

MINISTERE DE L'ÉQUIPEMENT ET DU LOGEMENT
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

DLE 68

CALCUL DES PONTS-DALLES
A LARGES ENCORBELLEMENTS

Etude générale

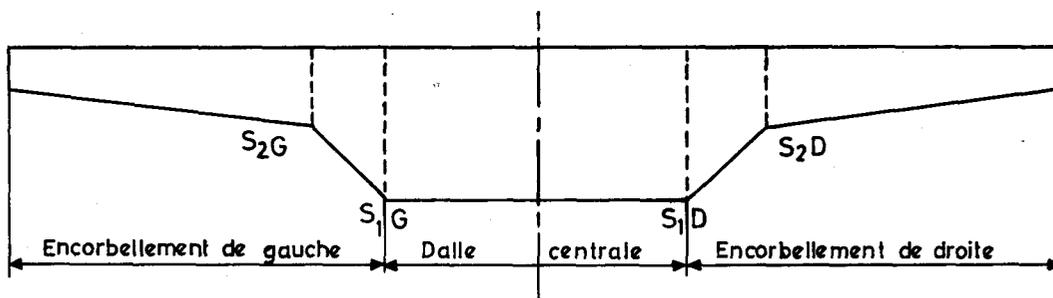
NOTA: le Service d'Etudes Techniques des Routes et Autoroutes (SETRA) regroupe depuis le 1-1-1968 le Service Spécial des Autoroutes (SSAR) et plusieurs autres services centraux d'étude dont le SCET. Dans l'attente d'une organisation définitive les ouvrages standardisables relèvent de la DOA B.

Ce document est propriété de l'administration et ne peut être utilisé ou reproduit même partiellement, sans l'autorisation du Service d'Etudes Techniques des Routes et Autoroutes ou de son représentant autorisé.	DIVISION DES OUVRAGES D'ART B B.P. 235 - Orly Aérogare (Seine) Tel: 587.51.41		DIRECTEUR DU SERVICE 38 rue Liancourt PARIS 14 ^e Tel: 734.37.74
	A. DENIS Ingénieur des T.P.E. Gestionnaire	G. MONNERET Ingénieur en Chef	M. HUET Ingénieur en Chef
	M. GERBAULT Ingénieur des P.et Ch.	H. MATHIEU Ingénieur en Chef Chef de la Division	MARS 1968

INTRODUCTION

L'objet de cette pièce est d'exposer une méthode de calcul qui permet d'évaluer les efforts dans un tablier constitué d'une dalle à larges encorbellements. Par encorbellements importants nous entendons ceux dont la portée est supérieure à l'épaisseur de la dalle centrale ; en deçà de cette limite, les méthodes courantes de calcul des dalles pleines restent valables avec une bonne approximation, sans aucune correction.

Cette méthode est utilisée dans le programme de calcul électronique M.C.P. (calcul des dalles précontraintes par la Méthode du câblage Concordant construit par Points) pour la détermination des efforts tant longitudinaux que transversaux.



Cette méthode a été évoquée dans le chapitre 2 de l'additif n° 1, daté du mois d'Août 1967, au dossier-pilote PSI-BP 66. En effet, il y est fait appel à la notion de "dalle équivalente", que l'on développera plus loin.

Nous rappelons que le programme PSI-BP 66 considère, pour l'établissement des lignes d'influence du coefficient de répartition transversale, la dalle à encorbellement comme une dalle rectangulaire de même largeur totale et de même épaisseur que celle de la dalle centrale. Cela entraîne certaines limites aux encorbellements (cf. § 2.31 de l'Additif). Comme la présente méthode adapte ces lignes d'influence à la véritable section transversale de la dalle, nous ne retiendrons comme limite aux encorbellements que les limites constructives, à savoir :

- la largeur de la dalle centrale est supérieure ou égale à la moitié de la largeur utile totale du tablier ;

- la largeur droite de chaque encorbellement n'excèdera pas 3 à 3, 50m (ce qui correspond à peu près au $\frac{1}{5}$ ème de la portée biaise déterminante, évoqué dans l'Additif au PSI-BP)

Compte tenu de la lère condition, des encorbellements symétriques de largeur supérieure à 3,50 m ne pourraient se concevoir que pour une largeur utile supérieure à 14 m. L'expérience montre qu'en général, et lorsque le choix d'une structure élancée est conservé, il est préférable d'adopter alors une dalle à double nervure ou une dalle sans encorbellement mais élégie, si toutefois l'épaisseur de la dalle s'y prête ($h \geq 0,70$ m), ainsi que le biais de l'ouvrage (cf. dossier pilote PSI-DE 67).

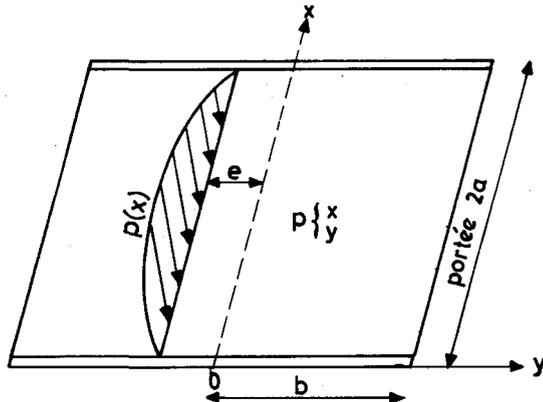
La méthode de calcul que nous proposons pour les ponts-dalles à larges encorbellements est une adaptation de la méthode de MM. GUYON et MASSONNET.

1 - Rappel de la théorie de MM. GUYON et MASSONNET

La théorie de MM. GUYON et MASSONNET dont il est fait application, concerne les plaques minces présentant les caractéristiques suivantes :

- 1) elles sont homogènes et isotropes
- 2) le coefficient de POISSON du matériau est nul
- 3) elles sont rectangulaires
- 4) deux bords sont libres et deux bords simplement appuyés.

Rappelons tout d'abord brièvement les résultats de cette théorie :



1.1 - Soit une charge linéaire répartie $p(x)$ sur une parallèle aux bords libres, d'excentricité e . Développons $p(x)$ en série de Fourier sur l'intervalle $(0, 2a)$

$$p(x) = \sum_n A_n \sin \frac{n\pi x}{2a} ;$$

l'expression $\theta = b/2a$ est le paramètre d'entretoisement de la plaque.

a) On démontre que le moment de Flexion longitudinale au point de coordonnées (x, y) est proportionnel à un paramètre K dépendant :

- de la valeur du paramètre d'entretoisement θ
- de l'excentricité relative $\frac{e}{b}$ de la charge en ligne $p(x)$
- de l'ordonnée relative $\frac{y}{b}$ du point considéré.

L'expression $K(\theta, \frac{e}{b}, \frac{y}{b})$ est appelée coefficient de répartition transversale ; analytiquement, ce coefficient est égal au rapport du déplacement vertical d'un point de la dalle sous l'effet de la charge linéaire $p(x)$ au déplacement que prendrait ce point si la charge $p(x)$ était uniformément répartie sur toute la largeur du pont.

b) de même, le moment de flexion transversale au point de coordonnées (x,y) a pour expression :

$$M_y(x,y) = \sum_n b A_n \mu_n \left(n\theta, \frac{\pi e}{b}, \frac{\pi y}{b} \right) \sin \frac{n\pi x}{2a}$$

μ_n étant le "coefficient de flexion transversale" relatif à l'harmonique de rang n .

Les expressions des fonctions K et μ sont données dans le dossier pilote C.E.D. 66 pièce 1.3.

1.2 - Soit une série de charges quelconques réparties sur des fibres parallèles aux bords libres. Notons e_i l'excentricité de la fibre i chargée et P_i la somme des charges qui sont appliquées sur cette fibre. L'approximation de MASSONNET consiste à supposer que la majoration pour excentrement est essentiellement fonction du premier terme du développement en série de la charge P_i , et nous avons une bonne approximation du moment en (x,y) en écrivant que

$$M(x,y) = \frac{\sum_i P_i K_i \left(\theta, \frac{\pi e_i}{b}, \frac{\pi y}{b} \right) \cdot M_m(x)}{\sum_i P_i}$$

La plus grande valeur de $M(x,y)$ sera obtenue en cherchant successivement les maxima des deux fonctions :

- $M_m(x)$, moment moyen dans la dalle calculée en l'assimilant à une simple poutre,
- $\frac{\sum P_i K_i}{\sum P_i}$, coefficient d'excentrement des surcharges.

2 - Extensions de la théorie de GUYON-MASSONNET

La prise en compte de tous les paramètres qui intéressent les ponts dalles a conduit à une extension de la théorie de MM. GUYON et MASSONNET, exposée dans le dossier-pilote C.E.D. 66, pièce 1.2, du SERVICE SPECIAL DES AUTOROUTES. Nous en rappellerons ici les principaux résultats.

2.1 - Calcul des moments longitudinaux

~2.1.1 - Prise en compte du biais dans le calcul des K_j

Les dimensions à prendre en compte dans le calcul du paramètre d'entretroisement Θ sont les suivantes :

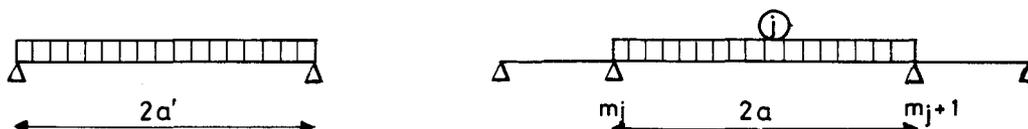
$2a$ portée biaise de l'ouvrage

b demi largeur droite

~2.1.2 - Prise en compte de la continuité.

On substitue à la portée réelle $2a$ de la travée continue, une portée fictive $2a'$ d'une travée sur appuis simples présentant même déformation en son milieu que la travée continue de portée $2a$; ceci revient à poser :

$$2a' = 2a \sqrt[4]{1 - 4,8(m_j + m_{j+1})}$$



$4a^2 m_j$ et $4a^2 m_{j+1}$ sont respectivement les moments sur les appuis j et $j+1$ de la travée continue j soumise à une charge uniforme unité par unité de longueur.

~2.1.3 - Prise en compte du coefficient de POISSON.

Il est tenu pour négligeable pour le calcul des moments longitudinaux.

~2.1.4 - Prise en compte de l'anisotropie.

ROWE a exprimé le coefficient de répartition transversale dans le cas d'une plaque anisotrope c'est-à-dire l'expression :

$$K(\Theta, \alpha, \frac{\pi e}{b}, \frac{\pi y}{b})$$

$$\text{où } \Theta = \frac{b}{2a} \sqrt[4]{\frac{EI_x}{EI_y}} = \frac{b}{2a} \beta^{\frac{1}{4}}$$

$$\text{et } \alpha = \frac{GI_x + GI_y}{2\sqrt{EI_x EI_y}}$$

où EI_x et EI_y sont respectivement les rigidités flexionnelles par unité de longueur suivant O_x et O_y

$G\Gamma_x$ et $G\Gamma_y$ sont respectivement les rigidités torsionnelles par unité de longueur suivant O_x et O_y

$$\text{avec } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Si nous supposons $\nu = 0$, $G = \frac{E}{2}$ et α s'écrit :

$$\alpha = \frac{\Gamma_x + \Gamma_y}{4\sqrt{I_x I_y}} \quad \text{avec } \beta = \frac{I_x}{I_y}$$

Les paramètres α et β ainsi introduits sont respectivement dénommés paramètre de torsion et paramètre de flexion.

~2.4.5 - Adaptation aux ouvrages d'inertie variable.

La méthode qui consiste à appliquer la théorie des dalles isotropes aux ouvrages à inertie variable, cesse d'être précise lorsque l'inertie tant transversale que longitudinale varie du simple à plus du quadruple, limite approximative des variations admises sans précautions particulières.

2.2 - Calcul des moments transversaux

~2.2.1 - Prise en compte du biais.

La travée est assimilée à une dalle rectangulaire ayant les mêmes dimensions dans les directions des moments principaux ; ainsi, $2a$ et $2b$ seront-ils comptés selon les directions du biais mécanique, de même pour e et y .

~2.2.2 - Influence du coefficient de Poisson :

Après calcul des moments transversaux, on tient compte de l'effet POISSON du moment fléchissant longitudinal par l'addition du terme correctif $k \nu M_x$

avec $k = 1$ si $\frac{2b}{2a} \geq 1$

$k = \frac{2b}{2a}$ si $\frac{2b}{2a} < 1$

avec $2b$: largeur droite de l'ouvrage

$2a$: portée biaise de la travée

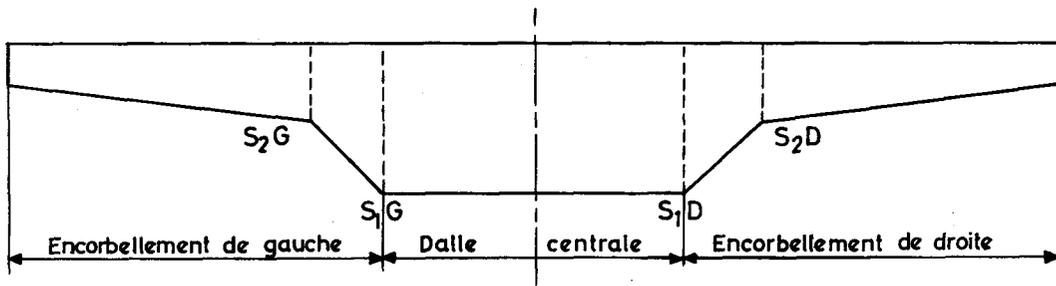
Les extensions de la théorie de GUYON-MASSONNET qui ont été exposées dans le dossier-pilote C.E.D.66 seront, bien entendu, appliquées lors du calcul des ponts-dalles à larges encorbellements.

Cependant, il est bien évident que cette méthode n'est pas directement applicable à des dalles présentant de larges encorbellements, structures dont l'intérêt est indiscutable pour des ponts de plus de 20 m de portées.

3 - Ponts-dalles à larges encorbellements, Application de la méthode GUYON-MASSONNET

3.1 - Hypothèses

- Pour de telles structures, il convient de faire une distinction entre les parties en encorbellement et la nervure que nous appellerons dalle centrale.



- Nous considérerons par ailleurs que les encorbellements ont pour origine la première discontinuité sur l'intrados en coupe transversale comptée à partir de l'axe de la dalle (sections S_1G et S_1D).

3.2 - Principes du calcul

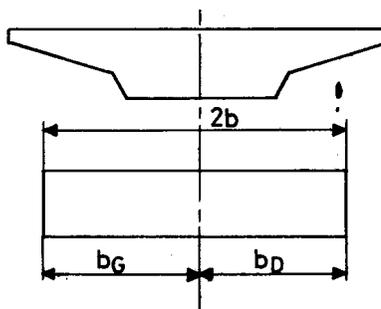
Cette distinction étant faite entre dalle centrale et encorbellements, nous pourrons considérer :

- a) que les encorbellements travaillent comme des consoles encastrées dans la dalle centrale ; il est donc possible de connaître, dans les sections d'encastrement, les moments fléchissants et les efforts tranchants produits par les charges et surcharges placées sur les encorbellements ;
- b) que la dalle centrale, supposée indépendante des encorbellements, fonctionne comme une dalle isotrope pour laquelle la méthode de MM. GUYON et MASSONNET est applicable ;
- c) toutefois, la participation des encorbellements à la flexion longitudinale a pour effet de réduire la torsion dans la dalle. Nous allons donc substituer à la dalle avec encorbellements, la "dalle équivalente" de section rectangulaire, de même hauteur que la dalle centrale, et présentant la même inertie de flexion que l'ensemble de la structure étudiée.

Si I_x est l'inertie totale de la structure et h la hauteur de la dalle centrale, la largeur de la dalle équivalente sera donc :

$$2b = \frac{12 I_x}{h^3}$$

Lorsque la structure étudiée est dissymétrique, la dalle équivalente sera aussi dissymétrique par rapport à l'axe de la dalle centrale et nous aurons :



$$\frac{b_G}{b_D} = \frac{I_G}{I_D}$$

avec $b_G + b_D = 2b$

I_G et I_D étant respectivement les moments d'inertie de la partie à gauche et la partie à droite de l'axe de la dalle centrale par rapport à l'axe horizontal passant par le centre de gravité de la structure.

A cette plaque isotrope présentant mêmes inerties de flexion que la structure à encorbellements étudiée, nous pourrons appliquer la méthode de MM. GUYON et MASSONNET pour les surcharges placées sur la dalle centrale. On calculera notamment, pour une fibre donnée de la dalle centrale, la ligne d'influence du coefficient de répartition transversale et la ligne d'influence du moment transversal.

Rappelons que les surcharges placées sur les encorbellements se traduisent par l'existence, aux sections d'encastrement S_{1G} et S_{1D} , d'un moment fléchissant (M_{1G} , M_{1D}) et d'un effort tranchant T_{1G} et T_{1D} .

La méthode de MM. GUYON et MASSONNET nous permet de déterminer les moments dans la dalle équivalente soumise à de tels efforts.

3.3 - Coefficient de répartition transversale des surcharges placées sur les encorbellements

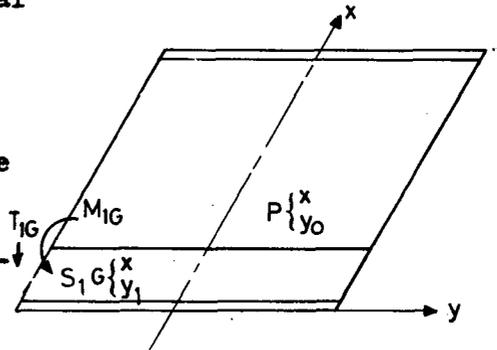
Considérons donc une charge linéaire répartie de densité p sur une fibre parallèle à l'axe du pont, excentrée de e par rapport à la section d'encastrement la plus proche ; cette charge, placée sur l'encorbellement de gauche par exemple, soumet la section S_{1G} aux efforts suivants par mètre longitudinal

$$M_{1G} = -p \cdot e$$

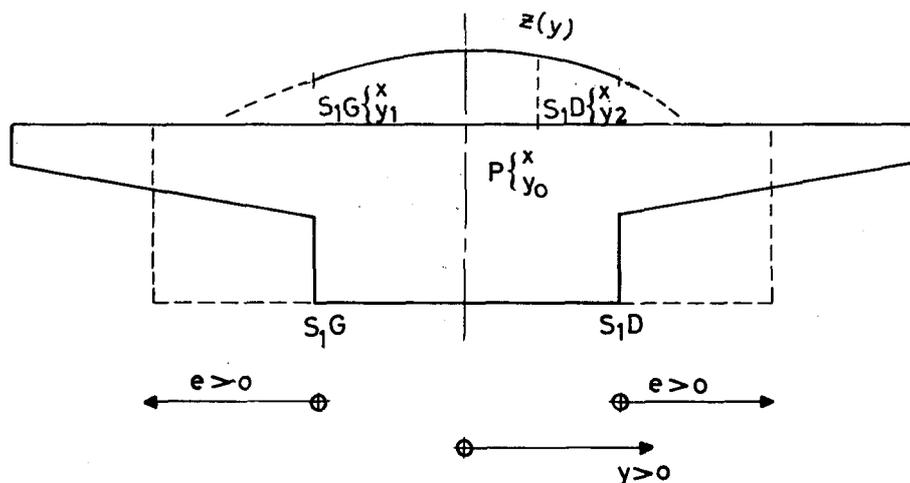
$$T_{1G} = -p$$

La répartition transversale de l'effort tranchant exercé sur la section S_{1G} produit, dans une section quelconque $P(x, y_0)$ de la dalle centrale un moment longitudinal égal à

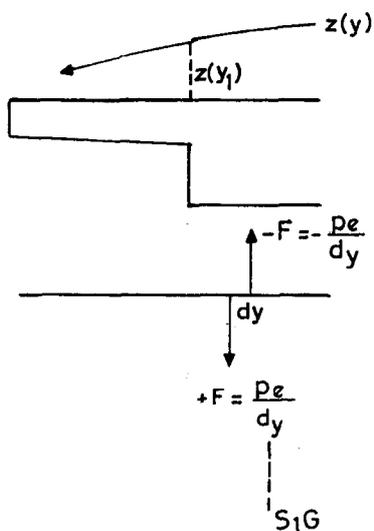
$$z(y_1) \cdot p$$



en appelant $z(y)$ l'ordonnée de la ligne d'influence du coefficient de répartition transversale pour la section $P(x, y_0)$; cette ligne d'influence, calculée sur la dalle équivalente, est considérée comme valable pour des abscisses comprises entre les deux sections d'encastrement S_1G et S_1D



D'autre part, le moment M_{1G} est équivalent à un couple de 2 forces égales et opposées $\frac{pe}{dy}$ et $-\frac{pe}{dy}$ dont le bras de levier est dy ; il produit dans la section considérée l'effort suivant :



$$\frac{pe}{dy} z(y_1) - \frac{pe}{dy} [z(y_1 + dy)]$$

ou encore

$$-pe \frac{z(y_1 + dy) - z(y_1)}{dy}$$

$$\text{soit } -pe z'(y_1)$$

L'expression $z'(y_1)$ représente la pente de la tangente en S_1G à la courbe $z(y)$, en sorte que nous pouvons conclure que l'effet dans la dalle centrale dû à la charge p placée sur l'encorbellement, est égal à :

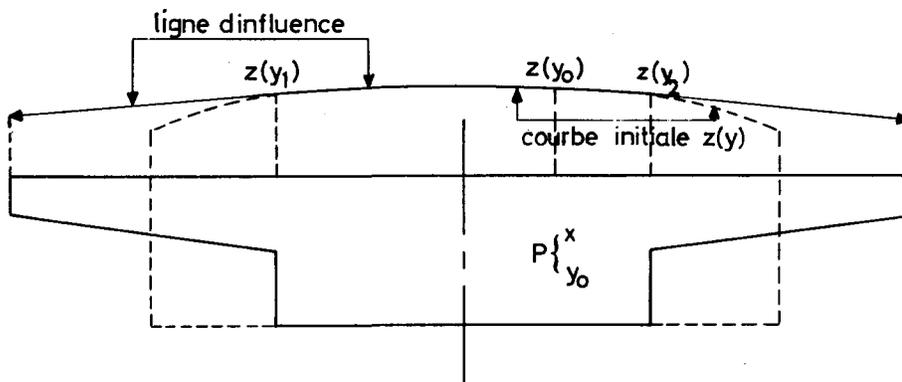
$$+ z(y_1)p - p e z'(y_1)$$

Cette expression pouvant se mettre sous la forme

$$+ p \left[z(y_1) - e z'(y_1) \right]$$

- () Par analogie avec la formule du § 1.2 nous pouvons donc
 () conclure que la ligne d'influence du coefficient de répartition
 () transversale dans une section donnée de la dalle centrale pour des
 () surcharges placées sur les encorbellements est obtenue, à partir des
 () sections d'encastrement, en prolongeant la ligne d'influence du coef-
 () ficient de répartition transversale de la dalle équivalente par les
 () tangentes à cette courbe au droit des encastrements.

A partir de cette ligne d'influence définie, tant dans la dalle centrale que sur les encorbellements, on pourra calculer l'expression $\sum \frac{P_i K_i}{P_i}$ pour une fibre considérée de la dalle centrale.



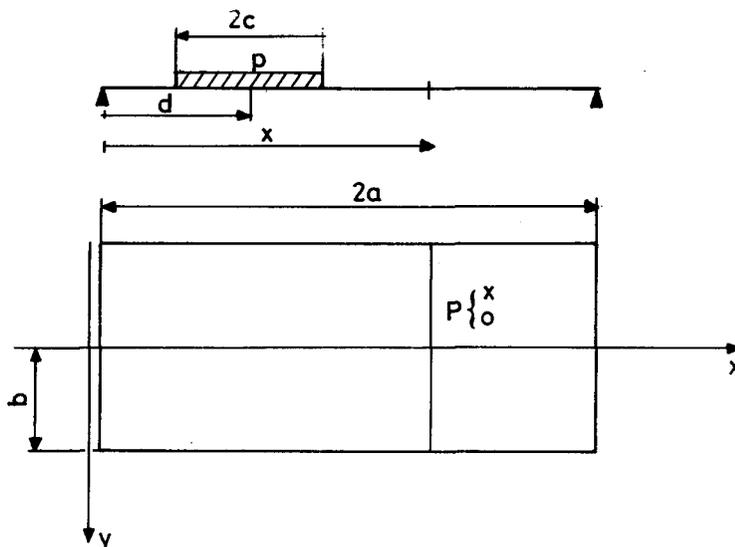
3.3 - Moments Transversaux

Comme précédemment, nous ferons une distinction entre les surcharges placées sur la dalle centrale et les surcharges situées sur les encorbellements. Pour la clarté de l'exposé qui suit, nous calculerons les moments transversaux au milieu de la dalle équivalente, c'est-à-dire suivant l'axe de la dalle centrale, mais le calcul peut être fait de la même manière pour toute fibre de la dalle centrale.

Appelons M_{1G} et M_{1D} , T_{1G} et T_{1D} les moments et les efforts tranchants au droit des sections d'encastrement, produits par les surcharges respectivement situées sur les encorbellements de gauche et de droite.

Appelons μ_n l'ordonnée de la ligne d'influence du coefficient de flexion transversale dans la fibre $y=y_0=0$ de la section x relative à l'harmonique de rang n pour des surcharges se déplaçant entre les deux sections d'encastrement S_{1G} et S_{1D} ; cette ligne d'influence est calculée sur la dalle équivalente pour tenir compte de la participation des encorbellements aux efforts longitudinaux (cf § 3.2 alinéa c).

Considérons une charge linéaire $p = \text{cste}$ établie sur une longueur $2c$ parallèle à l'axe longitudinal du pont et située sur la dalle centrale; appelons d l'abscisse du centre de gravité de cette surcharge.



Si nous décomposons $p(x)$ en série de FOURIER et si nous calculons le moment transversal produit par cette surcharge en un point de coordonnées $P(x,0)$, la formule générale du § 1 alinéa b) devient :

$$M_y(x,0) = \frac{4b}{\pi} \sum_n \frac{p}{n} \mu_n \sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a} \sin \frac{n\pi x}{2a}$$

où c est le demi-étalement de la surcharge au droit de la fibre considérée, dans la direction des x .

En règle générale, pour obtenir le moment maximum transversal dans une section considérée, on place la surcharge sur cette section en sorte que $x=d$.

On constate également que la formule ci-dessus se simplifie lorsque la charge et la section se trouvent à l'abscisse longitudinal $x=d=a$, c'est-à-dire au milieu du tablier.

On a en effet :

$$\sin \frac{n\pi d}{2a} \sin \frac{n\pi x}{2a} = \sin^2 \frac{n\pi}{2} = 1 \quad \text{ou } 0 \quad \text{suivant que } n \text{ est impair ou pair.}$$

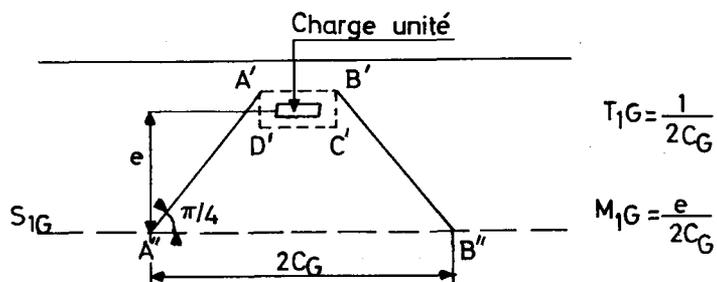
Dans un but de simplification nous ne considérerons dans la suite du calcul que la section de la dalle située à l'abscisse $x=a$, étant entendu que le calcul qui suit reste toujours valable dans sa forme générale pour tous les points situés sur l'axe longitudinal de la dalle équivalente.

3.3.1 - Charges placées sur les encorbellements.

Par application des formules de MM. GUYON et MASSONNET, le moment produit dans la section $v=0$ par les efforts tranchants T_1G et T_1D s'écrit :

$$M_0(T_1G, T_1D)_{x,y_0} = \frac{4b}{\pi} \left[T_1G \sum_n (\mu_n)_{y_1} \frac{1}{n} \sin n\pi \frac{C_G}{2a} + T_1D \sum_n \frac{1}{n} (\mu_n)_{y_2} \sin \frac{n\pi CD}{2a} \right]$$

C_G et C_D sont les demi-étalements des charges dans le sens longitudinal au droit des sections d'encastrement S_1G et S_1D . Ces étalements sont définis de la façon suivante : nous avons représenté l'ouvrage en plan et la position d'une surcharge sur l'encorbellement.



1) le rectangle d'impact est d'abord étalé verticalement sur la fibre moyenne de l'encorbellement selon le rectangle A' B' C' D' ;

2) à partir des points A' et B' de la surcharge étalée, les plus éloignés de la section d'encastrement, ce rectangle s'étale longitudinalement sur la distance $2C = A''B''$, les points A'' et B'' étant définis en menant de A' et B' des droites inclinées à 45° sur la fibre correspondant à la section d'encastrement.

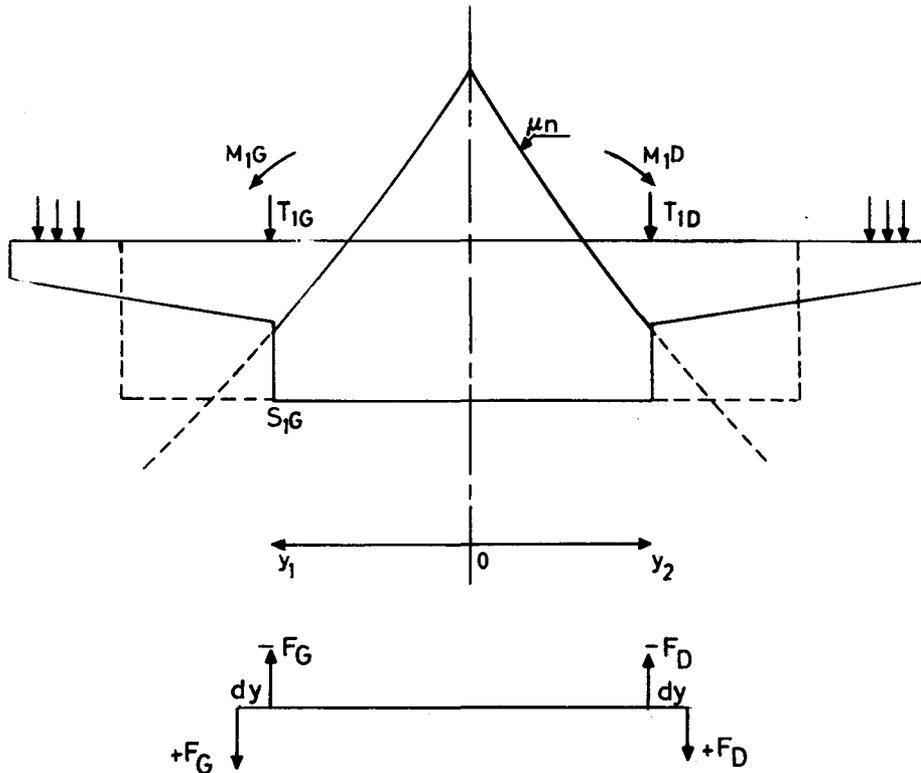
Par un raisonnement analogue à celui de la page 9, chacun des moments d'encastrement M_{1G} et M_{1D} est équivalent à un couple formé de deux forces égales et opposées dont le bras de levier est dy

Par application des formules de M.M. GUYON et MASSONNET, le moment produit dans la section $y_0 = 0$ par les moments fléchissants M_{1G} et M_{1D} s'écrit :

$$M'_0(M_{1G}, M_{1D}) = F_G \left[\frac{\sum (\mu_n + d\mu_n)}{n} \frac{1}{y_1} \frac{\sin \frac{n\pi C_G}{2a}}{n} - \frac{\sum 1}{n} \frac{1}{n} \left[\mu_n \right]_{y_1} \frac{\sin \frac{n\pi C_G}{2a}}{2a} \right]$$

$$+ F_D \left[\frac{\sum (\mu_n + d\mu_n)}{n} \frac{1}{y_2} \frac{\sin \frac{n\pi C_D}{2a}}{n} - \frac{\sum 1}{n} \frac{1}{n} \left[\mu_n \right]_{y_2} \frac{\sin \frac{n\pi C_D}{2a}}{2a} \right]$$

Avec $F_G = \frac{M_{1G}}{dy}$ et $F_D = \frac{M_{1D}}{dy}$



et par suite

$$M'_0(M_{1G}, M_{1D}) = \frac{4b}{\pi} \left[M_{1G} \sum \frac{1}{n} \frac{1}{n} (\mu'_n)_{y_1} \sin \frac{n\pi CG}{2a} + M_{1D} \sum \frac{1}{n} \frac{1}{n} (\mu'_n)_{y_2} \sin \frac{n\pi CD}{2a} \right]$$

μ'_n étant la pente de la tangente à la ligne d'influence de μ_n calculée sur la dalle équivalente dans une section d'encastrement.

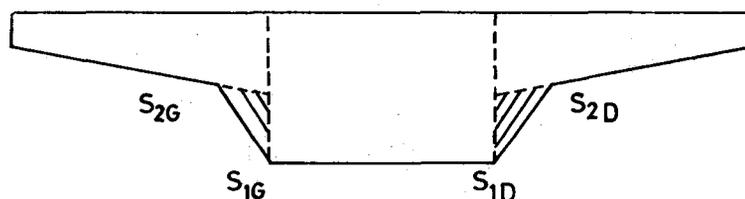
La sommation des moments ainsi calculés nous donne ainsi le moment transversal dans la section $y=0$ dû aux surcharges placées sur les encorbellements.

$$M_o E = M(T_{1G}, T_{1D}) + M'_o(M_{1G}, M_{1D})$$

Les fonctions M_o et M'_o étant définies ci-dessus.

Remarques

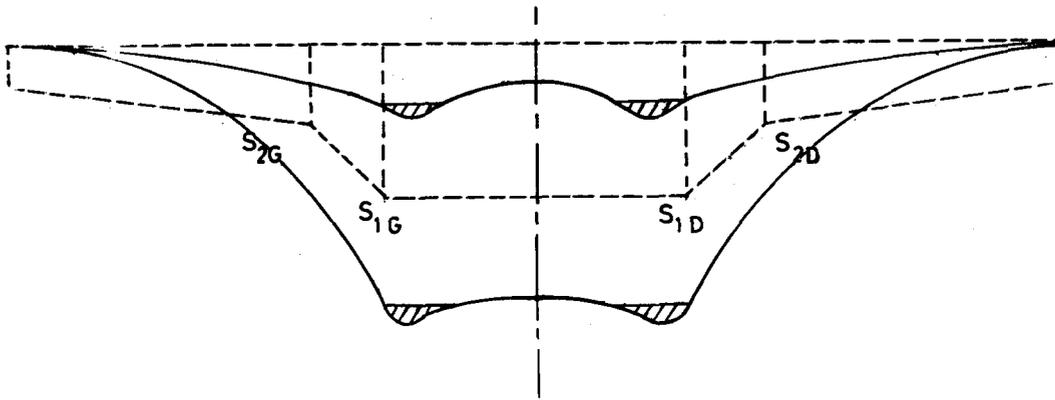
- 1) Analytiquement, la méthode qui vient d'être exposée conduit à prolonger la ligne d'influence de μ_n , calculée pour la dalle équivalente, par des tangentes au-delà de la dalle centrale, mais il est important de retenir dans ce cas que l'étalement longitudinal doit être pris au droit de la section d'encastrement et non pas sur la fibre chargée.
- 2) A noter également que les efforts tranchants T_{1D} et T_{1G} ne sont pas les efforts tranchants maxima aux encastresments, dans le cas de surcharges concentrées (BC, BR). Ils ne sauraient donc être utilisés pour un dimensionnement des armatures de cisaillement au voisinage des encastresments S_{1G} et S_{1D} . L'effort tranchant à prendre en compte dans ce but sera évalué prudemment en plaçant les surcharges contre les sections d'encastrement, là où leur étalement est minimum.*
- 3) Lorsque la structure comporte deux encastresments de part et d'autre de la dalle centrale (cf. figure ci-dessous), l'origine des encorbellements est la section la plus proche de l'axe de la dalle centrale (S_{1G} et S_{1D}).



Pour la justification du ferrailage transversal au voisinage des sections S_1 et S_2 , il est intéressant de calculer les efforts tranchants et les moments fléchissants dans les sections S_{2G} et S_{2D} ; toutefois, la justification des armatures dans la section S_1 sera également faite, par prudence, à partir d'une section de béton réduite dont la hauteur se déduira de celle de S_2 en prolongeant l'encorbellement jusqu'à S_1 (ce qui revient à négliger la partie hachurée du croquis).

* NOTA : l'effort tranchant réel dû à des surcharges ainsi placées est un effort tranchant de poinçonnement; c'est-à-dire que leur poids se répartit entre des périmètres concentriques, et la participation des consoles réduit le cisaillement à la limite de la nervure; mais les variations d'épaisseur des consoles rendent difficile une évaluation plus précise.

- 4) La méthode de calcul qui vient d'être exposée serait tout aussi applicable pour une fibre de la dalle différente de $y=0$. Notamment pour obtenir les courbes enveloppes des moments fléchissants transversaux, on calculera les efforts pour les fibres $y=-b/2$ et $y=+b/2$ ($2b$ étant la largeur de la dalle équivalente), en plus de la fibre centrale $y=0$. Compte tenu des courbes enveloppes dans les encorbellements qui sont aisées à déterminer, le tracé des courbes sur toute la largeur de la dalle s'interpole aisément.



Toutefois, sur la courbe ci-dessus, nous nous trouvons devant une incertitude sur la valeur du moment transversal dans la dalle centrale au voisinage des sections d'encastrement (partie hachurée). En effet il ne peut exister de point anguleux au droit de S_{1G}, S_{1D} , s'il n'y a pas discontinuité transversale des efforts tranchants. Mais comme nous avons en fait négligé la participation longitudinale de l'encorbellement, les valeurs des moments fléchissants calculées dans les sections d'encastrement sont obtenues sans doute légèrement par excès en valeur absolue, et la courbe interpolée peut être conservée.

3.3.2 - Surcharges placées sur la dalle centrale

Les surcharges placées sur les encorbellements créent des moments négatifs dans la fibre $y=0$ de la dalle centrale; pour des ponts très larges, des surcharges très excentrées sur la dalle centrale peuvent également créer des moments transversaux négatifs qui viendront se cumuler aux précédents. Par ailleurs des surcharges centrées sur la dalle centrale créent des moments positifs. Tous ces moments seront calculés à partir des lignes d'influence de μ pour la dalle équivalente.

Pour obtenir les effets de cette précontrainte transversale dans la dalle centrale, nous utiliserons les lignes d'influence des moments transversaux, établies pour la dalle équivalente, sur lesquelles nous placerons les densités de charge fictive répartie dues à la précontrainte $-F \frac{d^2 e}{dy^2}$.

Il ne faut pas oublier que pour dériver e on doit considérer que ses deux extrémités sont variables.

$$e = Y - z$$

$$e'' = Y'' - z''$$

Y représente la cote des câbles transversaux par rapport à une horizontale de référence et z celle de la ligne moyenne.

En général pour les formes simples de coffrages (coffrages plans) le terme z'' est nul et seul y'' intervient dans la densité de charge répartie.

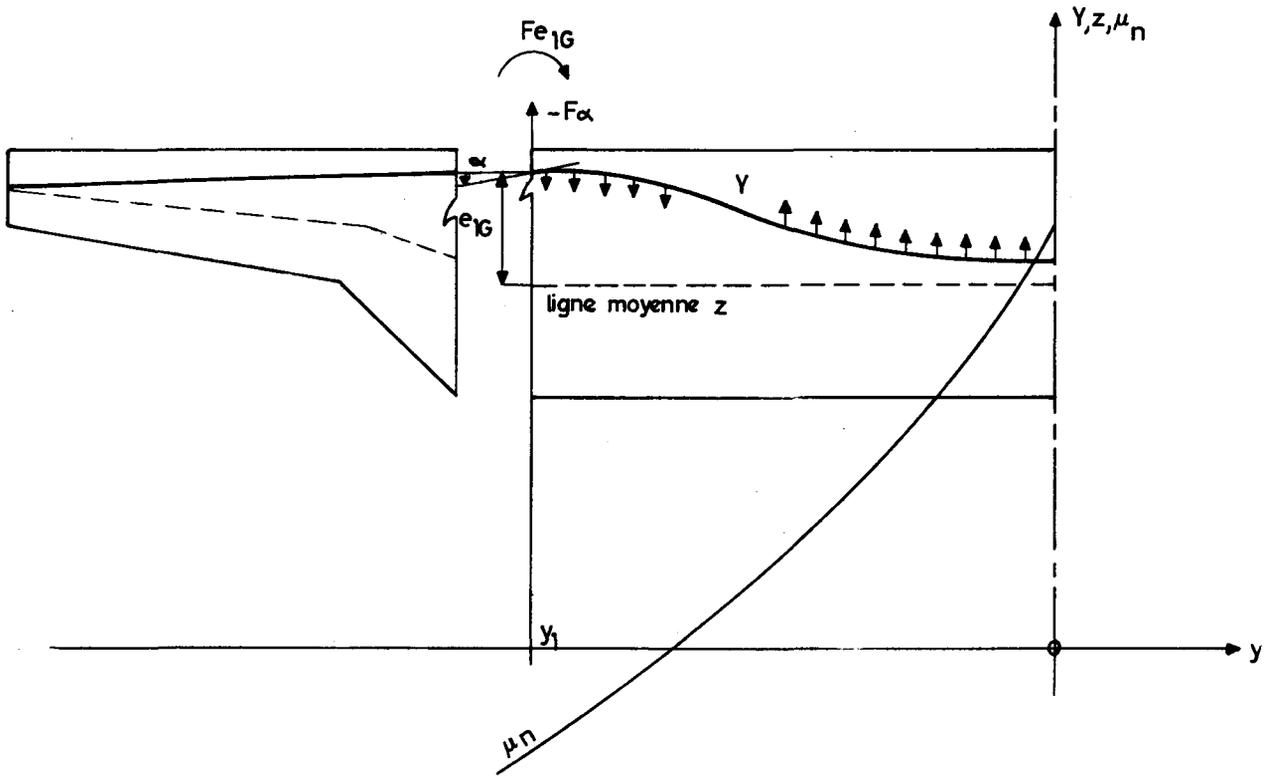
L'action de la précontrainte transversale dans la dalle centrale se traduit par :

- un effort de compression F supposé centré ;
- deux couples Fe_1 appliqués aux sections S_{1G} et S_{1D} (e_1 étant l'excentrement de la précontrainte transversale dans les sections S_1) ;
- deux efforts verticaux $-F\alpha$ dans les mêmes sections S_1 , égaux à la composante verticale éventuelle de la précontrainte transversale dans ces sections ($\alpha =$ angle en radian de la tangente aux câbles de précontrainte transversale en S_1 par rapport à la ligne moyenne de la dalle centrale);
- des densités de charges réparties $-Fe''$.

Le moment transversal dû à la précontrainte s'obtient donc par la somme suivante :

$$\frac{4b}{\pi} \sum \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{2a} \sin^2 \frac{n\pi}{2} \left[\int_{S_{1G}}^{S_{1D}} -Fe'' \mu_n(y) dy + Fe_{1G} \mu'_n(y_1) - Fe_{1D} \mu'_n(y_2) - F\alpha \mu_n(y_1) - F\alpha \mu_n(y_2) \right]$$

μ_n étant l'ordonnée de la ligne d'influence du coefficient de flexion transversale pour l'harmonique de rang n et μ'_n la pente de la tangente à cette ligne.



EXEMPLE D'APPLICATION

Les méthodes de calcul des moments fléchissants longitudinaux et transversaux dans les ponts-dalles à larges encorbellements font l'objet d'un calcul électronique qui sera inséré dans le programme électronique MCP 68. Le programme sera mis en exploitation dès la parution du dossier-pilote MCP 68, il a pour objet la détermination des forces de précontrainte dans un pont-dalle et permet le tracé du câble moyen correspondant par la Méthode du câble Concordant construit par Points. Il permet en outre la vérification d'un câblage introduit par points.

Dans l'exemple qui suit, nous avons fait procéder à un calcul sur ordinateur d'un ouvrage présentant les caractéristiques longitudinales et transversales suivantes :

1 - CARACTERISTIQUES EN PLAN, PORTEES DES TRAVEES

L'ouvrage comporte 4 travées continues, symétriques par rapport à l'appui médian intermédiaire et dont les portées sont les suivantes :

travée 1 : 16,00 m

travée 2 : 29,40 m

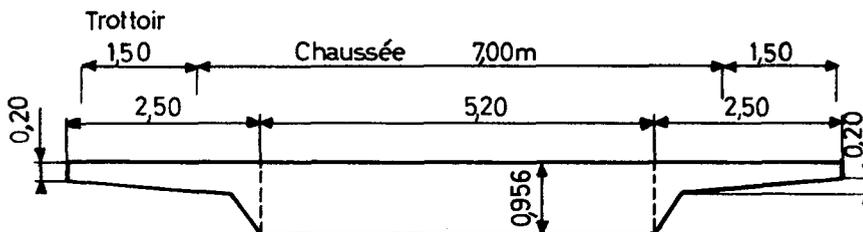
travée 3 : 29,40 m

travée 4 : 16,00 m

Cet ouvrage est biais, la valeur de l'angle formé par l'axe de l'ouvrage et l'axe des lignes d'appuis (Biais géométrique) est de 59,86 grades.

2 - CARACTERISTIQUES TRANSVERSALES

Les caractéristiques transversales de l'ouvrage sont représentées sur le schéma ci-dessous, l'épaisseur de l'ouvrage est constante et égale à 0,956 m, l'ouvrage est également symétrique en coupe transversale.



Le poids des superstructures placées sur chaque encorbellement est de 1,330 T/m, la distance de leur point d'application à la section S correspondante est de 1,738 m.

3 - CARACTERISTIQUES MECANQUES DES SECTIONS

Elles nous sont données par les premiers résultats de la note de calcul électronique à savoir :

Aire brute : 6,660 m²

Moment statique par rapport à l'extrados : 2,708 m³

Moment d'inertie par rapport à l'axe passant par le centre de gravité et parallèle à l'extrados en coupe transversale

$$I = 0,519 \text{ m}^4$$

Position du centre de gravité

$$V_s = 0,407 \text{ m}$$

$$V_i = 0,549 \text{ m}$$

La hauteur de la dalle centrale étant de 0,956 m, nous en déduisons la largeur 2b de la dalle équivalente compte tenu de l'inertie de la structure :

$$2b = \frac{12I}{h^3} = \frac{12 \times 0,519}{0,956^3} = \frac{6228}{0,874} = \underline{\underline{7,13 \text{ m}}}$$

4 - COEFFICIENT D'EXCENTREMENT DES SURCHARGES

A partir de la ligne d'influence du coefficient de répartition transversal, l'ordinateur calcule, par travée la valeur de $\frac{\sum P_i K_i}{\sum P_i}$ et en retient la plus défavorable dans chaque travée; ceci nous conduit au tableau suivant :

	BC	*A	trottoirs (0,150 T/m ²)	BE	BR
Travée 1	1,062	1,007	1,058	1,138	1,243
Travée 2	1,016	1,002	1,042	1,036	1,053
* surcharge de 1 T/m ² sur la chaussée					

5 - MOMENTS TRANSVERSAUX

Dans chaque travée et pour des sections transversales d'abscisse relative $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$, l'ordinateur calcule les moments transversaux sur trois fibres de la dalle équivalente. Si l'origine des abscisses transversales est le milieu de la dalle équivalente (c'est-à-dire le milieu de la dalle centrale, que le pont soit dissymétrique ou non) nous nous intéresserons aux fibres d'abscisses

$$\begin{aligned} -\frac{b}{2} &= -1,78\text{m} \\ 0 &, \text{axe de la dalle équivalente} \\ +\frac{b}{2} &= +1,78\text{m} \end{aligned}$$

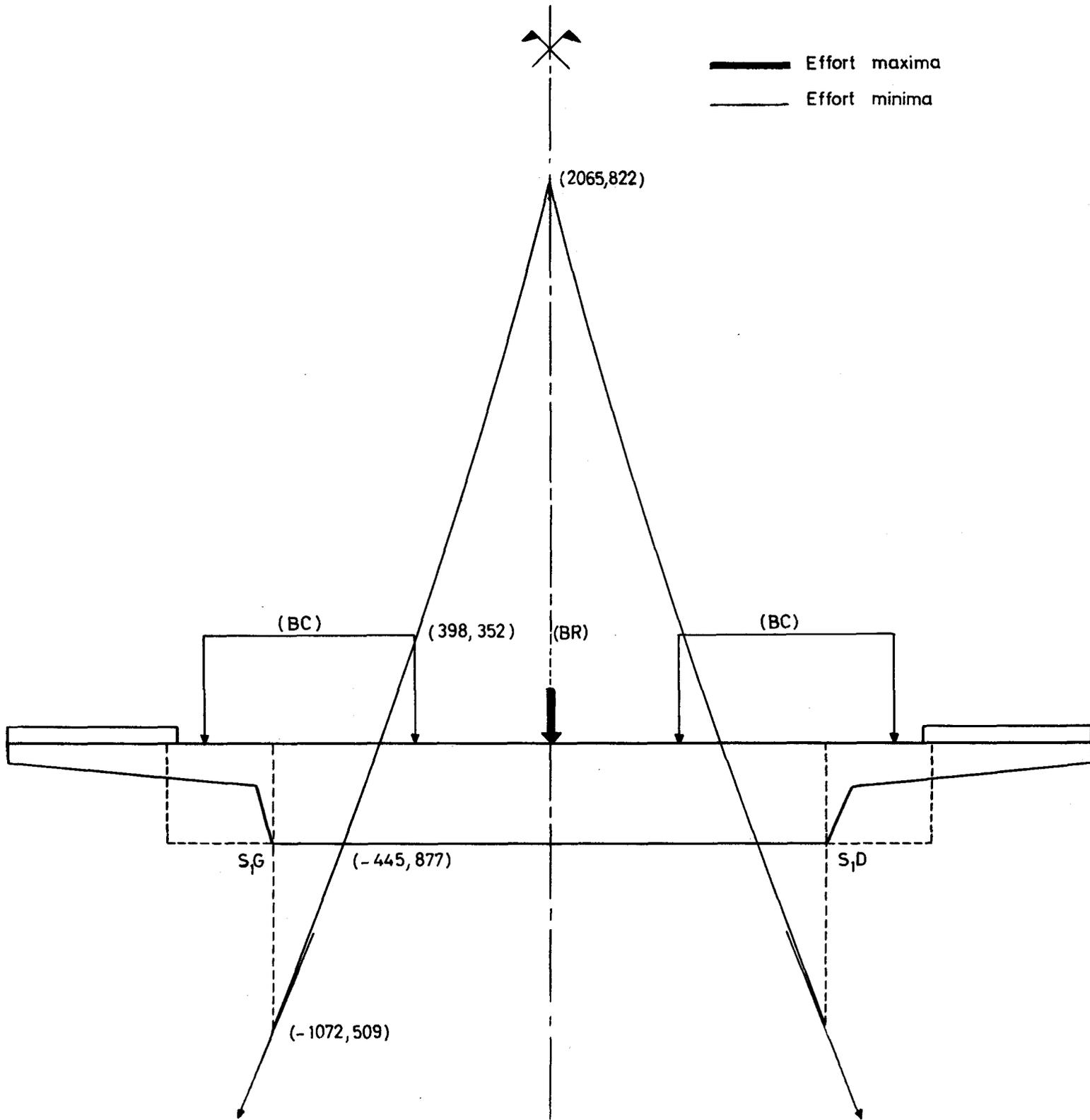
L'ordinateur ayant calculé, pour ces trois fibres, la ligne d'influence de μ_n pour 5 harmoniques (n varie de 1 à 5), il s'agit maintenant de disposer les surcharges selon l'effet recherché (moment transversal maximal ou minimal). Nous nous intéresserons à titre d'exemple, à la section la plus sollicitée transversalement compte non tenu de l'effet POISSON du moment longitudinal, c'est-à-dire celle de la travée 1 située en son milieu soit à l'abscisse 8 m.

Sur le diagramme de la page ci-après, nous avons mis les surcharges pondérantes dans la position la plus défavorable pour le calcul des moments minimaux (trait fin) et pour le calcul des moments maximaux (trait gras) dans le cas de la fibre 0. Nous avons tenu compte de la majoration pour effets dynamiques pour les types de surcharges qu'elle concerne (BC, BR, BE et roue de 3 T sur trottoirs). Nous n'avons pas envisagé de coefficient de pondération éventuel; si la dalle est armée transversalement, la pondération du 1er genre pourra s'opérer sur les courbes enveloppes en fin de calcul (voir remarques au § 6).

5.1 - Moments dus aux charges et surcharges placées sur les encorbellements

5.1.1 - Moments et efforts tranchants dans les sections S_{1G} et S_{1D}

L'ouvrage étant symétrique, ces valeurs sont évidemment les mêmes, au signe près toutefois pour les efforts tranchants.

LIGNE D'INFLUENCE DE μ_n (1^{er} HARMONIQUE) ET POSITION DES SURCHARGES PREPONDERANTES

Les ordonnées de la ligne d'influence ont été multipliées par 10^4

Nature de la Surcharge	Efforts tranchants en S_{1G} et S_{1D} (tm/m)	Moments fléchissants en S_{1G} et S_{1D} (tm/m)
Charge permanente et superstructures	3,441	4,467
BC (1 file sur chaque encorbellement) :	3,906	2,539
BR (Roue de 10 T)	5,080	3,810
BE (Rouleau de 20 T)	5,047	1,951
A (A (16 m) soit 1,659 T/m ²)	1,493	0,672
Surcharge de trottoirs 1) 450 kg/m ²	0,720	1,224
2) Roue de 3 T	0,610	1,440

Le moment d'encastrement maximal à prendre en compte est alors la somme des effets de la charge permanente, des trottoirs et de BR compte tenu de leur pondération éventuelle dans le cas du béton armé transversalement.

5.1.2 - Moments apportés dans la nervure centrale (fibre 0) par les surcharges placées sur les encorbellements.

	Surcharge sur encorbellement		Total(tm/m)
	gauche	droite	
Charge permanente et superstructures	- 3, 244	- 3, 244	- 6, 489
BC	- 2, 022	- 2, 022	- 4, 044
BR	- 2, 039	-	- 2, 039
BE	- 0, 771	-	- 0, 771
A (A (16 m) soit 1,659 T/m ²)	- 0, 891	- 0, 891	- 1, 782
Trottoirs 1) 0, 450 T/m ²	- 0, 797	- 0, 797	- 1, 594
2) Roue de 3 T	- 0, 450	- 0, 450	- 0, 900

On remarquera que, pour cette dalle de portée relativement longue par rapport à sa largeur, les moments dans l'axe sont en valeur absolue supérieurs à M_{1G} et M_{1D} lorsque les deux encorbellements sont chargés. Cependant, le moment de charge permanente par exemple, est inférieur à $M_{1G} + T_{1G}(\gamma - \frac{b}{l})$ soit $4,467 + 3,441 (2,60 - 1,78) = 7,28$ t.m/m qui correspondrait à une répartition uniforme des charges des encorbellements sur la dalle équivalente.

5.1.3 - Moments apportés dans la nervure centrale (fibre 0) par les éléments des surcharges sur les encorbellements qui débordent sur la dalle centrale.

	surcharge sur encorbellement		TOTAL (tm/m)
	gauche	droite	
Charge permanente et superstructures			2, 055
BC	0, 195	0, 195	0, 390
BR	-	-	-
BE	- 2, 382	-	- 2, 382
A* [A(16m)]	0, 676	0, 676	1, 352
Trottoirs	-	-	-

* la chaussée ne comportant que 2 voies, les éléments de surcharge A couvrent, en fait, toute la dalle centrale.

5.2 - Moments minimaux dans la nervure centrale pour des surcharges placées sur la dalle centrale.

Ils sont tous nuls dans le cas d'espèce.

5.3 - Moments maximaux (positifs) dans la nervure centrale pour les surcharges placées sur la dalle centrale.

	Moment fibre 0(tm/m)	Observations
Charge permanente et superstructures	2, 055	dalle centrale
BC	1, 719	1 seul camion
BR	1, 886	fibre 0 chargée
BE	1, 732	fibre 0 chargée
A* [A(16m)]	-	
Trottoirs	-	

* Chaque voie étant chargée par la surcharge A, il n'existe pas de voie chargée comprise entre les sections S_{1G} et S_{1D}

6 - COURBES ENVELOPPES DES MOMENTS TRANSVERSAUX

6.1 - Moments minima

Le cumul des tableaux 5.1.2, 5.1.3 et 5.2 nous donne l'intensité du moment minimal négatif dans la fibre 0. Nous dresserons donc ci-dessous, le tableau récapitulatif des moments minimaux dans la fibre 0.

	5.1.2	5.1.3	5.2	Total(tm/m)
Charge permanente, superstructure	- 6, 489	2, 055	0	- <u>4, 434</u>
BC	- 4, 044	0, 390		- <u>3, 654</u>
ER	- 2, 039			- 2, 039
BE	- 0, 771	- 2, 382		- 3, 154
A	- 1, 782	1, 352		- 0, 430
Trottoirs (450 kg/m ²)	- 1, 594	-		- <u>1, 594</u>

On déduit donc de ce tableau l'intensité du moment minimal à prendre en compte au droit de la fibre 0. Il est la somme des effets de la charge permanente et de la surcharge BC, prépondérante, compte tenu de l'effet des trottoirs (surcharge de 0,450 T/m²), conformément à l'article 7 du fascicule 61, titre II, du C.P.C.).

REMARQUES

1) Si l'ouvrage est en béton armé transversalement, l'ordonnée de la courbe enveloppe du moment transversal à l'abscisse 0 est après pondération :

$$M_y(-) = (-1,594 - 3,654) \cdot 1,2 - 4,434 = -10,732 \text{ tm/ml}$$

2) Dans le cas d'un ouvrage précontraint transversalement, il convient donc d'ajouter aux effets de la précontrainte transversale M_p^t (cf. § 3.3.3. page 17) l'effort suivant :

$$M_y(-) = -1,594 - 3,654 - 4,434 = -9,682 \text{ t.m/ml}$$

6.2 - Moments Maxima

On déduit du tableau 5.3 l'intensité du moment maximal à prendre en compte au droit de la fibre 0; c'est la somme des effets de la charge permanente et de la surcharge BR, prépondérante :

- dalle en béton armé transversalement

$$M_y(+) = -4,434 + 1,2 \times 1,886 = -2,171 \text{ t.m/ml}$$

- dalle précontrainte transversalement

$$M_y(+) = M_p^t - 4,434 + 1,886 = M_p^t - 2,548 \text{ t.m/ml}$$

Sur le diagramme ci-après, nous avons tracé les courbes enveloppes des moments transversaux maxima et minima compte tenu des résultats d'un calcul identique opéré pour les fibres d'abscisses transversales $-\frac{b}{2}$ et $+\frac{b}{2}$.

En dernier lieu, pour le calcul du ferrailage transversal, il conviendra de tenir compte de l'effet POISSON des efforts longitudinaux (calcul des moments transversaux principaux).

COURBE ENVELOPPE DES MOMENTS TRANSVERSAUX
DALLE EN BETON ARME TRANSVERSALEMENT

