.7	-72.6
MAX	10	30.5	29.5	60.1
MIN		-42.1	-38.6	-80.7
MAX	11	25.1	24.3	49.4
MIN		-46.3	-42.4	-88.7
MAX	12	18.0	17.6	35.7
MIN		-50.5	-46.2	-96.7
MAX	13	10.5	10.2	20.8
MIN		-55.8	-50.8	-106.6
MAX	14	6.7	6.2	12.9
MIN		-66.2	-60.3	-126.5
MAX	15	5.8	5.3	11.2
MIN		-81.2	-74.3	-155.5

MOMENTS DE TORSION DANS LA TRAVÉE I
DUS A LA SURCHARGE DE TROTTOIR

SECTION *		TROTTOIR DE GAUCHE *	TROTTOIR DE DROITE *	DEUX TROTTOIRS *
MAX	0	24.6	0.2	4.2
MIN		-1.8	-22.2	-3.4
MAX	1	21.6	0.3	4.1
MIN		-1.8	-19.4	-3.4
MAX	2	18.7	0.6	3.7
MIN		-2.0	-16.8	-3.3
MAX	3	15.9	1.2	3.2
MIN		-2.3	-14.5	-3.0
MAX	4	13.2	1.9	2.6
MIN		-2.8	-12.4	-2.7
MAX	5	10.8	2.7	1.9
MIN		-3.5	-10.4	-2.3
MAX	6	8.6	3.7	1.1
MIN		-4.5	-8.5	-1.8
MAX	7	6.6	4.8	0.5
MIN		-5.6	-6.8	-1.4
MAX	8	4.9	6.1	0.1
MIN		-7.0	-5.1	-1.2
MAX	9	3.6	7.7	0.3
MIN		-8.7	-3.7	-1.4
MAX	10	2.9	9.7	1.1
MIN		-10.9	-2.7	-2.1
MAX	11	2.5	12.0	2.1
MIN		-13.3	-1.8	-2.7
MAX	12	2.4	14.6	3.2
MIN		-15.9	-1.2	-3.2
MAX	13	2.6	17.5	4.3
MIN		-18.6	-0.7	-3.5
MAX	14	3.0	20.7	5.5
MIN		-21.4	-0.4	-3.6
MAX	15	3.6	24.3	6.9
MIN		-24.2	-0.3	-3.5

On remarquera que dans le cas d'espèce la torsion est essentiellement due à l'ex-centrement des surcharges.

EFFORTS TRANCHANTS DANS LA TRAVÉE 1

DUS A LA SURCHARGE DE TROTTOIR

39

*
* * *

SECTION *	TROTTOIR DE GAUCHE *	TROTTOIR DE DROITE *	DEUX TROTTOIRS *
MAX 0	3.7	3.7	7.4
MIN	-1.5	-1.4	-2.8
MAX 1	3.2	3.2	6.4
MIN	-1.5	-1.4	-2.9
MAX 2	2.7	2.7	5.5
MIN	-1.6	-1.4	-3.0
MAX 3	2.3	2.3	4.6
MIN	-1.7	-1.5	-3.2
MAX 4	1.9	1.9	3.9
MIN	-1.8	-1.7	-3.5
MAX 5	1.6	1.6	3.2
MIN	-2.0	-1.9	-3.9
MAX 6	1.3	1.3	2.6
MIN	-2.2	-2.1	-4.4
MAX 7	1.0	1.0	2.0
MIN	-2.5	-2.4	-4.9
MAX 8	0.8	0.8	1.6
MIN	-2.8	-2.7	-5.5
MAX 9	0.6	0.6	1.2
MIN	-3.2	-3.0	-6.2
MAX 10	0.4	0.4	0.9
MIN	-3.5	-3.4	-6.9
MAX 11	0.3	0.3	0.7
MIN	-4.0	-3.8	-7.8
MAX 12	0.2	0.2	0.5
MIN	-4.4	-4.3	-8.7
MAX 13	0.2	0.2	0.4
MIN	-4.9	-4.7	-9.6
MAX 14	0.1	0.1	0.3
MIN	-5.4	-5.2	-10.6
MAX 15	0.1	0.1	0.3
MIN	-5.9	-5.7	-11.6

ZEROS DES LIGNES D'INFLUENCE ET AIRES PARTIELLES
CALCULES POUR LA SURCHARGE A(L)

Ces lignes d'influence en travée et sur appuis sont nécessaires à la recherche des efforts extrêmes dus à la surcharge A(l)
Il faut remarquer que, contrairement au règlement en vigueur pour les ponts rectilignes, la surcharge A(l) est appliquée voie par voie. Les lignes d'influence sont donc établies en prenant en compte successivement l'excentrement de chacune des voies.

TRAVEE	1	SECTION	0	MT FLECHISSANT	VOIE	1	(EXCENTREMENT = 3.333)					TOTAL=
TR 1	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.008	0.0	0.0	0.0	0.0	0.008
TR 2	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-0.003	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.003
TR 3	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.000

Excentrement pris en compte pour calculer la ligne d'influence correspondante
EXCENTREMENT = 0.000

TRAVEE	1	SECTION	0	MT FLECHISSANT	VOIE	2	(EXCENTREMENT = 0.000)					TOTAL=
TR 1	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.007	0.0	0.0	0.0	0.0	0.007
TR 2	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-0.003	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.003
TR 3	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.000

Abscisses des zéros rencontrés sur la travée 3
Dans le cas présent il n'y a pas de zéro.

Aires partielles comprises entre les zéros repérés sur la travée 3

TRAVEE	1	SECTION	0	MT FLECHISSANT	VOIE	3	(EXCENTREMENT = -3.333)					TOTAL=
TR 1	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.007	0.0	0.0	0.0	0.0	0.007
TR 2	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-0.003	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.003
TR 3	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.000

TRAVEE	1	SECTION	0	MT DE TORSION	VOIE	1	(EXCENTREMENT = 3.333)					TOTAL=
TR 1	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.0	81.392	0.0	0.0	0.0	81.392
TR 2	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-9.396	0.0	0.0	0.0	0.0	-9.396
TR 3	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.871	0.0	0.0	0.0	0.0	0.871

TRAVEE	1	SECTION	0	MT DE TORSION	VOIE	2	(EXCENTREMENT = 0.000)					TOTAL=
TR 1	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.0	10.266	0.0	0.0	0.0	10.266
TR 2	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-9.156	0.0	0.0	0.0	0.0	-9.156
TR 3	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.848	0.0	0.0	0.0	0.0	0.848

TRAVEE	1	SECTION	0	MT DE TORSION	VOIE	3	(EXCENTREMENT = -3.333)					TOTAL=
TR 1	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.0	-60.859	0.0	0.0	0.0	-60.859
TR 2	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-8.916	0.0	0.0	0.0	0.0	-8.916
TR 3	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.826	0.0	0.0	0.0	0.0	0.826

TRAVEE	1	SECTION	0	EFT TRANCHANT	VOIE	1	(EXCENTREMENT = 3.333)					TOTAL=
TR 1	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.0	19.069	0.0	0.0	0.0	19.069
TR 2	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-7.750	0.0	0.0	0.0	0.0	-7.750
TR 3	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.718	0.0	0.0	0.0	0.0	0.718

TRAVEE	1	SECTION	0	EFT TRANCHANT	VOIE	2	(EXCENTREMENT = 0.000)					TOTAL=
--------	---	---------	---	---------------	------	---	------------------------	--	--	--	--	--------

L'effet global des voies 1 et 3 chargées est exactement le double de l'effet de la voie 2 chargée (20,532)

NB Ce détail de la détermination des zéros et aires partielles nous permet d'étudier une ligne d'influence de moment fléchissant présentant un zéro (cf Section 13)

TRAVEE	1	SECTION	12	MT DE TORSION		VOIE	2 (EXCENTREMENT = 0.000)				TOTAL=	
TR 1	ZEROS=	34.092	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-7.137	-0.656	0.0	0.0	0.0	-7.794
TR 2	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	8.422	0.0	0.0	0.0	0.0	8.422
TR 3	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-0.781	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.781

TRAVEE	1	SECTION	12	MT DE TORSION		VOIE	3 (EXCENTREMENT = -3.333)				TOTAL=	
TR 1	ZEROS=	34.092	0.0	0.0	0.0	AIRES=	38.386	-3.491	0.0	0.0	0.0	34.895
TR 2	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	8.202	0.0	0.0	0.0	0.0	8.202
TR 3	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-0.760	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.760

TRAVEE	1	SECTION	12	EFT TRANCHANT		VOIE	1 (EXCENTREMENT = 3.333)				TOTAL=	
TR 1	ZEROS=	34.092	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-15.585	0.562	0.0	0.0	0.0	-15.023
TR 2	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-7.750	0.0	0.0	0.0	0.0	-7.750
TR 3	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.718	0.0	0.0	0.0	0.0	0.718

TRAVEE	1	SECTION	12	EFT TRANCHANT		VOIE	2 (EXCENTREMENT = 0.000)				TOTAL=	
TR 1	ZEROS=	34.092	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-15.535	0.570	0.0	0.0	0.0	-14.966
TR 2	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-7.552	0.0	0.0	0.0	0.0	-7.552
TR 3	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.700	0.0	0.0	0.0	0.0	0.700

Cette section a pour abscisse 34.092

TRAVEE	1	SECTION	12	EFT TRANCHANT		VOIE	3 (EXCENTREMENT = -3.333)				TOTAL=	
TR 1	ZEROS=	34.092	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-15.485	0.577	0.0	0.0	0.0	-14.908
TR 2	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-7.354	0.0	0.0	0.0	0.0	-7.354
TR 3	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	0.681	0.0	0.0	0.0	0.0	0.681

Le zéro décelé par la machine représente la discontinuité qui se produit quand la charge est située sur la section d'étude

TRAVEE	1	SECTION	13	MT FLECHISSANT		VOIE	1 (EXCENTREMENT = 3.333)				TOTAL=	
TR 1	ZEROS=	21.447	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-5.416	29.253	0.0	0.0	0.0	23.837
TR 2	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-286.594	0.0	0.0	0.0	0.0	-286.594
TR 3	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	26.562	0.0	0.0	0.0	0.0	26.562

TRAVEE	1	SECTION	13	MT FLECHISSANT		VOIE	2 (EXCENTREMENT = 0.000)				TOTAL=	
TR 1	ZEROS=	21.039	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-4.893	29.456	0.0	0.0	0.0	24.563
TR 2	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-279.270	0.0	0.0	0.0	0.0	-279.270
TR 3	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	25.880	0.0	0.0	0.0	0.0	25.880

Abscisse du zéro repéré sur la travée 1

Aire partielle mesurée entre l'appui 1 et le zéro

Aire partielle mesurée entre le zéro et l'appui 2

Aire totale que l'on peut lire dans le tableau P 43

TRAVEE	1	SECTION	13	MT FLECHISSANT		VOIE	3 (EXCENTREMENT = -3.333)				TOTAL=	
TR 1	ZEROS=	20.626	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-4.384	29.674	0.0	0.0	0.0	25.290
TR 2	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-271.945	0.0	0.0	0.0	0.0	-271.945
TR 3	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	25.197	0.0	0.0	0.0	0.0	25.197

TRAVEE	1	SECTION	13	MT DE TORSION		VOIE	1 (EXCENTREMENT = 3.333)				TOTAL=	
TR 1	ZEROS=	36.933	0.0	0.0	0.0	AIRES=	-61.378	0.880	0.0	0.0	0.0	-60.498
TR 2	ZEROS=	0.0	0.0	0.0	0.0	AIRES=	11.770	0.0	0.0	0.0	0.0	11.770

A I R E S D E S L I G N E S D ' I N F L U E N C E
D U M O M E N T F L E C H I S S A N T E N T R A V E E 1

Ce tableau récapitule les aires par travée calculées pour chaque section d'étude sur l'ouvrage.

Pour les sections suivantes les résultats figurent sur la page suivante.

	SECTION	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
VOIE 1	TR. 1	0.008	51.015	93.837	128.468	154.904	173.142	183.179	185.013	178.645	164.076	141.307
	TR. 2	-0.003	-22.128	-44.250	-66.367	-88.475	-110.572	-132.654	-154.719	-176.765	-198.788	-220.785
	TR. 3	0.000	2.051	4.101	6.151	8.200	10.248	12.295	14.340	16.383	18.424	20.463
VOIE 2	TR. 1	0.007	50.425	92.765	127.021	153.191	171.269	181.254	183.145	176.941	162.643	140.253
	TR. 2	-0.003	-21.563	-43.120	-64.671	-86.714	-107.746	-129.264	-150.765	-172.247	-193.707	-215.142
	TR. 3	0.000	1.998	3.996	5.993	7.989	9.985	11.979	13.971	15.962	17.951	19.937
VOIE 3	TR. 1	0.007	49.835	91.693	125.575	151.478	169.397	179.330	181.277	175.236	161.209	139.198
	TR. 2	-0.003	-20.997	-41.989	-62.975	-83.952	-104.920	-125.873	-146.811	-167.729	-188.626	-209.499
	TR. 3	0.000	1.946	3.890	5.835	7.779	9.721	11.663	13.603	15.541	17.477	19.411

Aire pour la travée 1 de la ligne d'influence du moment fléchissant en section 5 de la travée 1
Cette ligne d'influence correspond à un chargement de la voie 2.

A I R E S D E S L I G N E S D ' I N F L U E N C E
D U M O M E N T F L E C H I S S A N T E N T R A V E E 1

* * *

SECTION	11	12	13	14	15
VOIE 1					
TR. 1	110.341	71.183	23.837	-31.691	-95.394
TR. 2	-242.753	-264.691	-286.594	-308.461	-330.288
TR. 3	22.499	24.532	26.562	28.589	30.612
VOIE 2					
	Valeur de l'aire totale lue P.41				
TR. 1	109.773	71.208	24.563	-30.156	-92.943
TR. 2	-236.549	-257.926	-279.270	-300.577	-321.846
TR. 3	21.921	23.902	25.880	27.854	29.825
VOIE 3					
TR. 1	109.205	71.234	25.290	-28.621	-90.492
TR. 2	-230.345	-251.161	-271.945	-292.693	-313.405
TR. 3	21.343	23.271	25.197	27.120	29.039

Aires par travée de la ligne d'influence du moment fléchissant sur appui 2 quand on charge la voie 2. Ce résultat peut être lu directement P 20 car l'excentrement de la voie 2 est nul. On note de faibles différences entre les valeurs numériques lues sur cette page et celles lues sur la P 20 car elles sont obtenues par deux méthodes de calcul différentes.

Aire pour la travée 3 de la ligne d'influence du moment fléchissant sur appui 2 quand on charge la voie 3. Ce résultat peut être retrouvé en faisant:

$$29,039 = 29,825 + (-3,333) \times 0,236$$

Aire de la ligne d'influence du moment fléchissant sur appui 2 dû à une charge ponctuelle centrée. (Voir P 20)	Excentrement de la voie 3	Aire de la ligne d'influence du moment fléchissant sur appui 2 dû à un moment de torsion concentré (Voir P 20)
--	---------------------------	--

Sur une note de calcul complète, on sort, de la même façon, un tableau récapitulatif des aires par travée des lignes d'influence du moment de torsion et de l'effort tranchant

MOMENTS FLECHISSANTS DANS LA TRAVEE I
DUS A LA SURCHARGE A

		* * *				
		SECTION VOIE 1	VOIE 2	VOIE 3	TOTAL	
MAX	0	0.0	0.0	0.0	0.1	
MIN		-0.0	-0.0	-0.0	-0.0	
MAX	1	191.8	189.6	187.4	568.8	
MIN		-51.1	-49.8	-48.5	-149.5	
MAX	2	352.8	348.8	344.7	1046.3	
MIN		-102.2	-99.6	-97.0	-298.9	
MAX	3	483.0	477.6	472.1	1432.7	
MIN		-153.4	-149.4	-145.5	-448.3	
MAX	4	582.4	576.0	569.5	1727.9	
MIN		-204.4	-199.2	-194.0	-597.6	
MAX	5	651.0	643.9	636.9	1931.8	
MIN		-255.5	-249.0	-242.4	-746.9	
MAX	6	688.7	681.5	674.2	2044.4	
MIN		-306.5	-298.7	-290.9	-896.1	
MAX	7	695.6	688.6	681.6	2065.7	
MIN		-357.5	-348.4	-339.2	-1045.1	
MAX	8	671.7	665.3	658.8	1995.8	
MIN		-408.4	-398.0	-387.6	-1194.0	
MAX	9	616.9	611.5	606.1	1834.5	
MIN		-459.3	-447.6	-435.9	-1342.8	
MAX	10	531.3	527.3	523.3	1581.9	
MIN		-510.2	-497.1	-484.1	-1491.4	
MAX	11	414.9	412.7	410.6	1238.2	
MIN		-560.9	-546.6	-532.3	-1639.8	
MAX	12	267.6	267.7	267.8	803.2	
MIN		-611.6	-596.0	-580.3	-1787.9	
MAX	13	153.5	153.8	154.2	461.6	
MIN		-662.2	-645.3	-628.4	-1935.9	
MAX	14	114.2	111.8	109.4	335.4	
MIN		-712.8	-694.5	-676.3	-2083.6	
MAX	15	115.1	112.1	109.2	336.4	
MIN		-763.2	-743.7	-724.2	-2231.0	

Voir les commentaires P 45

On remarquera dans le cas d'espèce la faible influence de l'excentrement sur le résultat.

Voir les commentaires P 45

POSITION DE LA SURCHARGE A CORRESPONDANT
AUX MOMENTS FLECHISSANTS EXTREMES EN TRAVEE 1

Quand on demande POSA sur la carte 4 du bordereau des données (Pièce 13) les résultats sont imprimés directement après A travée par travée-

Les longueurs sont mesurées sur l'axe de la structure.

VOIE 1

VOIE 2

VOIE 3

LONGUEURS CHARGÉES SUR LES TRAVEES

LONGUEURS CHARGÉES SUR LES TRAVEES

LONGUEURS CHARGÉES SUR LES TRAVEES

Section d'étude	SECTION	LONGUEURS CHARGÉES SUR LES TRAVEES			Numéro des travées chargées	LONGUEURS CHARGÉES SUR LES TRAVEES			LONGUEURS CHARGÉES SUR LES TRAVEES										
		1	2	3		1	2	3											
MAX 0	0	42.61	0.0	0.0		42.61	0.0	0.0											
MIN		0.0	72.94	0.0		0.0	72.94	0.0											
MAX 1	1	42.61	0.0	0.0		42.61	0.0	0.0											
MIN		0.0	72.94	0.0		0.0	72.94	0.0											
MAX 2	2	42.61	0.0	0.0		42.61	0.0	0.0											
MIN		0.0	72.94	0.0		0.0	72.94	0.0											
MAX 3	3	42.61	0.0	0.0		42.61	0.0	0.0											
MIN		0.0	72.94	0.0		0.0	72.94	0.0											
MAX 4	4	42.61	0.0	0.0		42.61	0.0	0.0											
MIN		0.0	72.94	0.0		0.0	72.94	0.0											
MAX 5	5	42.61	0.0	0.0		42.61	0.0	0.0											
MIN		0.0	72.94	0.0		0.0	72.94	0.0											
MAX 6	6	42.61	0.0	0.0		42.61	0.0	0.0											
MIN		0.0	72.94	0.0		0.0	72.94	0.0											
MAX 7	7	42.61	0.0	0.0		42.61	0.0	0.0											
MIN		0.0	72.94	0.0		0.0	72.94	0.0											
MAX 8	8	42.61	0.0	0.0		42.61	0.0	0.0											
MIN		0.0	72.94	0.0		0.0	72.94	0.0											
MAX 9	9	42.61	0.0	0.0		42.61	0.0	0.0											
MIN		0.0	72.94	0.0		0.0	72.94	0.0											
MAX 10	10	42.61	0.0	0.0		42.61	0.0	0.0											
MIN		0.0	72.94	0.0		0.0	72.94	0.0											
MAX 11	11	42.61	0.0	0.0		42.61	0.0	0.0											
MIN		0.0	72.94	0.0		0.0	72.94	0.0											
MAX 12	12	42.61	0.0	0.0		42.61	0.0	0.0											
MIN		0.0	72.94	0.0		0.0	72.94	0.0											
MAX 13	13	21.17	0.0	0.0		21.58	0.0	0.0											
MIN		0.0	72.94	0.0		0.0	72.94	0.0											
MAX 14	14	8.17	0.0	42.61		8.28	0.0	42.61											
MIN		0.0	72.94	0.0		0.0	72.94	0.0											
MAX 15	15	0.0	0.0	42.61		0.0	0.0	42.61											
MIN		0.0	72.94	0.0		0.0	72.94	0.0											

L'effort maximum en section 1 est atteint quand on charge uniquement la travée 1 (Portée de la travée = 42,61m)

L'effort minimum en section 1 est atteint quand on charge uniquement la travée 2 (Portée de la travée 2 = 72,94m)

L'effort maximum en section 14 est obtenu quand on charge - la travée 1 sur 8,17m - la travée 3 sur toute sa longueur (Portée = 42,61m) Pour connaître la position exacte de la surcharge A à appliquer sur la travée 1 il suffit de se reporter au tableau donnant la position des zéros.

Moment fléchissant minimum dans la section 5 de la travée 1:
Résultat trouvé P 44
 $-242,4 = 100 \times 3,33 \times 0,6935 \times -104,92$
COEFA
Largeur de la voie
Surcharge A(l) pour une longueur l = 72,94m
Aire pour la travée 2 (voir P 42)

Moment fléchissant maximum dans la section 13 de la travée 1:
Résultat trouvé P 44
 $+153,8 = 100 \times 3,33 \times 1,5665 \times 29,456$
COEFA
Largeur de la voie 2
Surcharge A(l) pour un longueur chargée l = 21,58m
Aire positive située à droite du zéro repéré sur la ligne d'influence du mt fléchissant en section 13 de la travée 1. (Voir P 41)

MOMENTS DE TORSION DANS LA TRAVÉE 1
DUS A LA SURCHARGE A

* * *

		SECTION	VOIE 1	VOIE 2	VOIE 3	TOTAL
La voie 1 est toujours la voie de gauche quand on décrit l'ouvrage.	MAX	0	306.0	38.6	3.1	347.7
	MIN		-21.7	-21.2	-228.8	-271.7
	MAX	1	283.7	38.8	4.6	327.1
	MIN		-21.4	-20.9	-206.2	-248.5
	MAX	2	257.8	36.0	10.2	304.1
	MIN		-20.8	-20.0	-185.9	-226.7
	MAX	3	229.3	31.0	21.0	281.3
	MIN		-21.5	-18.6	-167.4	-207.4
	MAX	4	199.1	24.6	34.0	257.7
	MIN		-23.7	-16.6	-149.9	-190.2
	MAX	5	168.2	17.7	48.5	234.4
	MIN		-40.1	-14.1	-132.9	-187.1
	MAX	6	137.9	10.9	63.7	212.4
	MIN		-60.9	-11.0	-116.1	-188.0
	MAX	7	108.9	4.8	79.4	193.2
	MIN		-85.4	-7.3	-99.3	-192.0
	MAX	8	82.4	0.8	95.5	178.7
	MIN		-112.9	-8.7	-82.3	-203.8
	MAX	9	59.0	1.7	112.1	172.8
	MIN		-142.1	-15.0	-65.4	-222.6
	MAX	10	39.5	7.1	129.3	175.9
	MIN		-172.1	-21.4	-49.0	-242.5
	MAX	11	24.0	13.0	147.6	184.6
	MIN		-201.5	-27.0	-33.7	-262.2
	MAX	12	22.5	19.5	167.2	209.2
	MIN		-279.4	-31.1	-20.3	-280.8
	MAX	13	27.2	26.5	188.7	242.5
	MIN		-254.9	-33.1	-9.6	-297.6
	MAX	14	35.0	34.1	212.3	281.4
	MIN		-277.2	-32.4	-6.3	-315.9
	MAX	15	43.4	42.3	238.5	324.1
	MIN		-295.8	-28.7	-6.2	-330.7

POSITION DE LA SURCHARGE A CORRESPONDANT
AUX MOMENTS DE TORSION EXTRÊMES EN TRAVÉE 1

* * *

VOIE 1				VOIE 2				VOIE 3			
LONGUEURS CHARGÉES SUR LES TRAVÉES				LONGUEURS CHARGÉES SUR LES TRAVÉES				LONGUEURS CHARGÉES SUR LES TRAVÉES			
SECTION	1	2	3	1	2	3	1	2	3		
MAX 0	42.61	0.0	0.0	42.61	0.0	0.0	0.0	0.0	42.61		
MIN	0.0	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0	42.61	0.0	0.0		
MAX 1	39.77	0.0	0.0	39.77	0.0	0.0	2.84	0.0	42.61		
MIN	0.0	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0	39.77	0.0	0.0		
MAX 2	36.93	0.0	0.0	36.93	0.0	0.0	5.68	0.0	0.0		
MIN	5.68	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0	36.93	0.0	0.0		
MAX 3	34.09	0.0	0.0	34.09	0.0	0.0	8.52	0.0	0.0		
MIN	8.52	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0	34.09	0.0	0.0		
MAX 4	31.25	0.0	0.0	31.25	0.0	0.0	11.36	0.0	0.0		
MIN	11.36	0.0	0.0	0.0	72.94	0.0	31.25	0.0	0.0		
MAX 5	28.41	0.0	0.0	28.41	0.0	0.0	14.20	0.0	0.0		
MIN	14.20	0.0	0.0	0.0	72.94	0.0	28.41	0.0	0.0		
MAX 6	25.57	0.0	0.0	25.57	0.0	0.0	17.05	0.0	0.0		
MIN	17.05	0.0	0.0	0.0	72.94	0.0	25.57	0.0	0.0		
MAX 7	22.73	0.0	0.0	22.73	0.0	0.0	19.89	0.0	0.0		
MIN	19.89	0.0	0.0	0.0	72.94	0.0	22.73	0.0	0.0		
MAX 8	19.89	0.0	0.0	14.31	0.0	0.0	22.73	0.0	0.0		
MIN	22.73	0.0	0.0	22.73	0.0	0.0	19.89	0.0	0.0		
MAX 9	17.05	0.0	0.0	0.0	72.94	0.0	25.57	0.0	0.0		
MIN	25.57	0.0	0.0	25.57	0.0	0.0	17.05	0.0	0.0		
MAX 10	14.20	0.0	0.0	0.0	72.94	0.0	28.41	0.0	0.0		
MIN	28.41	0.0	0.0	28.41	0.0	0.0	14.20	0.0	0.0		
MAX 11	11.36	0.0	0.0	0.0	72.94	0.0	31.25	0.0	0.0		
MIN	31.25	0.0	0.0	31.25	0.0	0.0	11.36	0.0	0.0		
MAX 12	8.52	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0	34.09	0.0	0.0		
MIN	34.09	0.0	0.0	34.09	0.0	0.0	8.52	0.0	0.0		
MAX 13	5.68	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0	36.93	0.0	0.0		
MIN	36.93	0.0	0.0	36.93	0.0	0.0	5.68	0.0	0.0		
MAX 14	0.0	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0	39.77	0.0	0.0		
MIN	39.77	0.0	0.0	39.77	0.0	0.0	2.84	0.0	42.61		
MAX 15	0.0	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0	42.61	0.0	0.0		
MIN	42.61	0.0	0.0	42.61	0.0	0.0	0.00	0.0	42.61		

EFFORTS TRANCHANTS DANS LA TRAVEE 1
DUS A LA SURCHARGE A

		* * *			
		SECTION VOIE 1	VOIE 2	VOIE 3	TOTAL
MAX	0	71.7	71.9	72.1	215.7
MIN		-17.9	-17.5	-17.0	-52.4
MAX	1	64.6	64.8	65.0	194.5
MIN		-17.9	-17.5	-17.0	-52.4
MAX	2	57.5	57.7	58.0	173.2
MIN		-17.9	-17.5	-17.0	-52.4
MAX	3	50.4	50.7	50.9	152.0
MIN		-18.3	-17.9	-17.4	-53.6
MAX	4	43.5	43.7	43.9	131.1
MIN		-19.3	-18.9	-18.5	-56.7
MAX	5	36.7	36.9	37.1	110.8
MIN		-20.8	-20.4	-19.9	-61.1
MAX	6	30.2	30.4	30.6	91.3
MIN		-22.5	-22.2	-22.1	-66.8
MAX	7	24.2	24.3	24.5	73.0
MIN		-29.3	-29.2	-29.1	-87.6
MAX	8	18.6	18.8	18.9	56.3
MIN		-36.8	-36.7	-36.6	-110.1
MAX	9	13.7	13.8	13.9	41.3
MIN		-44.6	-44.5	-44.3	-133.4
MAX	10	9.4	9.5	9.6	28.5
MIN		-52.5	-52.3	-52.1	-157.0
MAX	11	5.9	6.0	6.1	18.0
MIN		-60.3	-60.1	-59.9	-180.3
MAX	12	4.1	4.1	4.1	12.3
MIN		-67.9	-67.7	-67.5	-203.1
MAX	13	3.3	3.2	3.2	9.6
MIN		-75.2	-75.0	-74.7	-224.9
MAX	14	2.8	2.7	2.6	8.1
MIN		-82.1	-81.8	-81.6	-245.5
MAX	15	2.7	2.6	2.6	7.9
MIN		-88.5	-88.3	-88.1	-264.9

POSITION DE LA SURCHARGE A CORRESPONDANT
AUX EFFORTS TRANCHANTS EXTREMES EN TRAVEE 1

* * *

VOIE 1				VOIE 2				VOIE 3				
LONGUEURS CHARGEES SUR LES TRAVEES				LONGUEURS CHARGEES SUR LES TRAVEES				LONGUEURS CHARGEES SUR LES TRAVEES				
SECTION	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
MAX 0	42.61	0.0	0.0	42.61	0.0	0.0	42.61	0.0	0.0	42.61	0.0	0.0
MIN	0.0	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0
MAX 1	39.77	0.0	0.0	39.77	0.0	0.0	39.77	0.0	0.0	39.77	0.0	0.0
MIN	0.0	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0
MAX 2	36.93	0.0	0.0	36.93	0.0	0.0	36.93	0.0	0.0	36.93	0.0	0.0
MIN	0.0	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0	0.0	72.94	0.0
MAX 3	34.09	0.0	0.0	34.09	0.0	0.0	34.09	0.0	0.0	34.09	0.0	0.0
MIN	8.52	72.94	0.0	8.52	72.94	0.0	8.52	72.94	0.0	8.52	72.94	0.0
MAX 4	31.25	0.0	0.0	31.25	0.0	0.0	31.25	0.0	0.0	31.25	0.0	0.0
MIN	11.36	72.94	0.0	11.36	72.94	0.0	11.36	72.94	0.0	11.36	72.94	0.0
MAX 5	28.41	0.0	0.0	28.41	0.0	0.0	28.41	0.0	0.0	28.41	0.0	0.0
MIN	14.20	72.94	0.0	14.20	72.94	0.0	14.20	72.94	0.0	14.20	72.94	0.0
MAX 6	25.57	0.0	0.0	25.57	0.0	0.0	25.57	0.0	0.0	25.57	0.0	0.0
MIN	17.05	72.94	0.0	17.05	0.0	0.0	17.05	0.0	0.0	17.05	0.0	0.0
MAX 7	22.73	0.0	0.0	22.73	0.0	0.0	22.73	0.0	0.0	22.73	0.0	0.0
MIN	19.89	0.0	0.0	19.89	0.0	0.0	19.89	0.0	0.0	19.89	0.0	0.0
MAX 8	19.89	0.0	0.0	19.89	0.0	0.0	19.89	0.0	0.0	19.89	0.0	0.0
MIN	22.73	0.0	0.0	22.73	0.0	0.0	22.73	0.0	0.0	22.73	0.0	0.0
MAX 9	17.05	0.0	0.0	17.05	0.0	0.0	17.05	0.0	0.0	17.05	0.0	0.0
MIN	25.57	0.0	0.0	25.57	0.0	0.0	25.57	0.0	0.0	25.57	0.0	0.0
MAX 10	14.20	0.0	0.0	14.20	0.0	0.0	14.20	0.0	0.0	14.20	0.0	0.0
MIN	28.41	0.0	0.0	28.41	0.0	0.0	28.41	0.0	0.0	28.41	0.0	0.0
MAX 11	11.36	0.0	0.0	11.36	0.0	0.0	11.36	0.0	0.0	11.36	0.0	0.0
MIN	31.25	0.0	0.0	31.25	0.0	0.0	31.25	0.0	0.0	31.25	0.0	0.0
MAX 12	8.52	0.0	42.61	8.52	0.0	42.61	8.52	0.0	42.61	8.52	0.0	42.61
MIN	34.09	0.0	0.0	34.09	0.0	0.0	34.09	0.0	0.0	34.09	0.0	0.0
MAX 13	5.68	0.0	42.61	5.68	0.0	42.61	5.68	0.0	42.61	5.68	0.0	42.61
MIN	36.93	0.0	0.0	36.93	0.0	0.0	36.93	0.0	0.0	36.93	0.0	0.0
MAX 14	2.84	0.0	42.61	2.84	0.0	42.61	2.84	0.0	42.61	2.84	0.0	42.61
MIN	39.77	0.0	0.0	39.77	0.0	0.0	39.77	0.0	0.0	39.77	0.0	0.0
MAX 15	0.0	0.0	42.61	0.0	0.0	42.61	0.0	0.0	42.61	0.0	0.0	42.61
MIN	42.61	0.0	0.0	42.61	0.0	0.0	42.61	0.0	0.0	42.61	0.0	0.0

SECTION		CHARGE PERMANENTE	SURCHARGE A	TROTTOIRS	MOMENTS EXTREMES DUS AUX SURCHARGES CIVILES
* * *					
Tous coefficients de majoration exclus, à savoir CP, COEFA, COEFTR.					
MAX	0	-0.0	0.1	0.0	0.1
MIN		-0.0	-0.0	-0.0	-0.0
MAX	1	675.0	568.8	19.7	1283.6
MIN		675.0	-149.5	-8.1	517.4
MAX	2	1173.3	1046.3	36.3	2291.1
MIN		1173.3	-298.9	-16.2	858.2
MAX	3	1494.9	1432.7	49.9	3022.3
MIN		1494.9	-448.3	-24.3	1022.3
MAX	4	1639.7	1727.9	60.4	3477.2
MIN		1639.7	-597.6	-32.3	1009.7
MAX	5	1607.7	1931.8	68.0	3655.7
MIN		1607.7	-746.9	-40.4	820.4
MAX	6	1398.9	2044.4	72.5	3557.7
MIN		1398.9	-896.1	-48.5	454.4
MAX	7	1013.4	2065.7	73.9	3183.4
MIN		1013.4	-1045.1	-56.5	-88.3
MAX	8	451.1	1995.8	72.3	2532.7
MIN		451.1	-1194.0	-64.6	-807.5
MAX	9	-287.8	1834.5	67.7	1614.4
MIN		-287.8	-1342.8	-72.6	-1711.9
MAX	10	-1203.3	1581.9	60.1	438.7
MIN		-1203.3	-1491.4	-80.7	-2811.4
MAX	11	-2295.2	1238.2	49.4	-1007.6
MIN		-2295.2	-1639.8	-88.7	-4092.5
MAX	12	-3563.3	803.2	35.7	-2724.5
MIN		-3563.3	-1787.9	-96.7	-5554.9
MAX	13	-5007.7	461.6	20.8	-4525.3
MIN		-5007.7	-1935.9	-106.6	-7200.3
MAX	14	-6627.9	335.4	12.9	-6279.6
MIN		-6627.9	-2083.6	-126.5	-9036.8
MAX	15	-8423.9	336.4	11.2	-8076.3
MIN		-8423.9	-2231.0	-155.5	-11063.2

NB Les efforts extrêmes calculés par le programme CCC 69 ne sont affectés par aucun coefficient de pondération. Si la structure choisie est en béton armé, il ne faut donc pas utiliser les résultats directement.

Moments extrêmes dus aux surcharges civiles = Combinaison la plus défavorable de la charge permanente, de la surcharge civile et de la surcharge des trottoirs.

Exemple. Section 10 : $MAX = 438,7 = 1581,9 \times 1,000 + 60,1 \times 1,000 - 1203,3 \times$ * $MIN = -2811,4 = -1491,4 \times 1,000 - 80,7 \times 1,000 - 1203,3 \times 1,030$

↓
↓
↓
↓
↓

COEFA
COEFTR
COEFA
COEFTR
CP

SECTION		CHARGE PERMANENTE	SURCHARGE A	TROTTOIRS	MOMENTS EXTREMES DUS AUX SURCHARGES CIVILES
* * *					
<u>Tous coefficients de majoration exclus, à savoir, CP, COEFA, COEFTR.</u>					
MAX	0	67.3	347.7	24.6	441.7
MIN		67.3	-271.7	-22.2	-276.6
MAX	1	60.1	327.1	21.6	410.6
MIN		60.1	-248.5	-19.4	-207.8
MAX	2	46.2	304.1	18.7	370.3
MIN		46.2	-226.7	-16.8	-197.4
MAX	3	27.6	281.3	15.9	325.6
MIN		27.6	-207.4	-14.5	-194.4
MAX	4	6.4	257.7	13.2	277.6
MIN		6.4	-190.2	-12.4	-196.2
MAX	5	-15.5	234.4	10.8	229.7
MIN		-15.5	-187.1	-10.4	-213.4
MAX	6	-36.0	212.4	8.6	185.0
MIN		-36.0	-188.0	-8.5	-233.5
MAX	7	-53.1	193.2	6.6	146.7
MIN		-53.1	-192.0	-6.8	-253.4
MAX	8	-64.8	178.7	6.1	119.9
MIN		-64.8	-203.8	-7.0	-277.6
MAX	9	-69.2	172.8	7.7	111.3
MIN		-69.2	-222.6	-8.7	-302.5
MAX	10	-64.2	175.9	9.7	121.4
MIN		-64.2	-242.5	-10.9	-319.5
MAX	11	-47.8	184.6	12.0	148.8
MIN		-47.8	-262.2	-13.3	-324.7
MAX	12	-18.0	209.2	14.6	205.8
MIN		-18.0	-280.8	-15.9	-315.2
MAX	13	27.2	242.5	17.5	287.9
MIN		27.2	-297.6	-18.6	-289.0
MAX	14	89.7	281.4	20.7	394.5
MIN		89.7	-315.9	-21.4	-247.6
MAX	15	171.6	324.1	24.3	525.2
MIN		171.6	-330.7	-24.2	-183.4

EFFORTS TRANCHANTS EXTREMES DANS LA TRAVEE I

SECTION		CHARGE PERMANENTE	SURCHARGE A	TROTTOIRS	MOMENTS EXTREMES DUS AUX SURCHARGES CIVILES
* * *					
<u>Tous coefficients de majoration exclus, à savoir, CP, COEFA, COEFTR.</u>					
MAX	0	268.4	215.7	7.4	499.6
MIN		268.4	-52.4	-2.8	213.2
MAX	1	206.3	194.5	6.4	413.3
MIN		206.3	-52.4	-2.9	151.0
MAX	2	144.1	173.2	5.5	327.1
MIN		144.1	-52.4	-3.0	88.8
MAX	3	82.0	152.0	4.6	241.0
MIN		82.0	-53.6	-3.2	25.2
MAX	4	19.8	131.1	3.9	155.4
MIN		19.8	-56.7	-3.5	-40.4
MAX	5	-42.3	110.8	3.2	71.6
MIN		-42.3	-61.1	-3.9	-108.5
MAX	6	-104.5	91.3	2.6	-10.6
MIN		-104.5	-66.8	-4.4	-178.8
MAX	7	-166.6	73.0	2.0	-91.5
MIN		-166.6	-87.6	-4.9	-264.1
MAX	8	-228.7	56.3	1.6	-170.9
MIN		-228.7	-110.1	-5.5	-351.2
MAX	9	-290.9	41.3	1.2	-248.3
MIN		-290.9	-133.4	-6.2	-439.2
MAX	10	-353.0	28.5	0.9	-323.6
MIN		-353.0	-157.0	-6.9	-527.5
MAX	11	-415.2	18.0	0.7	-396.5
MIN		-415.2	-180.3	-7.8	-615.7
MAX	12	-477.3	12.3	0.5	-464.5
MIN		-477.3	-203.1	-8.7	-703.4
MAX	13	-539.5	9.6	0.4	-529.5
MIN		-539.5	-224.9	-9.6	-790.1
MAX	14	-601.6	8.1	0.3	-593.2
MIN		-601.6	-245.5	-10.6	-875.8
MAX	15	-663.8	7.9	0.3	-655.6
MIN		-663.8	-264.9	-11.6	-960.2

NOTA: Le programme C.C.C. 69 ne calcule pas les efforts de réaction extrêmes sur appuis, l'utilisateur devra cependant vérifier que les forces de réaction verticales minimales sur appuis sont nettement positives quand on majore l'effet de la seule surcharge A (cf. Piece 1.5 P. 89).

REMARQUE IMPORTANTE :

Les courbes enveloppes ne sont pas à elles seules suffisantes comme base d'une justification exacte car les trois efforts extrêmes (moment fléchissant, moment de torsion et effort tranchant) ne sont pas obtenus pour des chargements concomitants. En particulier les cisaillements maximaux résultent d'une combinaison du moment de torsion et de l'effort tranchant sous les mêmes surcharges.

L'utilisateur devra donc à titre complémentaire étudier manuellement, à partir des lignes d'influence, les effets d'un même chargement.

EXEMPLE : Considérons la section sur l'appui 1 (section 0, travée 1) de l'ouvrage que nous venons d'étudier.

Nous commençons par relever dans la note de calcul les chargements qui nous donnent les efforts tranchants extrêmes dus à la combinaison la plus défavorable de la charge permanente, de la surcharge A (ℓ) et de la surcharge de trottoir.

1 - Effets de la surcharge A (ℓ)- Efforts tranchants maximum

$$T_{\max} = + \boxed{215,7 \text{ t}} \quad (\text{cf. P. 48})$$

Position de la surcharge A (ℓ)

Chargement (1)	$\left\{ \begin{array}{l} - \text{voie 1 chargée sur l'ensemble de la travée 1} \\ - \text{voie 2 chargée sur l'ensemble de la travée 1} \\ - \text{voie 3 chargée sur l'ensemble de la travée 1} \end{array} \right.$	$\left. \vphantom{\left\{ \begin{array}{l} - \text{voie 1} \\ - \text{voie 2} \\ - \text{voie 3} \end{array} \right.}} \right\} (\text{cf. P. 49})$
----------------	--	---

- Efforts tranchant minimum

$$T_{\min} = - \boxed{52,4 \text{ t}} \quad (\text{cf. P. 48})$$

Position de la surcharge A (ℓ)

Chargement (1 ^{bis})	$\left\{ \begin{array}{l} - \text{voie 1 chargée sur l'ensemble de la travée 2} \\ - \text{voie 2 chargée sur l'ensemble de la travée 2} \\ - \text{voie 3 chargée sur l'ensemble de la travée 2} \end{array} \right.$	$\left. \vphantom{\left\{ \begin{array}{l} - \text{voie 1} \\ - \text{voie 2} \\ - \text{voie 3} \end{array} \right.}} \right\} (\text{cf. P. 49})$
--------------------------------	--	---

2 - Effets de la surcharge de trottoir

De la même façon on trouverait les efforts maximum et minimum dus à la surcharge de trottoir et les chargements défavorables correspondants que l'on désignerait respectivement par chargement (2) et chargement (2 bis). Les valeurs lues pour cette section (cf. P. 39) sont :

$$T_{\max} = + 7,4 \text{ t} \quad \text{et} \quad T_{\min} = - 2,8 \text{ t}$$

Nous calculons à présent sous les mêmes chargements les moments de torsion correspondants.

- Moment de torsion dû à la surcharge A (ℓ) appliquée comme pour le chargement (1)

La note de calcul nous donne directement le moment de torsion quand on charge :

$$\begin{aligned} - \text{ la voie 1 sur l'ensemble de la travée 1} &\Rightarrow C_1 = + 306 \text{ t.m} \\ - \text{ la voie 2 sur l'ensemble de la travée 1} &\Rightarrow C_2 = + 38,6 \text{ t.m} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} - \text{ la voie 1} \\ - \text{ la voie 2} \end{aligned}} \right\} \text{ (cf. P. 46 et 47)}$$

Quand la surcharge A (ℓ) est appliquée voie 3 sur l'ensemble de la travée 1 il faut faire le calcul du moment de torsion à partir des lignes d'influence. On a alors :

$$C_3 = \underbrace{A}_{\text{surcharge A}} \underbrace{(42,615)}_{\text{largeur de la voie}} \times \underbrace{3,3333}_{\text{Aire pour la travée 1 de la ligne d'influence du moment de torsion dû à une charge ponctuelle se déplaçant dans l'axe de la voie 3 (cf. P. 40)}} \times \underbrace{- 60,859}_{\text{Aire pour la travée 1 de la ligne d'influence du moment de torsion dû à une charge ponctuelle se déplaçant dans l'axe de la voie 3 (cf. P. 40)}}$$

$$\begin{aligned} &\text{surcharge A} \quad \text{largeur} \quad \longrightarrow \quad \text{Aire pour la travée 1 de la ligne d'influence du moment} \\ &\text{de la} \quad \text{de la} \quad \text{de torsion dû à une charge ponctuelle se déplaçant dans} \\ &\text{voie} \quad \text{voie} \quad \text{l'axe de la voie 3 (cf. P. 40)} \end{aligned}$$

$$C_3 = - 228,8 \text{ t.m}$$

d'où le moment de torsion correspondant au chargement (1) :

$$C_3 = C_1 + C_2 + C_3 = + \boxed{115,8 \text{ t.m}}$$

De la même façon on calculerait les moments de torsion correspondant aux chargements 2, (1 bis) et (2 bis) et l'on trouverait respectivement les valeurs suivantes :

$$C = + 4,2 \text{ t.m} \quad , \quad C = - 63,5 \text{ t.m} \quad \text{et} \quad C = - 3,4 \text{ t.m}$$

En tenant également compte de la charge permanente on calcule les efforts extrêmes et l'on obtient 2 couples de valeurs

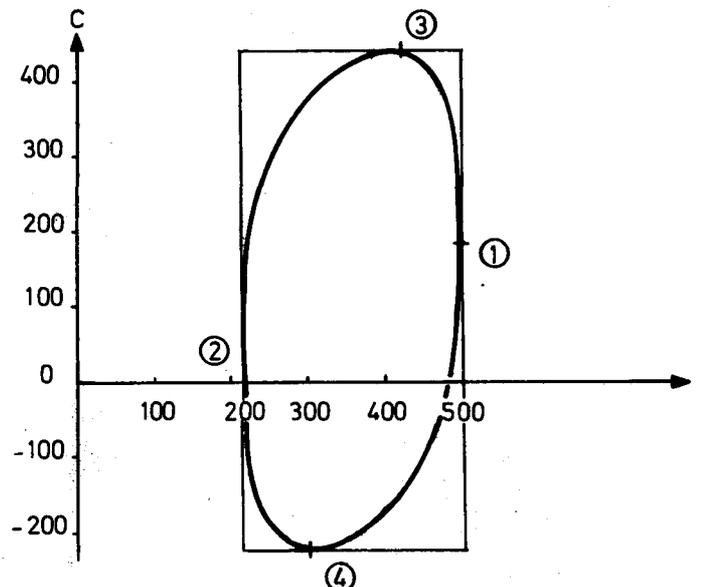
$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \left\{ \begin{array}{l} T_{\max} = 499,6 \text{ t} \quad (\text{cf. P. 52}) \\ C = 187,3 \text{ t.m} \end{array} \right. & \quad \textcircled{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} T_{\min} = + 213,2 \text{ t} \quad (\text{cf. P. 52}) \\ C = + 0,4 \text{ t.m} \end{array} \right. \end{aligned}$$

En suivant la même méthode on pourrait déterminer les efforts dus aux chargements les plus défavorables pour les moments de torsion et l'on obtiendrait 2 nouveaux couples :

$$\textcircled{3} \begin{cases} C_{\max} = + 441,7 \text{ t.m} & (\text{cf. p. 51}) \\ T = 418,3 \text{ t} \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} C_{\min} = - 226,6 \text{ t.m} & (\text{cf. p. 51}) \\ T = + 303,7 \text{ t} \end{cases}$$

Avec ces résultats nous établissons le diagramme (T,C) ci-dessous. Tout couple de points (T,C) étant compris à l'intérieur d'un domaine inscrit dans un rectangle connu, les points de contact étant connus, on peut assimiler, de façon approchée, son contour à quatre quarts d'ellipse.



On délimite ainsi un domaine (D) qui va nous permettre de connaître le couple de valeurs C et T correspondants à la contrainte de cisaillement maximum en un point donné.

En effet la contrainte de cisaillement est donnée en fonction de C et T par l'équation de la droite :

$t = a T + b C$; en un point donné on peut calculer la pente de la droite sachant que

$a = \frac{M}{I.b}$ et $b = \frac{1}{K}$. le couple de valeurs C et T recherché correspond alors aux coordonnées du point

de tangence de la portion de l'ellipse passant par les points ① et ③ du diagramme en T, C et de la parallèle à la droite $t = aT + bC$.

REMARQUE : Pour déterminer le domaine (D) final et la contrainte finale il faut tenir compte des effets de la précontrainte que nous ne connaissons pas dans notre modèle d'application.