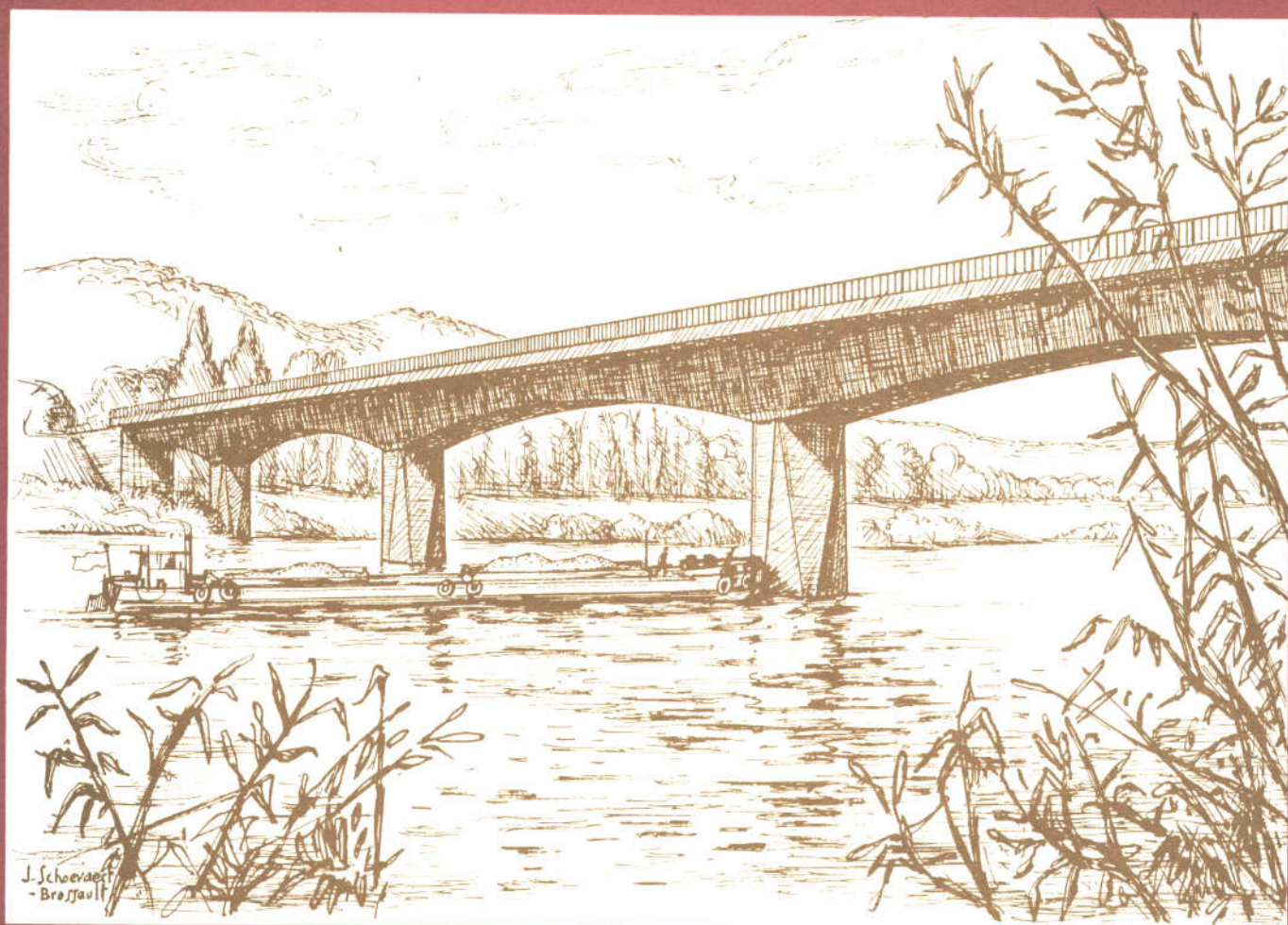


# choc de bateau sur une pile de pont

# SETRA

DIVISION DES  
OUVRAGES D'ART - A

Bulletin technique N° 10



MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT

Direction des routes et de la circulation routière

**Ministère de l'Équipement**

**SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES**

**46, AVENUE ARISTIDE BRIAND – 92 BAGNEUX – TEL. 655-42-42**

# **CHOC DE BATEAU SUR UNE PILE DE PONT**

- Bulletin rédigé par M. A. MARSAC, Ingénieur des Ponts et Chaussées, avec la participation de M. C. LEBAT, Ingénieur des Travaux Publics de l'Etat, pour les exemples d'application (Division des Ouvrages d'Art A).
- M. M. THENOZ Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées a aidé à son élaboration par ses conseils.
- La couverture est due à M. J. SCH. BROSSAULT.

Novembre 1975

## SOMMAIRE

	pages
<b>INTRODUCTION</b>	3
<b>CHAPITRE I</b> – Combinaisons d’actions dans le cas d’un choc de bateau . . . . .	5
<b>CHAPITRE II</b> – Répartition d’un choc frontal de bateau entre les appuis du pont par le tablier . . . . .	7
2.1. Principe du calcul . . . . .	7
2.2. Calcul de R et de $\Gamma$ . . . . .	9
2.3. Calcul du tablier sur appuis élastiques vis-à-vis des déplacements suivant Oy et soumis à un effort R appliqué sur l’un des appuis . . . . .	10
2.4. Calcul du tablier sur appuis élastiques vis-à-vis des rotations d’axe Ox et soumis à un couple $\Gamma$ appliqué sur l’un des appuis . . . . .	11
<b>CHAPITRE III</b> – Justification aux états-limites ultimes . . . . .	15
3.1. État-limite ultime de rupture du sol . . . . .	15
3.2. État-limite ultime de résistance des éléments de l’appui . . . . .	17
<b>CHAPITRE IV</b> – Exemple d’application. Appui fondé sur massif . . . . .	19
4.1. Données générales . . . . .	19
4.2. Calcul des modules de réaction du sol . . . . .	21
4.3. Calcul de la souplesse transversale des appuis . . . . .	23
4.4. Calcul de la souplesse transversale du tablier . . . . .	25
4.5. Calcul des réactions du tablier . . . . .	26
4.6. Justification vis-à-vis de l’état-limite ultime de rupture du sol . . . . .	28
<b>CHAPITRE V</b> – Exemple d’application. Appui fondé sur puits de grand diamètre . . . . .	37
5.1. Données générales . . . . .	37
5.2. Calcul des modules de réaction horizontale du sol . . . . .	39
5.3. Calcul de la souplesse transversale des piles . . . . .	39
5.4. Calcul des réactions du tablier . . . . .	41
5.5. Justification vis-à-vis de l’état-limite ultime de rupture du sol . . . . .	42
<b>NOTATIONS</b>	53
<b>RÉFÉRENCES</b>	54

ANNEXE I – Calcul des coefficients de souplesse d'un appui . . . . .	57
1.1. Souplesse de la fondation . . . . .	59
1.2. Souplesse du fût . . . . .	59
1.3. Souplesse des appareils d'appui en néoprène . . . . .	60
1.4. Souplesse totale de l'appui . . . . .	61
1.5. Souplesse de l'appui en G pour des efforts appliqués au niveau du choc de bateau . . . . .	62
 ANNEXE II – Massif ancré dans un sol homogène et soumis à un effort vertical, à un effort horizontal et à un couple . . . . .	 63
2.1. Notations . . . . .	63
2.2. Hypothèses de calcul . . . . .	63
2.3. Différents cas de figure suivant la position du centre de rotation . . . . .	64
2.4. Résolution du premier système d'équations . . . . .	64
2.5. Résolution du deuxième système d'équations . . . . .	66

## INTRODUCTION

La circulaire 71-155 du 29 Décembre 1971, relative au fascicule 61 titre II, a introduit des règles provisoires au sujet des chocs de bateaux sur les appuis de pont en rivière. Le choc éventuel d'un bateau sur un appui en rivière est assimilé à l'action d'une force horizontale appliquée au niveau des plus hautes eaux navigables. On admet que cette force est parallèle au sens du courant (choc frontal) ou bien perpendiculaire à celui-ci (choc latéral). Cette définition est accompagnée des valeurs numériques à prendre en compte suivant les catégories de voies navigables :

	Choc frontal	Choc latéral
Voie à grand gabarit (catégorie A)	8 000 KN	1 600 KN
Voie à petit gabarit (catégorie B)	1 000 KN	200 KN

Pour les voies à grand gabarit, la manière suivant laquelle est pris en compte un éventuel choc de bateau, en particulier un choc frontal, influe sensiblement sur le dimensionnement général des appuis concernés. Lors des appels d'offres, si la règle du jeu n'est pas précisée davantage, les soumissions ont toutes chances d'être très variées sur ce point, à la fois pour le dimensionnement et pour sa justification. C'est pourquoi il a semblé utile de rassembler les indications réglementaires existantes et de préciser des méthodes de calcul. La présente étude vise seulement les appuis directement exposés aux chocs de bateaux et plus particulièrement aux chocs frontaux sur les voies navigables de catégorie A. Elle ne concerne donc pas les appuis protégés par des dispositifs extérieurs tels que des ducs d'Albe. Elle ne traite pas non plus du choc des navires de fort tonnage comme il s'en trouve dans les estuaires de fleuve ; le problème change alors d'échelle et doit faire l'objet d'études spécifiques orientées vers une protection extérieure des appuis.

Dans le domaine ainsi défini, nous examinons successivement les trois points suivants.

1. Définition des actions et des combinaisons d'actions à considérer dans ce cas particulier.
2. Répartition du choc frontal d'un bateau entre les différents appuis du pont par l'intermédiaire du tablier.
3. Justification de la sécurité en considérant les états-limites ultimes de rupture du sol et de résistance des éléments constituant l'appui.

Les appuis en rivière soumis aux chocs de bateaux sont fondés, soit sur un massif, soit sur puits de grand diamètre (éventuellement barrettes). Cette distinction intervient, dans le deuxième point, pour le calcul des souplesses transversales des appuis, rappelé en annexe, et dans le troisième point, pour la considération de l'état-limite ultime de rupture du sol.

# CHAPITRE I

## COMBINAISONS D' ACTIONS

### DANS LE CAS D' UN CHOC DE BATEAU

Dans cette étude, sont appliqués au cas des chocs de bateaux les principes généraux exposés dans « l'instruction provisoire sur les directives communes relatives au calcul des constructions » transmise par la circulaire n° 71-145 du 13 Décembre 1971.

Le choc de bateau sur un appui en rivière est une action accidentelle dont les valeurs nominales, suivant la catégorie de la voie navigable et la direction du choc, ont été rappelées dans l'introduction.

Les combinaisons d'actions à envisager sont des combinaisons accidentelles comprenant l'action accidentelle du choc de bateau et les actions de longue durée compatibles avec celle-ci.

Les actions de longue durée à retenir sont les suivantes.

a) Actions permanentes prises en compte avec leur valeur probable :

- poids propre des éléments de la construction ;
- poussée d'Archimède sur les parties immergées sous le niveau des plus hautes eaux navigables ;
- poids des équipements fixes du tablier ;
- réaction hyperstatique de précontrainte ;
- action engendrée par le retrait et le fluage du béton du tablier ;
- action hydrodynamique du courant sur les parties immergées de l'appui (J.R. ROBINSON, Piles, culées et cintres des ponts).

Parmi ces actions les trois dernières sont de faible importance et la dernière est souvent négligeable.

b) Actions cycliques prises en compte avec leur valeur de longue durée.

Il s'agit des variations de température qui provoquent des dilatations linéaires relatives de  $+ 2.10^{-4}$  et  $- 2,5.10^{-4}$ .

c) Actions intermittentes

En principe les charges climatiques (vent, neige) et les charges d'exploitation ne sont pas à prendre en compte.

D'après les textes existants, les sollicitations de calcul vis-à-vis des états-limites ultimes s'écrivent sous la forme générale suivante dans le cas d'une combinaison accidentelle :

$$\gamma_{S3} [S(\gamma_{QL1} Q_{L1}) + S(\gamma_{QL2} Q_{L2}) + S(\gamma_{QC} Q_C)]$$

en désignant par :

- $Q_{L1}$  l'ensemble des actions de longue durée agissant dans le même sens que l'action accidentelle ;
- $Q_{L2}$  l'ensemble des actions de longue durée agissant en sens inverse ;
- $Q_C$  l'action accidentelle.

Dans le cas particulier d'un choc de bateau, en appliquant le paragraphe III de la circulaire 71-155 du 29 Décembre 1971 qui fixe la valeur de  $\gamma_{S3} \cdot \gamma_{OC}$  à 1,2, cette expression devient :

$$1,2 [ S(1,1 Q_{L1}) + S(0,9 Q_{L2}) + S(Q_C) ]$$

Cependant les études sur les problèmes de sécurité se poursuivent et une évolution des idées concernant les combinaisons accidentelles est susceptible de conduire à une modification de l'expression ci-dessus, notamment dans le cadre du fascicule 61 titre VI actuellement en cours de rédaction. Cette modification, qui ne concernerait que les valeurs des coefficients  $\gamma$ , ne donnerait pas lieu à des difficultés d'application des méthodes de calculs exposées. Elle ne changerait pas l'ordre de grandeur des résultats et irait plutôt dans un sens favorable. Il y aura lieu, lors de la parution du futur règlement de béton armé, de se référer à l'expression qui y sera portée.

Ces sollicitations de calcul sont à considérer vis-à-vis des états-limites ultimes, soit de rupture du sol, soit de résistance des éléments de l'appui.

Dans le cadre du règlement de béton armé actuel, qui est fondé sur les contraintes admissibles et non sur les états-limites, il est conseillé de conduire la justification des éléments de l'appui réalisés en béton armé en considérant une sollicitation totale pondérée du second genre :

$$(G) + (T) + 1,2 (CB)$$

- (G) sollicitation due à la charge permanente ;
- (T) sollicitation due aux effets de la température et du retrait ;
- (CB) sollicitation due au choc de bateau.

Cette sollicitation du second genre est la plus proche de celle qui sera appliquée dans le futur règlement de béton armé aux états-limites.

Dans le cas où un affouillement est possible autour de la fondation de l'appui concerné par le choc de bateau, ce qui est le cas général pour les alluvions (sables, graviers), on définit deux situations en fonction des observations locales et éventuellement au moyen de formules théoriques :

- une situation d'affouillement courant, dite « affouillement probable », considérée comme une situation de longue durée pour la formation des combinaisons d'action ;
- une situation d'affouillement extrême, dite « affouillement accidentel », considérée comme étant nécessairement d'assez courte durée pour ne la faire coïncider qu'avec des actions de longue durée et la seule action de courte durée due à l'eau (déjaugeage et action hydrodynamique).

La justification d'une pile de pont sous choc de bateau doit être conduite dans la situation d'affouillement probable.

## CHAPITRE II

### RÉPARTITION D'UN CHOC FRONTAL DE BATEAU ENTRE LES APPUIS DU PONT PAR LE TABLIER

La pile soumise à un choc frontal de bateau transmet une partie de l'effort aux autres appuis de l'ouvrage par l'intermédiaire du tablier. Cet effet est favorable à la stabilité et à la résistance de l'appui directement concerné par le choc et permet de réduire son dimensionnement général. C'est pourquoi il est étudié dans ce chapitre.

Il faut noter qu'il est nécessaire de prévoir des clés en tête des appuis pour solidariser transversalement le tablier avec eux. Cela évite la détérioration des appareils d'appui et améliore notablement la transmission du choc par le tablier aux autres appuis. Dans le cas d'un tablier en béton précontraint, ces clés en béton armé forment avec le sommet de chaque appui un ensemble tenon-mortaise ; elles permettent le déplacement suivant l'axe longitudinal de l'ouvrage au moyen de plaques de glissement latérales (Ponts de Bourg-Saint-Andéol sur le Rhône, de Saint-André de Cubzac sur la Dordogne, de Trévoux sur la Saône).

#### 2.1. PRINCIPE DU CALCUL

On suppose que les liaisons du tablier avec ses appuis dans le sens perpendiculaire à l'axe longitudinal de l'ouvrage, sont de type élastique. Elles sont caractérisées par des coefficients de souplesse, notés A, B et C : A correspond à la souplesse à la rotation, B à la souplesse croisée et C à la souplesse à la translation. On trouvera dans l'annexe I les formules qui permettent de les calculer.

La position théorique de ces liaisons correspond à l'intersection de la fibre neutre du tablier avec l'axe vertical de symétrie de chaque appui. On pourrait considérer le centre de torsion du tablier plutôt que son centre de gravité. La différence n'est pas importante dans le cas d'un profil fermé (caisson).

On considère deux liaisons principales (figure 1) :

- la première correspond à un déplacement horizontal suivant l'axe  $Oy$ , perpendiculaire à l'axe longitudinal de l'ouvrage  $Ox$  ; elle met en jeu la résistance à la flexion du tablier pour les moments fléchissants d'axe vertical  $Oz$  (on néglige la résistance à la torsion des appuis suivant l'axe  $Oz$ ) ;
- la seconde correspond à une rotation d'axe  $Ox$  ; elle met en jeu la résistance à la torsion du tablier.

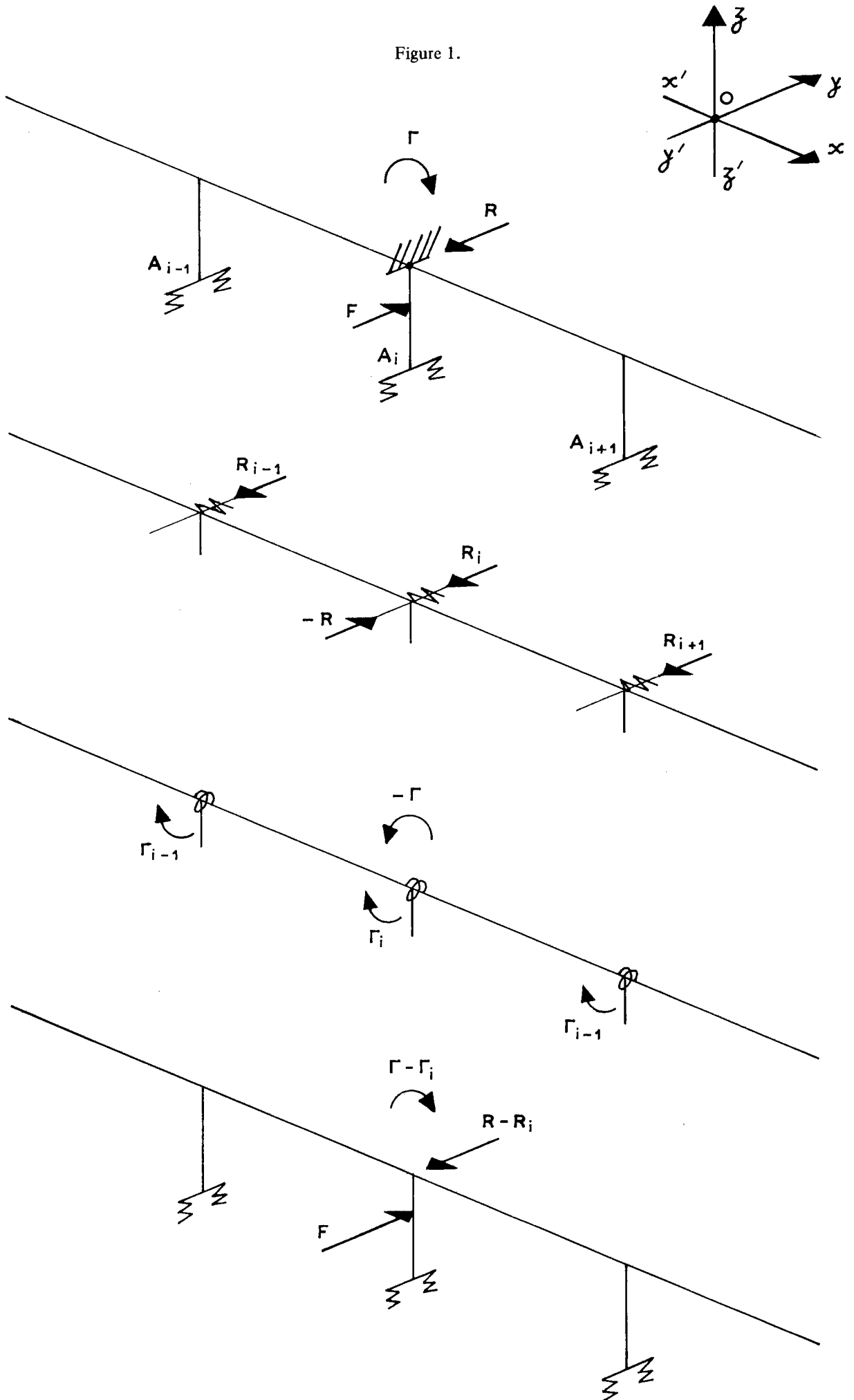
On néglige les autres liaisons que l'on pourrait envisager (déplacement vertical par exemple).

On procède par superposition d'états d'équilibre (figure 1) :

a) L'appui ayant une liaison fixe en tête vis-à-vis des déplacements horizontaux suivant  $Oy$  et des rotations d'axe  $Ox$ , on calcule la réaction  $R$  et le couple  $\Gamma$  pour l'effort  $F$  représentant le choc frontal de bateau.



Figure 1.



Ce système d'efforts  $[F, R, \Gamma]$  n'entraîne ni déplacement suivant  $Oy$ , ni rotation d'axe  $Ox$  au niveau de la liaison entre l'appui et le tablier. Les systèmes  $[F]$  et  $[-R, -\Gamma]$  donnent donc lieu aux mêmes déplacements suivant  $Oy$  et rotations d'axe  $Ox$  au droit des appuis du tablier considéré comme une poutre sur appuis élastiques.

b) On analyse séparément l'effet de la force  $[-R]$  et du couple  $[-\Gamma]$ , négligeant ainsi leurs effets croisés (cela revient à négliger les souplesses croisées  $B$  des autres appuis). On calcule successivement les réactions d'appui  $R_j$  de la poutre, sur appuis élastiques vis-à-vis des déplacements suivant  $Oy$ , soumise à l'effort  $[-R]$  sur l'appui  $A_i$ , et les couples sur appuis  $\Gamma_j$  de la poutre, sur appuis élastiques vis-à-vis des rotations d'axe  $Ox$ , soumise au couple  $[-\Gamma]$  en  $A_i$ .

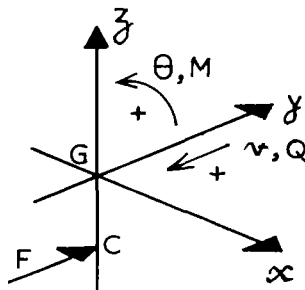
c) L'effort de rappel exercé par le tablier sur l'appui en tête de celui-ci vaut  $R - R_i$ ; il est de même sens que  $R$ , c'est à dire opposé à  $F$ .

De même le couple de rappel vaut  $\Gamma - \Gamma_i$ ; il est de même sens que  $\Gamma$ , c'est-à-dire d'axe  $Ox'$  (il tend à amener  $Oz$  sur  $Oy$ ). Il peut paraître surprenant que le couple  $\Gamma - \Gamma_i$  sollicite la fondation dans le même sens que  $F$ . Cependant, en tenant compte de la rigidité de torsion du tablier, on trouve une valeur de  $R - R_i$  supérieure à celle que l'on trouverait en la négligeant, si bien qu'à la base de la pile la somme des moments de sens opposé à celui correspondant à  $F$  est quand même supérieure.

## 2.2. CALCUL DE R ET DE $\Gamma$

On se reportera à l'annexe I pour la définition des souplesses transversales  $A, B, C$  et  $A', B', B'', C'$  des appuis.

Avec les conventions de signe qui y sont précisées, on a les relations suivantes :



$$\begin{cases} \theta = A M_G + B Q_G \\ v = B M_G + C Q_G \end{cases} \quad \begin{cases} \theta' = A' M_C + B' Q_C \\ v' = B'' M_C + C' Q_C \end{cases}$$

Pour l'effort  $F$  appliqué en  $C$ , il vient :

$$\begin{cases} \theta = A \Gamma + B R \\ v = B \Gamma + C R \end{cases} \quad \begin{cases} \theta' = -B' F \\ v' = -C' F \end{cases}$$

En écrivant  $\theta + \theta' = 0$  et  $v + v' = 0$ , on trouve :

$$\begin{cases} A \Gamma + B R = B' F \\ B \Gamma + C R = C' F \end{cases} \quad \text{d'où :} \quad \begin{cases} \Gamma = \frac{B'C - BC'}{AC - B^2} F \\ R = \frac{AC' - BB'}{AC - B^2} F \end{cases}$$

### 2.3. CALCUL DU TABLIER SUR APPUIS ÉLASTIQUES VIS A VIS DES DÉPLACEMENTS SUIVANT $O_y$ ET SOUMIS A UN EFFORT R APPLIQUÉ SUR L'UN DES APPUIS.

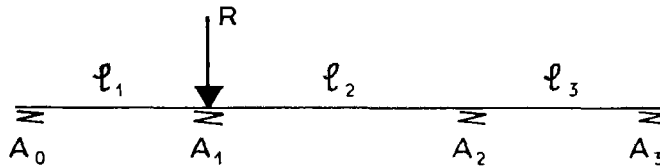
On peut admettre en général que le tablier est d'inertie constante par rapport à l'axe  $Oz$ . En effet, même pour une poutre de hauteur variable, l'inertie de flexion transversale varie linéairement avec la hauteur. On peut choisir une valeur moyenne représentative.

Dans le cas où les travées sont égales et où les appuis ont même souplesse, il existe des tables numériques pour les poutres à 3, 4, 5 et 6 appuis, à une infinité d'appuis d'un côté ou de part et d'autre (traité de résistance des matériaux de J. COURBON, tome II pages 439 à 450). Elles donnent les réactions d'appui  $R_i$  pour un effort unité appliqué sur l'un des appuis.

Dans le cas plus fréquent où les travées ne sont pas égales et où les appuis ont des souplesses différentes, le calcul peut être fait avec la relation des cinq moments. Les inconnues sont les moments d'axe  $Oz$  sur les appuis intermédiaires  $A_i$  ( $i = 1$  à  $n - 1$ ).

Il faut résoudre un système de  $(n - 1)$  équations linéaires. Cela ne peut se faire simplement que pour un petit nombre de travées (traité de résistance des matériaux de J. COURBON tome I pages 403 à 405).

Rappelons ci-dessous le cas d'une poutre à trois travées.



On a :

$$R_0 = \frac{M_1}{l_1} \quad ; \quad R_1 = R - \left( \frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} \right) M_1 + \frac{M_2}{l_2}$$

$$R_2 = \frac{M_1}{l_2} - \left( \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} \right) M_2 \quad ; \quad R_3 = \frac{M_2}{l_3}$$

Les équations des trois moments pour les appuis  $A_1$  et  $A_2$  s'écrivent en tenant compte des dénivellations d'appui :

$$\left\{ \begin{array}{l} (c_1 + a_2) M_1 + b_2 M_2 = \frac{v_2 - v_1}{l_2} - \frac{v_1 - v_0}{l_1} \\ b_2 M_1 + (c_2 + a_3) M_2 = \frac{v_3 - v_2}{l_3} - \frac{v_2 - v_1}{l_2} \end{array} \right.$$

En exprimant les dénivellations d'appui en fonction des réactions ( $v_i = -k_i R_i$ ), il vient :

$$\begin{cases} \alpha M_1 + \beta M_2 = \left(\frac{1}{\ell_1} + \frac{1}{\ell_2}\right) k_1 R \\ \beta M_1 + \gamma M_2 = -\frac{k_1}{\ell_2} R \end{cases}$$

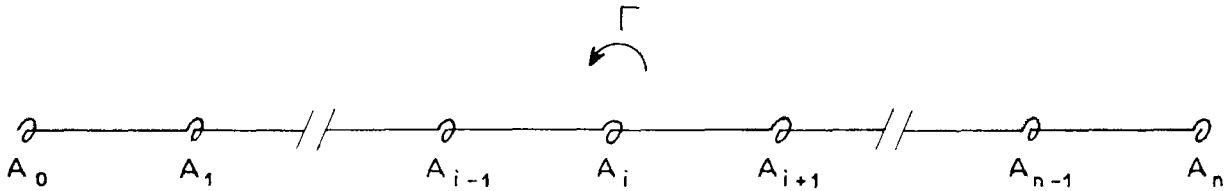
avec :

$$\begin{cases} \alpha = c_1 + a_2 + \frac{k_0}{\ell_1^2} + \left(\frac{1}{\ell_1} + \frac{1}{\ell_2}\right)^2 k_1 + \frac{k_2}{\ell_2^2} \\ \beta = b_2 - \left(\frac{1}{\ell_1} + \frac{1}{\ell_2}\right) \frac{k_1}{\ell_2} - \left(\frac{1}{\ell_2} + \frac{1}{\ell_3}\right) \frac{k_2}{\ell_2} \\ \gamma = c_2 + a_3 + \frac{k_1}{\ell_2^2} + \left(\frac{1}{\ell_2} + \frac{1}{\ell_3}\right)^2 k_2 + \frac{k_3}{\ell_3^2} \end{cases}$$

#### 2.4. CALCUL DU TABLIER SUR APPUIS ÉLASTIQUES VIS-A-VIS DES ROTATIONS D'AXE $Ox$ ET SOUMIS A UN COUPLE $\Gamma$ APPLIQUÉ SUR L'UN DES APPUIS.

On considère le cas général d'une poutre à  $n$  travées. Le couple  $\Gamma$  est appliqué sur l'appui  $A_i$ .

On désigne par  $\Gamma_j$  le couple exercé par l'appui  $A_j$  ( $j = 0$  à  $n + 1$ ) et par  $C_j$  le moment de torsion constant dans la travée  $j$  ( $j = 1$  à  $n$ ).



On désigne par  $\theta_j$  la rotation d'axe  $Ox$  sur l'appui  $A_j$  ( $j = 0$  à  $n + 1$ ). Si  $A_j$  est la souplesse à la rotation d'axe  $Ox$  de l'appui, l'hypothèse d'élasticité de l'appui se traduit par la relation :

$$\theta_j = -A_j \Gamma_j$$

avec les conventions de signe usuelles ( $\theta$  et  $\Gamma > 0$  suivant  $Ox$  dans le trièdre direct  $Oxyz$ ).

On désigne par  $S_{tj}$  ( $j = 1$  à  $n$ ) la souplesse à la torsion de la travée  $j$  :

$$S_{tj} = \int_0^{\ell_j} \frac{dx}{GK}$$

Le système comporte  $(n + 1)$  inconnues qui sont les couples réactions d'appui  $\Gamma_j$  ou les rotations  $\theta_j$  qui leur sont proportionnelles.

Les  $(n + 1)$  équations linéaires générales s'écrivent comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_1 - \theta_0 = -S_{t1} C_1 \\ \text{-----} \\ \theta_j - \theta_{j-1} = -S_{tj} C_j \\ \text{-----} \\ \theta_n - \theta_{n-1} = -S_{tn} C_n \\ \sum_{j=0}^n \Gamma_j + \Gamma = 0 \end{array} \right.$$

En les résolvant de proche en proche à partir de l'appui de gauche jusqu'à l'appui chargé  $A_i$ , on voit que les couples réactions d'appui  $\Gamma_j$  se déduisent simplement les uns des autres par des rapports focaux que nous appellerons  $\psi_j$  ( $j = 1$  à  $i$ ) :

$$\Gamma_{j-1} = \psi_j \Gamma_j \quad (j = 1 \text{ à } i)$$

Ainsi, en portant  $C_j = \sum_{k=0}^{j-1} \Gamma_k$  dans les équations ci-dessus pour  $j$  variant de 1 à  $i$  et en remplaçant  $\theta_j$  par  $-A_j \Gamma_j$ , on trouve :

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_1 = \frac{\Gamma_0}{\Gamma_1} = \frac{A_1}{A_0 + S_{t1}} \\ \psi_2 = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} = \frac{A_2}{A_1 + (1 + \psi_1) S_{t2}} \\ \text{-----} \\ \psi_i = \frac{\Gamma_{i-1}}{\Gamma_i} = \frac{A_i}{A_{i-1} + (1 + \psi_{i-1} + \dots + \psi_{i-1} \times \dots \times \psi_1) S_{ti}} \end{array} \right.$$

De même, en résolvant les équations générales de proche en proche à partir de l'appui de droite jusqu'à l'appui chargé  $A_i$ , on voit que les couples réactions d'appui  $\Gamma_j$  se déduisent simplement les uns des autres par des rapports focaux que nous appellerons  $\psi'_j$  ( $j = n$  à  $i + 1$ ) :

$$\Gamma_j = \psi'_j \Gamma_{j-1} \quad (j = n \text{ à } i + 1)$$

Ainsi, en portant  $C_j = -\sum_{k=j}^n \Gamma_k$  dans les équations

$$\theta_j - \theta_{j-1} = -S_{tj} C_j \quad (j = n \text{ à } i + 1)$$

et en remplaçant  $\theta_j$  par  $-A_j \Gamma_j$ , on trouve :

$$\left| \begin{array}{l} \psi'_n = \frac{\Gamma_n}{\Gamma_{n-1}} = \frac{A_{n-1}}{A_n + S_{tn}} \\ \psi'_{n-1} = \frac{\Gamma_{n-1}}{\Gamma_{n-2}} = \frac{A_{n-2}}{A_{n-1} + (1 + \psi'_n) S_{tn}} \\ \dots \\ \psi'_{i+1} = \frac{\Gamma_{i+1}}{\Gamma_i} = \frac{A_i}{A_{i+1} + (1 + \psi'_{i+2} + \dots + \psi'_{i+2} \times \dots \times \psi'_n) S_{t,i+1}} \end{array} \right.$$

Considérons les travées adjacentes à l'appui  $A_i$ . Les équations générales correspondantes s'écrivent :

$$\begin{array}{l} (1) \quad \theta_i - \theta_{i-1} = -S_{ti} C_i \\ (2) \quad \theta_{i+1} - \theta_i = -S_{t,i+1} C_{i+1} \end{array}$$

D'autre part :

$$(3) \quad C_{i+1} - C_i = \Gamma + \Gamma_i$$

De ces trois équations, nous tirons  $\theta_i$ . Les rapports focaux nous permettent d'exprimer  $\theta_{i-1}$  et  $\theta_{i+1}$  en fonction de  $\theta_i$ .

$$\left| \begin{array}{l} \frac{\theta_{i-1}}{\theta_i} = \frac{A_{i-1} \Gamma_{i-1}}{A_i \Gamma_i} = \frac{A_{i-1}}{A_i} \psi_i \\ \frac{\theta_{i+1}}{\theta_i} = \frac{A_{i+1} \Gamma_{i+1}}{A_i \Gamma_i} = \frac{A_{i+1}}{A_i} \psi'_{i+1} \end{array} \right.$$

En remplaçant  $C_i$  et  $C_{i+1}$  par leur expression en fonction de  $\theta_i$  tirée de (1) et (2) et  $\Gamma_i$  par  $-\theta_i / A_i$  dans l'équation (3), il vient :

$$\theta_i \left[ \frac{1}{A_i} + \frac{1 - \frac{A_{i-1}}{A_i} \psi_i}{S_{ti}} + \frac{1 - \frac{A_{i+1}}{A_i} \psi'_{i+1}}{S_{t,i+1}} \right] = \Gamma$$

On en déduit la valeur de  $\Gamma_i$  :

$$\Gamma_i = \frac{-\Gamma}{1 + \frac{A_i - A_{i-1} \psi_i}{S_{ti}} + \frac{A_i - A_{i+1} \psi'_{i+1}}{S_{t,i+1}}}$$

### Remarques

Il a été fait usage ici de la théorie de la torsion selon Saint-Venant. Cela est en général suffisant pour le cas des caissons. En revanche, dans le cas d'un ouvrage à nervures, si l'on voulait tenir compte de la rigidité à la torsion du tablier pour la répartition du choc de bateau entre les piles, il y aurait lieu d'avoir recours à la théorie de la torsion génée ([1] tome II pages 483 à 498).

Il est loisible de négliger la rigidité de torsion du tablier dans la répartition du choc frontal de bateau entre les appuis, en ne retenant que la première des deux liaisons principales définies au paragraphe 2.1.

## CHAPITRE III

## JUSTIFICATION AUX ÉTATS-LIMITES ULTIMES

Les états-limites ultimes à considérer sont :

- l'état-limite ultime de rupture du sol ;
- l'état-limite ultime de résistance des éléments de l'appui.

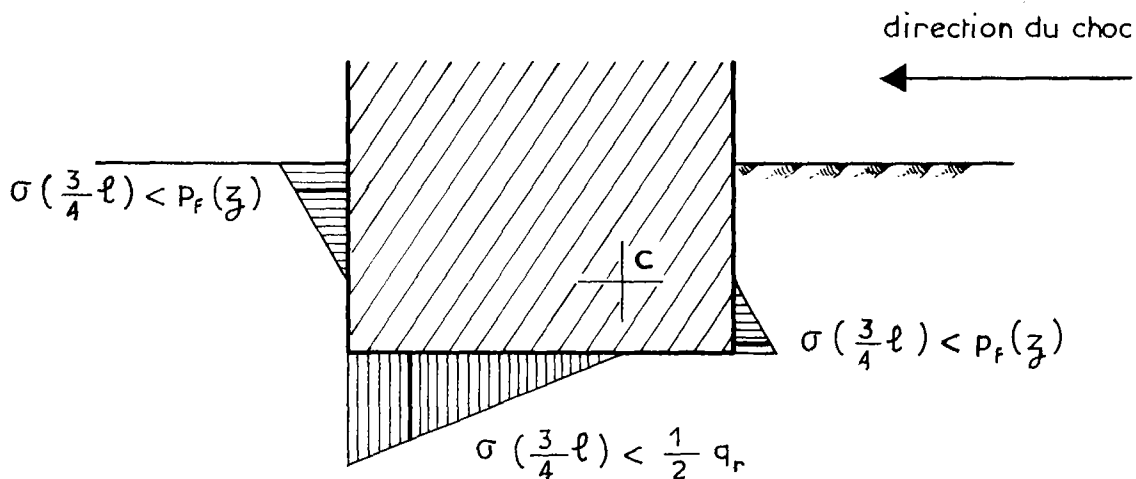
Pour chacun de ces états-limites ultimes, il y a lieu de distinguer le cas de la fondation massive et celui de la fondation sur puits de grand diamètre.

## 3.1. ÉTAT-LIMITE ULTIME DE RUPTURE DU SOL

a) Pour un appui sur fondation massive, ancrée, sous le niveau des affouillements de longue durée, dans un sol résistant et considéré comme homogène, il est donné en annexe II une méthode de calcul des contraintes sur les faces du massif.

L'état-limite ultime de rupture du sol est celui pour lequel la contrainte aux trois-quarts de la largeur comprimée sur les diverses faces du massif atteint :

- soit la pression de fluage du sol ( $p_f$ ) sur les faces verticales perpendiculaires à la direction du choc de bateau,
- soit la moitié de la pression de rupture du sol ( $q_r$ ) sur la face horizontale inférieure.





b) Pour un appui fondé sur puits de grand diamètre ( $\geq 1,50$  m par exemple) formant portique avec la semelle de fondation, des programmes de calcul électronique (PSH 2 et PSH) permettent de tenir compte d'une réaction élastique du sol au contact des puits. Cette hypothèse n'est valable que si la pression de contact reste inférieure dans les différentes couches de sol à la pression de fluage. Au-delà, on peut prendre en compte une plastification complète, c'est-à-dire un palier égal à  $p_f$  sur la courbe de réaction représentant la pression de contact en fonction des déplacements horizontaux ; si l'on dispose d'un programme de calcul adapté, on peut tenir compte d'une plastification progressive, avec une pente égale à  $\frac{k}{2}$  de  $p_f$  jusqu'à  $p_q$  et ensuite un palier égal à  $p_q$ .

On tiendra compte de l'effet de surface en supprimant une épaisseur de sol résistant égale à un diamètre de pieu.

Pour l'effet de groupe sur la réaction horizontale du sol, on utilisera les résultats de M.T. DAVISSON ([2] chapitre 5.3, page 41). Dans le cas courant d'un entr'axe de trois diamètres suivant la direction de l'effort, cela conduit à utiliser pour les puits autres que les puits frontaux des courbes de réaction déduites par une affinité de rapport  $\frac{1}{4}$  parallèlement à l'axe des pressions. Cependant il est possible de simuler approximativement le comportement d'un groupe de puits en prenant pour tous les puits une même courbe de réaction réduite. Si l'on considère en effet les relations existant entre les déplacements et les efforts en tête, d'une part pour un puits encastré en tête et soumis à un effort horizontal, d'autre part pour un puits libre en tête et soumis à un moment, et si l'on admet que le cas des puits formant portique avec la semelle de fondation est intermédiaire, on voit qu'en divisant  $k$  par 4 ( $m$  dans le cas général), les efforts correspondant au même déplacement sont divisés respectivement par  $4^{3/4}$  et  $4^{1/2}$ , soit environ 2,5 en moyenne ( $\frac{1}{r} = \frac{m^{3/4} + m^{1/2}}{2}$  dans le cas général). Pour un groupe de puits comportant  $n$  files (l'axe d'une file étant perpendiculaire à la direction de l'effort horizontal), la courbe de réaction considérée comme commune à tous les puits doit être réduite par rapport à celle du puits isolé par une affinité de rapport  $\frac{1 + (n - 1) \times 0,4}{n}$  parallèlement à l'axe des pressions (de rapport  $\frac{1 + (n - 1) \times r}{n}$  dans le cas général).

L'état-limite ultime de rupture du sol est celui pour lequel :

- soit les pressions latérales de contact entre les puits et le sol atteignent la pression de fluage du sol, réduite par l'affinité indiquée ci-dessus pour tenir compte de l'effet de groupe, au niveau considéré ;
- soit les efforts normaux dans les puits atteignent une fraction de la charge de rupture  $Q_r$  ; celle-ci étant la somme d'un terme de pointe  $Q_p$  et d'un terme de frottement latéral  $Q_f$  ( $Q_r = Q_p + Q_f$ ), la fraction de cette charge est définie comme suit :

$$Q_{ult} = \frac{1}{2} Q_p + \frac{3}{4} Q_f$$

- soit les efforts d'arrachement dans les puits atteignent la valeur :

$$Q'_{ult} = \frac{3}{4} Q_f$$

Rappelons que la charge correspondant à l'état-limite d'utilisation est :

$$Q_N = \frac{1}{3} Q_p + \frac{1}{2} Q_f$$

### 3.2. ÉTAT-LIMITE ULTIME DE RÉSISTANCE DES ÉLÉMENTS DE L'APPUI

Les éléments de l'appui sont la fondation et le fût. Pour les éléments en béton armé, la justification se fait dans le cadre du fascicule 61 titre VI en appliquant les règles propres aux sollicitations totales pondérées du second genre : (G) + (T) + 1,2 (CB).

La contrainte maximale moyenne est fixée pour les puits à 50 bars par le fascicule 68. La contrainte extrême sur la fibre la plus comprimée peut donc atteindre :

$$\bar{\sigma}'_b = 1,5 \left( 1 + \frac{e_0}{3e_1} \right) \epsilon \times 50 \text{ (bars)}$$

A noter que pour une section circulaire on a  $\epsilon = 1$  quelle que soit la position de l'axe neutre dans la section.

Dans le cadre du futur fascicule 61 titre VI, la justification des éléments en béton armé se fera naturellement suivant les règles correspondant aux états-limites ultimes de résistance.

## CHAPITRE IV

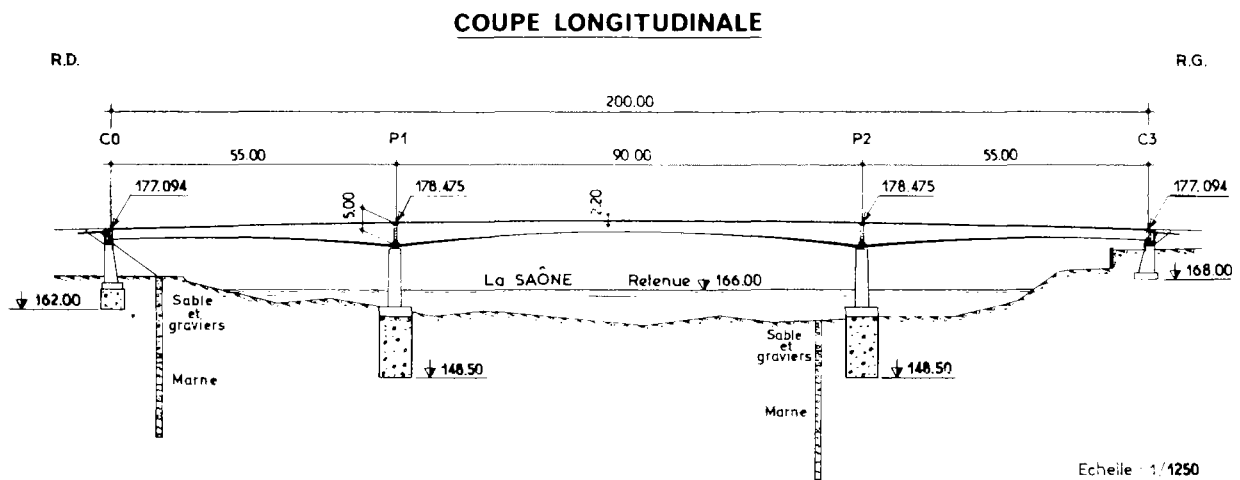
**EXEMPLE D'APPLICATION**  
**APPUI FONDÉ SUR MASSIF**

## 4.1. DONNÉES GÉNÉRALES

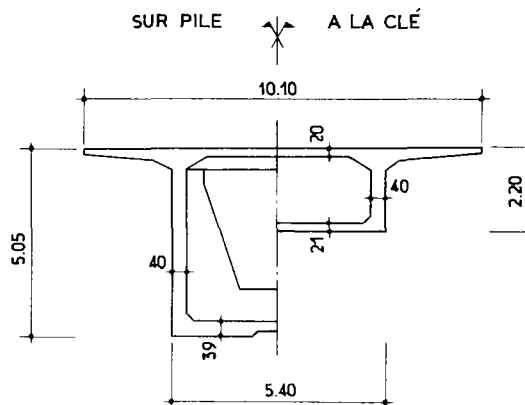
## 1. Description de l'ouvrage

L'ouvrage étudié est un pont à trois travées, en béton précontraint, construit par encorbellement. Il franchit la Saône à Trévoux (Ain) et porte une chaussée de 7,00 m et deux trottoirs de 1,50 m. Le tablier, constitué d'une poutre-caisson à deux âmes est associé à la résistance des appuis vis-à-vis d'un choc éventuel de bateau par des dispositifs de verrouillage placés en tête des piles et des culées.

Les caractéristiques géométriques de cet ouvrage ainsi que les caractéristiques géotechniques du sol de fondation sont indiquées sur les figures ci-après.

**DEMI-COUPES TRANSVERSALES**

Echelle : 1/200



**COUPE TRANSVERSALE SUR PILE**

(Ech 1/200)

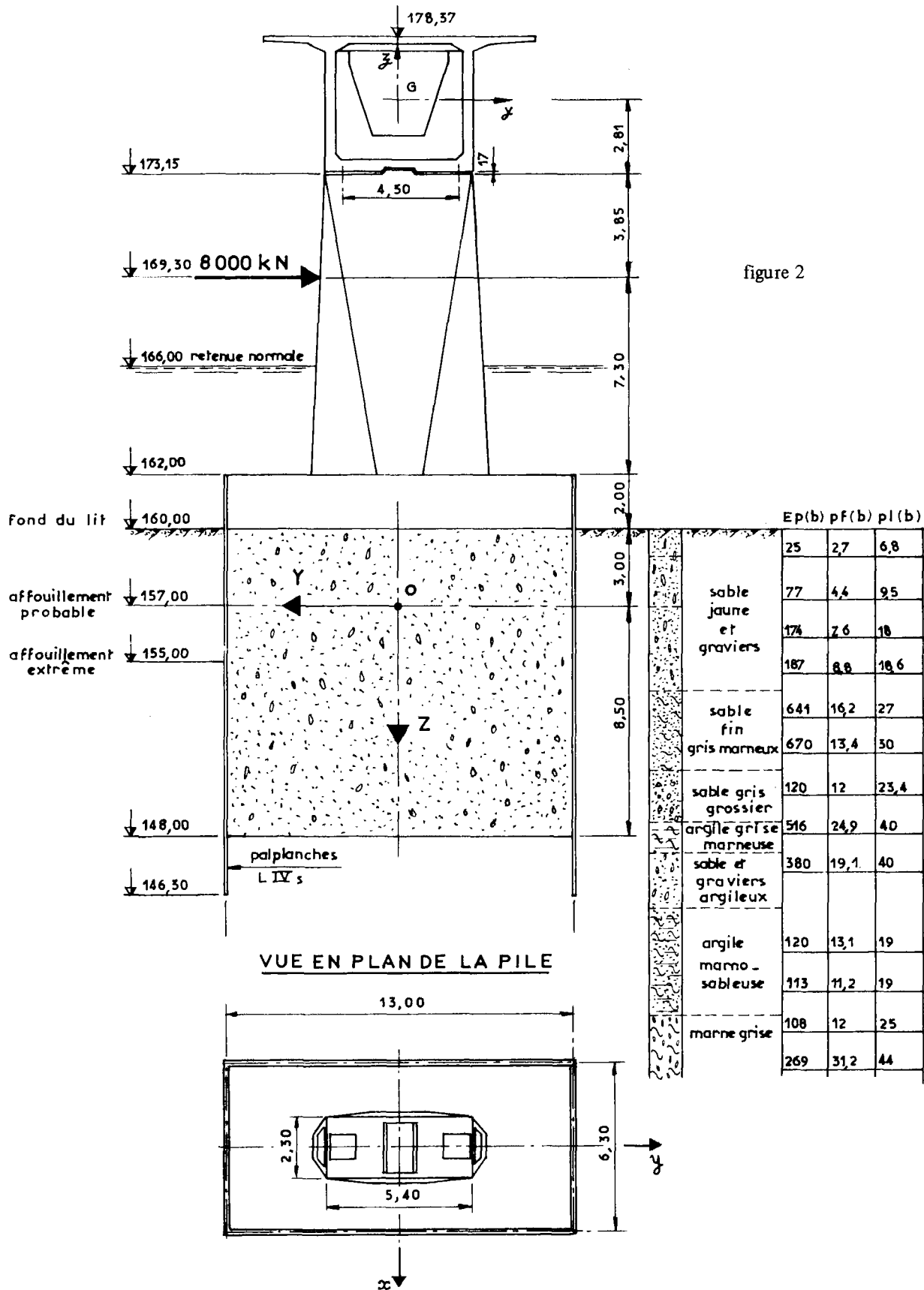


figure 2

## 2. Matériaux

Le béton a les caractéristiques suivantes :

Parties d'ouvrage	$\sigma'_{28}$ (MPa)	$\bar{\sigma}'_{bo}$ (MPa)	$E_i$ (MPa)	$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ (MPa)
Tablier . . . . .	35		39 300	17 000
Fûts et semelles . . .	27	8,1	34 500	
Puits . . . . .	20	5	29 700	

Pour les armatures,  $\sigma_{en} = 412$  MPa ( $\phi \leq 20$  mm) .

## 3. Affouillement

L'affouillement extrême est de 5,00 m. L'affouillement probable, concomitant au choc de bateau, est de 3,00 m.

## 4. Intensité du choc de bateau

Les valeurs prises en compte pour le choc de bateau sont les suivantes (voie navigable de catégorie A) :

- choc frontal F = 8 000 KN
- choc latéral F = 1 600 KN

## 4.2. CALCUL DES MODULES DE RÉACTION DU SOL

### 1. Module de réaction horizontale

Il est donné par ([2] chapitre 5.3) :

$$k_h = \frac{3 E}{\alpha R + (1 + \nu) R_0 \left(2,7 \frac{R}{R_0}\right)^\alpha}$$

avec :

- E : module pressiométrique ;
- $\alpha$  : coefficient de structure du sol, donné en fonction du rapport  $E/p_\phi$  et de la nature du sol ;
- $R_0$  : demi-largeur de référence de l'essai pressiométrique ( $R_0 = 0,30$  m) ;
- R : demi-largeur de la fondation ( $R = 3,15$  m) ;
- $\nu$  : coefficient de poisson ( $\nu = \frac{1}{3}$ ).

Le calcul est mené pour chaque couche sollicitée par le massif. On détermine d'abord  $\alpha$  selon les règles de M.L. MENARD, puis on calcule  $k_h$  par la formule ci-dessus. Les résultats des calculs sont résumés dans le tableau ci-dessous. On a retenu une valeur moyenne  $k_h = 35 \text{ MN.m}^{-3}$ .

Cotes	Couches	E (b)	$p_\ell$ (b)	$E/p_\ell$	$\alpha$	$k_h$ ( $\text{MN.m}^{-3}$ )	$k_h$ moyen ( $\text{MN.m}^{-3}$ )
↓ 157	Sable jaune et graviers	174	18	9,7	1/4	31	35
↓ 154		187	18,6	10		34	
	↓ 151	Sable fin gris marneux	641	27	23,7	1/2	
670		30	22,3	54			
↓ 149.10	Sable gris grossier	120	23,4	5,1	1/3	16	
↓ 148.50	Argile grise marneuse	516	40	12,9	2/3	26	

## 2. Module de réaction verticale

Il est donné par ([2] chapitre 5.2) :

$$k_v = \frac{4,5 E}{\alpha R \lambda_3 + 1,5 (1 + \nu) R_0 \left( \lambda_2 \frac{R}{R_0} \right) \alpha}$$

avec  $\lambda_2, \lambda_3$  : coefficients de forme fonction du rapport  $L/2R$  de la longueur à la largeur de la fondation ( $\lambda_2 = 1,53$  et  $\lambda_3 = 1,2$  pour le massif).

Les autres lettres ont même signification que ci-dessus.

Au niveau de la fondation (148,50 NGF) on a  $E = 51 \text{ MPa}$  et  $\alpha = 2/3$ . Soit :

$$k_v = \frac{4,5 \times 51}{\frac{2}{3} \times 3,15 \times 1,2 + 1,5 \left( 1 + \frac{1}{3} \right) \times 0,3 \left( 1,53 \times \frac{3,15}{0,3} \right)^{2/3}} = 36 \text{ MN.m}^{-3}$$

### 4.3. CALCUL DE LA SOUPLESSE TRANSVERSALE DES APPUIS

#### 1. Souplesse transversale des piles

On suppose que les deux piles ont même souplesse.

a) Souplesse de la fondation :

$$A_1 = \frac{1}{k_V I_V + k_H I_H} = \frac{1}{36 \times \frac{6,30 \times 13,00^3}{12} + 35 \times \frac{6,30 \times 8,50^3}{3}} = 0,12 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$B_1 = \frac{h_m}{k_V I_V + k_H I_H} = \frac{13,50}{36 \times \frac{6,30 \times 13,00^3}{12} + 35 \times \frac{6,30 \times 8,50^3}{3}} = 1,56 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1}$$

$$C_1 = \frac{h_m^2}{k_V I_V + k_H I_H} = \frac{13,50^2}{36 \times \frac{6,30 \times 13,00^3}{12} + 35 \times \frac{6,30 \times 8,50^3}{3}} = 21,03 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \text{ m}$$

b) Souplesse du fût

L'inertie du fût par rapport à l'axe Ox vaut :

$$- \text{ en tête : } I_x = 30,18 \text{ m}^4 ;$$

$$- \text{ en pied : } I_x = 32,96 \text{ m}^4 .$$

Pour simplifier les calculs, on prend la valeur moyenne

$$I_x = \frac{30,18 + 32,96}{2} = 31,6 \text{ m}^4 . \quad \text{D'où,}$$

- en tête de pile :

$$A_2 = \frac{h_f}{EI_x} = \frac{11,15}{34500 \times 31,6} = 0,10 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$B_2 = \frac{h_f^2}{2EI_x} = \frac{11,15^2}{2 \times 34500 \times 31,6} = 0,57 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1}$$

$$C_2 = \frac{h_f^3}{3EI_x} = \frac{11,15^3}{3 \times 34500 \times 31,6} = 4,24 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \text{ m}$$

– au niveau du choc :

$$A'_2 = \frac{h^3 f}{EI_x} = \frac{7,30}{34500 \times 31,6} = 0,07 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$B'_2 = \frac{h^2 f}{2EI_x} = \frac{7,30^2}{2 \times 34500 \times 31,6} = 0,24 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1}$$

$$C'_2 = \frac{h^3 f}{3EI_x} = \frac{7,30^3}{3 \times 34500 \times 31,6} = 1,19 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \cdot \text{m}$$

c) Souplesse des appareils d'appui

Leurs dimensions sont les suivantes, avec les notations de l'annexe I :  $a = 90 \text{ cm}$ ,  $b = 80 \text{ cm}$ ,  $d = 4,30 \text{ m}$ ,  $n = 5$ ,  $\epsilon = 12 \text{ mm}$ .

$$A_3 = 5,6 \frac{5 \times 0,012^3}{1,6 \times 2 \times 0,8 \times 0,9 \times 4,3^2 \times 0,9^2} = 0,01 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$B_3 = 0$$

$$C_3 = 0 \quad (\text{clé de verrouillage})$$

d) Souplesse totale de l'appui en G.

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = (0,12 + 0,10 + 0,01) \cdot 10^{-4} = 0,23 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + A_1 \ell_1 + A_2 \ell_2 + A_3 \ell_3$$

$$B = (1,56 + 0,57 + 0 + 0,12 \times 13,96 + 0,10 \times 2,81 + 0,01 \times 2,64) \cdot 10^{-4} = 4,11 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1}$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + 2(B_1 \ell_1 + B_2 \ell_2 + B_3 \ell_3) + A_1 \ell_1^2 + A_2 \ell_2^2 + A_3 \ell_3^2$$

$$C = [ 21,03 + 4,24 + 0 + 2(1,56 \times 13,96 + 0,57 \times 2,81 + 0) + 0,12 \times 13,96^2 + 0,10 \times 2,81^2 \dots \\ + 0,01 \times 2,64^2 ] \cdot 10^{-4}$$

$$C = 96,27 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \cdot \text{m}$$

e) Souplesse de l'appui en G pour un effort appliqué au niveau du choc.

$$A' = A_1 + A'_2 = (0,12 + 0,07) \cdot 10^{-4} = 0,19 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$B' = B_1 + B'_2 + A_1 \ell_1 = (1,56 + 0,24 + 0,12 \times 7,30) \cdot 10^{-4} = 2,68 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1}$$

$$B'' = B_1 + B'_2 + A_1 \ell_1 + A'_2 \ell_2 = (1,56 + 0,24 + 0,12 \times 13,96 + 0,07 \times 6,66) \cdot 10^{-4} = 3,94 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1}$$



$$C' = C_1 + C'_2 + B_1 (\ell'_1 + \ell_1) + B'_2 \ell_2 + A_1 \ell_1 \ell'_1$$

$$C' = [ 21,03 + 1,19 + 1,56 (7,30 + 13,96) + 0,24 \times 6,66 + 0,12 \times 13,96 \times 7,30 ] \cdot 10^{-4}$$

$$C' = 69,21 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \text{ m}$$

## 2. Souplesse transversale des culées

Les culées sont des éléments butés transversalement par les remblais d'accès. Seuls, les appareils d'appui permettent des déplacements du tablier.

Leurs dimensions sont les suivantes, avec les notations de l'annexe I :

$$a = 40 \text{ cm}, b = 30 \text{ cm}, d = 4,70 \text{ m}, n = 3, \epsilon = 10 \text{ mm}.$$

$$A = A_3 = 6,6 \frac{3 \times 0,010^3}{1,6 \times 2 \times 0,3 \times 0,4 \times 4,7^2 \times 0,4^2} = 0,15 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$B = B_3 = 0$$

$$C = C_3 = 0 \quad (\text{clé de verrouillage})$$

## 4.4. CALCUL DE LA SOUPLASSE TRANSVERSALE DU TABLIER

### 1. Souplesse à la flexion par rapport à l'axe Oz.

L'inertie de flexion du tablier par rapport à l'axe Oz vaut :

$$\text{-- sur appui} : I_z = 44,4 \text{ m}^4 ;$$

$$\text{-- à la clé} : I_z = 28,9 \text{ m}^4 ;$$

Pour simplifier les calculs, on prend l'inertie moyenne suivante :

$$I_z = 28,9 + \frac{1}{3} (44,4 - 28,9) = 34,1 \text{ m}^4$$

D'où :

$$Ec_1 = \frac{\ell_1}{3 I_z} = \frac{55}{3 \times 34,1} = 0,54 \text{ m}^{-3}$$

$$Ea_2 = \frac{\ell_2}{3 I_z} = \frac{90}{3 \times 34,1} = 0,88 \text{ m}^{-3}$$

$$Eb_2 = \frac{\ell_2}{6 I_z} = \frac{90}{6 \times 34,1} = 0,44 \text{ m}^{-3}$$

### 2. Souplesse à la torsion

L'inertie de torsion du tablier vaut ([ 1 ] tome 1 chapitre XI) :

$$\text{-- sur piles} : K_1 = \frac{4 S^2 e}{L} = \frac{4 (4,76 \times 5,00)^2 \times 0,35}{2 (4,76 + 5,00)} = 40,6 \text{ m}^4$$

— à la clé et sur culées :

$$K_0 = \frac{4(2,00 \times 5,00)^2 \times 0,26}{2(2,00 + 5,00)} = 7,4 \text{ m}^4$$

D'où :

$$S_{t1} = \frac{1}{2 \times 17000} \left( \frac{1}{40,6} + \frac{1}{7,4} \right) \times 55 = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$S_{t2} = \frac{1}{3 \times 17000} \left( \frac{1}{40,6} + \frac{1}{7,4} + \frac{1}{40,6} \right) \times 90 = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$S_{t3} = S_{t1}$$

#### 4.5. CALCUL DES RÉACTIONS DU TABLIER

##### 1. Calcul de R et de $\Gamma$

$$R = \frac{AC' - BB'}{AC - B^2} F = \frac{0,23 \times 69,21 - 4,11 \times 2,68}{0,23 \times 96,27 - 4,11^2} F = 0,93 F$$

$$\Gamma = \frac{B'C - BC'}{AC - B^2} F = \frac{2,68 \times 96,27 - 4,11 \times 69,21}{0,23 \times 96,27 - 4,11^2} F = -5,04 F$$

##### 2. Calcul de R - R<sub>1</sub>

Avec les notations du paragraphe 2.3., où la souplesse à la translation de l'appui A<sub>i</sub> est notée k<sub>i</sub> au lieu de C<sub>i</sub>, il vient :

— pour les culées :  $Ek_0 = Ek_3 = 0$  ;

— pour les piles :  $Ek_1 = Ek_2 = 39300 \times 96,27 \cdot 10^{-4} = 378,34 \text{ m}^{-1}$

Les coefficients  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  ont pour valeur :

$$E\alpha = 0,54 + 0,88 + \left( \frac{1}{55} + \frac{1}{90} \right)^2 \times 378,34 + \frac{378,34}{90^2} = 1,79 \text{ m}^{-3}$$

$$E\beta = 0,44 - \left( \frac{1}{55} + \frac{1}{90} \right) \frac{378,34}{90} - \left( \frac{1}{55} + \frac{1}{90} \right) \frac{378,34}{90} = 0,19 \text{ m}^{-3}$$

$$E\gamma = E\alpha \text{ (par symétrie)}$$

Le système d'équations s'écrit :

$$1,79 M_1 + 0,19 M_2 = 11,08 R$$

$$0,19 M_1 + 1,79 M_2 = -4,20 R$$

La résolution donne :

$$M_1 = 6,51 R \quad , \quad M_2 = -3,02 R$$

soit :

$$R_0 = \frac{6,51}{55} R = 0,12 R$$

$$R_1 = R - \left( \frac{1}{55} + \frac{1}{90} \right) \times 6,51 R - \frac{3,02}{90} R = 0,78 R$$

$$R_2 = \frac{6,51}{90} R + \left( \frac{1}{55} + \frac{1}{90} \right) \times 3,02 R = 0,16 R$$

$$R_3 = -\frac{3,02}{55} R = -0,05 R$$

On vérifie que  $\sum R_i$  est égal à R.

L'effort de rappel vaut :

$$R - R_1 = (1 - 0,78) \times 0,93 F = 0,20 F$$

$$R - R_1 = 0,20 \times 8 = \boxed{1,60 \text{ MN}}$$

### 3. Calcul de $\Gamma - \Gamma_1$

Avec les notations du paragraphe 2.4. les souplesses transversales à la rotation  $A_i$  des différents appuis valent :

– pour les culées  $A_0 = A_3 = 0,15 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$  ;

– pour les piles  $A_1 = A_2 = 0,23 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$  .

Les rapports focaux des travées valent :

$$\psi_1 = \frac{A_1}{A_0 + S_{t1}} = \frac{0,23}{0,15 + 2,6} = 0,08$$

$$\left| \begin{aligned} \psi'_3 &= \frac{A_2}{A_3 + S_{t3}} = \frac{0,23}{0,15 + 2,6} = 0,08 \\ \psi'_2 &= \frac{A_1}{A_2 + (1 + \psi'_3) S_{t2}} = \frac{0,23}{0,23 + (1 + 0,08) \times 3,2} = 0,06 \end{aligned} \right.$$

soit

$$\Gamma_1 = \frac{-(-\Gamma)}{1 + \frac{A_1 - A_0 \psi_1}{S_{t1}} + \frac{A_1 - A_2 \psi'_2}{S_{t2}}} = \frac{-(-\Gamma)}{1 + \frac{0,23 - 0,15 \times 0,08}{2,6} + \frac{0,22 - 0,23 \times 0,06}{3,2}}$$

$$\Gamma_1 = 0,87 \Gamma$$

Le couple de rappel vaut :

$$\Gamma - \Gamma_1 = -(1 - 0,87) \times 5,04 F = -0,66 F$$

$$\Gamma - \Gamma_1 = -0,66 \times 8 = \boxed{-5,28 \text{ MN} \cdot \text{m}}$$

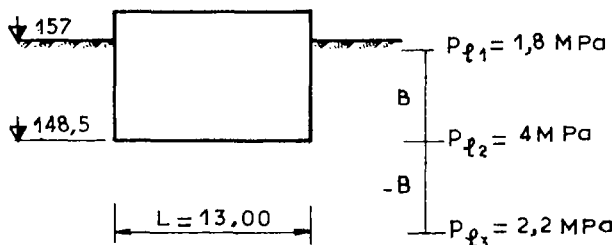
#### 4.6. JUSTIFICATION VIS-A-VIS DE L'ÉTAT-LIMITE ULTIME DE RUPTURE DU SOL

##### 1. Calcul de la contrainte de rupture du sol sous la base de la fondation

On applique la formule de M. L. MENARD ([ 2 ] chapitre 5.2) :

$$q_r = q_0 + K (p_l - p_0)$$

$$p_{le} = \sqrt[3]{1,8 \times 4 \times 2,2} = 2,5 \text{ MPa}$$



$$h_e = \frac{1}{p_{le}} \int_0^h p_l(z) dz = \frac{20,4}{2,5} = 8,16 \text{ m}$$

$$\frac{h_e}{R} = \frac{8,16}{3,15} = 2,59$$

$$\frac{L}{2R} = \frac{13}{6,30} = 2,06$$

Pour un sol de catégorie II, on lit sur l'abaque ( [ 2 ] chapitre 5.2., figure 7) la valeur du facteur de portance :  $K = 1,7$ .

$$q_0 = (169,30 - 148,50) \cdot 10^{-2} + (157 - 148,50) \cdot 10^{-2} = 0,29 \text{ MPa}$$

$$p_0 = \frac{1}{2} \times [ (166 - 148,50) \cdot 10^{-2} + (160 - 148,50) \cdot 10^{-2} ] = 0,15 \text{ MPa}$$

$$q_r = 0,29 + 1,7 (2,5 - 0,15) = 4,29 \text{ MPa}$$

$$q_{ult} = 0,29 + \frac{1,7}{2} (2,5 - 0,15) = 2,29 \text{ MPa}$$

## 2. Combinaison d'actions développant les contraintes verticales maximales

Les sollicitations de calcul définies par rapport au trièdre OXYZ représenté sur le dessin de la fondation (figure 2) sont données dans le tableau ci-dessous :

Actions	$F_X$	$F_Y$	$F_Z$	$M_X$	$M_Y$	$M_Z$
Poids propre du tablier			$14,59 \times 1,1$			
Poids des superstructures			$3,3 \times 1,1$			
Réaction hyperstatique de précontrainte			$- 0,15 \times 0,9$			
Action engendrée par le retrait et le fluage du béton du tablier	$0,28 \times 1,1$		$- 0,46 \times 1,1$		$- 4,52 \times 1,1$	
Action engendrée par la température ( $-2,5 \cdot 10^{-4}$ )	$0,19 \times 1,1$				$- 3,07 \times 1,1$	
Poids du fût			$3,67 \times 1,1$			
Poids du massif			$27,64 \times 1,1$			
Poussée d'Archimède sur les parties immergées sous le niveau des PHEN			$-12,02 \times 0,9$			
Choc de bateau		- 8		- 98,40		
Contre-choc du tablier R-R <sub>1</sub>		1,6		30,34		
Contre-choc du tablier $\Gamma$ - $\Gamma_1$				- 5,28		
<b>TOTAL</b>	0,52	- 6,40	42,66	- 73,34	- 8,35	
<b>TOTAL <math>\times 1,2</math></b>	0,62	- 7,68	51,19	- 88,01	- 10,02	

$F_X$  ,  $F_Y$  ,  $F_Z$  sont exprimés en MN

$M_X$  ,  $M_Y$  ,  $M_Z$  sont exprimés en MN.m

Les mêmes unités sont employées dans les tableaux semblables qui suivent.

### 3. Combinaison d'actions développant les contraintes latérales maximales

Actions	$F_X$	$F_Y$	$F_Z$	$M_X$	$M_Y$	$M_Z$
Poids propre du tablier			$14,59 \times 0,9$			
Poids des superstructures			$3,30 \times 0,9$			
Réaction hyperstatique de précontrainte			$-0,15 \times 1,1$			
Action engendrée par le retrait et le fluage du béton du tablier	$0,28 \times 1,1$		$-0,46 \times 1,1$		$-4,52 \times 1,1$	
Action engendrée par la température ( $-2,5 \cdot 10^{-4}$ )	$0,19 \times 1,1$				$-3,07 \times 1,1$	
Poids du fût			$3,67 \times 0,9$			
Poids du massif			$27,64 \times 0,9$			
Poussée d'Archimède sur les parties immergées sous le niveau des PHEN			$-12,02 \times 1,1$			
Choc de bateau		- 8		- 98,40		
Contre-choc du tablier R-R <sub>1</sub>		1,6		30,34		
Contre-choc du tablier $\Gamma$ - $\Gamma_1$				- 5,28		
<b>TOTAL</b>	0,52	- 6,40	30,39	- 73,34	- 8,35	
<b>TOTAL <math>\times 1,2</math></b>	0,62	- 7,68	36,46	- 88,01	- 10,02	

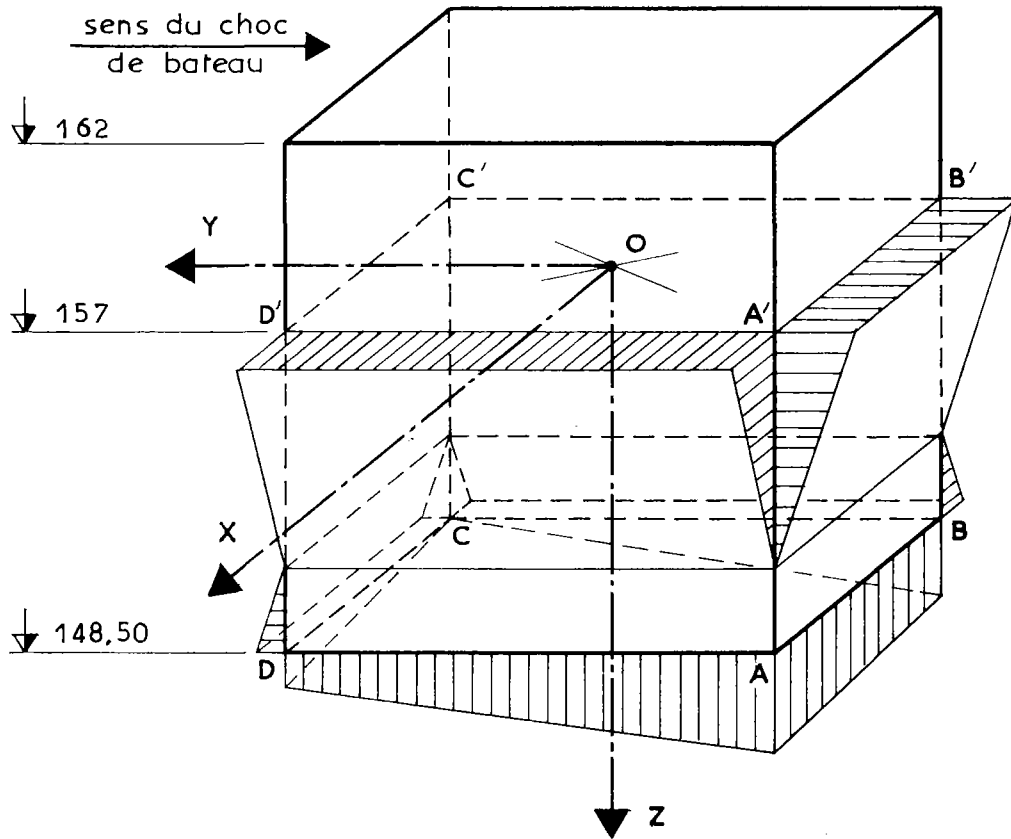
### 4. Justification vis-à-vis de l'état-limite de rupture du sol pour la première combinaison d'actions

On applique successivement la méthode décrite dans l'annexe II au massif considéré suivant les directions OY et OX et soumis aux systèmes de forces suivants (les notations sont celles de l'annexe II) :

$$(1) \quad \left| \begin{array}{l} N = 51,19 \text{ MN} \\ F = 7,68 \text{ MN} \\ M = 88,01 \text{ MN.m} \end{array} \right. \quad (2) \quad \left| \begin{array}{l} N = 51,19 \text{ MN} \\ F = 0,62 \text{ MN} \\ M = 10,02 \text{ MN.m} \end{array} \right.$$

Les contraintes verticales sous la base de la fondation sont obtenues en ajoutant les contraintes verticales correspondant à ces deux systèmes et en retranchant la contrainte due au seul effort normal N centré (sinon on prendrait en compte deux fois l'effort normal N). On vérifie que le calcul ne donne pas de contraintes de traction sur le sol de fondation.

Les contraintes horizontales sur les faces latérales du massif sont obtenues directement : sur les faces perpendiculaires à l'axe OY pour le système (1), et sur les faces perpendiculaires à l'axe OX pour le système (2).



a) Système (1)

$$a = \frac{13,00}{2} = 6,50 \text{ m} , \quad b = \frac{6,30}{2} = 3,15 \text{ m} , \quad \mu = \frac{k_h}{k_v} = \frac{35}{36} = 0,97$$

La résolution du premier système d'équations donne :

$$X^3 + \frac{3}{2} \left( \frac{2 \times 88,01 + 7,68 \times 8,50}{51,19} - 2 \times 6,50 \right) X^2 - \frac{0,97 \times 8,50^3}{2} = 0$$

$$X^3 - 12,43 X^2 - 297,85 = 0$$

$$X = 13,96 > 2a = 13,00 \text{ m}$$

Comme  $X$  est supérieur à  $2a$  il faut résoudre le deuxième système d'équations avec lequel on obtient :

$$x_0 = \frac{\left(4 \times 6,50^3 + 0,97 \times \frac{8,50^3}{2}\right) \times 51,19}{6 \times 6,50 \times (2 \times 88,01 + 7,68 \times 8,50)} = 7,60 \text{ m} > a = 6,50 \text{ m}$$

$$z_0 = \frac{8,50}{2} + \frac{2 \times 6,50 \times 7,60 \times 7,68}{0,97 \times 8,50 \times 51,19} = 6,05 \text{ m}$$

$$\alpha = \frac{51,19}{4 \times 36 \times 3,15 \times 6,50 \times 7,60} = 22,84 \cdot 10^{-4} \text{ rd}$$

Les contraintes horizontales sur les faces perpendiculaires à OY valent :

$$\alpha \mu k z_0 = 22,84 \cdot 10^{-4} \times 0,97 \times 36 \times 6,05 = 0,48 \text{ MPa}$$

$$\alpha \mu k (h - z_0) = 22,84 \cdot 10^{-4} \times 0,97 \times 36 (8,50 - 6,05) = 0,20 \text{ MPa}$$

On vérifie déjà les conditions correspondantes du paragraphe 3.1. :

$$\sigma\left(\frac{3}{4} z_0\right) = \frac{3}{4} \times 0,48 = 0,36 \text{ MPa} < p_f = 1,8 \text{ MPa}$$

$$\sigma\left(\frac{3}{4} (h - z_0)\right) = \frac{3}{4} \times 0,20 = 0,15 \text{ MPa} < p_f = 2 \text{ MPa}$$

Les contraintes verticales valent :

$$\alpha k (x_0 + a) = 22,84 \cdot 10^{-4} \times 36 (7,60 + 6,50) = 1,16 \text{ MPa}$$

$$\alpha k (x_0 - a) = 22,84 \cdot 10^{-4} \times 36 (7,60 - 6,50) = 0,09 \text{ MPa}$$

b) Système (2)

On résout directement le deuxième système d'équations en remplaçant  $a$  par  $b$ . Il donne :

$$x_0 = \frac{\left(4 \times 3,15^3 + 0,97 \times \frac{8,50^3}{2}\right) \times 51,19}{6 \times 3,15 \times (2 \times 10,02 + 0,62 \times 8,50)} = 45,25 \text{ m} > b = 3,15 \text{ m}$$

$$z_0 = \frac{8,50}{2} + \frac{2 \times 3,15 \times 45,25 \times 0,62}{0,97 \times 8,50 \times 51,19} = 4,67 \text{ m}$$

$$\alpha = \frac{51,19}{4 \times 36 \times 3,15 \times 6,50 \times 45,25} = 3,84 \cdot 10^{-4} \text{ rd}$$



Les contraintes horizontales sur les faces perpendiculaires à OX valent :

$$\alpha \mu k z_0 = 3,84 \cdot 10^{-4} \times 0,97 \times 36 \times 4,67 = 0,06 \text{ MPa}$$

$$\alpha \mu k (h-z_0) = 3,84 \cdot 10^{-4} \times 0,97 \times 36 (8,50 - 4,67) = 0,05 \text{ MPa}$$

Les contraintes verticales valent :

$$\alpha k (x_0 + b) = 3,84 \cdot 10^{-4} \times 36 (45,25 + 3,15) = 0,67 \text{ MPa}$$

$$\alpha k (x_0 - b) = 3,84 \cdot 10^{-4} \times 36 (45,25 - 3,15) = 0,58 \text{ MPa}$$

c) Contraintes verticales résultantes

La contrainte verticale sous l'effort N centré vaut :

$$\frac{N}{2 a \times 2 b} = \frac{51,19}{13,00 \times 6,30} = 0,63 \text{ MPa}$$

Les contraintes verticales résultantes sont les suivantes :

$$\sigma_A = 1,16 + 0,67 - 0,63 = 1,20 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = 1,16 + 0,58 - 0,63 = 1,11 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = 0,03 + 0,58 - 0,63 = -0,02 \text{ MPa} \# 0$$

$$\sigma_D = 0,03 + 0,67 - 0,63 = 0,07 \text{ MPa}$$

On vérifie les conditions correspondantes du paragraphe 3.1.

$$\sigma \left( \frac{3}{4} AB \right) = 1,11 + \frac{3}{4} (1,20 - 1,11) = 1,18 \text{ MPa} < q_{ult} = 2,29 \text{ MPa}$$

$$\sigma \left( \frac{3}{4} AD \right) = 0,07 + \frac{3}{4} (1,20 - 0,07) = 0,92 \text{ MPa} < q_{ult} = 2,29 \text{ MPa}$$

### 5. Justification vis-à-vis de l'état-limite ultime de rupture du sol pour la deuxième combinaison d'actions

On a les deux systèmes de forces suivants :

(1)	$\begin{aligned} N &= 36,46 \text{ MN} \\ F &= 7,68 \text{ MN} \\ M &= 88,01 \text{ MN.m} \end{aligned}$	(2)	$\begin{aligned} N &= 36,46 \text{ MN} \\ F &= 0,62 \text{ MN} \\ M &= 10,02 \text{ MN.m} \end{aligned}$
-----	--	-----	--

a) Système (1)

La résolution du premier système d'équations donne :

$$X^3 + \frac{3}{2} \left( \frac{2 \times 88,01 + 7,68 \times 8,50}{36,46} - 2 \times 6,50 \right) X^2 - \frac{0,97 \times 8,50^3}{2} = 0$$

$$X^3 - 9,57 X^2 - 297,85 = 0$$

$$X = 11,73 < 2a = 13,00 \text{ m}$$

$$x_0 = 11,73 - 6,50 = 5,23 \text{ m}$$

$$z_0 = \frac{8,50}{2} + \frac{11,73^2 \times 7,68}{2 \times 0,97 \times 8,50 \times 36,46} = 6,01 \text{ m}$$

$$\alpha = \frac{36,46}{36 \times 3,15 \times 11,73^2} = 23,37 \cdot 10^{-4} \text{ rd}$$

Les contraintes horizontales valent :

$$\alpha \mu k z_0 = 23,37 \cdot 10^{-4} \times 0,97 \times 36 \times 6,01 = 0,49 \text{ MPa}$$

$$\alpha \mu k (h - z_0) = 23,37 \cdot 10^{-4} \times 0,97 \times 36 \times (8,50 - 6,01) = 0,20 \text{ MPa}$$

$$\sigma \left( \frac{3}{4} z_0 \right) = \frac{3}{4} \times 0,49 = 0,37 \text{ MPa} < p_f = 1,8 \text{ MPa}$$

$$\sigma \left( \frac{3}{4} (h - z_0) \right) = \frac{3}{4} \times 0,20 = 0,15 \text{ MPa} < p_f = 2 \text{ MPa}$$

La contrainte verticale vaut :

$$\alpha k (x_0 + a) = 23,37 \cdot 10^{-4} \times 36 (5,23 + 6,50) = 0,99 \text{ MPa}$$

b) Système (2)

La résolution du deuxième système d'équations donne ( $X > 2b$ ) :

$$x_0 = \frac{\left(4 \times 3,15^3 + 0,97 \times \frac{8,50^3}{2}\right) \times 36,46}{6 \times 3,15 \times (2 \times 10,02 + 8,50 \times 0,62)} = 32,23 > b = 3,15 \text{ m}$$

$$z_0 = \frac{8,50}{2} + \frac{2 \times 3,15 \times 32,23 \times 0,62}{0,97 \times 8,50 \times 36,46} = 4,67 \text{ m}$$

$$\alpha = \frac{36,46}{4 \times 36 \times 3,15 \times 6,50 \times 32,23} = 3,84 \cdot 10^{-4}$$

Les contraintes horizontales valent :

$$\alpha \mu k z_0 = 3,84 \cdot 10^{-4} \times 0,97 \times 36 \times 4,67 = 0,06 \text{ MPa}$$

$$\alpha \mu k (h - z_0) = 3,84 \cdot 10^{-4} \times 0,97 \times 36 (8,50 - 4,67) = 0,05 \text{ MPa}$$

Les contraintes verticales valent :

$$\alpha k (x_0 + b) = 3,84 \cdot 10^{-4} \times 36 (32,23 + 3,15) = 0,49 \text{ MPa}$$

$$\alpha k (x_0 - b) = 3,84 \cdot 10^{-4} \times 36 (32,23 - 3,15) = 0,40 \text{ MPa}$$

c) Contraintes verticales résultantes

La contrainte verticale sous l'effort N centré vaut :

$$\frac{N}{2a \times 2b} = \frac{36,46}{13,00 \times 6,30} = 0,45 \text{ MPa}$$

On obtient les contraintes verticales résultantes :

$$\sigma_A = 0,99 + 0,49 - 0,45 = 1,03 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = 0,99 + 0,40 - 0,45 = 0,94 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = 0 + 0,40 - 0,45 = -0,05 \text{ MPa} \# 0$$

$$\sigma_D = 0 + 0,49 - 0,45 = 0,04 \text{ MPa}$$

On vérifie les conditions correspondantes du paragraphe 3.1.

$$\left| \begin{array}{l} \sigma \left( \frac{3}{4} \text{ AB} \right) = 0,94 + \frac{3}{4} (1,03 - 0,94) = 1,01 < \sigma_{\text{ult}} = 2,29 \text{ MPa} \\ \sigma \left( \frac{3}{4} \text{ AD} \right) = 0,04 + \frac{3}{4} (1,03 - 0,04) = 0,78 < \sigma_{\text{ult}} = 2,29 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

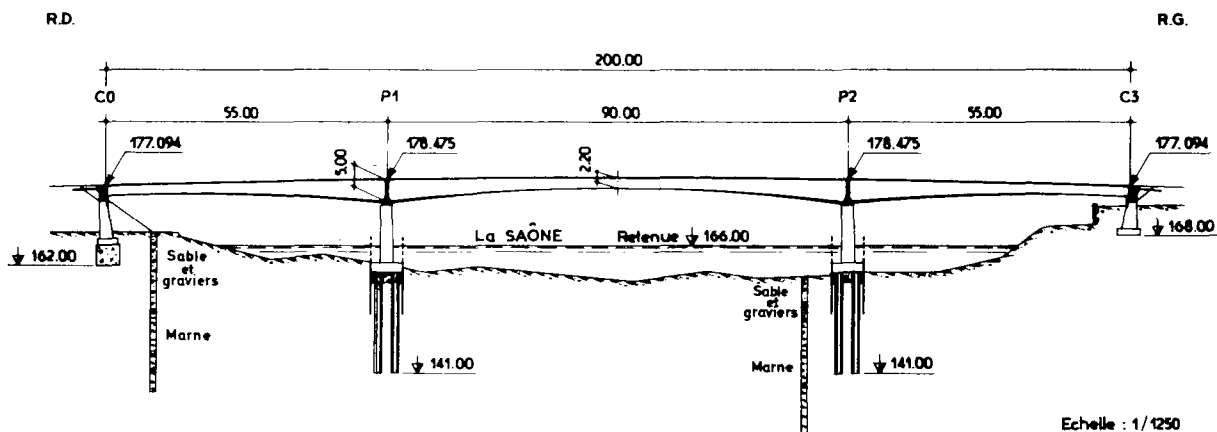
## CHAPITRE V

## EXEMPLE D'APPLICATION

## APPUI FONDÉ SUR PUIS DE GRAND DIAMÈTRE

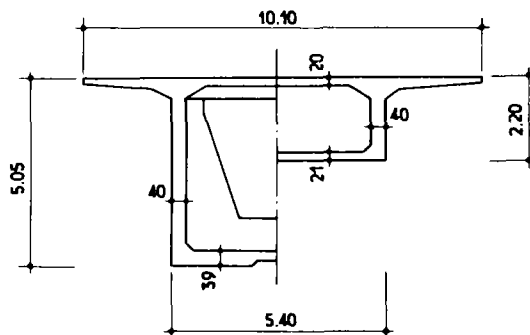
## 5.1. DONNÉES GÉNÉRALES

On remplace le massif précédent par une semelle reposant sur six puits forés de 1,60 m de diamètre. Les caractéristiques du nouvel appui sont indiquées sur les figures ci-après.

COUPE LONGITUDINALEDEMI-COUPES TRANSVERSALES

Echelle : 1/200

SUR PILE A LA CLÉ



**COUPE TRANSVERSALE SUR PILE**

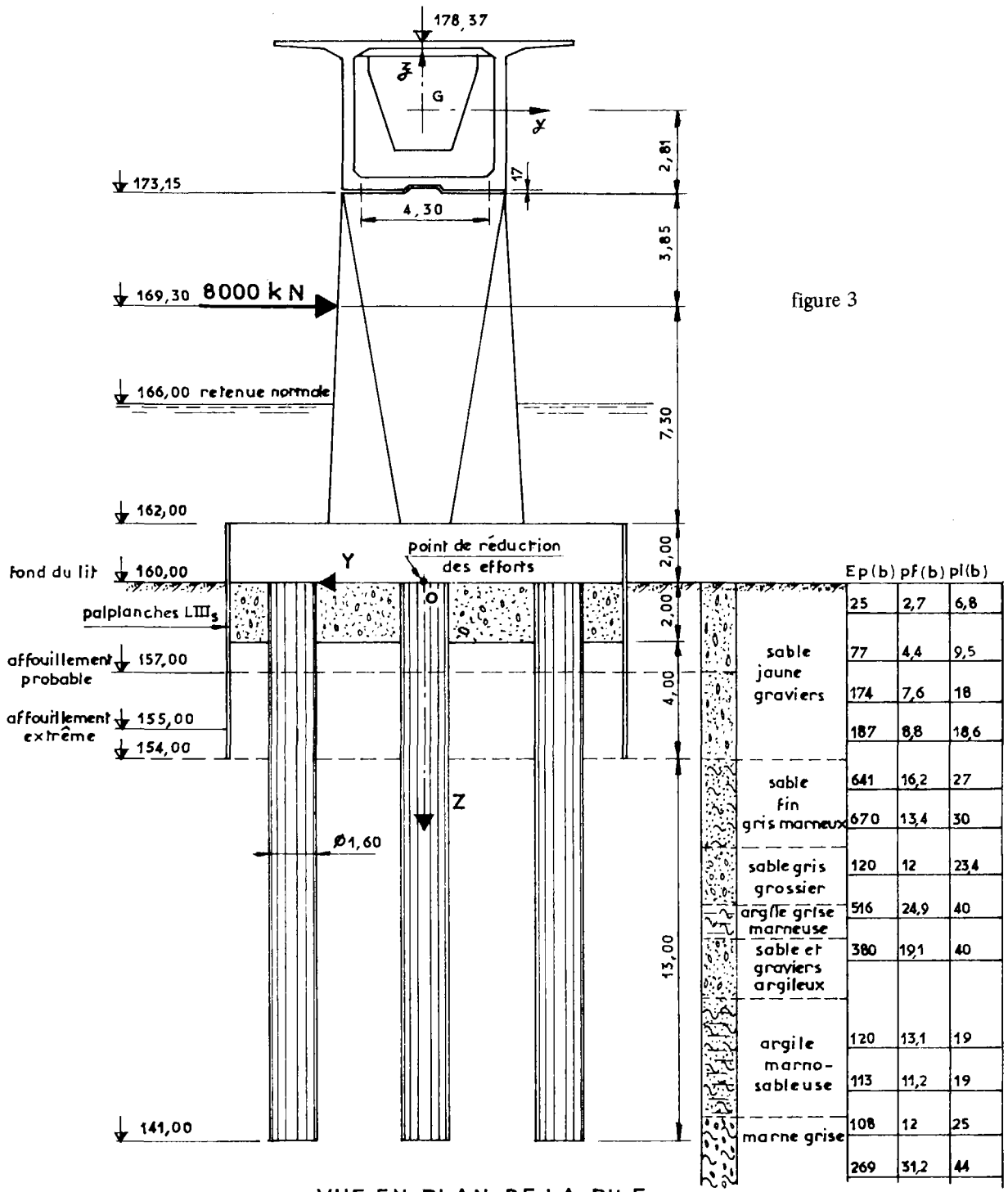
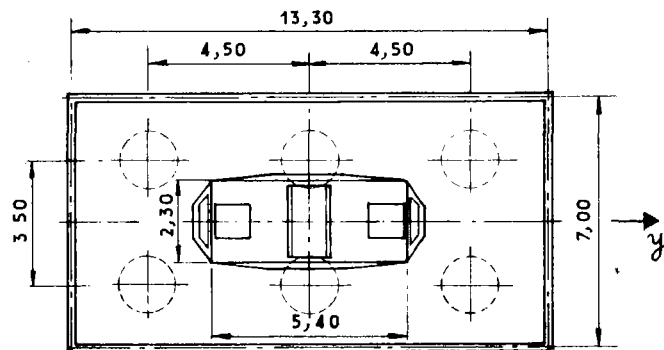


figure 3

**VUE EN PLAN DE LA PILE**



( Ech 1/200 )

## 5.2. CALCUL DES MODULES DE RÉACTION HORIZONTALE DU SOL

Pour les puits considérés comme isolés, on obtient le module de réaction horizontale du sol par un abaque de M. L. MENARD ([ 2 ] chapitre 5.3. figure 28). Cet abaque donne  $k$  en fonction du paramètre  $\alpha$  et du diamètre des puits pour  $E = 100$  bars. Pour  $E \neq 100$  bars, on multiplie la valeur lue par le rapport  $E/100$ . Les résultats des calculs sont résumés dans le tableau ci-dessous. Dans les données du programme PSH on a distingué quatre couches principales pour lesquelles on a retenu une valeur moyenne de  $k$ .

Cotes ↓	Couches	E (b)	$p_{\varrho}$ (b)	$E/p_{\varrho}$	$\alpha$	$k_{100}$ (b.cm <sup>-1</sup> )	$k$ (MN.m <sup>-3</sup> )	$k$ moyen (MN.m <sup>-3</sup> )
↓ 157	Sable jaune et graviers	174	18	9,7	1/4	3,5	61	63
↓ 154		187	18,6	10			65	
↓ 151	Sable fin gris marneux	641	27	23,7	1/2	2	131	134
		670	30	22,3			137	
↓ 149.10	Sable gris grossier	120	23,4	5,1	1/3	2,8	34	82
↓ 148	Argile grise marneuse	516	40	12,9	2/3	1,5	77	
↓ 145.90	Sable et graviers argileux	380	40	9,5	1/4	3,5	133	
↓ 141.40	Argile marno- sableuse	120	19	6,3	1/2	2	25	
		113	19	5,9			28	23
↓ 141	Marne grise	108	25	4,3	1/2	2	22	

## 5.3. CALCUL DE LA SOUPLESSE TRANSVERSALE DES PILES

On suppose que les deux piles ont même souplesse.

### a) Souplesse de la fondation

On calcule à l'aide du programme électronique PSH les déplacements de la fondation sous l'effet d'une force unité et sous l'effet d'un couple unité. Pour ce calcul on ne tient pas compte de l'effet de groupe, ce qui augmente la rigidité de l'appui et diminue donc l'effet de répartition du tablier.

Les données du programme sont rappelées en tête de la note électronique jointe au paragraphe 5.5.6.

La fondation et les efforts sont repérés dans un système d'axes OXYZ représenté sur le dessin de la pile (figure 3). O est dans le plan inférieur de la semelle, ce qui correspond au niveau d'encastrement des puits.

De la note électronique, on tire :

$$A_1 = 0,04 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$B_1 = 0,14 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1}$$

$$C_1 = 8,51 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \text{ m}$$

b) Souplesse totale de l'appui en G.

Les souplesses du fût et des appareils d'appui ont été calculées au paragraphe 4.3.

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = (0,04 + 0,10 + 0,01) \cdot 10^{-4} = 0,15 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + A_1 \ell_1 + A_2 \ell_2 + A_3 \ell_3$$

$$B = (0,14 + 0,57 + 0 + 0,04 \times 15,96 + 0,10 \times 2,81 + 0,01 \times 2,64) \cdot 10^{-4}$$

$$B = 1,66 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1}$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + 2(B_1 \ell_1 + B_2 \ell_2 + B_3 \ell_3) + A_1 \ell_1^2 + A_2 \ell_2^2 + A_3 \ell_3^2$$

$$C = [8,51 + 4,24 + 0 + 2(0,14 \times 15,96 + 0,57 \times 2,81 + 0) + 0,04 \times 15,96^2 \dots \\ + 0,10 \times 2,81^2 + 0,01 \times 2,64^2] \cdot 10^{-4}$$

$$C = 31,47 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \text{ m}$$

– Souplesse de l'appui en G pour un effort appliqué au niveau du choc

$$A' = A_1 + A_2 = (0,04 + 0,07) \cdot 10^{-4} = 0,11 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$B' = B_1 + B_2' + A_1 \ell_1' = (0,14 + 0,24 + 0,04 \times 9,30) \cdot 10^{-4} = 0,75 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1}$$

$$B'' = B_1 + B_2' + A_1 \ell_1 + A_2' \ell_2 = (0,14 + 0,24 + 0,04 \times 15,96 + 0,07 \times 6,66) \cdot 10^{-4}$$

$$B'' = 1,48 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1}$$

$$C' = C_1 + C_2' + B_1 (\ell_1' + \ell_1) + B_2' \ell_2 + A_1 \ell_1 \ell_1'$$

$$C' = [8,51 + 1,19 + 0,14(9,30 + 15,96) + 0,24 \times 6,66 + 0,04 \times 15,96 \times 9,30] \cdot 10^{-4}$$

$$C' = 20,77 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \text{ m}$$



## 5.4. CALCUL DES RÉACTIONS DU TABLIER

1. Calcul de R et de  $\Gamma$ 

$$R = \frac{AC' - BB'}{AC - B^2} F = \frac{0,15 \times 20,77 - 1,66 \times 0,75}{0,15 \times 31,47 - 1,66^2} F = 0,95 F$$

$$\Gamma = \frac{B'C - BC'}{AC - B^2} F = \frac{0,75 \times 31,47 - 1,66 \times 20,77}{0,15 \times 31,47 - 1,66^2} F = -5,53 F$$

2. Calcul de R - R<sub>1</sub>

$$Ek_0 = Ek_3 = 0$$

$$Ek_1 = Ek_2 = 39300 \times 31,47 \cdot 10^{-4} = 123,68 \text{ m}^{-1}$$

$$E\alpha = 0,54 + 0,88 + \left( \frac{1}{55} + \frac{1}{90} \right)^2 \times 123,68 + \frac{123,68}{90^2} = 1,54 \text{ m}^{-3}$$

$$E\beta = 0,44 - \left( \frac{1}{55} + \frac{1}{90} \right) \frac{123,68}{90} - \left( \frac{1}{90} + \frac{1}{55} \right) \frac{123,68}{90} = 0,36 \text{ m}^{-3}$$

$$E\gamma = E\alpha \quad (\text{par symétrie})$$

$$1,54 M_1 + 0,36 M_2 = 3,62 R$$

$$0,36 M_1 + 1,54 M_2 = -1,37 R$$

$$\text{On tire : } M_1 = 2,71 R \text{ et } M_2 = -1,52 R$$

Soit :

$$R_0 = \frac{2,71}{55} R = 0,05 R$$

$$R_1 = R - \left( \frac{1}{55} + \frac{1}{90} \right) \times 2,71 R - \frac{1,52}{90} R = 0,90 R$$

$$R_2 = \frac{2,71}{90} R + \left( \frac{1}{90} + \frac{1}{55} \right) \times 1,52 R = 0,07 R$$

$$R_3 = -\frac{1,52}{55} R = -0,03 R$$

On vérifie que  $\sum R_i$  est égal à R.

L'effort de rappel vaut :

$$R - R_1 = (1 - 0,90) \times 0,95 F = 0,095 F$$

$$R - R_1 = 0,095 \times 8 = \boxed{0,76 \text{ MN}}$$

### 3. Calcul de $\Gamma - \Gamma_1$

$$A_0 = A_3 = 0,15 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$A_1 = A_2 = 0,15 \cdot 10^{-4} \text{ MN}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$\psi_1 = \frac{A_1}{A_0 + S_{t1}} = \frac{0,15}{0,15 + 2,6} = 0,05$$

$$\psi'_3 = \frac{A_2}{A_3 + S_{t3}} = \frac{0,15}{0,15 + 2,6} = 0,05$$

$$\psi'_2 = \frac{A_1}{A_2 + (1 + \psi'_3) S_{t2}} = \frac{0,15}{0,15 + (1 + 0,05) 3,2} = 0,04$$

Soit :

$$\Gamma_1 = \frac{-(-\Gamma)}{1 + \frac{A_1 - A_0 \psi_1}{S_{t1}} + \frac{A_1 - A_2 \psi'_2}{S_{t2}}} = \frac{-(-\Gamma)}{1 + \frac{0,15 - 0,15 \times 0,05}{2,6} + \frac{0,15 - 0,15 \times 0,04}{3,2}}$$

$$\Gamma_1 = 0,91 \Gamma$$

Le couple de rappel vaut :

$$\Gamma - \Gamma_1 = -(1 - 0,91) \times 5,53 F = -0,50 F$$

$$\Gamma - \Gamma_1 = -0,50 \times 8 = \boxed{-4 \text{ MN.m}}$$

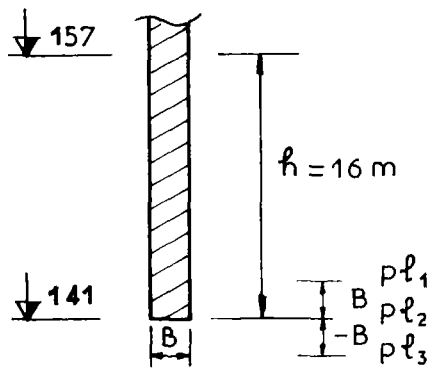
## 5.5. JUSTIFICATION VIS-A-VIS DE L'ÉTAT-LIMITE ULTIME DE RUPTURE DU SOL

### 1. Force portante d'un puits

Elle est calculée à partir des résultats des essais pressiométriques selon les règles de M.L. MENARD ([ 2 ] chapitre 5.2.).

## a) Résistance en pointe

Elle est donnée par l'expression :  $q_r = K p_{\ell e}$



$$p_{\ell e} = \sqrt[3]{p_{\ell_1} \times p_{\ell_2} \times p_{\ell_3}} = \sqrt[3]{1,9 \times 2,5 \times 4,4} = 2,75 \text{ MPa}$$

$$h_e = \frac{1}{p_{\ell e}} \int_0^h p_{\ell}(z) dz = \frac{41}{2,75} = 14,9 \text{ m}$$

$$\frac{h_e}{R} = \frac{14,9}{0,8} = 18,6$$

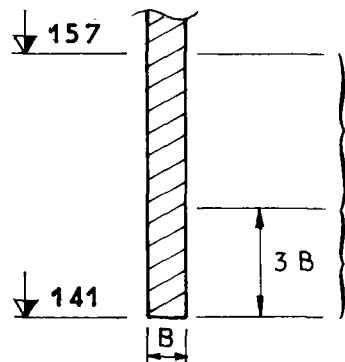
Pour un sol de catégorie II, un pieu foré et un rapport  $\frac{h_e}{R} = 18,6$  on lit sur l'abaque ([ 2 ] chapitre 5.2., figure 8) la valeur du facteur de portance :  $K = 3,2$ .

Soit  $q_r = 3,2 \times 2,75 = 8,8 \text{ MPa}$

$$Q_p = \frac{\pi \times 1,6^2}{4} \times 8,8 = 17,7 \text{ MN}$$

## b) Frottement latéral

Pour des  $p_{\ell} > 1,2 \text{ MPa}$ , on lit sur l'abaque ([ 2 ] chapitre 5.2., figure 9) les valeurs suivantes :



courbe A (section courante)  $f = 8 \cdot 10^{-2} \text{ MPa}$

courbe B (près de la base)  $f = 12 \cdot 10^{-2} \text{ MPa}$

En appliquant à ces valeurs un abattement de 30 % pour tenir compte du grand diamètre du puits ( $\phi > 60 \text{ cm}$ ), on obtient :

$$Q_f = \pi \times 1,6 \left[ (16 - 3 \times 1,6) 8 + 3 \times 1,6 \times 12 \right] \cdot 10^{-2} \times 0,7 = 5,2 \text{ MN}$$

## c) Charge correspondant à l'état-limite ultime de rupture du sol

$$Q_{ult} = \frac{1}{2} Q_p + \frac{3}{4} Q_f$$

$$Q_{ult} = \frac{1}{2} \times 17,7 + \frac{3}{4} \times 5,2 = \boxed{12,75 \text{ MN}}$$

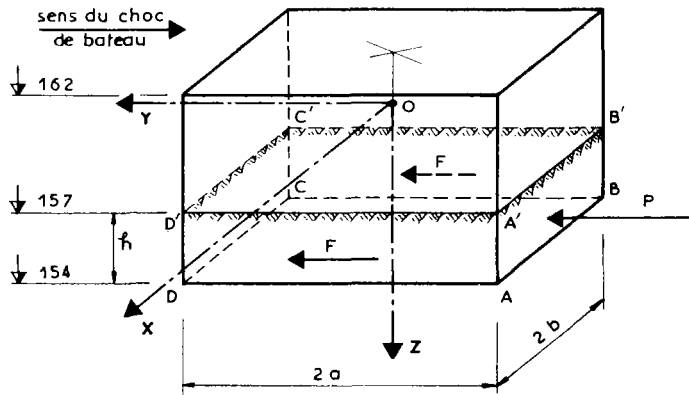
## 2. Force d'arrachement d'un puits

Elle est prise égale au frottement latéral calculé ci-dessus. Soit :

$$Q'_{ult} = \frac{3}{4} \times 5,2 = \boxed{3,9 \text{ MN}}$$

## 3. Réaction du sol sur le batardeau

On assimile la réaction du sol sur le batardeau à l'action de deux forces P et F comme indiqué ci-dessous :



P : réaction horizontale du sol sur la face  $ABB'A'$

F : frottement sur chacune des faces  $ADD'A'$  et  $BCC'B'$

On évalue P par défaut en considérant la pression des terres au repos s'exerçant sur la face  $ABB'A'$ .

$$P = \frac{1}{2} k_0 \gamma' h^2 2b$$

$$P = \frac{1}{2} \times 0,5 \times 10^{-2} \times 3^2 \times 7 = 0,16 \text{ MN}$$

Pour le frottement du sol, on prend :

$$F = \frac{1}{2} k_0 \gamma' h^2 2a \operatorname{tg} \varphi' \text{ avec } \varphi' = 30^\circ$$

$$F = \frac{1}{2} \times 0,5 \times 10^{-2} \times 3^2 \times 13,30 \times 0,58 = 0,17 \text{ MN}$$

La réaction du sol sur le batardeau vaut :

$$P + 2F = 0,16 + 2 \times 0,17 = 0,50 \text{ MN}$$

#### 4. Combinaisons d'actions produisant un effort maximal de compression dans un des puits.

Les sollicitations de calcul définies par rapport au tièdre OXYZ sont données dans le tableau ci-dessous :

Actions	$F_X$	$F_Y$	$F_Y$	$M_X$	$M_Y$	$M_Z$
Poids propre du tablier			$14,59 \times 1,1$			
Poids des superstructures			$3,3 \times 1,1$			
Réaction hyperstatique de précontrainte			$-0,15 \times 0,9$			
Action engendrée par le retrait et le fluage du béton du tablier	$0,28 \times 1,1$		$-0,46 \times 1,1$		$-3,68 \times 1,1$	
Action engendrée par la température ( $-2,5 \cdot 10^{-4}$ )	$0,19 \times 1,1$				$-2,50 \times 1,1$	
Poids du fût			$3,67 \times 1,1$			
Poids de la semelle			$4,65 \times 1,1$			
Poussée d'Archimède sur les parties immergées sous le niveau des PHEN			$-2,82 \times 0,9$			
Choc de bateau		- 8		- 74,4		
Contre-choc du tablier R-R <sub>1</sub>		0,76		12,1		
Contre-choc du tablier $\Gamma$ - $\Gamma_1$				- 4		
Réaction du batardeau		0,50		- 2,5		
<b>TOTAL</b>	0,52	- 6,74	25,65	- 68,8	- 6,80	
<b>TOTAL <math>\times 1,2</math></b>	0,62	- 8,09	30,78	- 82,56	- 8,16	

### 5. Combinaison d'actions produisant un effort maximal de traction dans un des puits.

Actions	F <sub>X</sub>	F <sub>Y</sub>	F <sub>Z</sub>	M <sub>X</sub>	M <sub>Y</sub>	M <sub>Z</sub>
Poids propre du tablier			14,59 × 0,9			
Poids des superstructures			3,3 × 0,9			
Réaction hyperstatique de précontrainte			- 0,15 × 1,1			
Action engendrée par le retrait et le fluage du béton du tablier	0,28 × 1,1		- 0,46 × 1,1		- 3,68 × 1,1	
Action engendrée par la température (- 2,5.10 <sup>-4</sup> )	0,19 × 1,1				- 2,50 × 1,1	
Poids du fût			3,67 × 0,9			
Poids de la semelle			4,65 × 0,9			
Poussée d'Archimède sur les parties immergées sous le niveau des PHEN			- 2,82 × 1,1			
Choc de bateau		- 8		- 74,4		
Contre-choc du tablier R-R <sub>1</sub>		0,76		12,1		
Contre-choc du tablier Γ- Γ <sub>1</sub>				- 4		
Réaction du batardeau		0,50		- 2,5		
<b>TOTAL</b>	0,52	- 6,74	19,82	- 68,8	- 6,8	
<b>TOTAL × 1,2</b>	0,62	- 8,09	23,78	- 82,56	- 8,16	

### 6. Résultats de la note de calculs électronique

On tient compte de l'effet de groupe (paragraphe 3.1.b) en considérant une courbe de réaction horizontale du sol réduite par une affinité de rapport :

$$\frac{1 + (n - 1) \times r}{n} = \frac{1 + 2 \times 0,4}{3} = 0,6$$

Les données sont rappelées en tête de la note de calculs électronique.

#### a) Efforts extrêmes dans les puits

- Effort de compression : N = 12,25 MN < 12,75 MN
- Effort de traction : N = 3,16 MN < 3,9 MN

#### b) Contraintes maximales dans le sol

- Couche n°2 :  $\sigma = 0,27 \text{ MPa} \# 0,6 \text{ pf} = 0,6 \times 0,45 = 0,27 \text{ MPa}$
- Couche n°3 :  $\sigma = 0,26 \text{ MPa} < 0,6 \text{ pf} = 0,6 \times 1,3 = 0,78 \text{ MPa}$
- Couche n°4 :  $\sigma = 0,03 \text{ MPa} < 0,6 \text{ pf} = 0,6 \times 1,2 = 0,72 \text{ MPa}$
- Couche n°5 :  $\sigma = 0,01 \text{ MPa} < 0,6 \text{ pf} = 0,6 \times 1,1 = 0,66 \text{ MPa}$

\*\*\*\*\*  
 PROBLEME NO. 1  
 \*\*\*\*\*

RAPPEL DES DONNEES  
 \*\*\*\*\*

NOMBRE DE PIEUX = 6  
 PROFONDEUR DE FONDATION H = 19.000 M  
 MODULE D'YOUNG DES PIEUX E = 2970000.0 T/M2  
 PIEUX ENCASTRES SUR LA SEMELLE  
 LIBRES EN PIED  
 DEFINITION DES COUCHES DE SOL  
 -----

COUCHE NO.	EPAISSEUR (M)	MODULE LATERAL (T/M3)	NOMBRE D' INTERVALLES
1	3.000	0.0	3
2	3.000	6300.000	3
3	3.000	13400.000	3
4	5.100	8200.000	5
5	4.900	2300.000	4

CARACTERISTIQUES MECANIKES DE LA SECTION DES PIEUX  
 -----

DIAMETRE 1.600000 M  
 SECTION 2.010600 M2  
 INERTIE DE FLEXION 0.321700 M4  
 INERTIE DE TORSION 0.0 M4

CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES DES PIEUX  
 -----

PIEU NO	XI (M)	YI (M)	PHI (D)	ALPHA (D)	TETA (D)
1	-1.75	4.50	0.0	0.0	0.0
2	-1.75	0.0	0.0	0.0	0.0
3	-1.75	-4.50	0.0	0.0	0.0
4	1.75	4.50	0.0	0.0	0.0
5	1.75	0.0	0.0	0.0	0.0
6	1.75	-4.50	0.0	0.0	0.0

ELASTICITE PROPRE DES PIEUX  
 \*\*\*\*\*

PIEU TYPE 1 ALPHA = 0.0  
 -----

COEFFICIENTS DE RIGIDITE 0.20894E+05 0.77819E+05 0.41984E+06

NOTA

Les unités utilisées par le programme  
 sont la tonne et le mètre. On a admis la  
 relation 1MN = 100 T pour la conversion  
 des unités

\*\*\*\*\*  
 ETUDE DES CAS DE CHARGE  
 \*\*\*\*\*

CAS DE CHARGE NO. 1  
 \*\*\*\*\*

EFFORTS AU CENTRE DE GRAVITE DE LA SEMELLE

FGX (T)	FGY (T)	FGZ (T)	MGX (MT)	MGY (MT)	MGZ (MT)
0.0	100.000	0.0	0.0	0.0	0.0

DEPLACEMENT DU CENTRE DE GRAVITE DE LA SEMELLE

DGX (10-4 M)	DGY (10-4 M)	DGZ (10-4 M)	RGX (10-4 RD)	RGY (10-4 RD)	RGZ (10-4 RD)
0.0	8.5055	0.0	0.1420	0.0	-0.0000

EFFORTS DANS LES PIEUX

PIEU NO	FIX (T)	FIY (T)	FIZ (T)	MJX (MT)	MIY (MT)	MIZ (MT)
1	20.076	16.667	-0.000	0.0	0.000	60.229
2	0.0	16.667	0.0	0.0	0.0	60.229
3	-20.076	16.667	0.000	0.0	-0.000	60.229
4	20.076	16.667	-0.000	0.0	0.000	60.229
5	0.0	16.667	0.0	0.0	0.0	60.229
6	-20.076	16.667	0.000	0.0	-0.000	60.229

MOMENTS MAXIMUMS DANS LES PIEUX

PIEU NO	MOMENT MAXIMUM (TM)	ABSCISSE XI (M)
1	60.229	0.0
2	60.229	0.0
3	60.229	0.0
4	60.229	0.0
5	60.229	0.0
6	60.229	0.0

PRESSIONS LATERALES MAXIMUMS DANS LES COUCHES (T/M2)

PIEU NO	COUCHE NO 1	COUCHE NO 2	COUCHE NO 3	COUCHE NO 4	COUCHE NO 5
1	0.0	3.798	3.215	0.190	0.136
2	0.0	3.798	3.215	0.190	0.136
3	0.0	3.798	3.215	0.190	0.136
4	0.0	3.798	3.215	0.190	0.136
5	0.0	3.798	3.215	0.190	0.136
6	0.0	3.798	3.215	0.190	0.136



## CAS DE CHARGE NO. 2

\*\*\*\*\*

## EFFORTS AU CENTRE DE GRAVITE DE LA SEMELLE

FGX (T)	FGY (T)	FGZ (T)	MGX (MT)	MGY (MT)	MGZ (MT)
0.0	0.0	0.0	100.000	0.0	0.0

## DEPLACEMENT DU CENTRE DE GRAVITE DE LA SEMELLE

DGX (10-4 M)	DGY (10-4 M)	DGZ (10-4 M)	RGX (10-4 RD)	RGY (10-4 RC)	RGZ (10-4 RD)
0.0	0.1420	0.0	0.0381	0.0	-0.0000

## EFFORTS DANS LES PIEUX

PIEU NO	FIX (T)	FIY (T)	FIZ (T)	MJX (MT)	MIY (MT)	MIZ (MT)
1	5.390	0.000	-0.000	0.0	0.000	-0.495
2	0.0	0.000	0.0	0.0	0.0	-0.495
3	-5.390	0.000	0.000	0.0	-0.000	-0.495
4	5.390	-0.000	-0.000	0.0	0.000	-0.495
5	0.0	-0.000	0.0	0.0	0.0	-0.495
6	-5.390	-0.000	0.000	0.0	-0.000	-0.495

## MOMENTS MAXIMUMS DANS LES PIEUX

PIEU NO	MOMENT MAXIMUM (TM)	ABSCISSE XI (M)
1	0.495	3.000
2	0.495	3.000
3	0.495	3.000
4	0.495	0.0
5	0.495	0.0
6	0.495	0.0

## PRESSIONS LATERALES MAXIMUMS DANS LES COUCHES (T/M2)

PIEU NO	COUCHE NO 1	COUCHE NO 2	COUCHE NO 3	COUCHE NO 4	COUCHE NO 5
1	0.0	0.032	0.007	0.007	0.001
2	0.0	0.032	0.007	0.007	0.001
3	0.0	0.032	0.007	0.007	0.001
4	0.0	0.032	0.007	0.007	0.001
5	0.0	0.032	0.007	0.007	0.001
6	0.0	0.032	0.007	0.007	0.001

\*\*\*\*\*  
 PROBLEME NO. 2  
 \*\*\*\*\*

RAPPEL DES DONNEES  
 \*\*\*\*\*

NOMBRE DE PIEUX = 6  
 PROFONDEUR DE FONDATION H = 19.000 M  
 MODULE D'YOUNG DES PIEUX E = 2970000.0 T/M2  
 PIEUX ENCASTRES SUR LA SEMELLE  
 LIBRES EN PIED  
 DEFINITION DES COUCHES DE SOL  
 -----

COUCHE NO.	EPAISSEUR (M)	MODULE LATERAL (T/M3)	NOMBRE D' INTERVALLES
1	3.000	0.0	3
2	3.000	3780.000	3
3	3.000	8040.000	3
4	5.100	4920.000	5
5	4.900	1380.000	4

CARACTERISTIQUES MECANQUES DE LA SECTION DES PIEUX  
 -----

DIAMETRE	1.600000	M
SECTION	2.010600	M2
INERTIE DE FLEXION	0.321700	M4
INERTIE DE TORSION	0.0	M4

CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES DES PIEUX  
 -----

PIEU NO	XI (M)	YI (M)	PHI (D)	ALPHA (D)	TETA (D)
1	-1.75	4.50	0.0	0.0	0.0
2	-1.75	0.0	0.0	0.0	0.0
3	-1.75	-4.50	0.0	0.0	0.0
4	1.75	4.50	0.0	0.0	0.0
5	1.75	0.0	0.0	0.0	0.0
6	1.75	-4.50	0.0	0.0	0.0

ELASTICITE PROPRE DES PIEUX  
 \*\*\*\*\*

PIEU TYPE 1            ALPHA = 0.0  
 -----

COEFFICIENTS DE RIGIDITE            0.16095E+05    0.64768E+05    0.38044E+06

\*\*\*\*\*  
 ETUDE DES CAS DE CHARGE  
 \*\*\*\*\*

CAS DE CHARGE NO. 1  
 \*\*\*\*\*

EFFORTS AU CENTRE DE GRAVITE DE LA SEMELLE

FGX (T)	FGY (T)	FGZ (T)	MGX (MT)	MGY (MT)	MGZ (MT)
62.000	-809.000	3078.000	-8256.000	-816.000	0.0

DEPLACEMENT DU CENTRE DE GRAVITE DE LA SEMELLE

DGX (10-4 M)	DGY (10-4 M)	DGZ (10-4 M)	RGX (10-4 RD)	RGY (10-4 RD)	RGZ (10-4 RD)
13.0228	-101.4699	16.3226	-4.3977	-1.6408	0.0000

EFFORTS DANS LES PIEUX

PIEU NO	FIX (T)	FIY (T)	FIZ (T)	MJX (MT)	MIY (MT)	MIZ (MT)
1	-199.209	-134.833	-10.333	0.0	21.925	-489.896
2	422.757	-134.833	-10.333	0.0	21.925	-489.896
3	1044.723	-134.833	-10.333	0.0	21.925	-489.896
4	-18.724	-134.833	-10.333	0.0	21.925	-489.896
5	603.242	-134.833	-10.333	0.0	21.925	-489.896
6	1225.208	-134.833	-10.333	0.0	21.925	-489.896

MOMENTS MAXIMUMS DANS LES PIEUX

PIEU NO	MOMENT MAXIMUM (TM)	ABSCISSE XI (M)
1	490.386	0.0
2	490.386	0.0
3	490.386	0.0
4	490.386	0.0
5	490.386	0.0
6	490.386	0.0

PRESSIONS LATERALES MAXIMUMS DANS LES COUCHES (T/M2)

PIEU NO	COUCHE NO 1	COUCHE NO 2	COUCHE NO 3	COUCHE NO 4	COUCHE NO 5
1	0.0	27.198	26.018	2.999	1.255
2	0.0	27.198	26.018	2.999	1.295
3	0.0	27.198	26.018	2.999	1.255
4	0.0	27.198	26.018	2.999	1.295
5	0.0	27.198	26.018	2.999	1.295
6	0.0	27.198	26.018	2.999	1.295

CAS DE CHARGE NO. 2  
\*\*\*\*\*

EFFORTS AU CENTRE DE GRAVITE DE LA SEMELLE

FGX (T)	FGY (T)	FGZ (T)	MGX (MT)	MGY (MT)	MGZ (MT)
62.000	-809.000	2378.000	-8256.000	-816.000	0.0

DEPLACEMENT DU CENTRE DE GRAVITE DE LA SEMELLE

DGX (10-4 M)	DGY (10-4 M)	DGZ (10-4 M)	RGX (10-4 RD)	RGY (10-4 RD)	RGZ (10-4 RD)
13.0228	-101.4699	12.6105	-4.3977	-1.6408	0.0000

EFFORTS DANS LES PIEUX

PIEU NO	FIX (T)	FIY (T)	FIZ (T)	MJX (MT)	MIY (MT)	MIZ (MT)
1	-315.875	-134.833	-10.333	0.0	21.925	-489.896
2	306.091	-134.833	-10.333	0.0	21.925	-489.896
3	928.057	-134.833	-10.333	0.0	21.925	-489.896
4	-135.390	-134.833	-10.333	0.0	21.925	-489.896
5	486.576	-134.833	-10.333	0.0	21.925	-489.896
6	1108.542	-134.833	-10.333	0.0	21.925	-489.896

MOMENTS MAXIMUMS DANS LES PIEUX

PIEU NO	MOMENT MAXIMUM (TM)	ABSCISSE XI (M)
1	490.386	0.0
2	490.386	0.0
3	490.386	0.0
4	490.386	0.0
5	490.386	0.0
6	490.386	0.0

PRESSIONS LATERALES MAXIMUMS DANS LES COUCHES (T/M2)

PIEU NO	COUCHE NO 1	COUCHE NO 2	COUCHE NO 3	COUCHE NO 4	COUCHE NO 5
1	0.0	27.198	26.018	2.999	1.295
2	0.0	27.198	26.018	2.999	1.295
3	0.0	27.198	26.018	2.999	1.295
4	0.0	27.198	26.018	2.999	1.295
5	0.0	27.198	26.018	2.999	1.295
6	0.0	27.198	26.018	2.999	1.295

READY

READY

## NOTATIONS

$Oxyz$	Trièdre direct, Ox suivant l'axe longitudinal de l'ouvrage, Oz vertical ascendant
$OXYZ$	Trièdre direct, OX suivant l'axe longitudinal de l'ouvrage, OZ vertical descendant
$G_i$	Point d'intersection de la fibre neutre du tablier et de l'axe de symétrie vertical de l'appui $A_i$
$F$	Choc de bateau
$R, R_i$	Efforts horizontaux d'axe $Oy'$
$\Gamma, \Gamma_i$	Couples d'axe Ox
$\theta, \theta'$	Rotations d'axe Ox
$v, v'$	Déplacements suivant $Oy'$
$A, B, C, A', B', C'$	Coefficients de souplesse des appuis dans le plan $yOz$
$\ell_i$	Portées des travées
$a_i, b_i, c_i$	Coefficients de souplesse des travées pour la flexion dans le plan $xOz$
$I_z$	Inertie de flexion du tablier par rapport à Oz
$k_i$	Constante caractérisant l'élasticité de l'appui $A_i$
$E, G$	Modules d'élasticité du matériau
$K$	Moment d'inertie polaire
$S_{ti}$	Souplesse à la torsion de la travée $i$
$\psi_j, \psi'_j$	Rapports focaux
$p_f, p_\ell$	Pression de fluage et pression limite résultant de l'essai au pressiomètre Ménard
$q_r$	Pression de rupture du sol
$Q_p, Q_f$	Terme de pointe et de frottement latéral dans la force portante à la rupture d'un pieu ou puits
$Q_N$	Force portante nominale
$Q_{ult}$	Force portante correspondant à l'état-limite ultime de rupture du sol

## RÉFÉRENCES

[1] J. COURBON, Traité de résistance des matériaux, tome I DUNOD 1955, tome II DUNOD 1965.

[2] LPC - SETRA, Fondations courantes d'ouvrages d'art, FOND 72.

# ANNEXES

## ANNEXE I

## CALCUL DES SOUPLESSES D'UN APPUI

Il est nécessaire de calculer les souplesses transversales des appuis pour étudier la répartition du choc frontal entre les appuis. Il s'agit des souplesses vis-à-vis d'un effort horizontal  $Q$  d'axe  $Oy$  et d'un moment  $M$  d'axe  $Ox$  appliqués en  $G$ .

Si  $\theta$  est la rotation d'axe  $Ox$  et  $v$  le déplacement suivant  $Oy$  en  $G$ , on a :

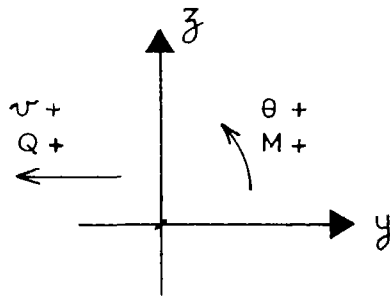
$$\begin{cases} \theta = AM + BQ \\ v = BM + CQ \end{cases}$$

où  $A$  est la souplesse à la rotation ;

$B$  est la souplesse dite croisée ;

$C$  est la souplesse à la translation ;

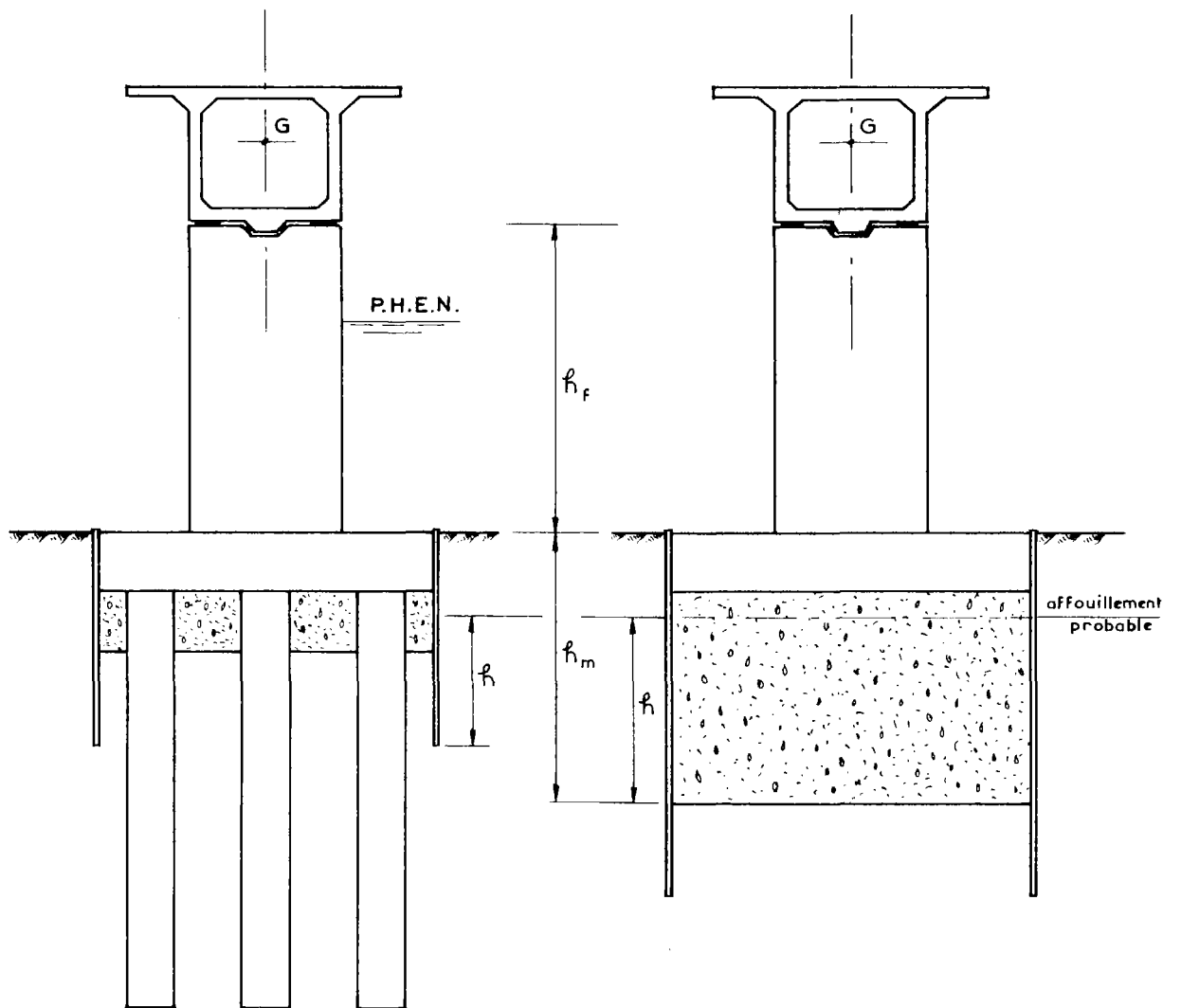
et avec les conventions de signe suivantes :



On calcule successivement les souplesses des différents éléments de l'appui en tête de chaque élément : fondation, fût, néoprène.



figure 1



FONDATION SUR PUIT

FONDATION SUR MASSIF

### 1.1. SOUPLESSE DE LA FONDATION

Pour une fondation sur massif, les coefficients de souplesse de la fondation ont pour expression :

$$\left| \begin{array}{l} A_1 = \frac{1}{k_v I_v + k_h I_h} \\ B_1 = \frac{h_m}{k_v I_v + k_h I_h} \\ C_1 = \frac{h_m^2}{k_v I_v + k_h I_h} \end{array} \right.$$

Où  $k_v$  et  $k_h$  sont les modules de réaction verticale et horizontale du sol,  $I_v$  l'inertie de la section de base par rapport à son axe de symétrie Ox,  $I_h$  l'inertie de la section frontale (limitée à la hauteur h effectivement résistante du sol, déduction faite, s'il y a lieu, de la partie affouillable) par rapport à l'arête inférieure,  $h_m$  la hauteur totale du massif.

Pour une fondation sur puits, le programme PSH permet de calculer les souplesses de la fondation en tenant compte de la réaction latérale du sol sur les puits.

### 1.2. SOUPLESSE DU FUT

Les coefficients de souplesse du fût, calculés au niveau supérieur du fût de hauteur  $h_f$ , ont pour expression :

$$\left| \begin{array}{l} A_2 = \int_0^{h_f} \frac{dz}{EI(z)} \\ B_2 = \int_0^{h_f} \frac{z dz}{EI(z)} \\ C_2 = \int_0^{h_f} \frac{z^2 dz}{EI(z)} \end{array} \right.$$

Où E est le module instantané du béton et  $I(z)$  l'inertie de la section de cote z par rapport à l'axe Ox.

### 1.3. SOUPLESSE DES APPAREILS D'APPUI EN NÉOPRÈNE

Dans le sens transversal, avec deux files de plaques de néoprène espacées de  $d$ , on a :

$$\left. \begin{aligned} A_3 &= c \frac{n \epsilon^3}{G A d^2 a^2} \\ B_3 &= 0 \\ C_3 &= \frac{n \epsilon}{2 G A} \end{aligned} \right\}$$

$S = a \times b$  surface d'une plaque dont  $a$  est la dimension suivant l'axe  $Oy$  transversal au tablier

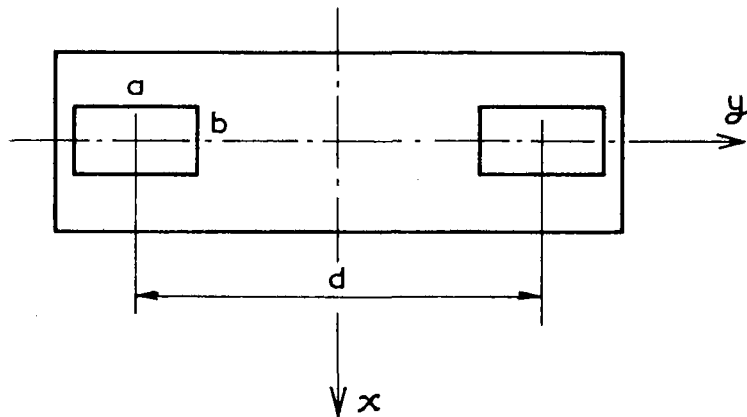
$A = pS$  surface totale d'une file comportant  $p$  plaques

$n$  nombre de feuillets élémentaires d'épaisseur  $\epsilon$

$G$  module d'élasticité transversal du néoprène valant 1,6 MPa pour un effet instantané

$c$  coefficient de forme fonction de  $\frac{b}{a}$  pour deux files d'appareils d'appui

$b/a$	0,5	0,75	1	1,5	5	$\infty$
$c$	11,6	6,6	4,8	3,4	2,3	2,2



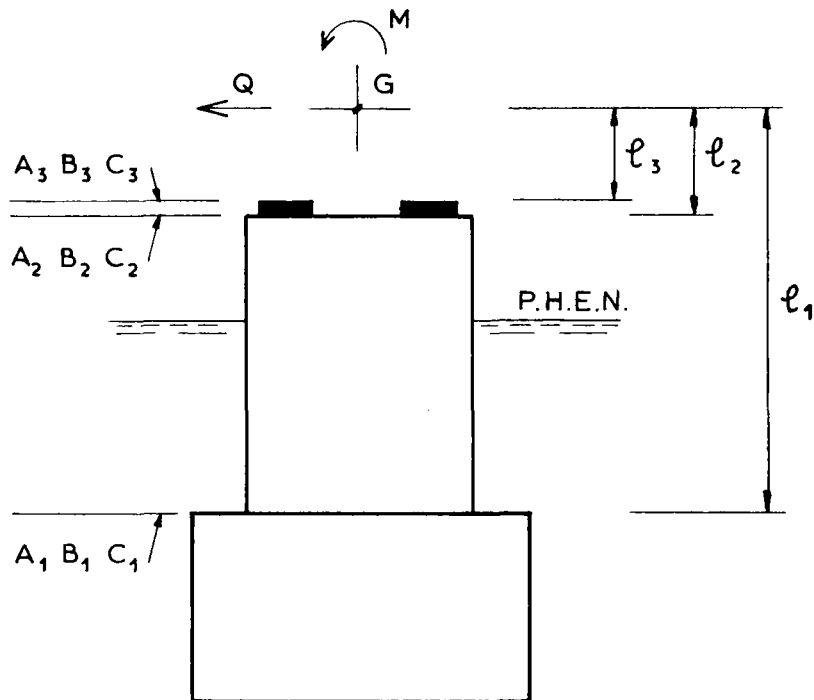
Dans le cas où il y a une clé en béton solidarissant transversalement l'appui et le tablier on prend  $C_3 = 0$ .

#### 1.4. SOUPLESSE TOTALE DE L'APPUI

Les coefficients de souplesse de l'appui au point d'intersection de la fibre moyenne du tablier et de l'axe de l'appui s'obtiennent par les formules suivantes :

$$\left. \begin{aligned} A &= \sum_i A_i \\ B &= \sum_i (B_i + A_i \ell_i) \\ C &= \sum_i (C_i + 2 B_i \ell_i + A_i \ell_i^2) \end{aligned} \right\}$$

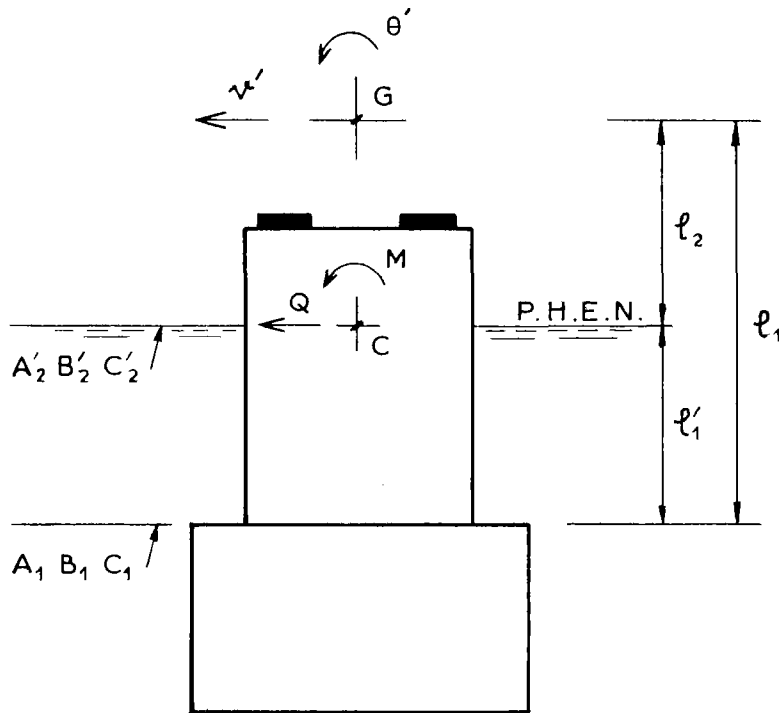
où  $\ell_i$  est la distance entre la cote où l'on a calculé la souplesse de l'appui et la cote où l'on calcule la souplesse générale.



### 1.5. SOUPLESSE DE L'APPUI EN G POUR UN EFFORT APPLIQUÉ AU NIVEAU DU CHOC DE BATEAU

En appelant  $A_1, B_1, C_1$  les coefficients de souplesses de la fondation,  $A'_2, B'_2, C'_2$  les coefficients de souplesse correspondant à la partie inférieure du fût et calculés en C au niveau de l'effort appliqué, la rotation  $\theta'$  et le déplacement  $v'$  en G, pour un effort horizontal  $Q$  d'axe Oy et un moment  $M$  d'axe Ox appliqués au niveau du choc, s'expriment ainsi :

$$\begin{cases} \theta' = A' M + B' Q \\ v' = B'' M + C' Q \end{cases}$$



Les coefficients de souplesse ont alors les expressions suivantes :

$$\begin{cases} A' = A_1 + A'_2 \\ B' = B_1 + B'_2 + A_1 l'_1 \\ B'' = B_1 + B'_2 + A_1 l_1 + A'_2 l_2 \\ C' = C_1 + C'_2 + B_1 (l'_1 + l_1) + B'_2 l_2 + A_1 l_1 l'_1 \end{cases}$$

## ANNEXE II

**MASSIF ANCRÉ DANS UN SOL HOMOGÈNE ET SOUMIS A UN EFFORT  
VERTICAL, A UN EFFORT HORIZONTAL ET A UN COUPLE**

**2.1. NOTATIONS**

Les notations sont précisées sur la figure 1.

2 a	longueur du massif.
2 b	largeur du massif.
h	hauteur d'encastrement du massif dans le sol homogène.
k	module de réaction vertical du sol.
$\mu$	rapport entre les modules de réaction horizontale et verticale du sol $k_h = \mu k$ .
F	effort horizontal résultant dû au choc de bateau au niveau de l'encastrement du massif dans le sol homogène.
M	moment fléchissant correspondant, au niveau de l'encastrement du massif dans le sol homogène.
N	effort vertical total à la base de la fondation.
$\alpha$	rotation du massif.
$C(x_0, z_0)$	centre de rotation du massif.

**2.2. HYPOTHÈSES DE CALCUL**

On suppose le massif indéformable.

On admet que le sol exerce sur le massif une réaction proportionnelle aux déplacements sur les faces avant, arrière et inférieure.

On néglige les réactions de cisaillement sur les faces latérales du massif.

Les calculs ont été faits dans le cas des chocs frontaux. Ils s'appliquent aux chocs latéraux en intervertissant a et b.

### 2.3. DIFFÉRENTS CAS DE FIGURE SUIVANT LA POSITION DU CENTRE DE ROTATION

Les cas de figure  $x_0 \leq a$  et  $x_0 > a$  conduisent à deux systèmes d'équations différents, quand on écrit l'équilibre de la pile soumise aux efforts  $F$ ,  $M$ ,  $N$  et aux réactions du sol. Dans chacun de ces deux cas, suivant que  $z_0$  est inférieur ou supérieur à  $h$ , les schémas de contraintes sont différents mais ne modifient pas les équations d'équilibre.

$$\boxed{x_0 \leq a}$$

voir figure 2.

Il vient toutes simplifications faites :

$$(1) \quad N = \alpha k b (x_0 + a)^2$$

$$(2) \quad F = \alpha \mu k b h (2 z_0 - h)$$

$$(3) \quad M = \frac{1}{3} \alpha k b \left[ (2a - x_0) (x_0 + a)^2 + \mu h^2 (2h - 3z_0) \right]$$

$$\boxed{x_0 > a}$$

voir figure 3.

On obtient de même :

$$(1') \quad N = 4 \alpha k b a x_0$$

$$(2') \quad F = \alpha \mu k b h (2 z_0 - h)$$

$$(3') \quad M = \frac{1}{3} \alpha k b \left[ 4 a^3 + \mu h^2 (2h - 3z_0) \right]$$

Nous résoudrons d'abord le premier système d'équations. Si la solution  $(x_0, z_0, \alpha)$  vérifie la condition  $x_0 \leq a$ , elle convient. Sinon, il faut chercher la solution du deuxième système d'équations qui doit vérifier la condition  $x_0 > a$ .

### 2.4. RÉOLUTION DU PREMIER SYSTÈME D'ÉQUATIONS

On élimine  $\alpha k b$  entre les équations (1) et (2). On en déduit  $z_0$  en fonction de  $x_0$  :

$$z_0 = \frac{h}{2} + \frac{(x_0 + a)^2 F}{2 \mu h N}$$

En portant cette valeur dans (3), il vient :

$$M = \frac{1}{3} \frac{N}{(x_0 + a)^2} \left[ (2a - x_0) (x_0 + a)^2 + \frac{\mu h^3}{2} - \frac{3}{2} h (x_0 + a)^2 \frac{F}{N} \right]$$

Posons :  $X = x_0 + a$  ; on obtient, après simplification, l'équation du 3<sup>ème</sup> degré suivante :

$$X^3 + \frac{3}{2} \left( \frac{2M + Fh}{N} - 2a \right) X^2 - \frac{\mu h^3}{2} = 0$$

Soit  $f(X)$  la fonction représentée par le premier membre de l'équation. On a :

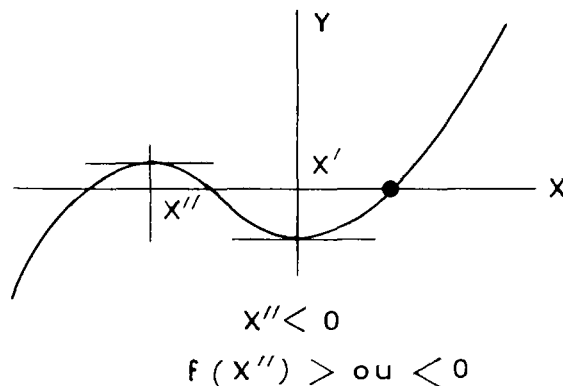
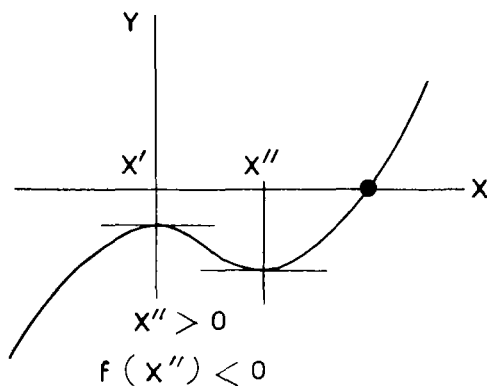
$$f'(X) = 3X^2 + 3 \left( \frac{2M + Fh}{N} - 2a \right) X$$

$$\text{Ses racines sont : } X' = 0$$

$$X'' = 2a - \frac{2M + Fh}{N}$$

$$f(X') = -\frac{\mu h^3}{2} < 0$$

$$\text{Si } X'' > 0 \quad f(X'') = -\frac{1}{2} X''^3 - \frac{\mu h^3}{2} < 0$$



Il y a toujours une racine positive et une seule à l'équation  $f(X) = 0$ . On cherche cette racine par itération, à partir d'une valeur de  $X$  qui doit être supérieure à  $X''$  dans le premier cas et simplement positive dans le second. La valeur  $X = 2a$  convient dans les deux cas. La méthode d'itération revient à confondre la courbe  $f(X)$  avec sa tangente. Elle converge vite.

$$X_i = X_{i-1} - \frac{f(X_{i-1})}{f'(X_{i-1})}$$

On arrête l'itération lorsque  $|X_i - X_{i-1}| < 10^{-2}$



Si la solution trouvée vérifie la relation  $X \leq 2a$ , elle convient. On en déduit les autres inconnues et les valeurs des pressions sur les différentes faces de la fondation :

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= X - a \\ z_0 &= \frac{h}{2} + \frac{X^2 F}{2 \mu h N} \\ \alpha &= \frac{N}{k b X^2} \end{aligned} \right\}$$

Valeurs des pressions sur :

- la face inférieure, arête avant :  $\alpha k X$
- la face avant, niveau supérieur :  $\alpha \mu k z_0$
- la face arrière, niveau inférieur ( $z_0 < h$ ) :  $\alpha \mu k (h - z_0)$
- la face avant, niveau inférieur ( $z_0 > h$ ) :  $\alpha \mu k (z_0 - h)$

## 2.5. RÉOLUTION DU DEUXIÈME SYSTÈME D'ÉQUATIONS

On élimine  $\alpha k b$  entre les équations (1') et (2'). On en déduit  $z_0$  en fonction de  $x_0$  :

$$z_0 = \frac{h}{2} + \frac{2a x_0 F}{\mu h N}$$

En portant dans (3'), il vient :

$$M = \frac{1}{3} \frac{N}{4 a x_0} \left[ 4 a^3 + \mu h^2 \left( \frac{h}{2} - \frac{6 a x_0 F}{\mu h N} \right) \right]$$

$$\text{D'où : } x_0 = \frac{\left( 4 a^3 + \frac{\mu h^3}{2} \right) N}{6 a (2 M + F h)}$$

Il faut que la solution vérifie  $x_0 > a$ .

On en déduit les autres inconnues et les pressions sur les différentes faces du massif :

Valeurs des pressions sur :

- la face inférieure, arête avant :  $\alpha k (x_0 + a)$
- la face inférieure, arête arrière :  $\alpha k (x_0 - a)$
- la face avant, niveau supérieur :  $\alpha \mu k z_0$
- la face arrière, niveau inférieur ( $z_0 < h$ ) :  $\alpha \mu k (h - z_0)$
- la face avant, niveau inférieur ( $z_0 > h$ ) :  $\alpha \mu k (z_0 - h)$

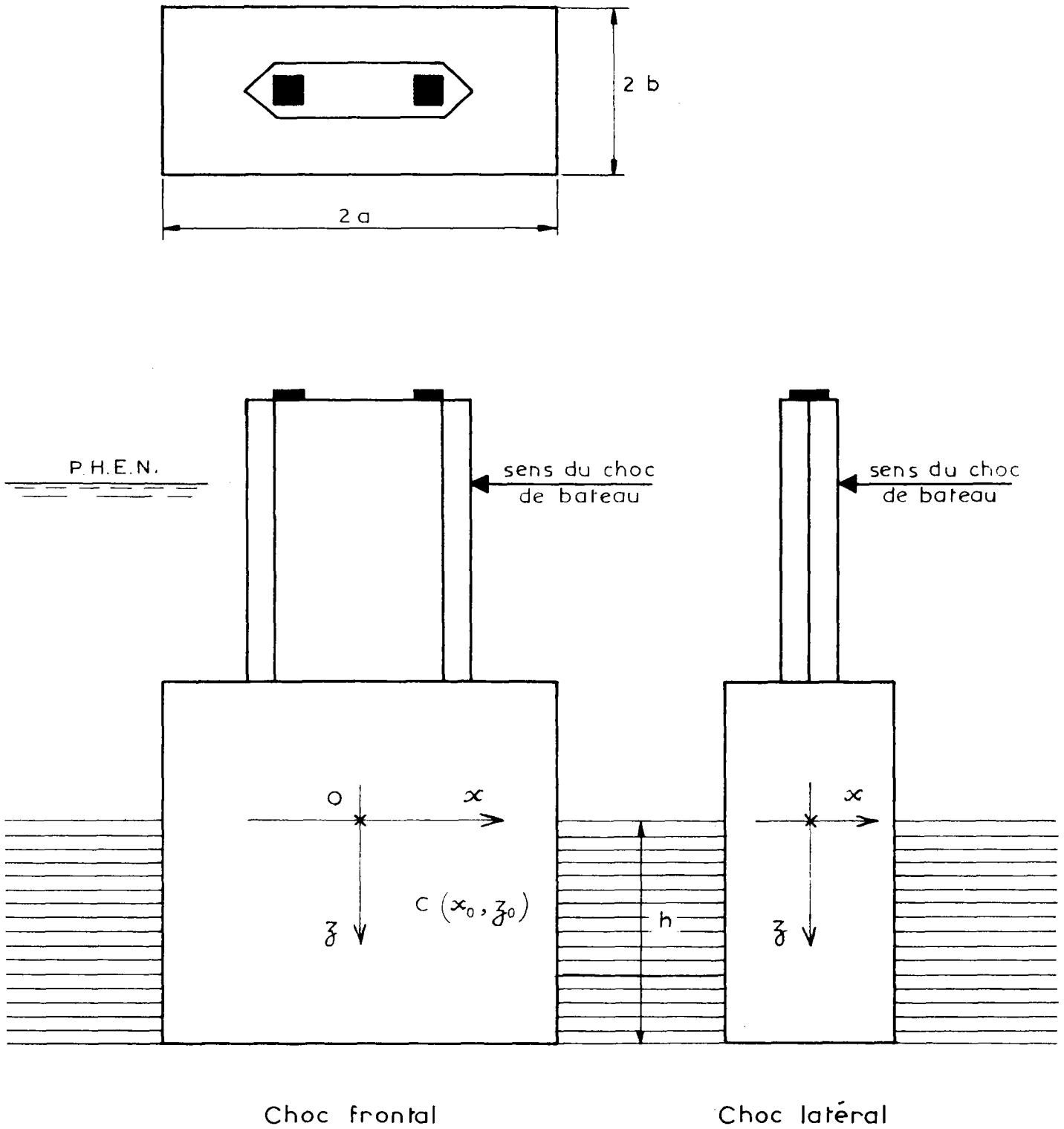


figure 1

$x_0 \leq a$

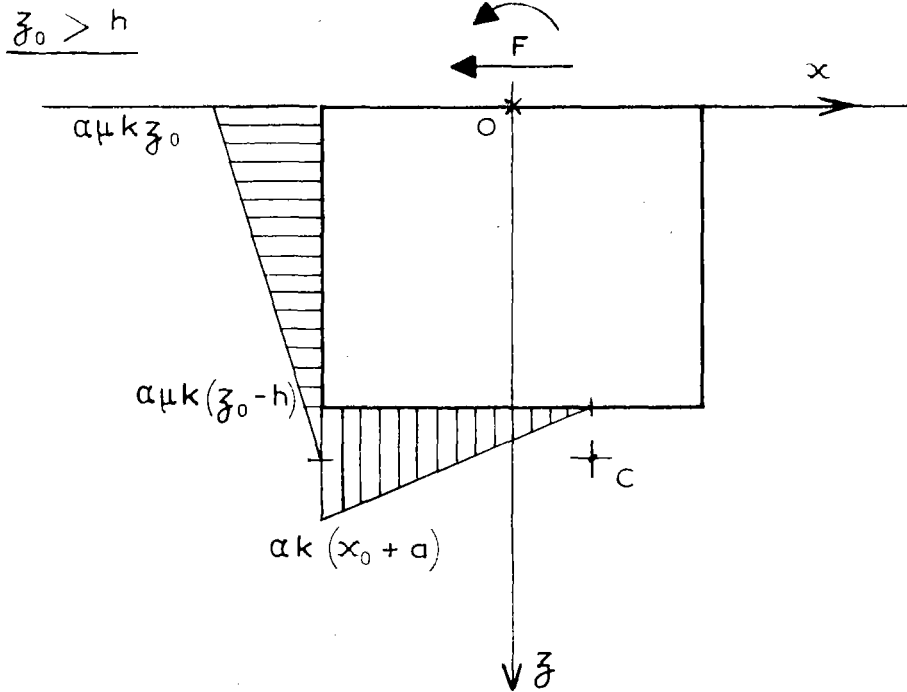
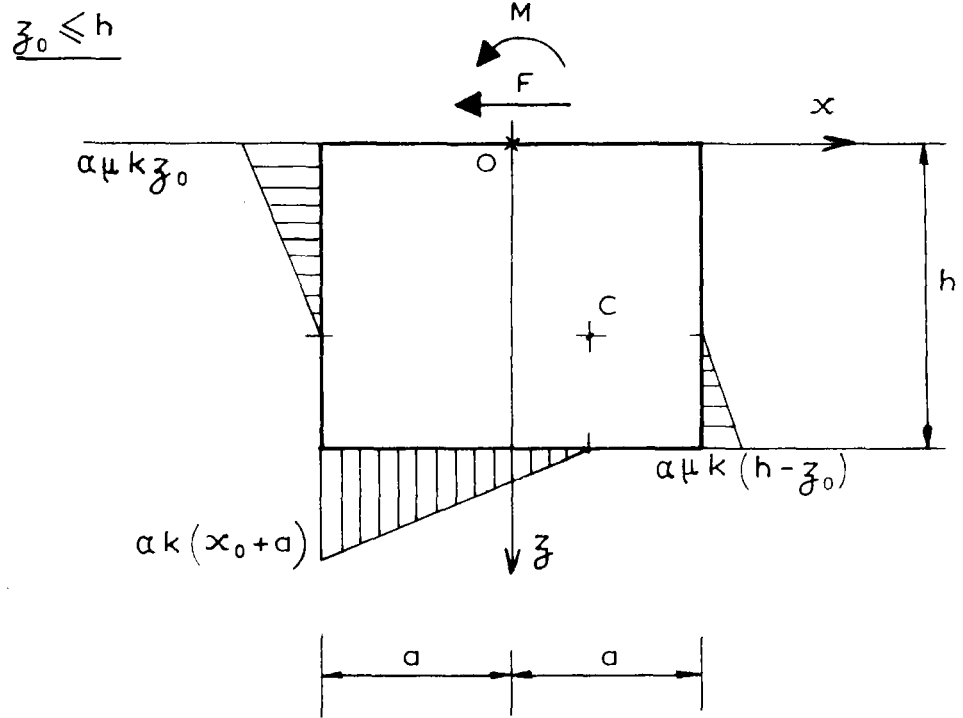


figure 2

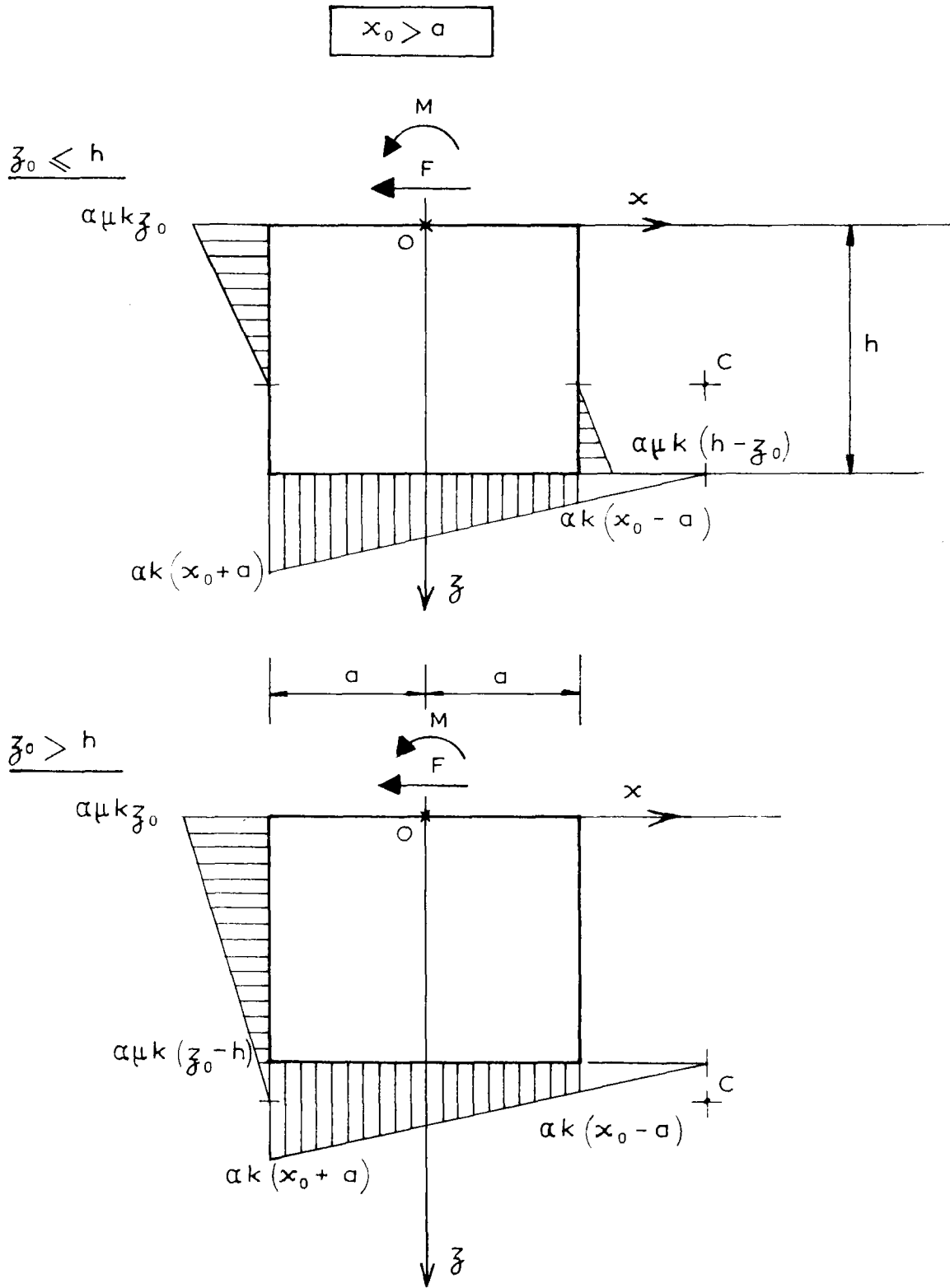


figure 3