



Ministère de l'Équipement  
du Logement  
de l'Aménagement du Territoire  
et des Transports

*Direction des Routes*

**GUIDE D'EMPLOI**  
**DU RÈGLEMENT FRANÇAIS**  
**DE**  
**BETON ARMÉ AUX ETATS-LIMITES**  
**BAEL 83**

*Exemples d'application aux ponts*



**GUIDE D'EMPLOI  
DU REGLEMENT  
FRANÇAIS  
DE BETON ARME AUX  
ETATS LIMITES**

**BAEL 83**

*Exemples d'application aux ponts*

*AVRIL 1987*

Document réalisé et diffusé par :

---

Le Département des Ouvrages d'Art du

---

**S** **ETRA**  
SERVICE D'ETUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES  
46, avenue Aristide Briand - B.P. 100 - 92223 BAGNEUX CEDEX - FRANCE  
Tél. (1) 42.31.31.31 - Téléfax : (1) 42.31.31.69 - Télex : 260763 SETRA BAGNX

---

**CE DOCUMENT A ETE REDIGE PAR MM POINEAU ET EDON  
M DARPAS A AIDE A SON ELABORATION PAR SES CONSEILS  
MMES HOMANN, FEL ET MOURAO ONT PARTICIPE A SA REALISATION**

# SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION</b>	<b>5</b>
<hr/>	
<b>CHAPITRE 1 : ACTIONS ET SOLLICITATIONS</b>	<b>7</b>
<hr/>	
1. ACTIONS	7
2. SOLLICITATIONS	16
<b>CHAPITRE 2 : JUSTIFICATIONS DES PIECES PRISMATIQUES SOUMISES A DES SOLLICITATIONS NORMALES</b>	<b>33</b>
<hr/>	
<b>AVERTISSEMENT</b>	<b>33</b>
1. ETAT-LIMITE ULTIME DE RESISTANCE	34
<hr/>	
1.1. GENERALITES	34
1.2. DIMENSIONNEMENT DES SECTIONS EN FLEXION SIMPLE	44
1.3. DIMENSIONNEMENT DES SECTIONS EN FLEXION COMPOSEE	60
1.4. VERIFICATION D'UNE SECTION A L'E.L.U. (FLEXION SIMPLE OU COMPOSEE)	89
2. ETAT-LIMITE DE SERVICE	96
<hr/>	
2.1. GENERALITES	96
2.2. JUSTIFICATIONS DES SECTIONS EN FLEXION SIMPLE	103
2.3. JUSTIFICATIONS DES SECTIONS EN FLEXION COMPOSEE	112
3. JUSTIFICATIONS DIVERSES	141
<hr/>	
3.1. CONDITION DE NON FRAGILITE	141
3.2. DIMENSIONNEMENT D'UNE SECTION RECTANGULAIRE EN FLEXION SIMPLE EN TENANT COMPTE SIMULTANEMENT DE L'E.L.U. ET DE L'E.L.S.	147
<b>CHAPITRE 3 : JUSTIFICATIONS DES PIECES SOUMISES A DES SOLLICITATIONS TANGENTES</b>	<b>153</b>
<hr/>	
1. GENERALITES	153
2. JUSTIFICATIONS DES POUTRES SOUS SOLLICITATIONS D'EFFORT TRANCHANT	154
3. ACTIONS TANGENTES SUR DES ELEMENTS AUTRES QUE LES AMES : REGLE DES COUTURES GENERALISEE	163
4. ENTRAINEMENT DES BARRES	174
5. TORSION	176
6. ZONE D'APPLICATION DES EFFORTS	185
7. EPURE D'ARRET DES ARMATURES LONGITUDINALES	194

<b>CHAPITRE 4 : JUSTIFICATIONS DE CERTAINS ELEMENTS DE STRUCTURE</b>	<b>207</b>
<hr/>	
<b>1. CALCUL DES DALLES</b>	<b>207</b>
<hr/>	
1.1. GENERALITES	207
1.2. PREMIER EXEMPLE D'APPLICATION : JUSTIFICATION DU HOURDIS D'UN TABLIER A POUTRE SOUS CHAUSSEE ET ENTRETOISES	212
1.3. DEUXIEME EXEMPLE D'APPLICATION : JUSTIFICATION D'UN HOURDIS PAR LA METHODE DES LIGNES DE RUPTURE	223
1.4. TROISIEME EXEMPLE D'APPLICATION : JUSTIFICATION DU HOURDIS D'UN TABLIER EN DALLE NERVUREE	231
1.5. QUATRIEME EXEMPLE D'APPLICATION : JUSTIFICATION DALLE EN ENCORBELLEMENT	238
<b>2. CALCUL DES PIECES SOUMISES A DES EFFORTS CONCENTRES</b>	<b>253</b>
<hr/>	
2.1. GENERALITES	253
2.2. REGLES DE CALCUL	254
2.3. EXEMPLE D'APPLICATION	261
2.4. DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES DES DES D'APPUI	270
<b>3. CALCUL DES DEFORMATIONS</b>	<b>272</b>
<b>4. CONCEPTION ET CALCUL DES CONSOLES COURTES</b>	<b>284</b>
 <b>ANNEXE PROJeteur</b>	 <b>297</b>
<hr/>	

## INTRODUCTION

Avec la notion d'états-limites ultimes, introduite par les règles B.A.E.L. 83, il était important de développer des méthodes de calcul, notamment pour la justification des pièces soumises à des sollicitations normales. Cependant, les principes de justifications propres aux états-limites de service, analogues à ceux des anciennes règles C.C.B.A. 68, conservent toute leur importance et figurent en bonne place dans ce document. Ainsi, le projeteur dispose d'un véritable guide pour les calculs de béton armé, complété par une annexe-projeteur se présentant sous la forme de tableaux récapitulatifs.

Le deuxième objectif de ce document est d'illustrer ces méthodes de calcul par de nombreux exemples largement empruntés au domaine des ponts-routes.

Enfin, il est apparu nécessaire de fixer une doctrine sur certains points non précisés par les règles B.A.E.L. : choix de la condition de fissuration (page 97), justification des pièces soumises à des sollicitations tangentées accidentelles (page 158), limitation des contraintes dans les armatures tendues des dalles aux états-limites de service (page 211), calcul des pièces soumises à des efforts concentrés (page 253),....

Deux points n'ont pas été traités dans ce document :

- les calculs de stabilité de forme, qui auraient nécessité un développement beaucoup trop important,

- le calcul des fondations et des soutènements. En effet, la doctrine sera prochainement établie avec la parution du fascicule 62 du C.C.T.G. . Des précisions peuvent être obtenues sur l'évolution des méthodes de calcul auprès de l'arrondissement " Fondations et Soutènements" du S.E.T.R.A. .

## CHAPITRE 1

### ACTIONS ET SOLLICITATIONS

La terminologie et les principes de base sont empruntés aux Directives Communes de 1979 relatives au Calcul des Constructions (D.C. 79), en date du 13 mars 1979.

#### 1 - ACTIONS (Art. A.3.1.)

Les actions sont les forces et couples dus aux charges appliquées et/ou aux déformations imposées. Elles peuvent avoir plusieurs valeurs représentatives "F<sub>rep</sub>" (Art. 3.3. des D.C. 79) liées à l'action caractéristique "F<sub>k</sub>" par des relations de la forme  $\gamma_{F2} F_k$ . Dans la pratique, la notation  $\gamma_{F2}$  est remplacée par les notations  $\psi_0, \psi_1, \psi_2$ . S'il y a lieu, on distingue pour chacune d'elles des valeurs maximales et des valeurs minimales, ces dernières pouvant être nulles.

Il est à noter que les valeurs représentatives "F<sub>rep</sub>" peuvent être remplacées par des valeurs dites nominales (valeurs calculées à partir des dessins du projet, actions accidentelles...).

Les actions se classent en trois catégories :

#### 1.1. Les actions permanentes

Les actions permanentes sont généralement introduites dans les calculs avec une valeur nominale (valeur la plus probable ou valeur moyenne au sens de l'article 3 des D.C. 79). Mais si des écarts sensibles sont susceptibles de se produire par rapport à cette valeur, il convient de se fixer deux valeurs nominales, l'une maximale, l'autre minimale, conformément à l'article A.3.1,22. .

#### 1.1.1. Poids propre de la structure

Le béton armé a, sauf circonstances spéciales, une masse volumique de 2,5 t/m<sup>3</sup> (cette valeur correspond à une masse volumique des granulats courants d'environ 2,6 t/m<sup>3</sup>) : le poids volumique correspondant est de 24,5 kN/m<sup>3</sup>.

Les circonstances spéciales peuvent se présenter lorsque :

- le ratio d'armatures diffère des valeurs courantes comprises entre 60 et 200 kg/m<sup>3</sup>. En cas de proportion anormale d'armatures, on peut calculer la masse volumique en t/m<sup>3</sup> par l'expression :

$$2,37 + 0,7 g_a$$

$g_a$  représente la masse de l'acier en tonnes par mètre cube de béton armé.

- il est fait usage de granulats naturels de faible ou forte densité. Le béton constitué de granulats légers sort du domaine d'application des règles B.A.E.L. (se reporter aux Recommandations Provisoires pour l'emploi du Béton Léger de décembre 1976).

La valeur représentative du poids de la structure (valeur nominale) est calculée à partir de ce poids volumique moyen et des plans de coffrage, sauf dans les cas visés par l'article A.3.1,22. :

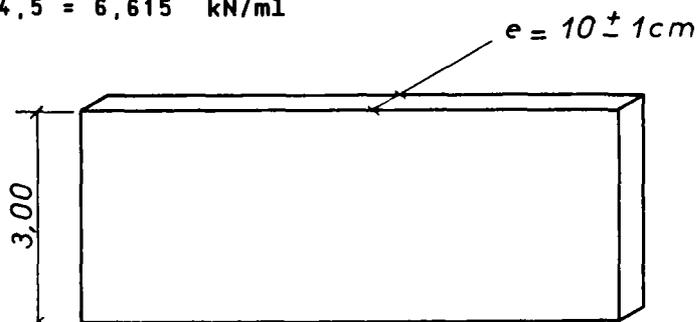
a - Parois minces

Les imprécisions d'exécution peuvent parfois introduire des erreurs relatives élevées sur l'évaluation du poids propre.

exemple: dans le cas du voile de la figure 1, l'imprécision sur l'épaisseur est estimée à  $\pm 1$  cm. Elle doit être prise en compte dans les calculs en représentant le poids propre linéique par les deux valeurs nominales suivantes :

$$g_1 = 0,11 \times 3 \times 24,5 = 8,085 \text{ kN/ml}$$

$$g_2 = 0,09 \times 3 \times 24,5 = 6,615 \text{ kN/ml}$$



- fig. 1 -

b - Poussée hydrostatique

A moins de variations rapides et fréquentes, la poussée hydrostatique est considérée comme une action permanente qu'il n'est pas nécessaire de dissocier du poids de la structure : les deux valeurs représentatives du poids propre tiennent alors directement compte du déjaugage de la partie de la structure immergée. Ces deux valeurs correspondent aux déjaugages minimal et maximal (voir l'exemple du § 2.5.2.).

Il s'agit d'une simplification des D.C. 79, valable lorsqu'il n'y a aucun risque d'instabilité vis-à-vis de la poussée d'Archimède (poussée d'Archimède très inférieure au poids de la structure). Dans le cas d'un batardeau, cette règle conduirait à adopter un coefficient de sécurité nul vis-à-vis de la stabilité. Il convient alors de s'inspirer des D.C. 79 en séparant l'action du poids qui est favorable de la poussée d'Archimède défavorable (1).

Dans certains cas (crues rapides, coulées de boue,...), la poussée hydrostatique doit être prise en compte en tant qu'action variable ou accidentelle suivant les cas.

---

(1) Pour plus de précisions, consulter l'arrondissement 62 "Fondations" du S.E.T.R.A..

### 1.1.2. Poids des équipements

#### a - Généralités

Le poids est calculé à partir des valeurs moyennes lorsque les équipements sont définis au projet de façon précise. Ce peut être par exemple le cas des garde-corps, des corniches et des bordures de trottoir préfabriquées.

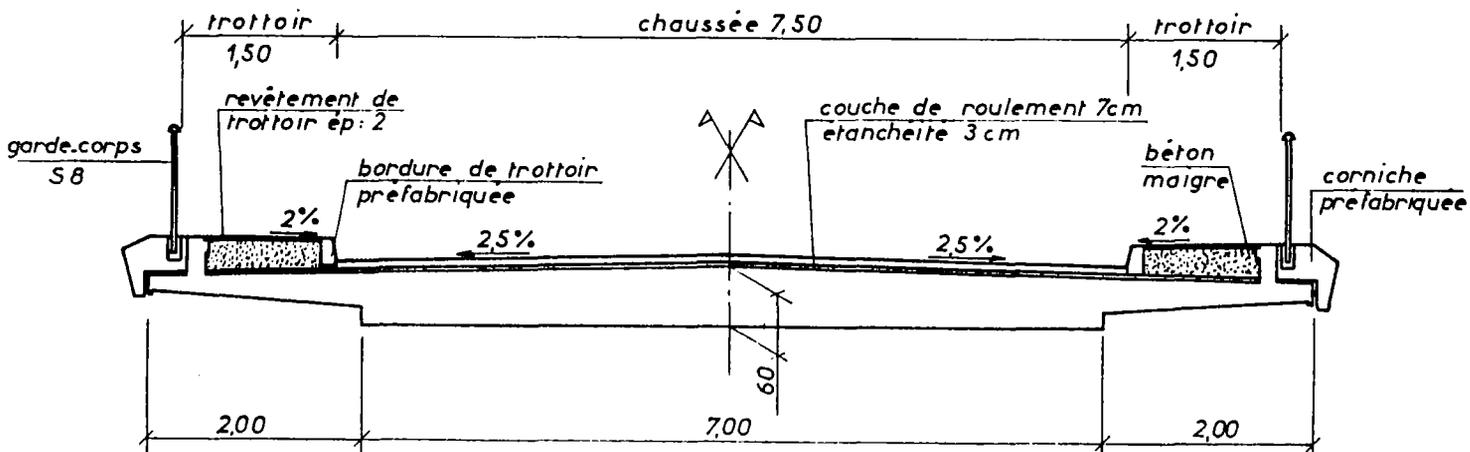
Lorsque des variations importantes du poids des équipements sont possibles, il est nécessaire de fixer deux valeurs nominales. Par exemple, en ce qui concerne les incertitudes sur les charges des équipements des concessionnaires (canalisations et conduits divers), les D.C. 79 - art. 4 - prévoient une variation de  $\pm 20 \%$  par rapport aux poids globaux extrêmes de ces équipements lorsque le plan de pose complet est établi à long terme.

#### b - Imprécisions d'exécution

Il y a lieu, le cas échéant, d'examiner l'incidence des imprécisions d'exécution sur le poids des éléments réalisés sur le chantier (dans le cadre des tolérances de l'article 39 du fascicule 65 du C.C.T.G.).

Si dans un ouvrage, il est nécessaire de régler les corniches et les bordures avec un mortier de pose d'épaisseur variable pour rattraper la ligne rouge du profil en long, cela conduit à majorer la hauteur des trottoirs et par voie de conséquence leur poids.

#### c - Cas des chapes et revêtements de chaussée



- fig. 2 -

La structure de chaussée considérée pour l'ouvrage de la figure 2 est décrite dans le tableau de la page suivante :

COUCHES (1)		Référence au dossier pilote ST.E.R. 81 du S.E.T.R.A.	valeurs probables	
			Poids volumique kN/m <sup>3</sup>	Poids surfacique kN/m <sup>2</sup>
Couche d'usure en béton bitumineux. Épaisseur : 3 cm (rechargement)		Sous-dossier R Chapitre II § 2.4	(2) 24	0,720
Couche de roulement en béton bitumineux. Épaisseur : 7 cm		Sous-dossier R Chapitre III	(2) 24	1,680
Couche de reprofilage (3) en béton bitumineux. Épaisseur moyenne équivalente : 2 cm		Sous-dossier R Chapitre II § 2.2 Chapitre IV	(2) 24	0,480
Etanchéité constituée d'un bicouche asphalte épaisseur : 3 cm	asphalte coulé gravillonné : 22 mm	Sous-dossier E	(4) 24	0,528
	asphalte pur épaisseur : 8 mm	Sous-dossier E	22	0,176

Conformément aux D.C.79, il y a deux manières d'évaluer les valeurs nominales maximale ou minimale du poids de ces équipements :

1 - en tenant compte du rechargement ultérieur :  $\pm 20 \%$

$$g_1 = 1,2 (0,720 + 1,680 + 0,480 + 0,528 + 0,176) = \underline{4,301} \text{ kN/m}^2$$

$$g_2 = 0,8 (1,680 + 0,480 + 0,528 + 0,176) = \underline{2,291} \text{ kN/m}^2$$

2 - si le rechargement ultérieur n'est pas défini :  $+ 40 \%$  et  $- 20 \%$

$$g_1 = 1,4 (1,680 + 0,480 + 0,528 + 0,176) = \underline{4,010} \text{ kN/m}^2$$

$$g_2 = 0,8 (1,680 + 0,480 + 0,528 + 0,176) = \underline{2,291} \text{ kN/m}^2$$

Dans le cas particulier où, à la place du rechargement, il est explicitement prévu d'avoir recours à des techniques de rabotage ou fraisage avec mise en place d'une épaisseur de matériaux équivalente à celle enlevée, c'est la règle des  $\pm 20 \%$  qui s'applique.

(1) La structure ainsi définie n'a que valeur d'exemple. Il convient de se référer au dossier ST.E.R. 81 pour établir dans les projets une structure de chaussée qui soit adaptée à la nature et l'importance de l'ouvrage ainsi qu'aux conditions de trafic.

(2) Valeur moyenne correspondant à un béton bitumineux traditionnel.

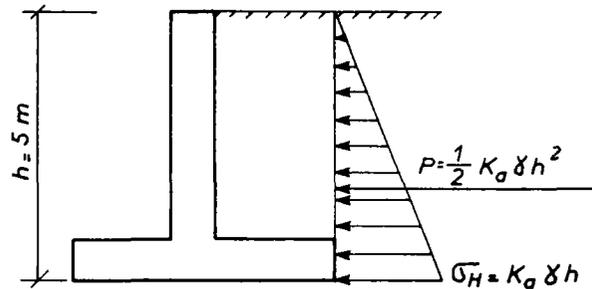
(3) Il est prudent de prendre en compte dans les calculs une couche de reprofilage même s'il s'avère inutile au moment de l'exécution de la mettre en oeuvre du fait de la conformité entre profil réalisé et profil théorique.

(4) Le poids volumique de l'asphalte gravillonné est compris entre 23 et 25 kN/m<sup>3</sup>.

### 1.1.3. Poussée des terres

Les théories utilisées ne permettent pas de calculer la poussée des terres de façon exacte. De plus, suivant les hypothèses prises en compte concernant les caractéristiques des sols, on obtient des résultats assez différents.

#### Exemple



- fig. 3 -

Le remblai en matériau pulvérulent exerce sur le mur de la figure 3 une poussée dont on ne calcule ici que la composante horizontale  $P$ . Cette poussée est déterminée à partir des valeurs en fourchette du poids volumique du remblai  $\gamma$  et du coefficient de poussée active  $K_a$  (pour la définition des valeurs, se reporter à la pièce 1.2 du dossier MUR 73).

La valeur du poids volumique du remblai, est estimée à  $20\text{ kN/m}^3$  avec une incertitude de  $\pm 10\%$ . Les deux valeurs nominales à considérer sont donc :

$$\begin{aligned} \gamma_{\max} &= 22\text{ kN/m}^3 \\ \gamma_{\min} &= 18\text{ kN/m}^3 \end{aligned}$$

L'angle de frottement interne mesuré à l'appareil triaxial, vaut :

$$\varphi = 35\text{ degrés déterminé à } \pm 2\text{ degrés près.}$$

A partir des valeurs extrêmes de  $\varphi$ , il est possible de déterminer, en fonction de la théorie choisie, les valeurs nominales du coefficient de poussée horizontale :

$$\begin{aligned} K_a \max &= 0,270 & \text{pour} & \varphi = 33\text{ degrés} \\ K_a \min &= 0,230 & \text{pour} & \varphi = 37\text{ degrés} \end{aligned}$$

Par conséquent, les deux valeurs nominales de la poussée sont :

$$P_{\max} = \frac{1}{2} \times 0,270 \times 22 \times (5)^2 = 74,25\text{ kN/ml}$$

$$P_{\min} = \frac{1}{2} \times 0,230 \times 18 \times (5)^2 = 51,75\text{ kN/ml}$$

Lorsqu'on veut justifier un mur de soutènement ou une culée vis-à-vis du sol (stabilité, portance,...), le calcul précédent peut conduire à un surdimensionnement coûteux. En effet, adopter des valeurs maximales à la fois sur  $\gamma$  et  $K_a$ , termes en réalité dépendants, est très défavorable. L'évaluation et la prise en compte de la poussée et du poids des terres présentent des particularités spécifiques qui seront définies dans le futur

fascicule 62 titre V. En attendant sa parution, il paraît raisonnable pour des ouvrages courants d'adopter des valeurs moyennes à condition qu'elles soient estimées de façon réaliste (1).

#### 1.1.4. Déformations différées de béton (Art. A.2.1,22.)

Les déformations différées du béton comprennent le retrait et le fluage. Les efforts qu'elles engendrent dans les tabliers en béton armé librement déformables sont généralement négligeables du fait de l'adaptation de la structure par fissuration. Cependant, sous l'action du retrait et fluage du tablier, les appuis (piles et culées) sont soumis à des efforts horizontaux qu'il faut calculer pour justifier leur stabilité et leur résistance. La répartition des efforts entre les appuis d'un ouvrage est déterminée en fonction de la souplesse différée de chaque appui. Celle-ci est obtenue en prenant en compte :

- dans le cas d'utilisation d'appareils d'appui en élastomère fretté, le module d'élasticité transversale G sous charges permanentes,
- le module de déformation longitudinale différé  $E_V$  du béton constitutif des appuis,
- le module de réaction du sol k sous charges permanentes.

Les déformations différées du béton introduisent dans les structures hyperstatiques (ouvrages à poussées, type portique ou arc) des sollicitations non négligeables qui doivent être calculées à partir du module différé du béton  $E_V$ .

Dans les cas courants, on admet, pour le raccourcissement unitaire dû au retrait, les valeurs suivantes :

$$\epsilon_r = 3 \times 10^{-4} \text{ dans le quart Sud-Est de la France,}$$

$$\epsilon_r = 2 \times 10^{-4} \text{ dans le reste de la France.}$$

Il s'agit de valeurs moyennes pour des pièces à l'air libre, non massives et normalement ferraillées. Si ces conditions ne sont pas remplies, les déformations différées peuvent être calculées en utilisant l'annexe 1 des règles B.P.E.L. .

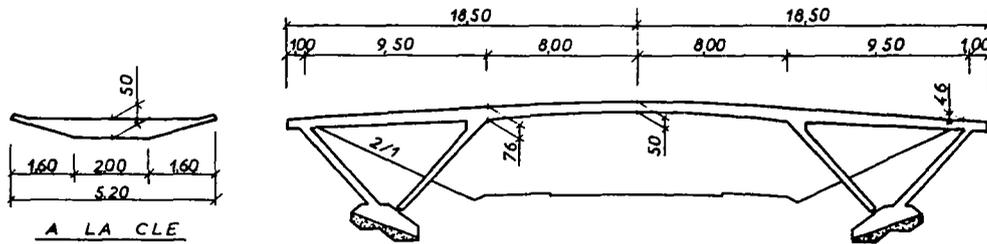
Dans certains cas (utilisation de pièces préfabriquées, ouvrages construits en plusieurs phases isostatiques...), il y a lieu de ne prendre en compte qu'une partie des déformations différées.

#### Exemple :

Dans le cas de la passerelle piétonnière de la figure 4, les résultats des calculs montrent bien l'importance des sollicitations dues au retrait. L'effort normal et le moment fléchissant dans la section A représentent environ 12 % des sollicitations dues au poids propre.

---

(1) Pour plus de précisions, consulter l'arrondissement G2 "fondations" du S.E.T.R.A.



-fig. 4 -

Les sollicitations dans la section A sont les suivantes :

poids propre y compris équipements :		N = - 0,189 MN
		M = 0,235 MN-m
effets du retrait		N = - 0,021MN
		M = 0,029 MN-m
$\epsilon_r = 3 \times 10^{-4}$		$E_v = 12\ 000\ \text{MPa}$

1.2. Les actions variables

1.2.1. Les charges d'exploitation

a) charges d'exploitation sans caractère particulier

Il s'agit des charges de chaussées des systèmes A et B ainsi que leurs effets annexes (freinage, forces centrifuges), des charges sur trottoirs, passerelles piétons et garde-corps. Les valeurs nominales sont celles du titre II du fascicule 61 (arrêté ministériel du 28/12/71), multipliées par les coefficients du tableau suivant :

nature de l'état-limite (1)	ultime de résistance	de service
charges de chaussées des systèmes A et B et effets annexes	1,07	1,2
charges sur trottoirs, passerelles piétons et garde-corps	1,07	1,0

Ces coefficients sont destinés à réactualiser le titre II du fascicule 61 en attendant la parution de nouvelles règles cohérentes avec les D.C. 79.

Les valeurs nominales  $Q_i$  ainsi obtenues sont ensuite multipliées par des coefficients  $\Psi$  pour obtenir leurs valeurs représentatives dans les combinaisons d'actions.

(1) Se reporter au paragraphe 2 pour la définition des états-limites.

b - Charges exceptionnelles

En ce qui concerne les charges exceptionnelles, l'article 10 du titre II du Fascicule 61 est suspendu dans son application par l'instruction ministérielle du 20 Juillet 1983. En effet, les convois-types D et E du fascicule 61 ne correspondent plus aux convois réels. Les nouvelles charges exceptionnelles sont définies dans le document S.E.T.R.A. d'octobre 1981 intitulé "Transports Exceptionnels".

c - Charges militaires

Les charges militaires de l'article 9 du titre II restent inchangées.

d - Poussée des terres

La poussée exercée par des charges routières circulant sur un remblai doit être calculée en prenant en compte les valeurs extrêmes des coefficients de poussée.

e - Charges appliquées en cours d'exécution

Les parties d'ouvrage définitives peuvent être soumises à des sollicitations dues aux ouvrages provisoires ou aux procédés de construction. Les renforcements éventuels sont à la charge de l'entrepreneur à moins qu'ils aient été explicités dans le marché (cf Art. 41.4.2 et 41.4.3 du fascicule 65 du C.C.A.G.).

1.2.2. Les charges de vent

Le fascicule 61 titre II définit à l'article 14 les valeurs à prendre en compte pour la pression du vent sur les ouvrages. Ces valeurs sont à considérer comme valeurs nominales et sont supposées non concomitantes aux charges d'exploitation pour le calcul des ouvrages en service.

Pour les ouvrages en construction, la valeur de la pression du vent, définie à l'article 14, est plus faible, mais elle peut-être déterminante vis-à-vis de la stabilité et de la résistance d'éléments de structure placés en situation transitoire.

Remarque : il n'y a pas lieu d'appliquer des charges de neige sur les ponts-routes sauf cas particuliers (ouvrages situés dans une zone où le risque d'avalanche est important).

1.2.3. Les actions de la température (Art. A.3.1,33.)

a - Généralités

Les variations de la température ambiante indiquées ici, correspondent à celles d'un ouvrage à l'air libre en zone de climat tempéré dont la température initiale est comprise entre 8 et 14°C :

- variation globale de + 30°C dont 10°C rapidement variable
- variation globale de - 40°C dont 10°C rapidement variable

Les ± 10°C correspondent aux variations journalières et le reste aux variations saisonnières.

Les variations de température réellement subies par la structure sont relativement mal connues et dépendent de nombreux paramètres tels que l'inclinaison des surfaces exposées au soleil, la nature et l'épaisseur du revêtement de chaussée, le type de section transversale. Il est cependant loisible de négliger l'inertie thermique des ouvrages courants en supposant que les variations de température ambiante sont celles effectivement subies par la structure.

Remarque : les structures en béton armé sont généralement peu sensibles au gradient thermique. Dans certains cas, il est cependant nécessaire de les faire intervenir. Par exemple dans les ponts-dalles (surtout les dalles de grande largeur), le gradient thermique nécessite le renforcement du ferrailage transversal en face inférieure.

#### b - Structures librement dilatables

Les effets de la température sur les tabliers librement dilatables sont négligeables. En revanche, la température engendre des efforts horizontaux dans les piles et culées. La répartition de ces efforts entre les appuis dépend des souplesses respectives de ces derniers, calculées en prenant en compte :

- le module d'élasticité transversale des appareils d'appui en élastomère éventuels,

- le module de déformation longitudinale du béton des appuis,

- le module de réaction du sol.

Ces modules étant pris avec leur valeur :

- instantanée pour les variations rapides de température,

- différée pour les variations lentes.

Remarque : Le principe de calcul de la répartition des efforts horizontaux entre les appuis est exposé au chapitre VIII du Bulletin technique n° 4 du S.E.T.R.A. intitulé "Appareils d'appui en élastomère fretté".

#### c - Structures non librement dilatables

Lorsque les structures sont non librement dilatables (portiques, arcs...), les variations uniformes de température engendrent dans le tablier des sollicitations non négligeables qu'il convient de calculer en séparant les effets des variations lentes et rapides de la température. Les hypothèses de calculs sont les suivantes :

- coefficient de dilatation thermique du béton armé :

$$\lambda = 10^{-5}$$

- module de déformation longitudinale du béton de la structure

- . module instantané :  $E_i$  pour les variations rapides

- . module différé :  $E_v$  pour les variations lentes

Il y a lieu de consulter le D.O.A. du S.E.T.R.A. sur les combinaisons à prendre en compte pour certaines structures non librement dilatables pour lesquelles il y a lieu de considérer la concomitance des variations uniformes de température, du gradient thermique et des charges d'exploitation.

### 1.3. Les actions accidentelles

C'est le C.C.T.P. qui fixe les actions accidentelles auxquelles peut être exposée la structure :

#### a - chocs de bateaux et de véhicules routiers sur les appuis des ouvrages d'art

Le choc éventuel de bateaux ou de véhicules routiers sur les appuis des ouvrages d'art est assimilé à l'action d'une force horizontale dont la valeur et la position sont précisées à l'article D 114 de l'annexe D des règles B.A.E.L.. A titre de simplification, il est admis d'étudier séparément les effets du choc frontal et du choc latéral.

#### b - séismes

Les valeurs représentatives des actions dues aux séismes sont fixées dans le C.C.T.P.. En attendant la parution de nouvelles règles parasismiques, il y a lieu de se reporter aux Règles Parasismiques 1969 et l'addenda 1982 (les zones de séismicité sont décrites au chapitre 4 des règles P.S. 69).

#### c - autres actions

On peut citer par exemple les avalanches, les incendies, les explosions, les cyclones tropicaux, les glissements de terrain, les effets de la destruction d'un remblai par une crue exceptionnelle,...

## 2 - SOLLICITATIONS DE CALCUL (Art. A.3.3.)

### 2.1. Généralités

La justification d'une structure est basée sur la considération des états-limites. Un état-limite est celui dans lequel une condition requise d'une construction ou d'un de ses éléments est strictement satisfaite. Il s'agit en général d'une limitation de contrainte ou de déformation du béton ou des armatures, ou d'une limitation de la déformation de la structure.

On distingue :

#### - les états-limites ultimes (E.L.U.)

- \* de l'équilibre statique
- \* de la résistance du béton ou de l'acier
- \* de la stabilité de forme (flambement, déversement pour lesquels sont pris en compte les effets du second ordre)
- \* de la résistance à la fatigue (elle n'est généralement pas considérée pour les ponts-routes en béton armé).

Ils visent à garantir la sécurité à rupture ou la stabilité de la structure ou d'un de ses éléments sous des charges élevées et de très faible probabilité d'occurrence.

- les états-limites de service (E.L.S.)

\* de fissuration

\* de déformation

Ils visent à garantir un fonctionnement satisfaisant de l'ouvrage sous les charges normales d'exploitation et à assurer la durabilité de la construction.

La justification d'une structure est l'aboutissement du processus suivant :

- inventaire des actions
- détermination des actions concomitantes et calcul des combinaisons d'actions correspondantes
- calcul des sollicitations
- justification des différents états-limites

L'inventaire de toutes les actions s'exerçant sur la structure permet de regrouper les actions simultanées sous forme de combinaisons. La valeur des coefficients de pondération sur les actions dépend de la situation dans laquelle on étudie l'ouvrage :

- situation durable (ouvrage en service)
- situation transitoire (généralement, ouvrage en phase de construction, ou bien utilisation anormale de l'ouvrage)
- situation accidentelle

On désigne par :

-  $G_{max}$  : l'ensemble des actions permanentes défavorables. Ces actions vont dans le même sens que  $Q_1$  (action variable de base de la combinaison) vis-à-vis de l'effet recherché. Elles interviennent avec leur valeur caractéristique maximale (en fait le plus souvent leur valeur nominale).

-  $G_{min}$  : l'ensemble des actions permanentes favorables (actions allant dans le sens opposé à  $Q_1$  vis-à-vis de l'effet recherché). Ces actions interviennent avec leur valeur caractéristique minimale (le plus souvent leur valeur nominale).

-  $Q_1$  : l'action variable de base

-  $Q_i$  : les actions variables d'accompagnement éventuelles.

Remarque : il est rappelé que les charges appliquées en cours d'exécution sont considérées, soit comme actions permanentes, soit comme actions variables, selon qu'elles présentent un caractère permanent ou non durant la phase d'exécution considérée.

## 2.2. Equilibre statique

La vérification de l'équilibre statique de la structure ou d'un de ses éléments peut s'effectuer à partir des combinaisons d'actions de l'article 6 des D.C. 79.

Il importe de ne pas généraliser la valeur des coefficients entrant dans les combinaisons de l'article 6 car les états-limites d'équilibre statique sont très divers suivant la nature de la construction et suivant leurs conséquences (se reporter à la remarque du § 2.5.1.a).

## 2.3. Combinaisons aux E.L.U. (Art A.3.3,2.)

Aux E.L.U. de résistance et de stabilité de forme, deux types de combinaisons sont à envisager.

Remarque : pour les E.L.U. de stabilité de forme, il y a lieu en outre de tenir compte des articles A.4.3,5. et A.4.4. .

### 2.3.1. Les combinaisons fondamentales

Elles s'appliquent aux situations durables ou aux situations transitoires :

$$1,35 G_{\max} + G_{\min} + \gamma Q_1 + \sum_{i>1} 1,3 \psi_{oi} Q_i$$

$\psi_{oi} Q_i$  est la valeur de combinaison de l'action variable d'accompagnement  $Q_i$ .

Le tableau de la page suivante récapitule les combinaisons envisageables.

		action variable de base		action variable d'accompagnement				
		Q <sub>1</sub>	γ <sub>Q1</sub>	Q <sub>2</sub>	ψ <sub>Q2</sub>			
SITUATIONS TRANSITOIRES (EXECUTION)	charges variables appliquées en cours d'exécution		1,5	vent en cours d'exécution	1			
	vent en cours d'exécution		1,5	charges variables appliquées en cours d'exécution	1			
	variation uniforme de température (5) ou gradient thermique (6)		1,35	charges variables appliquées en cours d'exécution	1			
SITUATIONS DURABLES (EXPLOITATION)	(charges d'exploitation sans caractère particulier)			PAS D'ACTION D'ACCOMPAGNEMENT EN REGLE GENERALE				
	charges de chaussées	charges de trottoirs						
	1,07 x système A (force verticale et effort de freinage)	1,07 x 150 kg/m <sup>2</sup> (charges générales)	1,5		variation uniforme de température (5)	0,6		
	OU							
	1,07 x système Bc (force verticale, effort de freinage, force centrifuge)						gradient thermique (6)	0,5
	OU							
	1,07 x système Bt							
	OU							
	1,07 x système Br							
	charges sur remblais : 1,07 x 1 t/m <sup>2</sup> (4)		1,5					
charges militaires ou charges exceptionnelles (2)		1,35						
ouvrages réservés à la circulation des piétons ou des cycles : 1,07 x charge a (3)		1,5						
variation uniforme de température (5) ou gradient thermique (6)		1,35	charges d'exploitation sans caractère particulier	(7) ψ <sub>Q2</sub>				
vent en service		1,5	pas d'action d'accompagnement					

TABEAU 1 - Combinaisons fondamentales à l' E.L.U. -

(1) 1,07 est un coefficient défini dans l'annexe D des règles B.A.E.L. (Art D.1.1.1.) . Il s'applique provisoirement aux charges routières sans caractère particulier en attendant la révision du titre II du fascicule 61 (système A, système B, charges sur remblais, charges sur trottoirs, passerelles piétons et garde-corps).

(2) les effets des charges militaires et charges exceptionnelles peuvent se cumuler avec ceux des charges de trottoirs (pour lesquelles γ<sub>Q1</sub> = 1,5).

(3) il y a lieu également d'étudier le comportement local de la structure en plaçant les charges locales de trottoirs du fascicule 61 titre II (valeurs à multiplier par 1,07) :

- une charge uniforme de 450 kg/m<sup>2</sup> compatible avec le système B et les charges militaires,
- la roue de six tonnes seule.

(4) il est rappelé que pour les éléments de petite dimension tels que les murs garde-grèves, il y a lieu de disposer sur les remblais les systèmes B<sub>t</sub> ou B<sub>r</sub> si leurs effets sont plus défavorables que ceux de la charge répartie 1 t/m<sup>2</sup>.

(5) il y a lieu de prendre en compte la variation uniforme de température dans le cas de certaines structures (cf § 1.2.3.c) ainsi que pour le calcul des efforts horizontaux sur les appuis (justification des appuis et des fondations à l'E.L.U.).

(6) le gradient thermique n'intervient pas en règle générale sauf stipulation contraire du C.C.I.P.. Il est à noter que dans les structures type portique ou arc, il introduit des efforts non négligeables (cf § 1.2.3.c).

(7) ψ<sub>Q2</sub> est généralement nul. Cependant pour des structures type portique ou arc, il peut y avoir lieu d'envisager une valeur non nulle à fixer dans le C.C.I.P. .

### 2.3.2. Les combinaisons accidentelles

Elles s'appliquent lorsque l'ouvrage se trouve dans une situation accidentelle (par exemple : destruction d'un remblai par une crue exceptionnelle, destruction d'une partie d'ouvrage entraînant une modification du schéma statique), ou lorsque l'ouvrage subit une action accidentelle (par exemple : chocs de véhicules routiers ou de bateaux <sup>(1)</sup> sur une pile de pont, effort sismique).

Les combinaisons à étudier sont de la forme :

$$G_{\max} + G_{\min} + F_A + \sum \psi_{2i} Q_i$$

avec :

- $F_A$  : valeur nominale de l'action accidentelle
- $\psi_{11} Q_1$  <sup>(3)</sup> : valeur fréquente de l'action variable  $Q_1$  <sup>(2)</sup>
- $\psi_{2i} Q_i$  <sup>(4)</sup> : valeur quasi-permanente de l'action variable  $Q_i$

### 2.4. Combinaisons aux E.L.S. (Art A.3.3,3.)

Aux E.L.S., les D.C. 79 distinguent trois types de combinaisons : les combinaisons rares, fréquentes et quasi-permanentes. Seules les combinaisons rares intéressent les ponts en béton armé :

$$G_{\max} + G_{\min} + Q_1 + \sum_{i>1} \psi_{0i} Q_i$$

Le tableau de la page suivante récapitule les combinaisons envisageables dans les cas courants.

---

(1) la justification d'une structure soumise à un choc de bateau peut être effectuée en suivant les principes exposés dans le Bulletin Technique n° 10 du S.E.T.R.A. (novembre 1975). L'aspect réglementaire traité dans ce bulletin (calcul des combinaisons, justifications aux E.L.U.) n'est plus valable et doit être remplacé par les règles B.A.E.L. pour ce qui concerne la justification des éléments en béton armé.

(2)  $Q_1$  représente le vent, la température ou les charges du système A à l'exclusion des autres charges d'exploitation. Les charges du système A sont à pondérer par 1,07.

(3) les valeurs des coefficients  $\psi_1$  sont précisées à l'art. D.1.1,3. de l'annexe D des règles B.A.E.L.. Cependant, lorsque l'action accidentelle est un choc de véhicule routier ou de bateau sur une pile de pont, il est loisible, dans les cas courants, d'adopter une valeur nulle du coefficient  $\psi_1$ . Cette approximation se justifie compte-tenu du caractère conventionnel du calcul du choc et dans la mesure où les effets du choc sont beaucoup plus importants que les effets des charges variables  $Q_1$  sur la pile (charges d'exploitation sur l'ouvrage, vent ou température).

(4) pour les ouvrages en béton armé, les coefficients  $\psi_2$  sont généralement nuls.

		actions variables de base	actions variables d'accompagnement			
		Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	ψ <sub>02</sub>		
SITUATIONS TRANSITOIRES (EXECUTION)		charges variables appliquées en cours d'exécution	vent en cours d'exécution	1		
		vent en cours d'exécution	charges variables appliquées en cours d'exécution	1		
		variation uniforme de température ou gradient thermique (5)				
SITUATIONS DURABLES (EXPLOITATION)		charges de chaussées + charges de trottoirs (charges d'exploitation sans caractère particulier)	variation uniforme de température  gradient (5) thermique	0,6       0,5		
		1,2 <sup>(1)</sup> x système A (force verticale et effort de freinage) OU 1,2 x système B <sub>c</sub> (force verticale, effort de freinage, force centrifuge) OU 1,2 x système B <sub>t</sub> OU 1,2 x système B <sub>r</sub>			1 x 150 kg/m <sup>2</sup> (3) (charges générales)	
		charges sur remblais : 1,2 x 1 t/m <sup>2</sup> (4)				
		charges militaires ou charges exceptionnelles (2)				
		ouvrages réservés à la circulation des piétons et des cycles : 1 x charge a (3)				
		variation uniforme de température ou gradient thermique (5)			charges d'exploitation sans caractère particulier	(6) ψ <sub>02</sub>
		vent en service			pas d'action d'accompagnement	

TABLEAU 2 - Combinaisons rares à l' E.L.S. -

(1) 1,2 est un coefficient défini dans l'annexe D des règles B.A.E.L. (Art D.1.1.1). Il s'applique provisoirement aux charges routières sans caractère particulier en attendant la révision du titre II du fascicule 61 (système A, système B, charges sur remblais). Les charges sur trottoirs, passerelles piétons et garde-corps ne sont pas pondérées.

(2) les effets des charges militaires et des charges exceptionnelles peuvent se cumuler avec ceux des charges de trottoirs.

(3) il y a lieu également d'étudier le comportement local de la structure en plaçant les charges locales de trottoirs du fascicule 61 titre II : la charge uniforme de 450 kg/m<sup>2</sup> compatible avec le système B et les charges militaires. L'effet de la roue de 6 tonnes n'est pas à étudier à l'E.L.S..

(4) il est rappelé que pour les éléments de petite dimension tels que les murs garde-grèves, il y a lieu de disposer sur les remblais les systèmes B<sub>t</sub> ou B<sub>r</sub> si leurs effets sont plus défavorables que ceux de la charge répartie 1 t/m<sup>2</sup>.

(5) le gradient thermique n'intervient pas en règle générale sauf stipulation contraire du C.C.T.P. . Il est à noter que dans les structures type portique ou arc, il introduit des efforts non négligeables (cf § 1.2.3.c).

(6) ψ<sub>02</sub> est généralement nul. Cependant dans les structures type portique ou en arc, il y a lieu d'envisager une valeur non nulle à fixer dans le C.C.T.P. .

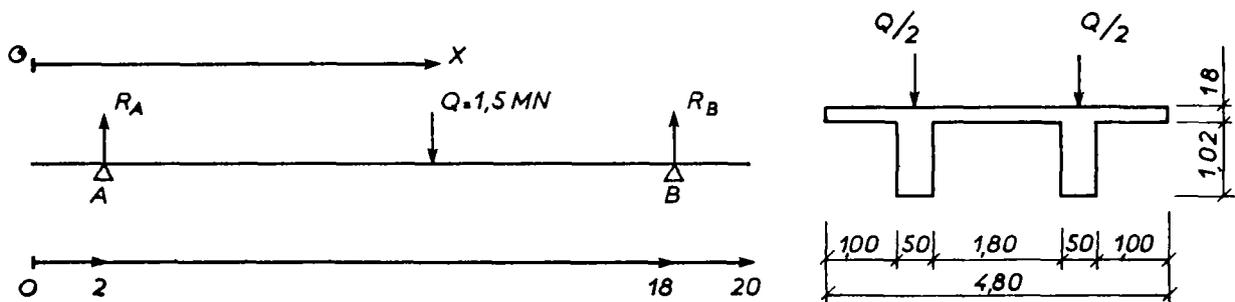
2.5. Exemples de calcul des combinaisons d'actions

2.5.1. Exemple d'une poutre console

Recherche, pour la poutre schématisée ci-dessous, des combinaisons qu'il y a lieu de prendre en compte pour justifier d'une part :

- l'équilibre statique
- la résistance à la flexion dans la section médiane à l'E.L.U.

et d'autre part pour tracer les courbes enveloppes des moments fléchissants à l'E.L.U.



Q est la valeur nominale de la charge d'exploitation placée à l'abscisse x ( $0 \leq x \leq 20$ ).

L'aire de la section vaut :  $B = 1,884 \text{ m}^2$

Le poids de la poutre par unité de longueur vaut :

$$g = 1,884 \times 24,5 = 46,16 \text{ kN/ml}$$

a - Vérification de l'équilibre statique

Il s'agit de contrôler que l'équilibre statique est assuré lorsque la charge Q est placée à l'extrémité de la poutre ( $x = 20 \text{ m}$ ). Il suffit pour cela de vérifier que la réaction  $R_A$  est positive sous la combinaison fondamentale donnée par les D.C. 79 (art. 6) :

$$\boxed{\gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + 1,5 Q} \quad (1)$$

$G_1$  est l'action du poids propre ayant un rôle stabilisateur (partie de la structure telle que  $0 \leq x \leq 18$ ). La réaction correspondante vaut :

$$R_A = \frac{18}{16} \times 0,04616 \times 9 = 0,4674 \text{ MN}$$

$G_2$  est l'action du poids propre ayant un rôle déstabilisateur (partie de la structure telle que  $18 \leq x \leq 20$ ). La réaction correspondante vaut :

$$R_A = - \frac{2}{16} \times 0,04616 \times 1 = 0,0058 \text{ MN}$$

(1) il n'y a pas d'action d'accompagnement donc pas de terme  $1,3 \sum \psi_{0i} Q_i$

Q est la charge d'exploitation placée à l'abscisse  $x = 20$ . La réaction correspondante vaut :

$$R_A = \frac{2}{16} \times 1,5 = - 0,1875 \text{ MN}$$

Les coefficients  $\gamma_G$  sont pris égaux aux valeurs suivantes :

$$\gamma_{G1} = 0,9 \quad \gamma_{G2} = 1,1$$

Remarque importante :

Les valeurs de  $\gamma_G$  et des coefficients à appliquer aux actions variables ont souvent une incidence importante d'une part sur la sécurité et d'autre part sur le coût de la construction. Il y a donc lieu d'examiner dans chaque cas la convenance de ces coefficients. Les valeurs indiquées dans l'exemple traité peuvent être insuffisantes vis-à-vis de la sécurité lorsque les actions sont définies avec beaucoup d'incertitudes et lorsque les conséquences d'une rupture sont particulièrement graves. Elles peuvent être au contraire trop onéreuses au regard des conséquences d'une rupture d'équilibre. Par exemple, la vérification de la stabilité des fléaux pour les ponts construits par encorbellement obéit à des règles particulières moins défavorables (se reporter au complément du Bulletin Technique n° 7 du S.E.T.R.A. d'avril 1979).

Sous la combinaison fondamentale à l'E.L.U. d'équilibre statique, la réaction en A vaut :

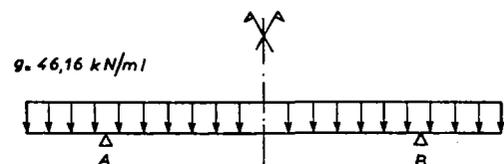
$$R_A = 0,9 \times 0,4674 - 1,1 \times 0,0058 - 1,5 \times 0,1875 = \underline{0,1330 \text{ MN}}$$

$R_A$  est positif : il n'y a pas de soulèvement.

b - Résistance à la flexion dans la section médiane ( $x = 10$ )

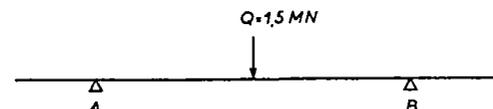
- moment sous charges permanentes :

$$M_G = g (10 \times 8 - 10 \times 5) = \underline{1,3848 \text{ MN-m}}$$



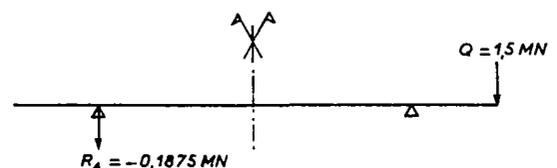
- moment maximal dû à la charge d'exploitation :

$$M_Q = Q \times \frac{16}{4} = \underline{6 \text{ MN-m}}$$



- moment minimal dû à la charge d'exploitation :

$$M_Q = -8 R_A = - \underline{1,5000 \text{ MN-m}}$$



Le moment fléchissant maximal vaut :

$$M_{U2} = 1,35 \times 1,3848 + 1,5 \times 6 = \underline{10,8695} \text{ MN-m}$$

$M_G$  et  $M_Q$  étant de même signe, le poids propre est considéré comme une action permanente défavorable ( $G_{\max}$ ). (1)

Le moment fléchissant minimal vaut :

$$M_{U1} = 1,3848 - 1,5 \times 1,5000 = - \underline{0,8652} \text{ MN-m}$$

$M_G$  et  $M_Q$  étant de signes contraires, le poids propre est cette fois une action permanente favorable qu'il faut introduire dans  $G_{\min}$ .

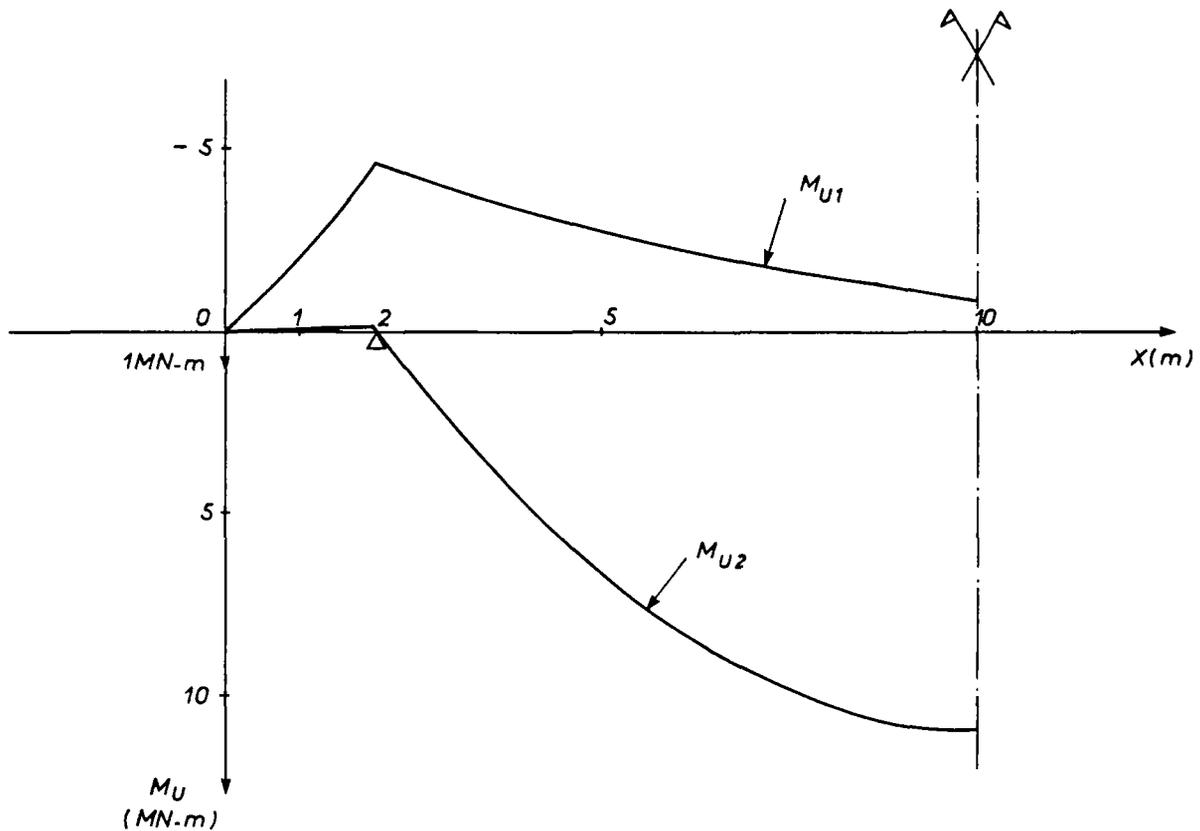
### C - Courbes enveloppes des moments fléchissants

En opérant de la même manière dans toutes les sections, on obtient les courbes enveloppes.

x (m)	$M_G$ (MN-m)	$M_Q$ maximal (MN-m)	$M_Q$ minimal (MN-m)	$M_{U2}$ (MN-m) moment maximal	$M_{U1}$ (MN-m) moment minimal
0	0	0	0	0	0
1	- 0,0231	0	- 1,5000	- 0,0231	- 2,2812
2	- 0,0923	0	- 3,0000	- 0,0923	- 4,6246
3	0,2539	1,4063	- 2,8125	2,4522	- 3,9649
4	0,5539	2,6250	- 2,6250	4,6853	- 3,3836
5	0,8078	3,6563	- 2,4375	6,5750	- 2,8485
6	1,0155	4,5000	- 2,2500	8,1209	- 2,3595
7	1,1770	5,1563	- 2,0625	9,3234	- 1,9168
8	1,2924	5,6250	- 1,8750	10,1822	- 1,5201
9	1,3617	5,9063	- 1,6875	10,6977	- 1,1696
10	1,3848	6,0000	- 1,5000	10,8695	- 0,8652

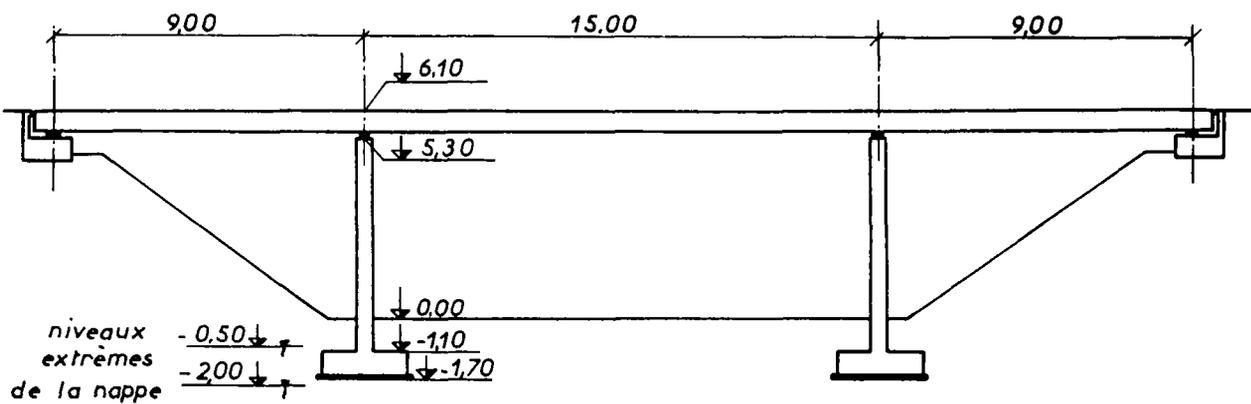
Tableau 3 - Valeurs enveloppes des moments fléchissants à l'E.L.U.

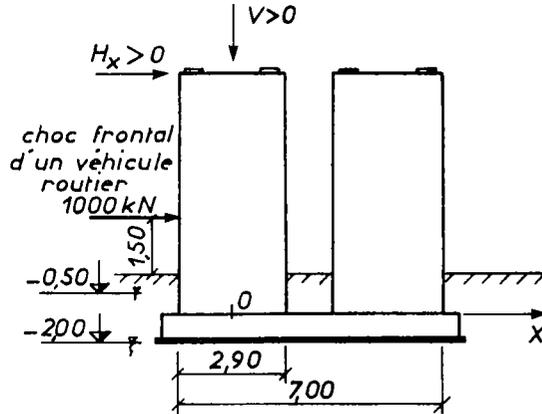
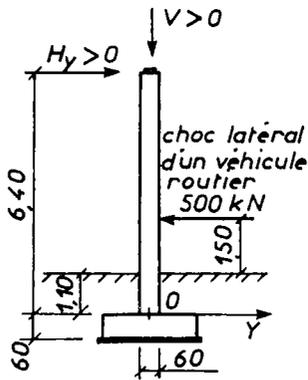
(1) Les parties en console de la poutre ont en réalité un rôle favorable (réduction du moment fléchissant à la clé). Mais, contrairement à l'étude de l'équilibre statique, on ne scinde pas à l'état-limite ultime de résistance une action ayant même origine physique en deux parties, l'une favorable, l'autre défavorable.



**2.5.2. Exemple de calcul des sollicitations agissant sur la section d'encastrement d'un fût de pile sur la semelle de fondation**

Soit l'ouvrage du § 1.1.2 fig. 2 . Il s'agit de déterminer les sollicitations au point 0 à la base d'un demi-fût de pile sachant que la pile peut-être soumise au choc d'un véhicule routier.





a - Les actions

Les actions permanentes exercées par le tablier sur un demi-fût de pile sont les suivantes :

	V (kN)	H <sub>y</sub> (kN)	H <sub>x</sub> (kN)
pois propre du tablier	850		
pois des équipements <sup>(1)</sup> : valeur nominale maximale	453		
pois des équipements <sup>(1)</sup> : valeur nominale minimale	348		
retrait		8	

Le poids propre du demi-fût de pile intervient avec deux valeurs extrêmes :

- une valeur maximale correspondant au niveau bas de la nappe (pas de déjaugage) et un poids volumique du béton de 24,5 kN/m<sup>3</sup>.

$$6,40 \times 0,60 \times 2,90 \times 24,5 = \underline{273} \text{ kN}$$

- une valeur minimale correspondant au niveau haut de la nappe (partie inférieure du fût déjaugée) :

$$0,60 \times 2,90 \times [5,80 \times 24,5 + 0,60 (24,5 - 9,8)] = \underline{263} \text{ kN} \quad (2)$$

S'agissant ici d'une variation lente du niveau de la nappe, la poussée de l'eau est considérée comme une action permanente.

Les actions s'exerçant sur la section d'encastrement sont récapitulées dans le tableau de la page suivante.

(1) les équipements sont représentés sur la figure 2 du § 1.1.2.

(2) poids volumique de l'eau en kN/m<sup>3</sup>

n°	ACTIONS	V (kN)	H <sub>y</sub> (kN)	H <sub>x</sub> (kN)
1	actions permanentes donnant la réaction verticale maximale : poids du tablier, poids des équipements et du demi-fût de pile (valeurs maximales)	1 576		
2	actions permanentes donnant la réaction verticale minimale : poids du tablier, poids des équipements et du demi-fût de pile (valeurs minimales)	1 461		
3	retrait		8	
4	charge du système A : réaction verticale maximale et effort de freinage concomitant (1)	620	20	
5	charge du système A : réaction verticale minimale et effort de freinage concomitant (1)	- 35	12	
6	charge du système Bc : effort de freinage et réaction verticale maximale (1)	470	55	
7	charge du système Bc : effort de freinage et réaction verticale minimale (1)	- 28	55	
8	charge de trottoirs : réaction verticale maximale (1)	32		
9	charge de trottoirs : réaction verticale minimale (1)	- 1		
10	variation de température - 40°C (2)		13	
11	action du vent sur l'ouvrage en service			8

b - Etude de la flexion suivant l'axe Ox (au point O) à l'E.L.U. (combinaison fondamentale) et à l'E.L.S.

Parmi les nombreuses combinaisons envisageables, il est possible de sélectionner les plus défavorables en tenant compte des remarques suivantes :

- l'action (3) (retrait) joue un rôle défavorable vis-à-vis de la résistance de la section étudiée car elle tend à majorer le moment fléchissant et l'effort tranchant sans avoir d'influence sur l'effort normal. Il y a donc lieu de la faire intervenir dans  $G_{max}$ .

(1) ce sont les valeurs du fascicule 61 titre II avec prise en compte des coefficients  $a_1$  et  $a_2$  pour le système A, bc et  $\delta$  pour le système B<sub>c</sub>.

Ces valeurs doivent être pondérées par les coefficients du tableau du § 1.2.1.a pour obtenir les valeurs nominales.

(2) la variation de température positive n'est pas prise en compte car elle est favorable (sens opposé au retrait). La variation de - 40°C comprend une variation lente de - 30°C pour laquelle  $H_y = 8$  kN et une variation rapide de - 10°C pour laquelle  $H_y = 5$  kN.

- les actions permanentes (1) (réaction verticale maximale) interviennent dans  $G_{max}$  alors que les actions permanentes (2) (réaction verticale minimale) interviennent dans  $G_{min}$ .

- pour un même effort normal, c'est toujours la combinaison donnant le moment fléchissant maximal qui est la plus défavorable.

n°combi- naison	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
$G_{max}$	(1) (3)	(1) (3)	(1) (3)	(3)	(3)	(3)	(3)
$G_{min}$				(2)	(2)	(2)	(2)
$Q_1$	(4) 8	(6) 8	(10)	(5) 9	(7) 9	(4) 9	(10)
$Q_2$	(10)	(10)		(10)	(10)	(10)	

Dans les combinaisons C1 et C2, l'effort vertical dû aux charges permanentes étant maximal, les charges d'exploitation sont considérées avec les réactions verticales maximales.

Dans les combinaisons C4 et C5, l'effort vertical dû aux charges permanentes étant au contraire minimal, les charges d'exploitation sont considérées avec les réactions minimales.

Par exemple pour la combinaison C1, le calcul des sollicitations est le suivant :

à l'E.L.U. :

$$1,35 G_{max} + 1,5 Q_1 + 1,3 \psi_{02} Q_2$$

$$1,35 [(1) + (3)] + 1,5 [(1,07 \times (4) + 1,07 \times (8))] + 1,3 \times 0,6 \times (10)$$

effort normal :  $N_U = 1,35 \times 1576 + 1,5 (1,07 \times 620 + 1,07 \times 32) = \underline{3174}$  kN

effort tranchant :  $V_U = 1,35 \times 8 + 1,5 \times (1,07 \times 20) + 1,3 \times 0,6 \times 13$   
 $V_U = \underline{53}$  kN

moment fléchissant :  $M_U = V_U \times 6,40 = \underline{339}$  kN-m

à l'E.L.S. :

$$G_{max} + Q_1 + \psi_{02} Q_2$$

$$[(1) + (3)] + [1,2 \times (4) + (8)] + 0,6 \times (10)$$

effort normal :  $N_{ser} = 1576 + (1,2 \times 620 + 32) = \underline{2352}$  kN

effort tranchant (1) :  $V_{ser} = 8 + 1,2 \times 20 + 0,6 \times 13 = \underline{40}$  kN

moment fléchissant :  $M_{ser} = V_{ser} \times 6,40 = \underline{255}$  kN-m

---

(1) la détermination de  $V_{ser}$  n'est pas nécessaire en soi car le calcul de la section à l'effort tranchant se fait uniquement à l'E.L.U.

combinaisons		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
E	$N_U$ (kN)	3 174	2 933	2 128	1 403	1 414	2 454	1 461
L	$V_U$ (kN)	53	109	28	40	109	53	28
U	$M_U$ (kN-m)	339	699	181	257	699	339	181
E	$N_{ser}$ (kN)	2 352	2 172	1 576	1 418	1 426	2 204	1 461
L	$V_{ser}$ (kN)	40	82	21	30	82	40	21
S	$M_{ser}$ (kN-m)	255	524	134	193	524	255	134

Tableau 4 - Combinaisons fondamentales les plus défavorables

A l'E.L.U., le fût de pile étant soumis à une sollicitation de flexion composée avec compression, il y a lieu de tenir compte soit de l'article A.4.3,5. ou de l'article A.4.4. (effets du second ordre).

c - Etude de la section soumise à l'action du vent en service (combinaisons fondamentales à l'E.L.U. et combinaisons à l'E.L.S.)

L'action du vent en service n'étant pas compatible avec les charges d'exploitation, deux combinaisons seulement sont à considérer pour chaque état-limite :

combinaison	C1	C2
$G_{max}$	(1) $V = 1\ 576$ kN (3) $H_y = 8$ kN	(3) $H_y = 8$ kN
$G_{min}$		(2) $V = 1\ 461$ kN
$Q_1$	(11) $H_x = 8$ kN	(11) $H_x = 8$ kN
$Q_2$	pas d'action d'accompagnement	

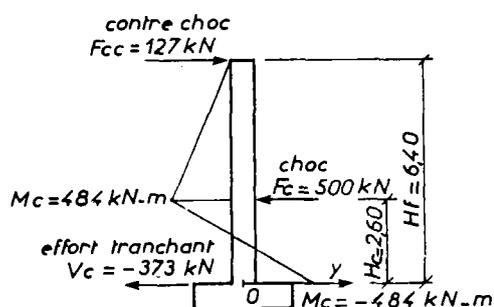
D'où les sollicitations suivantes (flexion composée déviée) :

	combinaison C1		combinaison C2	
	E.L.U. (1)	E.L.S. (2)	E.L.U. (1)	E.L.S. (2)
effort normal N (kN)	$1,35 \times 1\,576 = 2\,128$	1 576	1 461	1 461
effort tran- chant $V_y$ (kN)	$1,35 \times 8 = 11$	8	$1,35 \times 8 = 11$	8
moment flé- chissant $M_x$ (kN-m)	$V_y \times 6,40 = 69$	$V_y \times 6,40 = 51$	$V_y \times 6,40 = 69$	$V_y \times 6,40 = 51$
effort tran- chant $V_x$ (kN)	$1,5 \times 8 = 12$	8	$1,5 \times 8 = 12$	8
moment flé- chissant $M_y$ (kN-m)	$V_x \times 6,40 = 77$	$V_x \times 6,40 = 51$	$V_x \times 6,40 = 77$	$V_x \times 6,40 = 51$

d - Etude des combinaisons accidentelles

- sollicitations dues au choc latéral d'un véhicule routier (action 12)

La détermination des sollicitations est effectuée selon la méthode exposée dans le dossier-pilote "Piles et Palées" (pièce 1.3.3. § 5.3). Le diagramme des moments est représenté sur la figure ci-contre.



- sollicitations dues au choc frontal (action 13 )

Etant donnée la grande rigidité de la pile dans le sens du choc, on admettra que la pile fonctionne en console (fût encastré dans la semelle et libre en tête).

(1) Il s'agit de la combinaison fondamentale sans action d'accompagnement  $1,35 G_{max} + G_{min} + 1,5 Q_1$

(2) Il s'agit de la combinaison rare sans action d'accompagnement :  $G_{max} + G_{min} + Q_1$

- tableau récapitulatif des sollicitations au point 0

N°	ACTIONS	effort normal N (kN)	effort tran- chant V <sub>y</sub> (kN)	moment fléchis- sant M <sub>x</sub> (kN-m)	effort tranchant V <sub>x</sub> (kN)	moment fléchis- sant M <sub>y</sub> (kN-m)
1	actions permanentes donnant la réaction verticale maximale	1 576				
2	actions permanentes donnant la réaction verticale minimale	1 461				
3	retrait		8	8 x 6,4 = 51		
12	choc latéral (1)		- 373	- 484		
13	choc frontal (1)				1 000	1 000 x 2,60 = 2 600

La combinaison accidentelle à l'E.L.U. s'écrit :

$$G_{\max} + G_{\min} + F_A \quad (2)$$

- étude du choc latéral

Deux combinaisons sont envisageables :

combinaison	C1	C2
G <sub>max</sub>	(1) + (3)	(3)
G <sub>min</sub>		(2)
F <sub>A</sub>	(12)	(12)

(1) il est admis d'étudier séparément les effets de choc frontal et du choc latéral.

(2) compte-tenu des remarques (3) et (4) du § 2.3.2., les termes  $\psi_{11} Q_1$  et  $\psi_{2i} Q_i$  n'interviennent pas.

D'où les sollicitations :

$$\text{combinaison C1} \left\{ \begin{array}{l} N_u = \underline{1\,576} \text{ kN} \\ V_{yu} = 8 - 373 = - \underline{365} \text{ kN} \\ M_{xu} = 51 - 484 = - \underline{433} \text{ kN-m} \end{array} \right.$$

$$\text{combinaison C2} \left\{ \begin{array}{l} N_u = \underline{1461} \text{ kN} \\ V_{yu} = 8 - 373 = - \underline{365} \text{ kN} \\ M_{xu} = 51 - 484 = - \underline{433} \text{ kN-m} \end{array} \right.$$

- étude du choc frontal

Deux combinaisons sont envisageables

combinaison	C1	C2
$G_{\max}$	(1) + (3)	(3)
$G_{\min}$		(2)
$F_A$	(13)	(13)

Les sollicitations de flexion composée déviée sont les suivantes :

$$\begin{array}{l} \text{combinaison} \\ \text{C1} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} N_u = \underline{1\,576} \text{ kN} \\ V_{yu} = \underline{8} \text{ kN} \\ M_{xu} = \underline{51} \text{ kN-m} \\ V_{xu} = \underline{1\,000} \text{ kN} \\ M_{yu} = \underline{2\,600} \text{ kN-m} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{combinaison} \\ \text{C2} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} N_u = \underline{1\,461} \text{ kN} \\ V_{yu} = \underline{8} \text{ kN} \\ M_{xu} = \underline{51} \text{ kN-m} \\ V_{xu} = \underline{1\,000} \text{ kN} \\ M_{yu} = \underline{2\,600} \text{ kN-m} \end{array} \right.$$

## CHAPITRE 2

### JUSTIFICATIONS DES PIÈCES PRISMATIQUES SOUMISES A DES SOLLICITATIONS NORMALES

#### Avertissement

Les sections soumises à des sollicitations normales (effort normal et moments de flexion) doivent être justifiées dans le cadre de l'état-limite ultime et de l'état-limite de service. Ces deux types de calculs sont menés généralement de façon indépendante car ils font appel à des hypothèses et des combinaisons d'actions différentes.

Le chapitre 2 est donc articulé de la manière suivante :

- le premier paragraphe traite des justifications à l'état-limite ultime de résistance sans faire intervenir l'état-limite de service.

- le deuxième paragraphe traite des justifications à l'état-limite de service sans faire intervenir l'état-limite ultime.

Il est cependant possible d'énoncer quelques règles indiquant, en fonction des conditions de fissuration, quel état-limite est le plus défavorable :

- si la fissuration est peu nuisible, le dimensionnement de la section, effectué à l'E.L.U., est généralement prépondérant. Mais il est nécessaire de vérifier la section à l'E.L.S. lorsqu'elle est fortement sollicitée afin de contrôler l'état-limite de compression du béton, et prévoir le cas échéant des armatures comprimées complémentaires afin de limiter la contrainte de compression du béton.

- si la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable, le dimensionnement de la section, effectué à l'E.L.S., est généralement prépondérant. Mais dans certains cas, l'E.L.U. peut conduire à placer une section d'acier plus importante. Il est donc prudent d'effectuer une vérification à l'E.L.U.. Lorsqu'on ne dispose pas d'un programme électronique vérificateur, il est souvent plus facile d'effectuer un nouveau dimensionnement à l'E.L.U. et de comparer les résultats des deux états-limites.

Le paragraphe 3.2. de ce chapitre donne des règles de calculs permettant de dimensionner rapidement une section rectangulaire soumise à une sollicitation de flexion simple sans avoir à effectuer les calculs complets aux deux états-limites.

## 1 - ETAT-LIMITE ULTIME DE RESISTANCE (Art. A.4.3.)

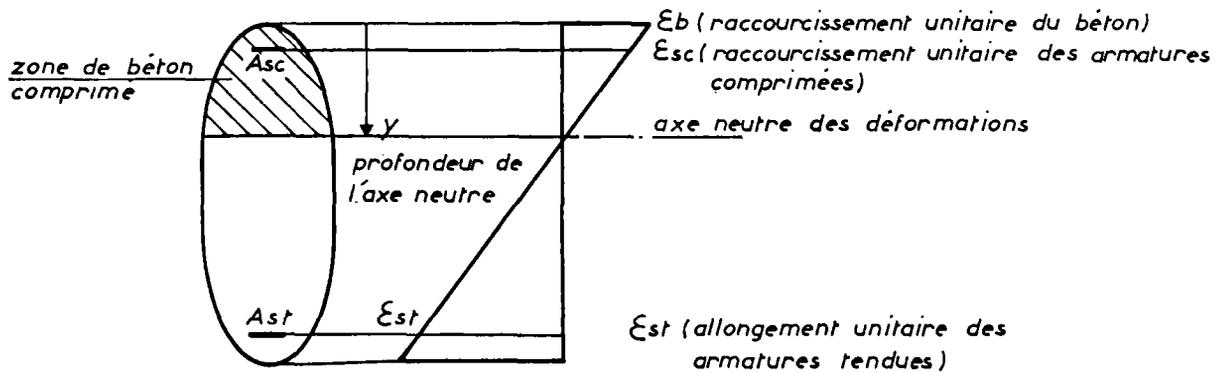
### 1.1. Généralités

En traduisant sous une forme simplifiée les courbes expérimentales contraintes-déformations et en tenant compte notamment des possibilités de plastification de l'acier et du béton, les règles B.A.E.L. introduisent un véritable calcul à la rupture, tempéré par le jeu des coefficients de pondération  $\gamma_F$  sur les actions<sup>(1)</sup> et celui des coefficients de minoration  $\gamma_m$  appliqués aux résistances du béton et de l'acier<sup>(2)</sup>.

#### 1.1.1. Hypothèses de calcul

##### 1.1.1.1. Déformations de la section (Art. A.4.3,2.)

L'hypothèse fondamentale est que les sections droites restent planes, ce qui conduit à un diagramme de déformation linéaire. De plus, le béton et les armatures subissent les mêmes déformations compte-tenu de l'adhérence acier-béton. Enfin, la résistance du béton tendu ne doit pas être prise en compte.



Dans le cas où une section est coulée en plusieurs phases, il faut cependant tenir compte du fait que les déformations résultant des phases successives s'additionnent pour chaque élément, conformément à l'article A.3.2,3.

(1) voir le chapitre 1, relatif au calcul des combinaisons d'actions et des sollicitations.

(2) se reporter aux paragraphes 1.1.2. et 1.1.3.

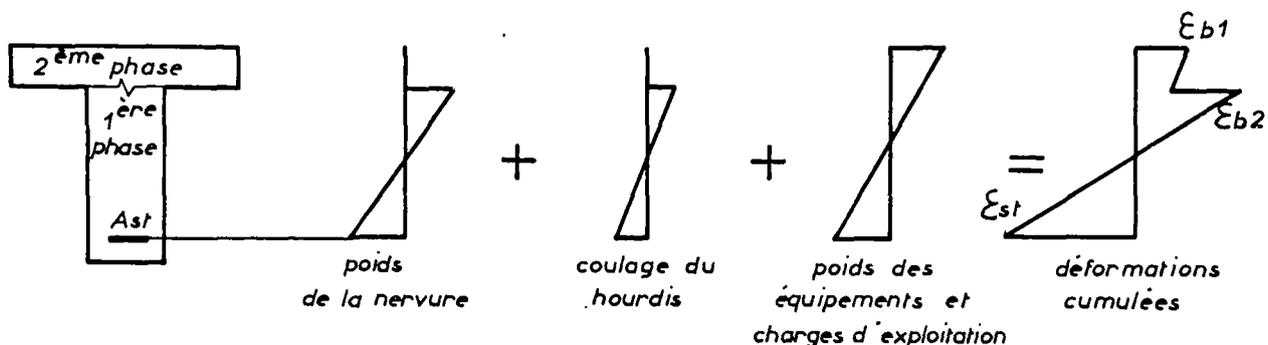
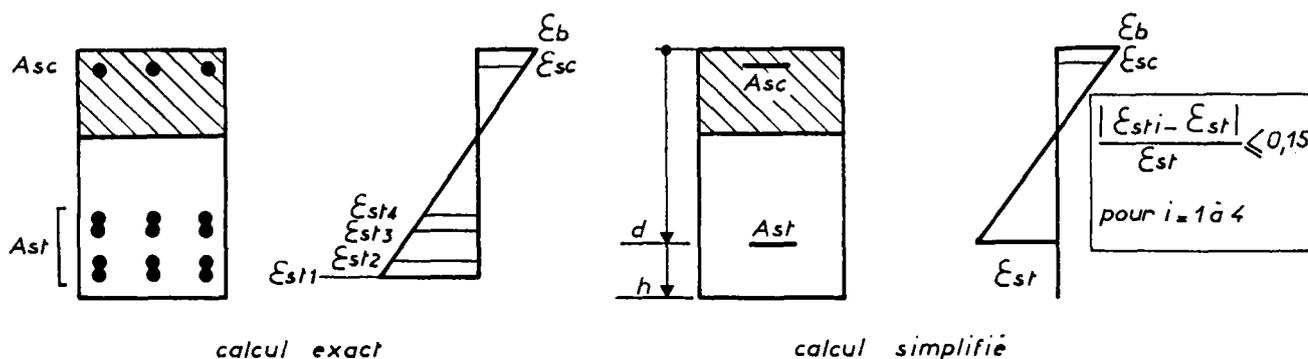


Diagramme des déformations d'une section coulée en deux phases.

Remarque

A titre de simplification, les calculs peuvent être menés en supposant la section d'un groupe d'armatures, concentrée en son centre de gravité, à condition que l'erreur commise sur les déformations ne dépasse pas 15 %.



La distance "d", entre la fibre la plus comprimée et le centre de gravité des armatures tendues est appelée hauteur utile.

Lorsque la section comporte des armatures réparties - c'est par exemple le cas des sections circulaires telles que les pieux -, il est nécessaire d'étudier individuellement la déformation et la contrainte de chaque armature.

Dans le cas de sections de forme et de ferrailage complexes, le recours à un programme de calcul s'impose. A cet usage, le S.E.T.R.A. a développé le programme C.D.S. (Calcul Des Sections) fonctionnant sur de nombreux types d'ordinateurs et de micro-ordinateurs (consulter la Division Calcul et Mécanique des Structures du S.E.T.R.A.).

### 1.1.1.2. Déformations limites

#### - 1er cas : vérification d'une section

Pour vérifier la résistance d'une section, il est possible de trouver par approximations successives le diagramme des déformations tel que les sollicitations internes (effort normal et moment résistants de la section) équilibrent les sollicitations externes (effort normal et moment appliqués à la section).

La justification de la section à l'état-limite ultime de résistance consiste alors à s'assurer, pour ce diagramme, que les déformations des matériaux restent inférieures aux valeurs limites suivantes :

#### a - les armatures

L'allongement unitaire des armatures tendues  $\epsilon_{st}$  est limité à 10 ‰ ( $10 \times 10^{-3}$ ). Cette limite s'applique :

- à l'armature la plus excentrée dans le cas d'armatures réparties.

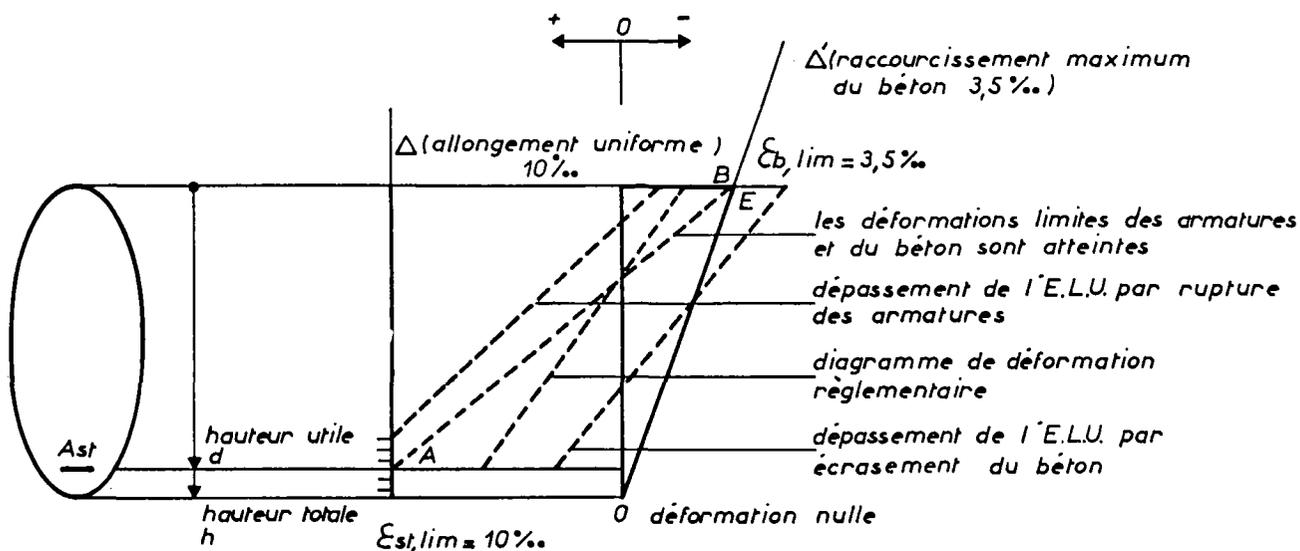
- au paquet d'armatures supposé concentré en son centre de gravité lorsque l'erreur commise sur les déformations ne dépasse pas 15 ‰ ( $15 \times 10^{-3}$ ).

Cette limite est susceptible d'intervenir dans les pièces soumises à la traction simple, flexion simple ou composée (effort normal de traction ou effort normal de compression faible vis-à-vis du moment fléchissant).

#### b - le béton

Dans le cas où la section est partiellement comprimée, et partiellement tendue (flexion simple, flexion composée avec effort normal de traction ou effort normal de compression faible vis-à-vis du moment fléchissant), le raccourcissement unitaire du béton  $\epsilon_b$  est limité à  $\epsilon_{b,lim} = 3,5 ‰$  ( $3,5 \times 10^{-3}$ ).

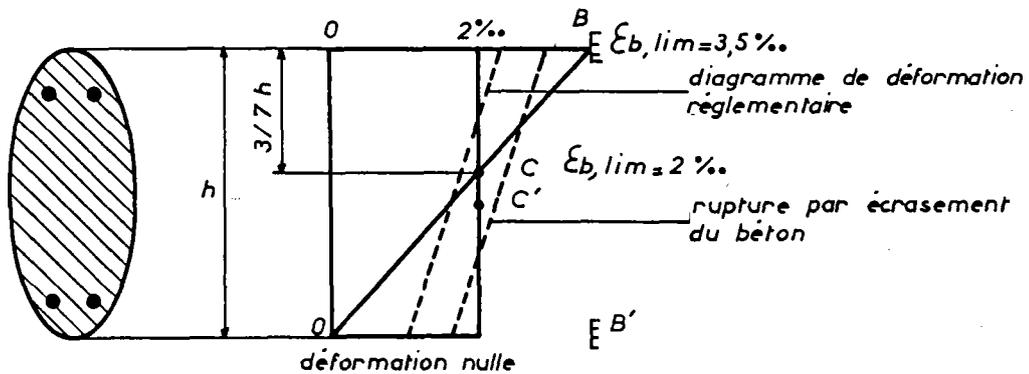
L'état-limite ultime de résistance n'est pas dépassé tant que la déformée de la section est située entre les droites  $\Delta$  et  $\Delta'$ . L'état-limite ultime est atteint lorsque le diagramme des déformations passe par le pivot A ou/et le pivot B.



Cas de la section partiellement comprimée, partiellement tendue.

Dans le cas où la section est entièrement comprimée (compression simple ou flexion composée avec effort normal de compression important vis-à-vis du moment fléchissant), le raccourcissement est limité, d'une part à 3,5 %, au niveau de la fibre la plus comprimée, et d'autre part à 2 % au 3/7 de la hauteur totale à partir de cette même fibre (il y a donc deux valeurs de  $\epsilon_{b,lim}$ ).

L'état-limite est atteint lorsque le diagramme des déformations passe par le pivot C sans dépasser le pivot B dans le cas où la fibre supérieure est la plus comprimée (pivots C' et B' si la fibre inférieure est la plus comprimée).



Cas de la section entièrement comprimée.

- 2ème cas : dimensionnement d'une section dont le coffrage est fixé

Lorsqu'on veut dimensionner une section soumise aux sollicitations extérieures ( $M_U$ ,  $N_U$ ), on fait passer le diagramme des déformations par l'un des trois pivots A, B ou C afin d'optimiser la section, ce qui revient à considérer trois domaines, et bien entendu les domaines symétriques correspondant aux pivots A', B' et C'.

- le domaine 1 : pivot A  $\epsilon_{st} = 10 \%$ .
- le domaine 2 : pivot B  $\epsilon_b = 3,5 \%$ .
- le domaine 3 : pivot C  $\epsilon_b = 2 \%$  au 3/7 de la hauteur h à partir de la fibre la plus comprimée.

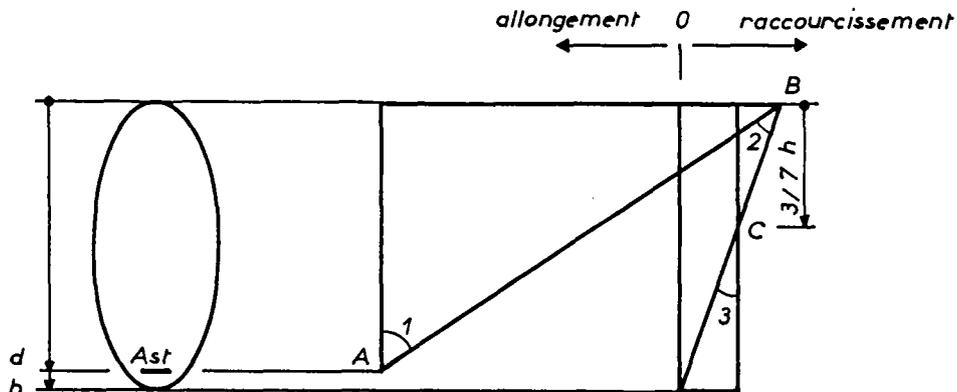
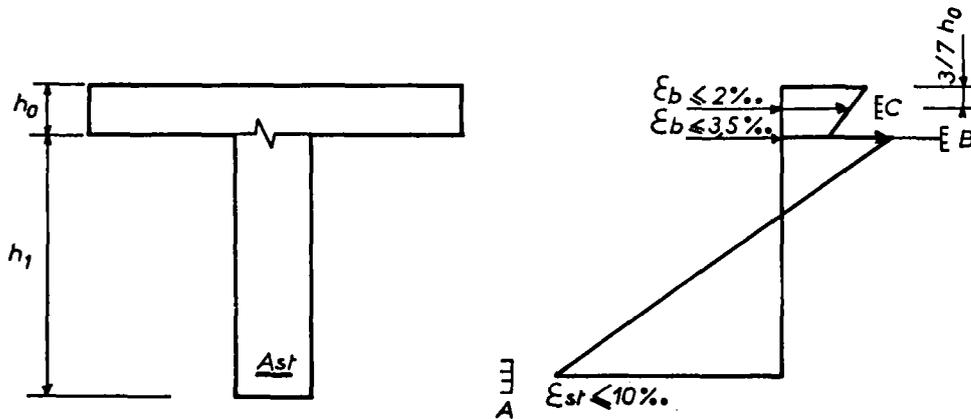


Diagramme des trois pivots.

**Remarque :** Si la section est coulée en plusieurs phases, la limitation des déformations et la définition des pivots s'entend pour chaque partie de la section ayant un diagramme des déformations continu.

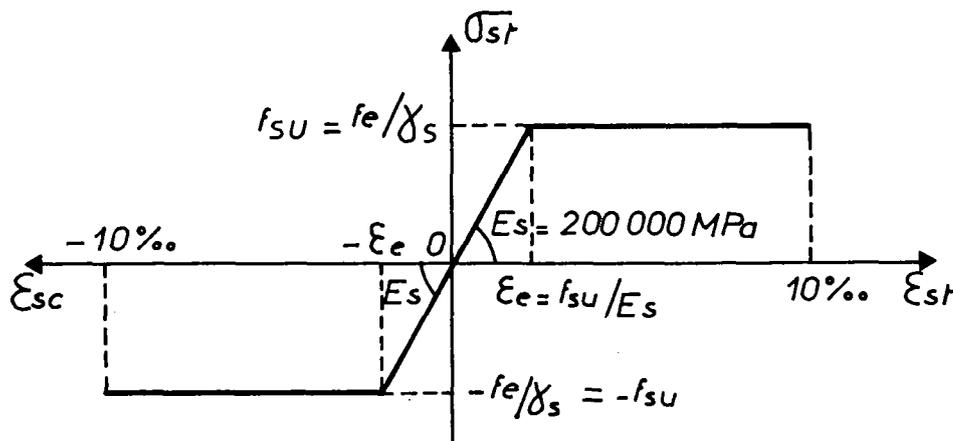


Exemple d'une section soumise à la flexion simple.

1.1.2 - Loi de comportement de l'acier (Art. A.2.2.2.)

Les armatures doivent être conformes aux stipulations du fascicule 4 titre 1er du C.C.T.G. approuvé par le décret n° 83-251 du 29 mars 1983.

La courbe déformations-contraintes de calcul des aciers est le diagramme élasto-plastique parfait :



La contrainte des armatures est plafonnée à  $f_{su} = f_e / \gamma_s$

avec :

-  $f_e$  = la limite d'élasticité qui dépend du type d'armatures. Le tableau suivant regroupe les armatures les plus couramment utilisées pour les ouvrages d'art. Les aciers Fe E 500 et Fe TE 500 peuvent également être utilisés.

	dénomination	remarques	limite élastique fe
ronds lisses	Fe E 215	désignés par Fe E 22 dans le fascicule 4 titre 1er	215 MPa
	Fe E 235	désignés par Fe E 24 dans le fascicule 4 titre 1er - aptitude au soudage à l'arc, aux pliages et dépliages- doivent être utilisés pour former les crochets de levage	235 MPa
barres à haute adhé- rence	Fe E 400	désignés par Fe E 40 dans le fascicule 4 titre 1er.	400 MPa

-  $\gamma_s$  est un coefficient de sécurité de type  $\gamma_m$ , appliqué à la résistance de l'acier, qui vaut :

$$\left| \begin{array}{l} \gamma_s = 1,15 \quad \text{pour les combinaisons fondamentales} \\ \gamma_s = 1 \quad \quad \quad \text{pour les combinaisons accidentelles} \end{array} \right.$$

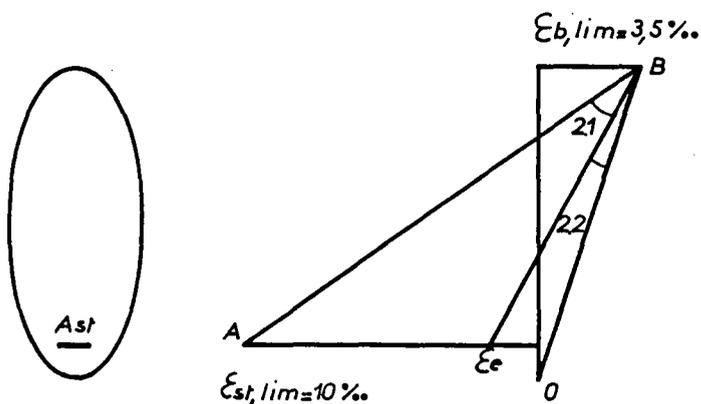
Le diagramme élasto-plastique parfait conduit à décomposer le domaine 2 en deux sous-domaines :

- le sous-domaine 2.1 : les aciers tendus sont plastifiés.

$$\epsilon_{st} > \epsilon_e \quad \text{et} \quad \sigma_{st} = f_{su}$$

- le sous-domaine 2.2 : les aciers tendus sont dans le domaine élastique.

$$\epsilon_{st} < \epsilon_e \quad \text{et} \quad \sigma_{st} = E_s \epsilon_{st}$$



Remarques :

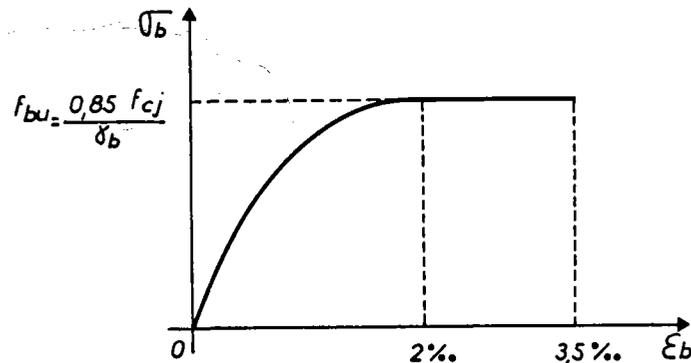
- 1) Les valeurs de  $f_{su}$  et  $\epsilon_e$  pour les armatures les plus couramment utilisées sont regroupées dans un tableau de l'annexe projecteur.
- 2) Les armatures comprimées ne peuvent atteindre le raccourcissement limite 10 % puisqu'ils présentent la même déformation que le béton situé au même niveau (adhérence).

1.1.3. Loi de comportement du béton

1.1.3.1. Diagramme parabole rectangle (Art. A.4.3,41)

a - Définition

Le diagramme de calcul suivant peut-être utilisé dans tous les cas, mais il est obligatoire lorsque la section est entièrement comprimée :



La contrainte de compression du béton est plafonnée à :

$$f_{bu} = \frac{0,85 f_{cj}}{\gamma_b}$$

expression dans laquelle :

-  $f_{cj}$  est la résistance caractéristique à la compression à  $j$  jours. La valeur de  $f_{cj}$  est conventionnellement prise égale à  $f_{c28}$  pour  $j \geq 28$  jours. La valeur de  $f_{c28}$  intervenant dans les calculs est la valeur caractéristique requise dans le C.C.T.P.. Elle est définie généralement en fonction des possibilités locales et de la partie d'ouvrage concernée. Les conditions à satisfaire pour qu'un béton puisse être considéré comme atteignant la résistance caractéristique requise figurent dans le fascicule 65 du C.C.T.G. (annexe technique T 24-4).

Pour  $j < 28$ , on peut admettre en première approximation :

$$f_{cj} = 0,685 f_{c28} \log (j+1)$$

- 0,85 est un coefficient tenant compte de la réduction de résistance sous charge de longue durée (effet Rüsck).

-  $\gamma_b$  est un coefficient de sécurité de type  $\gamma_m$ , valant :

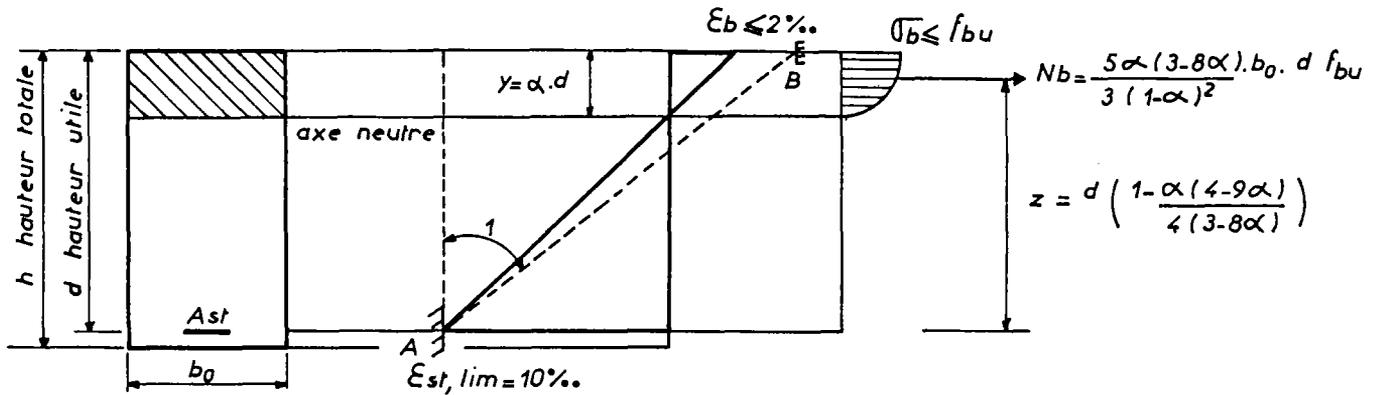
$$\begin{cases} 1,5^{(1)} & \text{pour les combinaisons fondamentales} \\ 1,15 & \text{pour les combinaisons accidentelles} \end{cases}$$

Remarque : Les valeurs les plus courantes de  $f_{c28}$ ,  $f_{t28}$ ,  $f_{bu}$  sont regroupées dans un tableau de l'annexe projeteur.

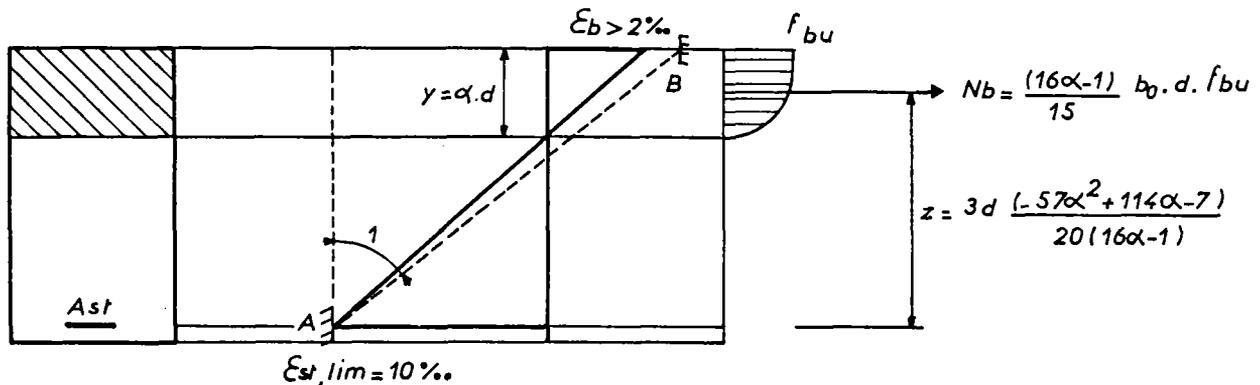
b - Calcul des sollicitations résistantes du béton dans le cas d'une section rectangulaire

Les résultats suivants proviennent de l'intégration du diagramme parabole-rectangle en se plaçant sur l'un des trois pivots.  $N_b$  est la résultante des contraintes de compression s'exerçant sur le béton et  $\alpha$  est la profondeur relative de l'axe neutre ( $\alpha = y/d$ ). Les armatures sont supposées concentrées.

1er cas : domaine 1  $\epsilon_b \leq 2 \%$ .



2ème cas : domaine 1  $2 \%$   $\leq \epsilon_b \leq 3,5 \%$ .

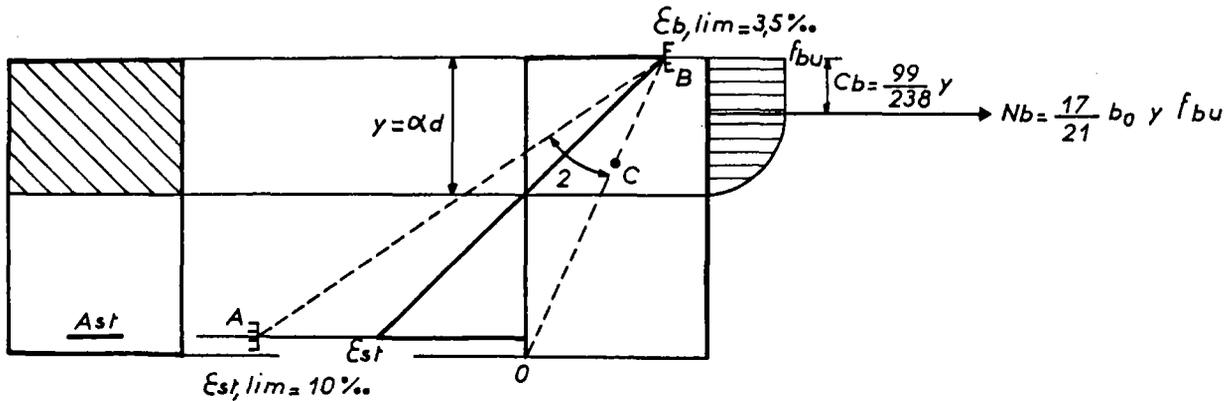


(1) Cette valeur peut-être réduite dans certaines conditions (voir Art. A.4.3.4.1. du B.A.E.L.).

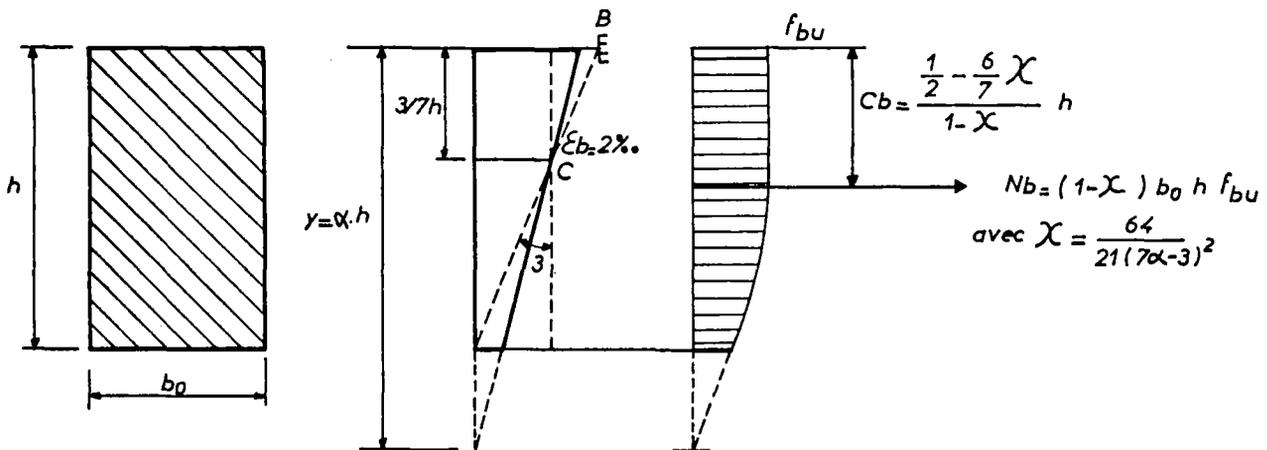
Pour  $\epsilon_b = 3,5 \%$  et  $\epsilon_s = 10 \%$  :

- profondeur relative de l'axe neutre :  $\alpha = \alpha_{AB} = 0,259$
- résultante des contraintes de compression :  $N_b = 0,2099 b_0 d f_{bu}$
- bras de levier de couple de flexion :  $z = 0,892 d$
- moment résistant du béton :  $M_b = M_{AB} = N_b z = 0,1872 b_0 d^2 f_{bu}$

3ème cas : domaine 2

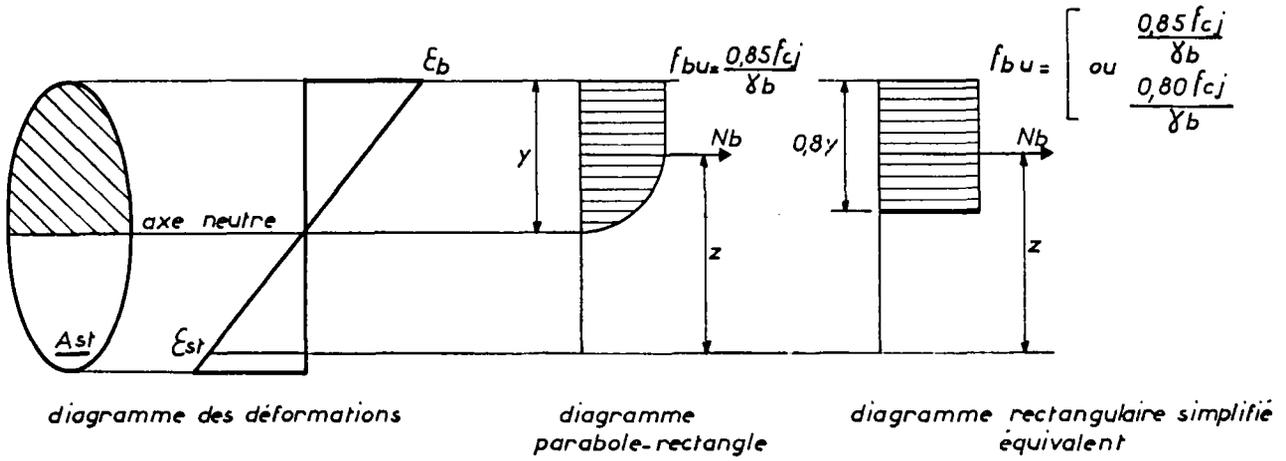


4ème cas : domaine 3

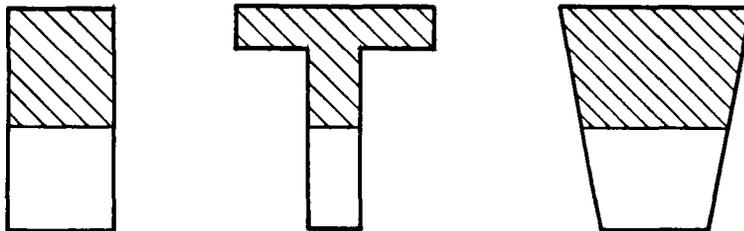


1.1.3.2. Diagramme rectangulaire simplifié (Art. A.4.3.42)

Lorsque la section n'est pas entièrement comprimée, il est possible, pour alléger les calculs, de remplacer le diagramme parabole-rectangle par un diagramme rectangulaire simplifié :

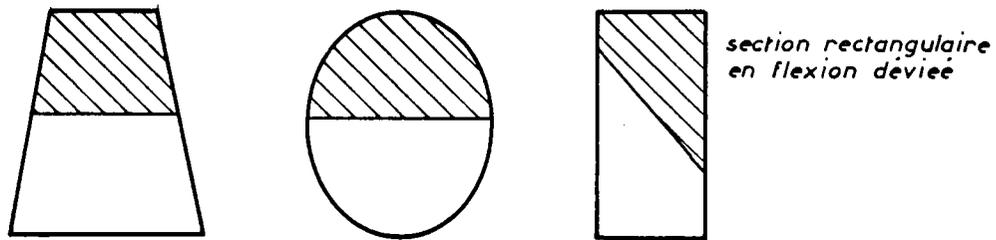


La valeur de  $f_{bu}$  est fonction de la forme de la section, de manière à obtenir des valeurs de l'effort normal résistant  $N_b$  et du moment résistant  $N_b z$  sensiblement équivalentes pour les deux types de diagramme.



Section dont la largeur est constante ou augmente vers les fibres les plus comprimées :

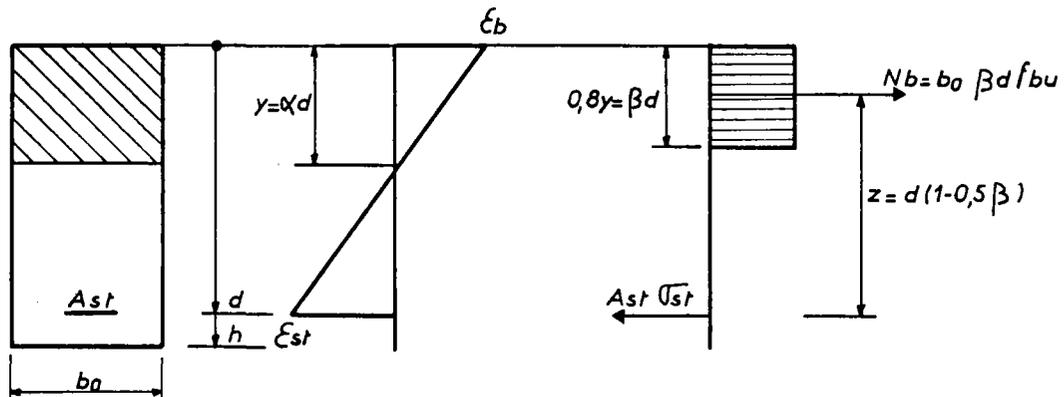
$$f_{bu} = \frac{0,85 f_{cj}}{\gamma_b}$$



Section dont la largeur diminue vers les fibres les plus comprimées

$$f_{bu} = \frac{0,80 f_{cj}}{\gamma_b}$$

Dans le cas d'une section rectangulaire, nous utiliserons les notations suivantes :



$$\alpha = \frac{y}{d} \quad \text{profondeur relative de l'axe neutre}$$

$$\beta = 0,8 \alpha = 0,8 \frac{y}{d} \quad \text{profondeur relative réduite de l'axe neutre}$$

**Remarque :** L'utilisation du diagramme rectangulaire simplifié au lieu du diagramme parabole rectangle conduit, dans le cas d'une section rectangulaire, à surestimer légèrement la section des armatures tendues lorsqu'on est éloigné du domaine 3 : dans le domaine 1 et dans le domaine 2 lorsque  $\alpha < 0,65$ , la majoration est toujours inférieure à 1,5 % .

### 1.2. Dimensionnement des sections en flexion simple

Les calculs présentés dans ce paragraphe ne concernent que l'E.L.U.. Il y a lieu d'effectuer par ailleurs les justifications aux E.L.S. (chapitre 2 § 2 et § 3.2.) et de vérifier la condition de non-fragilité (chapitre 2 § 3.1.).

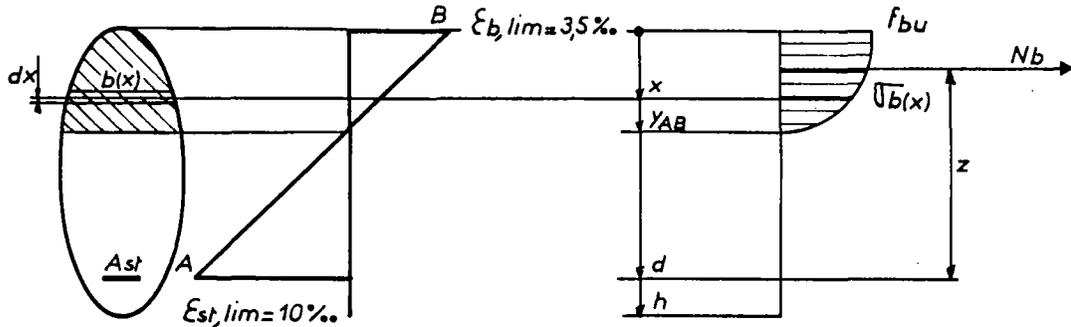
1.2.1. Notion de moments de référence

1.2.1.1. Cas général

Il est possible de calculer par rapport au centre de gravité des armatures tendues, les moments résistants du béton correspondant aux différentes limites des domaines de déformation 1 et 2.

a - limite des domaines 1 et 2

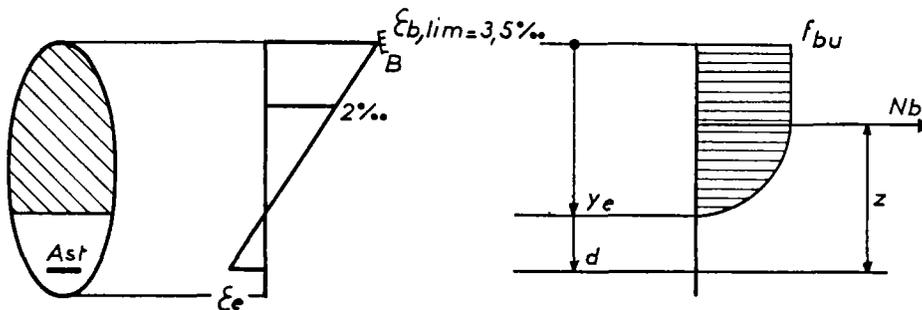
Le moment résistant du béton, correspondant au diagramme des déformations passant par les pivots A et B, est appelé "moment de référence  $M_{AB}$ ".



$$M_{AB} = N_b z \stackrel{(1)}{=} \int_0^{y_{AB}} \sigma_b(x) b(x) (d-x) dx$$

b - limite des domaines 2.1 et 2.2

Le moment résistant du béton, correspondant au diagramme des déformations limites  $\epsilon_{b,lim} = 3,5 \%$  et  $\epsilon_{st} = \epsilon_e$ , est appelé "moment de référence  $M_e$ ". (2)

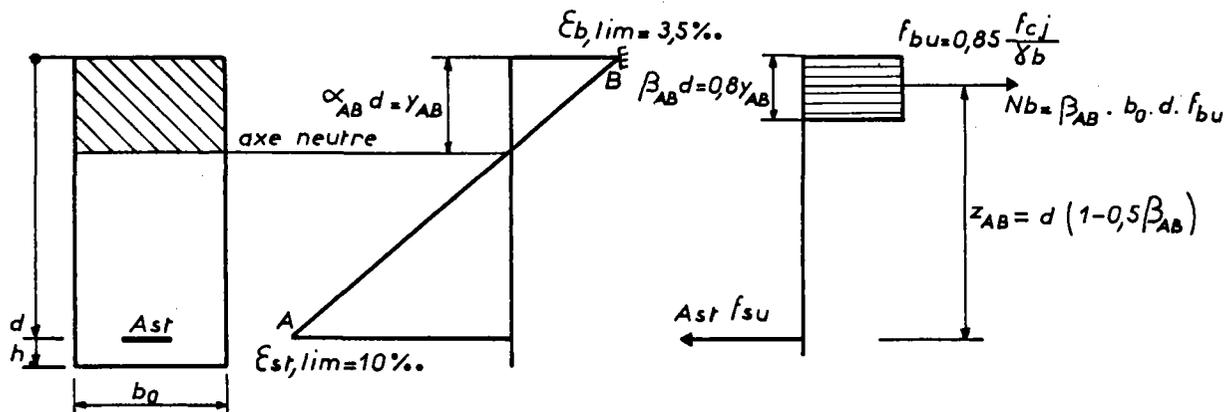


**Remarque :** Dans le cas où la section comporterait des aciers comprimés, il y aurait lieu de tenir compte de l'effort normal et du moment résistants apportés par les aciers :  $N_{sc}$  et  $N_{sc} z_{sc}$ .

(1) Les valeurs de  $N_b$  et  $z$  sont explicitées aux § 1.1.3.1.b dans le cas d'une section rectangulaire.

(2) Le moment de référence  $M_{BC}$  correspondant au diagramme des déformations séparant les domaines 2 et 3 (pivots B et C) n'est pas évoqué car il n'intervient pas en flexion simple (la section est nécessairement tendue).

1.2.1.2. Calcul du moment de référence  $M_{AB}$  dans le cas d'une section rectangulaire (armatures tendues concentrées et diagramme rectangulaire simplifié)



Le diagramme des déformations (triangles semblables) permet de calculer la profondeur de l'axe neutre  $y_{AB}$  :

$$y_{AB} = \frac{3,5 \%}{10 \% + 3,5 \%} d$$

soit :

$$\alpha_{AB} = \frac{y_{AB}}{d} = \underline{0,259}$$

La profondeur relative réduite de l'axe neutre (définition au § 1.1.3.2.) vaut :

$$\beta_{AB} = 0,8 \alpha_{AB} = \underline{0,207}$$

Le moment de référence  $M_{AB}$  vaut :

$$M_{AB} = N_b z_{AB} = b_0 0,8 y_{AB} f_{bu} (d - 0,4 y_{AB})$$

$$M_{AB} = \frac{0,8 y_{AB}}{d} (1 - 0,5 \times 0,8 \frac{y_{AB}}{d}) b_0 d^2 f_{bu}$$

$$M_{AB} = b_0 d^2 f_{bu} \beta_{AB} (1 - 0,5 \beta_{AB})$$

En appelant

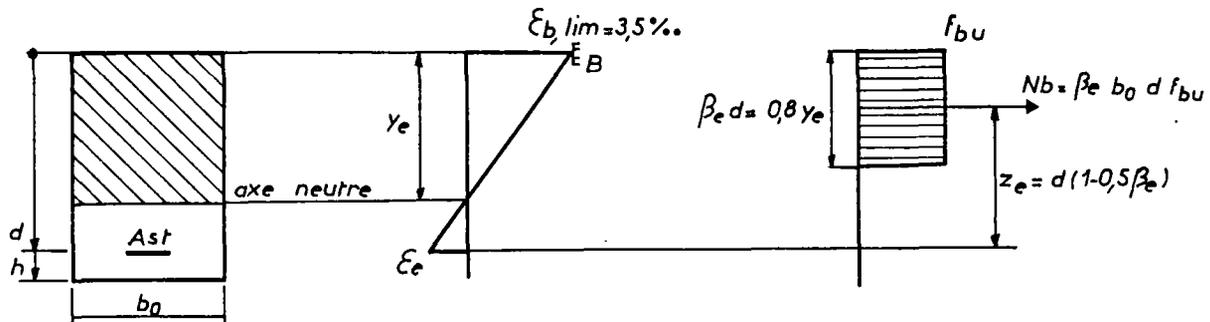
$$\mu_{AB} = \frac{M_{AB}}{b_0 d^2 f_{bu}}$$

le moment relatif de référence :

$$\mu_{AB} = \beta_{AB} (1 - 0,5 \beta_{AB}) = \underline{0,186}$$

L'utilisation du moment relatif de référence, coefficient sans dimension, permet de s'affranchir des dimensions géométriques de la section.

1.2.1.3. Calcul du moment de référence  $M_e$  dans le cas d'une section rectangulaire (armatures tendues concentrées et diagramme rectangulaire simplifié)



En utilisant les notations du paragraphe précédent :

$$\alpha_e = \frac{3,5 \text{ ‰}}{3,5 \text{ ‰} + \epsilon_e} \quad \beta_e = 0,8 \alpha_e$$

On obtient, en effectuant les mêmes calculs qu'au § 1.2.1.2. :

$$M_e = N_b z_e = \mu_e b_0 d^2 f_{bu}$$

avec

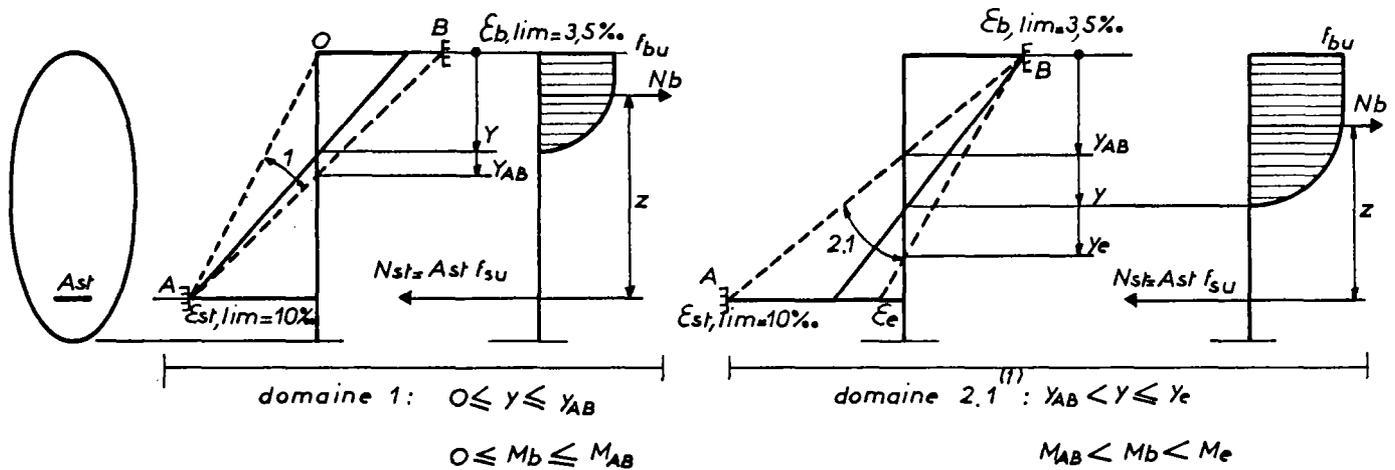
$$\mu_e = \beta_e (1 - 0,5 \beta_e)$$

$\epsilon_e$  dépend du type d'armatures utilisées :

nuance et type des aciers		Fe E 215	Fe E 235	Fe E 400
$f_e$ (MPa)		215	235	400
combinaison fondamentale $\gamma_s = 1,15$	$\epsilon_e$ (‰)	0,935	1,022	1,739
	$\alpha_e$	0,789	0,774	0,668
	$\beta_e$	0,631	0,619	0,534
	$\mu_e$	0,432	0,428	0,392
combinaison accidentelle $\gamma_s = 1$	$\epsilon_e$ (‰)	1,075	1,175	2,000
	$\alpha_e$	0,765	0,749	0,636
	$\beta_e$	0,612	0,599	0,509
	$\mu_e$	0,425	0,420	0,380

1.2.2. Détermination de la section d'acier

Le moment résistant du béton  $M_b = N_b z$  augmente avec la profondeur de l'axe neutre :



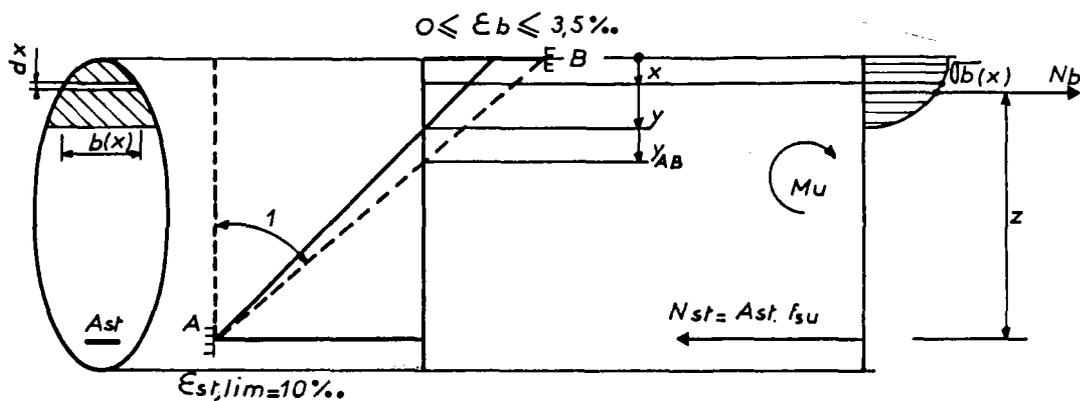
En comparant le moment fléchissant extérieur  $M_U$  aux moments de référence  $M_{AB}$  et  $M_e$ , il est donc possible de savoir dans quel domaine se situe le diagramme des déformations permettant d'obtenir l'égalité entre les sollicitation externes et internes.

1.2.2.1.  $M_U < M_{AB}$

Le moment résistant du béton  $M_{AB}$  est surabondant pour équilibrer le moment  $M_U$ . Le diagramme des déformations appartient donc au domaine 1 (pivot A) :

$\epsilon_b < 3,5 \%$  et  $\epsilon_{st} = 10 \%$ .

a - Cas général



(1) Le domaine 2.2 n'intervient généralement pas (voir § 1.2.2.3.).

Le diagramme des déformations est obtenu en écrivant l'équation d'équilibre entre le moment extérieur  $M_u$  et le moment interne  $M_b = N_b z$

$$M_u = M_b = \int_0^y b(x) \sigma_b(x) (d - x) dx$$

$y$  est la solution de cette équation, obtenue de façon analytique ou par approximations successives. Il est alors possible de calculer  $N_b$  :

$$N_b = \int_0^y b(x) \sigma_b(x) dx$$

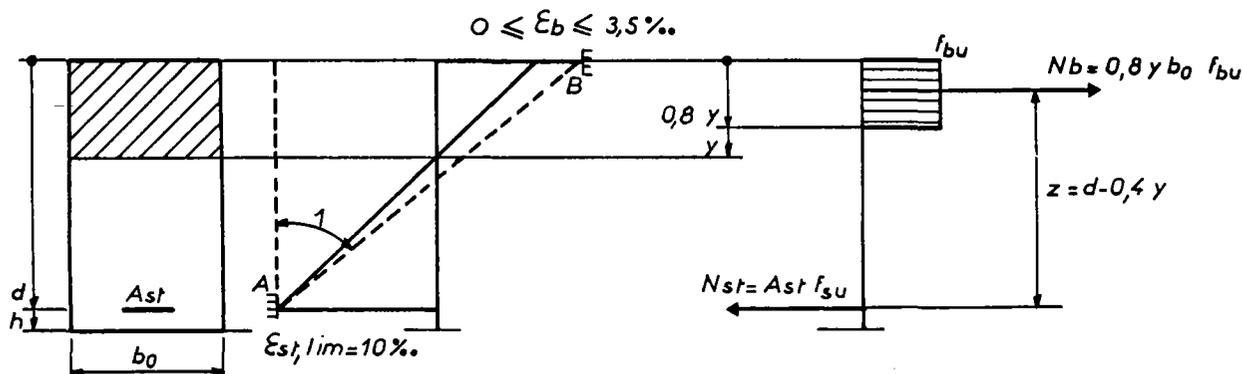
La section d'armatures tendues est obtenue en écrivant l'équation d'équilibre entre l'effort normal extérieur (nul en flexion simple) et l'effort normal interne.

$$0 = N_b - N_{st}$$

$$A_{st} = \frac{N_b}{\sigma_{st}}$$

avec  $\sigma_{st} = f_{su}$  car  $\epsilon_{st} = 10\%$ .

b - cas de la section rectangulaire (diagramme rectangulaire simplifié)



Dans le cas d'une section rectangulaire, on peut définir le moment relatif  $\mu$  :

$$\mu = \frac{M_u}{b_0 d^2 f_{bu}}$$

avec dans le domaine 1 :

$$\mu < \mu_{AB} \quad (\text{équivalent à } M_u < M_{AB})$$

L'équilibre entre le moment extérieur  $M_u$  et le moment interne par rapport aux armatures tendues  $M_b$  permet d'obtenir la profondeur de l'axe neutre  $y$ , ou la profondeur relative réduite  $\beta$  :

$$\beta = \frac{0.8 y}{d}$$

$$M_U = N_b z \quad (1)$$

$$M_U = (0,8 y b_0 f_{bu}) (d - 0,4 y)$$

$$M_U = b_0 d^2 f_{bu} \frac{0,8 y}{d} \left(1 - 0,5 \times \frac{0,8 y}{d}\right)$$

$$\frac{M_U}{b_0 d^2 f_{bu}} = \mu = \beta (1 - 0,5 \beta)$$

La résolution de cette équation du second degré en  $\beta$  donne :

$$\beta = 1 - \sqrt{1 - 2 \mu}$$

Il est alors possible de calculer le bras de levier  $z$  :

$$z = d - 0,4 y = d (1 - 0,5 \beta)$$

De l'équation (1), on tire  $N_b$  :

$$N_b = \frac{M_U}{z}$$

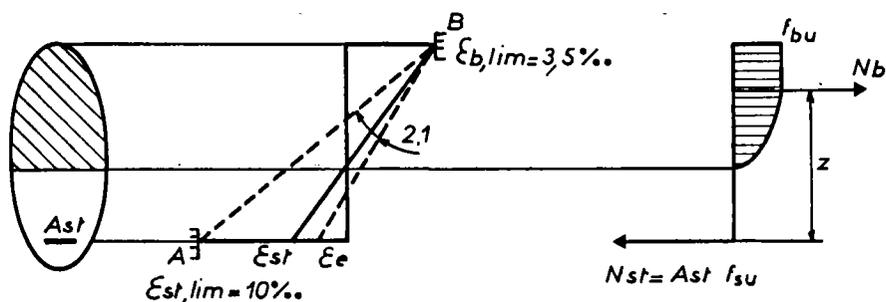
La section d'armatures est obtenue en écrivant :

$$N_{st} = N_b$$

$$A_{st} = \frac{M_U}{z f_{su}}$$

1.2.2.2.  $\frac{M_{AB} < M_U < M_e}{\text{rectangulaire}}$  ( $\mu_{AB} < \mu < \mu_e$  pour une section)

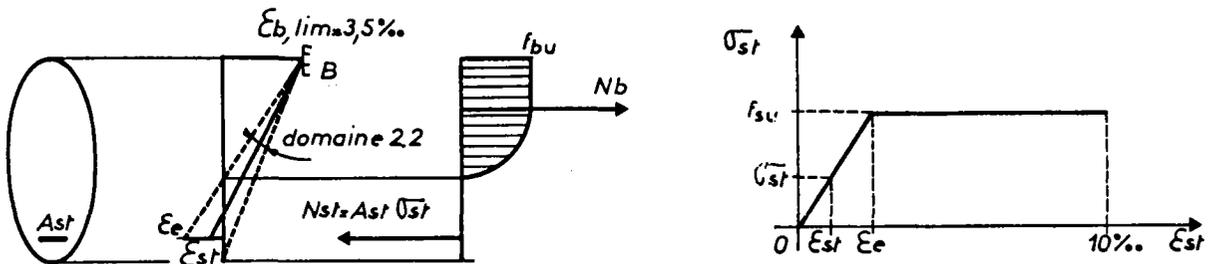
Le diagramme des déformations appartient au domaine 2.1. (pivot B)



La section des armatures tendues est obtenue en écrivant les mêmes relations qu'au paragraphe précédent.

Il peut-être nécessaire cependant de prévoir des armatures comprimées afin de limiter la contrainte de compression du béton à l'état-limite de service dans le cas où  $M_U$  est proche de  $M_e$  (voir § 3).

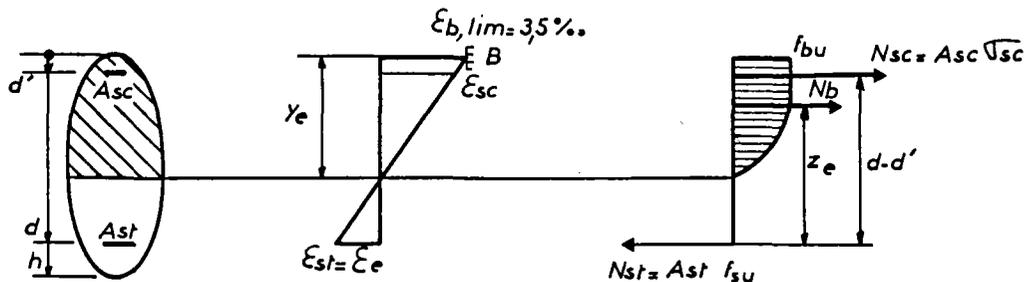
1.2.2.3.  $M_e < M_u$  ( $\mu_e < \mu$  pour une section rectangulaire)



$$\epsilon_{st} < \epsilon_e \text{ et } \sigma_{st} = E_s \epsilon_{st} < f_{su}$$

Lorsque le diagramme des déformations est dans le domaine 2.2, la déformation des aciers  $\epsilon_{st}$  est inférieure à  $\epsilon_e$ , ce qui conduit à faire travailler les armatures à un taux de contrainte  $\sigma_{st}$  inférieur à  $f_{su}$  (partie élastique du diagramme contrainte-déformation des aciers). Il apparaît d'autre part un mode de rupture de type fragile par écrasement du béton pour une faible déformation des armatures.

Il est donc plus économique et plus sûr de s'imposer un diagramme des déformations à la limite des domaines 2.1 et 2.2 de façon à faire travailler les armatures tendues au maximum " $f_{su}$ ", et de renforcer le béton par des armatures comprimées.



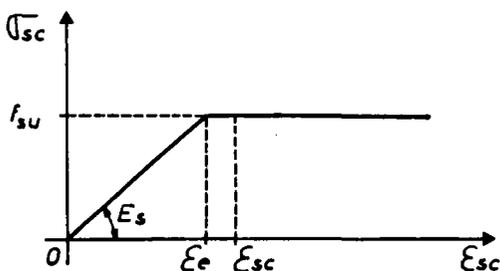
Pour ce diagramme des déformations, le moment résistant du béton vaut  $M_e$ . Les armatures comprimées, de section  $A_{sc}$  supposée concentrée, reprennent le complément de moment :

$$M_u - M_e = A_{sc} \sigma_{sc} (d - d')$$

soit :

$$A_{sc} = \frac{M_u - M_e}{\sigma_{sc} (d - d')}$$

$\sigma_{sc}$  est fonction de  $\epsilon_{sc} = 3,5 \%$   $(1 - \frac{d'}{y_e})$



En général  $\epsilon_{sc} > \epsilon_e$  donc  $\sigma_{sc} = f_{su}$  (se reporter au tableau de l'annexe projecteur donnant  $\epsilon_e$ ).

L'équilibre des efforts normaux permet d'obtenir la section des armatures tendues.

$$N_{st} = N_{bc} + N_{sc}$$

$$A_{st} = \frac{1}{f_{su}} \left( \frac{M_e}{z_e} + A_{sc} \sigma_{sc} \right)$$

Pour une section rectangulaire, on a :

$$M_e = \mu_e b_0 d^2 f_{bu}$$

Nota : Les valeurs de  $\mu_e$  se trouvent dans le tableau au § 1.2.1.3. L'état-limite de compression du béton (voir état-limite de service § 2.1.2.) conduit à mettre davantage d'aciers comprimés que le calcul ci-dessus.

Une valeur de  $M_U$  très importante conduit généralement à redimensionner le coffrage.

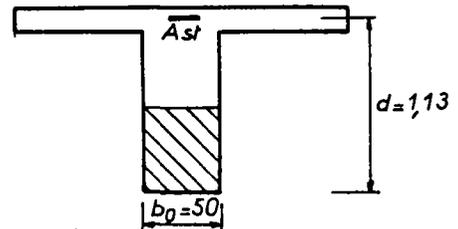
### 1.2.3. Exemple de dimensionnement d'une section rectangulaire

#### 1.2.3.1. Détermination de la section d'acier

Considérons dans l'exemple du chapitre 1 § 2.5.1, la section sur appui. Le moment minimal (maximal en valeur absolue) vaut pour une nervure :

$$M_U = \frac{-4,6246}{2} = -2,312 \text{ MN-m}$$

Le béton comprimé étant situé en partie basse de la nervure, le dimensionnement est celui d'une section rectangulaire de largeur  $b_0 = 0,50 \text{ m}$  et de hauteur utile  $d = 1,13 \text{ m}$  (valeur à contrôler a posteriori).



Les caractéristiques des matériaux sont les suivantes :

béton	$f_{c28} = 20 \text{ MPa}$ $c_g = 25 \text{ mm}$ (dimension des plus gros granulats)
armatures	$F_e \text{ E } 400$ $f_e = 400 \text{ MPa}$

A l'E.L.U., avec la combinaison fondamentale, les contraintes limites des matériaux valent :

$$f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\gamma_b} = \frac{0,85 \times 20}{1,5} = 11,33 \text{ MPa (on utilisera le diagramme rectangulaire simplifié)}$$

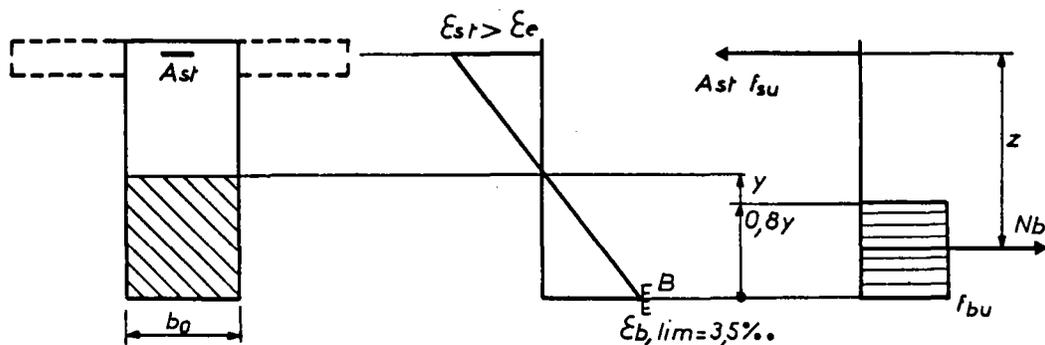
$$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 347,8 \text{ MPa}$$

Le moment relatif  $\mu$  est comparé aux moments relatifs de référence :

$$\mu = \frac{M_u}{b_0 d^2 f_{bu}} = \frac{2,312}{0,5 \times (1,13)^2 \times 11,33} = 0,320$$

$$\mu_{AB} < \mu < \mu_e \quad (0,186 < 0,320 < 0,392)$$

Par conséquent, le diagramme des déformations est situé dans le domaine 2.1 (pivot B).



$$\beta = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,320} = 0,400$$

$$z = d (1 - 0,5 \beta) = 1,13 (1 - 0,5 \times 0,400) = 0,904 \text{ m}$$

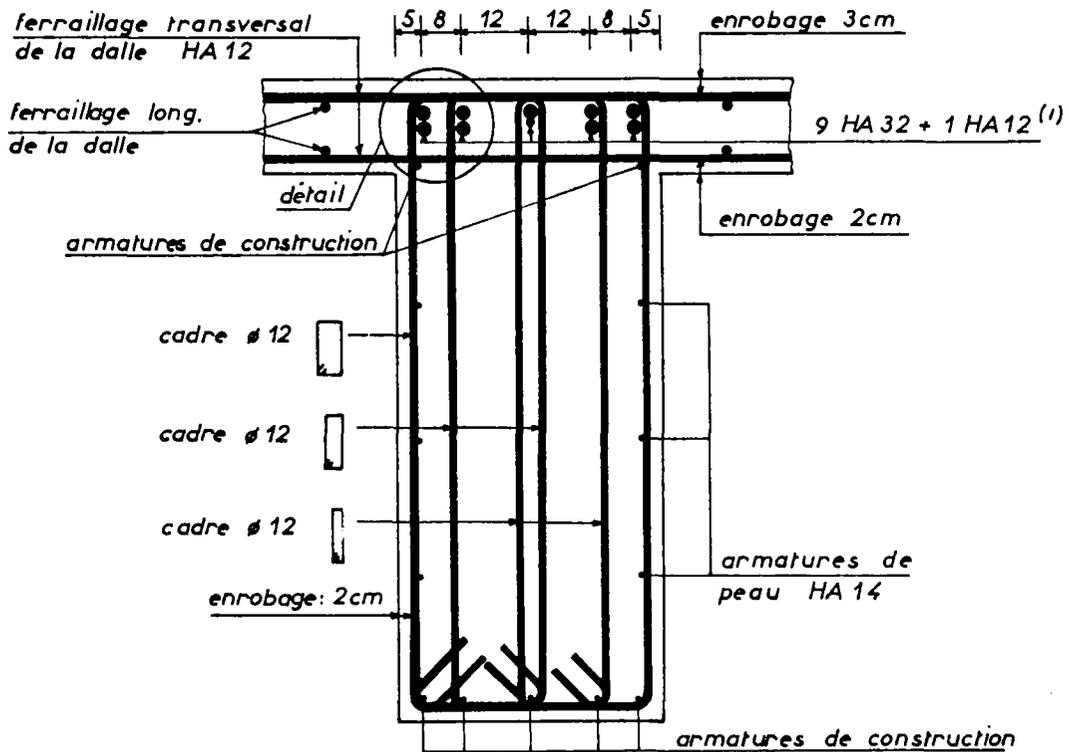
Dans le domaine 2.1,  $\epsilon_{st} > \epsilon_e$ . Par conséquent  $\sigma_{st} = f_{su}$

$$A_{st} = \frac{M_u}{z f_{su}} = \frac{2,312 \times 10^{-4}}{0,904 \times 347,8} = \underline{73,5 \text{ cm}^2}$$

On peut choisir, par exemple, 9 HA 32 + 1 HA 12 ( $A_{st} = 73,5 \text{ cm}^2$ )

**Remarque :** Le calcul à l'E.L.U. montre qu'il n'y a pas besoin d'armatures comprimées ( $\mu_u < \mu_e$ ). Il est cependant nécessaire de vérifier cette section à l'E.L.S. (voir § 2.2.1.), cette vérification conduit dans certains cas à prévoir des armatures comprimées.

1.2.3.2. Dispositions constructives

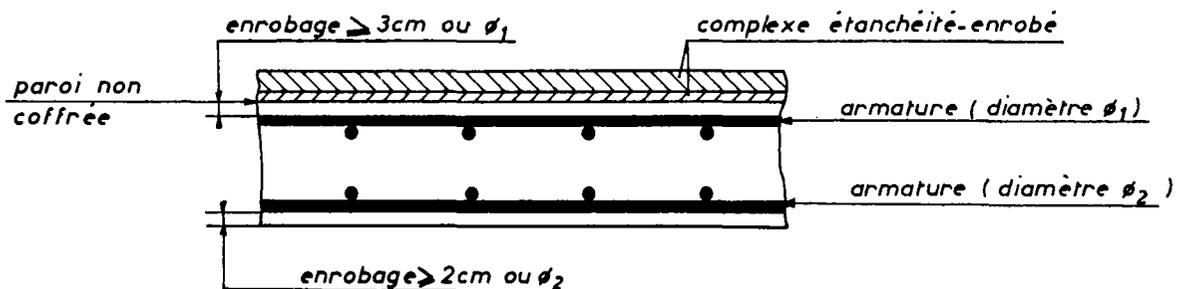


On vérifie que la hauteur utile  $d$  vaut bien 1,13 m.

a - Protection des armatures (Art. A.7.1.)

La protection des armatures contre la corrosion nécessite un enrobage minimal. Pour les ouvrages d'art, il est généralement de 2 cm (parois exposées aux intempéries). Cependant, l'enrobage des armatures les plus proches des parois doit être de :

- 3 cm pour les parois non coffrées susceptibles d'être soumises à des actions agressives (face supérieure des hourdis de pont...).



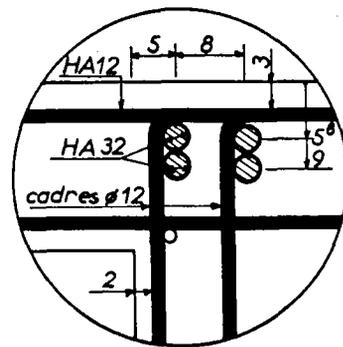
- 4 cm pour les parois en contact avec l'eau de mer ou une nappe agressive.

- 4 cm pour les parois exposées aux embruns où à une atmosphère industrielle très agressive.

(1) En pratique, on placera par souci de simplification 10 HA 32. Le ferrailage proposé ici permet de mettre plus facilement en évidence l'insuffisance vis-à-vis de l'E.L.S. (§ 2.2.1.).

**b - Possibilités de bétonnage correct (Art. A.7.2.)**

Les armatures HA 32 sont regroupées dans la partie supérieure de la nervure (1) en paquets de deux barres.



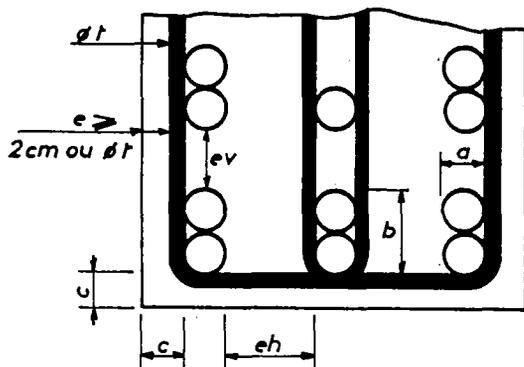
Afin d'opposer le minimum de gêne à la mise en place du béton, il faut vérifier :

$$e_h \geq \begin{cases} a = \Phi = 3^2 & (a = \text{largeur du paquet}) \\ 1,5 c_g = 1,5 \times 2,5 = 3,75 & (c_g = \text{dimension du plus gros granulats}) \end{cases}$$

**Remarques importantes**

Les paquets de barres doivent respecter les dispositions des articles A.7.2.4. et A.7.2.5.

La hauteur "b" du paquet doit être au plus égale au double de sa largeur "a".

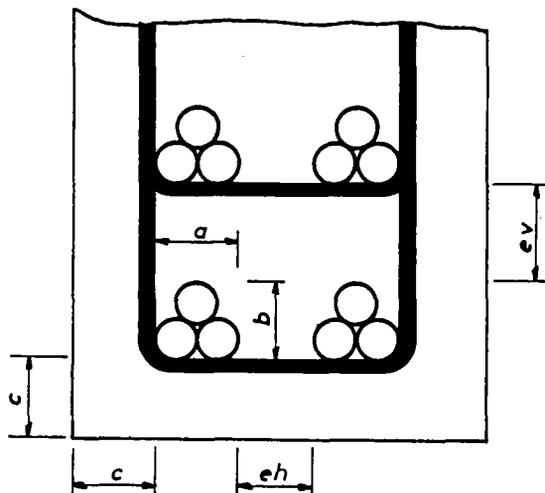


paquets de 2 armatures de diamètre  $\Phi$

$c \geq \Phi$

$$e_h \geq \begin{cases} \Phi \\ 1,5 c_g \end{cases}$$

$$e_v \geq \begin{cases} \Phi \\ c_g \end{cases}$$



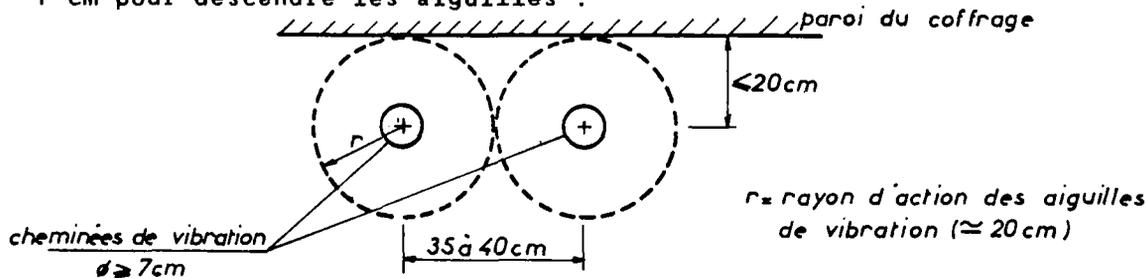
paquets de 3 armatures de diamètre  $\Phi$

$c \geq 2 \Phi$

$$e_h \geq \begin{cases} 2 \Phi \\ 1,5 c_g \end{cases}$$

$$e_v \geq \begin{cases} 2 \Phi \\ c_g \end{cases}$$

- Dans le cas où le serrage du béton se fait par des aiguilles de vibration, il faut prévoir des cheminées de bétonnage de largeur minimale 7 cm pour descendre les aiguilles :



(1) Il faut cependant placer des armatures longitudinales supplémentaires dans le hourdis, celui-ci étant nécessairement tendu dans les zones d'appui.

Dans l'exemple traité, la largeur de la nervure étant de 50 cm, il a été prévu deux cheminées de bétonnage de 9 cm.

- Pour les poutres de grande hauteur (Art. A.8.3.), il faut respecter en outre pour les barres de diamètre supérieur à 20 mm un espacement au plus égal à  $4 \Phi = 12,8 \text{ cm}$  <sup>(1)</sup> afin de limiter l'ouverture des fissures.

c - Armatures transversales

Les armatures transversales (cadres  $\Phi 12$ ) sont dimensionnées à l'effort tranchant (voir chapitre 3 § 2.5.). Elles sont ancrées dans la partie comprimée de la section.

d - Armatures de peau (Art. A.8.3.)

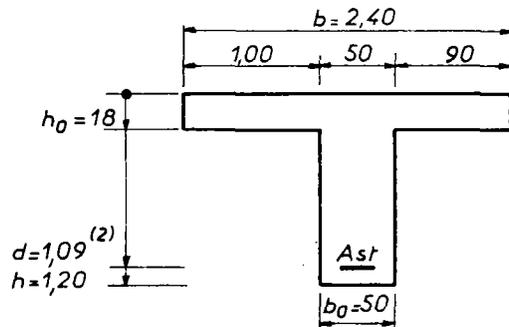
Les poutres de grande hauteur doivent comporter des armatures de peau (de préférence des armatures à haute-adhérence) pour éviter une fissuration excessive des âmes. La section minimale est de  $3 \text{ cm}^2/\text{ml}$  de paroi. Lorsque la fissuration est considérée comme très préjudiciable, la section minimale est de  $5 \text{ cm}^2/\text{ml}$ .

1.2.4. Exemple de dimensionnement d'une section en T

Dans l'exemple du chapitre 1 § 2.5.1., le moment maximal dans la section à mi-portée associé à une nervure vaut :

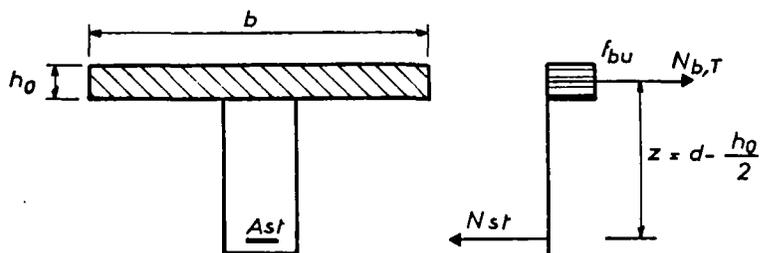
$$M_u = \frac{10,8695}{2} = 5,435 \text{ MN-m}$$

La nervure et le hourdis associé sont représentés ci-contre. La largeur du hourdis à prendre en compte de part et d'autre de la nervure doit être inférieure au dixième de la portée (Art. A.4.1,3.).



a - Détermination de la position de l'axe neutre

Soient  $N_{b,T}$  et  $M_{b,T}$  l'effort normal et le moment repris par la table de compression supposée uniformément comprimée à  $f_{bu}$ .



(1) l'espacement maximal est fixé à  $3 \Phi$  lorsque la fissuration est jugée très préjudiciable (Art. A.4.5,34.)

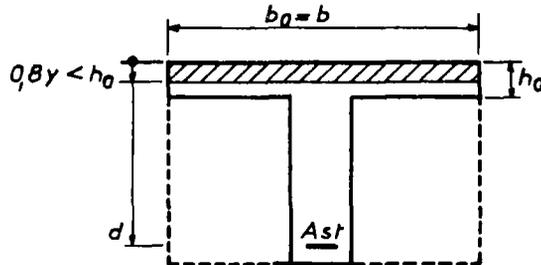
(2) valeur à contrôler a posteriori.

$$N_{b,T} = b h_0 f_{bu} \quad (1) = 2,40 \times 0,18 \times 11,33 = 4,895 \text{ MN}$$

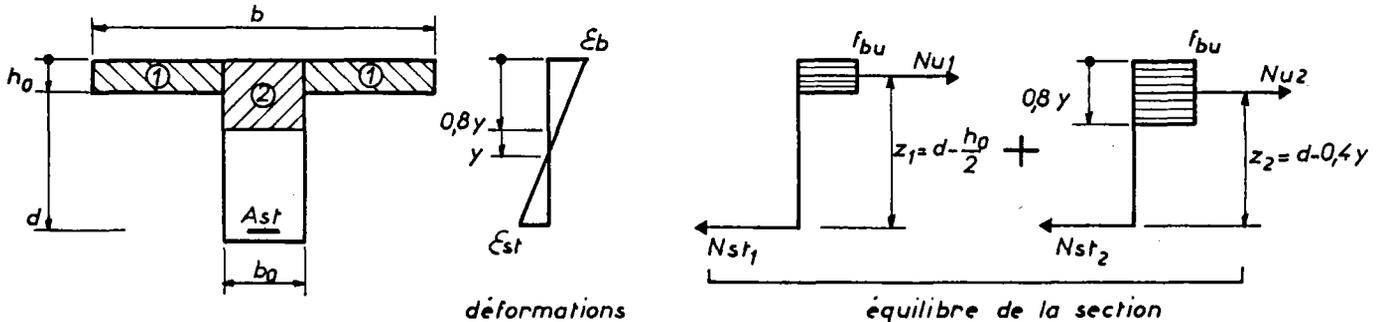
$$M_{b,T} = N_{b,T} \left( d - \frac{h_0}{2} \right) = 4,895 \left( 1,09 - \frac{0,18}{2} \right) = 4,895 \text{ MN-m}$$

L'inégalité  $M_{b,T} < M_U$  ( $4,895 < 5,435$ ) montre que la table de compression est insuffisante pour équilibrer le moment  $M_U$  : une partie de la nervure est comprimée.

Remarque :  $M_U < M_{b,T}$  aurait signifié que la table de compression était surabondante. On aurait alors été ramené au dimensionnement d'une section rectangulaire de largeur  $b_0 = b$



b - Equilibre de la section



L'aire de béton comprimé peut-être décomposée en deux parties :

- la partie (1) (débords de la table) équilibre les sollicitations suivantes :

un effort normal :  $N_{U1} = (b - b_0) h_0 f_{bu}$   
 $N_{U1} = (2,40 - 0,50) \times 0,18 \times 11,33 = 3,875 \text{ MN}$

un moment par rapport aux armatures tendues :  $M_{U1} = N_{U1} z_1$

$$M_{U1} = 3,875 \left( 1,09 - \frac{0,18}{2} \right) = 3,875 \text{ MN-m}$$

- la partie (2) (partie comprimée de la nervure) doit équilibrer le supplément de moment fléchissant  $M_U - M_{U1}$ . Les sollicitations sont les suivantes :

- un effort normal :  $N_{U2}$

- un moment fléchissant :  $M_{U2} = N_{U2} z_2 = M_U - M_{U1}$

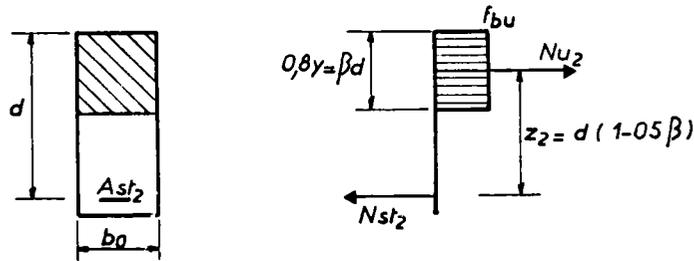
$$M_{U2} = 5,435 - 3,875 = 1,560 \text{ MN-m}$$

(1) les caractéristiques des matériaux sont celles du § 1.2.3.

L'équilibre général de la section en T s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{moment fléchissant : } M_U &= N_{U1} z_1 + N_{U2} z_2 \\ \text{effort normal : } 0 &= N_{U1} + N_{U2} - N_{st} \\ \text{avec : } N_{st} &= N_{st1} + N_{st2} \end{aligned}$$

Pour déterminer la profondeur de l'axe neutre de la partie 2, on est ramené au cas d'une section rectangulaire de largeur  $b_0$  qui doit équilibrer le moment  $M_{U2}$  (voir § 1.2.3.).



Le moment relatif  $\mu_2$  est comparé aux moments relatifs de référence.

$$\mu_2 = \frac{M_{U2}}{b_0 d^2 f_{bu}} = \frac{1,560}{0,50 \times (1,09)^2 \times 11,33} = 0,232$$

$$\mu_{AB} < \mu_2 < \mu_e \quad (0,186 < 0,232 < 0,392)$$

Par conséquent le diagramme des déformations est situé dans le domaine 2.1.

La profondeur relative réduite de l'axe neutre vaut :

$$\beta = 1 - \sqrt{1 - 2 \mu_2} = 0,268$$

Le bras de levier vaut :

$$z_2 = d (1 - 0,5 \beta) = 0,944 \text{ m}$$

Le béton comprimé de la partie (2) équilibre l'effort normal :

$$N_{U2} = \frac{M_{U2}}{z_2} = \frac{1,560}{0,944} = 1,653 \text{ MN}$$

L'équilibre général des efforts normaux de la section en T donne l'effort de traction des armatures tendues :

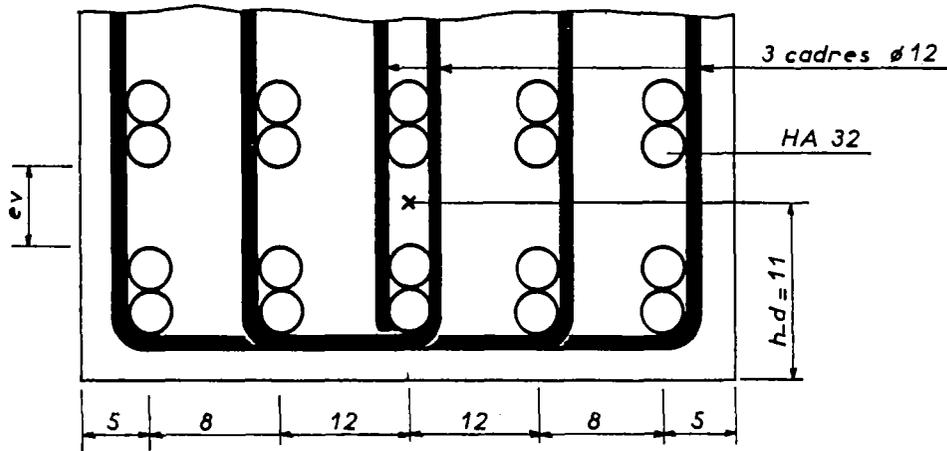
$$N_{st} = N_{U1} + N_{U2} = 3,875 + 1,653 = 5,528 \text{ MN}$$

Dans le domaine 2.1,  $\epsilon_{st} > \epsilon_e$ , par conséquent  $\sigma_{st} = f_{su}$

$$A_{st} = \frac{N_{st}}{\sigma_{st}} = \frac{5,528 \times 10^4}{347,8} = \underline{158,9 \text{ cm}^2}$$

On choisira par exemple 20 HA 32 ( $A_{st} = 160,8 \text{ cm}^2$ ).

c - Dispositions constructives



La valeur réelle de  $d = 1,09$  m correspond bien à celle prise en compte dans les calculs.

Les armatures sont disposées de manière à obtenir les mêmes espacements horizontaux qu'au § 1.2.3..

L'espacement vertical  $e_v$  entre paquets de deux barres doit respecter (Art. A.7.2.) :

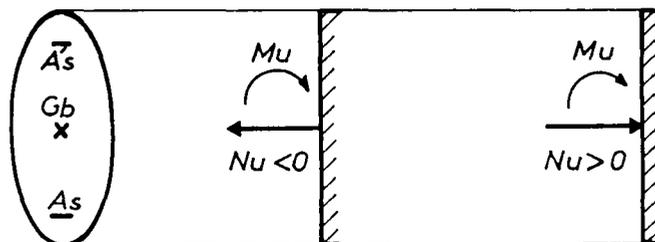
$$e_v \leq \begin{cases} a = \Phi = 3,2 \text{ cm} \\ c_g = 2,5 \text{ cm} \end{cases}$$

1.3. Dimensionnement des sections en flexion composée

1.3.1. généralités

Les calculs présentés dans ce paragraphe ne concernent que l'E.L.U.. Il y a lieu d'effectuer par ailleurs les justifications aux E.L.S. (chapitre 2 § 2.) et de vérifier la condition de non-fragilité (chapitre 2 § 3.1.)

En général les sollicitations (moment fléchissant, effort normal) sont calculées au centre de gravité du béton seul  $G_b$  en utilisant un modèle élastique linéaire.



flexion composée avec effort normal de traction

flexion composée avec effort normal de compression

$A_s$  et  $A_s'$  peuvent être tendues ou comprimées suivant les cas.

Le couple  $(M_u, N_u)$  est équivalent à un effort normal  $N_u$  excentré de :

$$e_b = \frac{M_u}{N_u}$$

$M_u$  et  $N_u$  sont exprimés en valeur algébrique. Par la suite, on suppose toujours  $M_u$  positif. Lorsque  $M_u$  est négatif, les calculs à effectuer sont identiques, à condition d'invertir les fibres supérieures et inférieures.

Deux cas se présentent :

flexion composée	$M_u > 0$	
avec effort normal	$N_u < 0$	
de traction	$e_b < 0$	$N_u$ excentré vers le bas
flexion composée	$M_u > 0$	
avec effort normal	$N_u > 0$	
de compression	$e_b > 0$	$N_u$ excentré vers le haut

Pour le dimensionnement des sections, le système des forces extérieures est réduit au niveau du centre de gravité des armatures inférieures ou supérieures suivant le cas. Les moments correspondants sont désignés par  $M_{uA}$  et  $M_{uA}'$ .

1.3.2. Flexion composée avec effort normal de traction

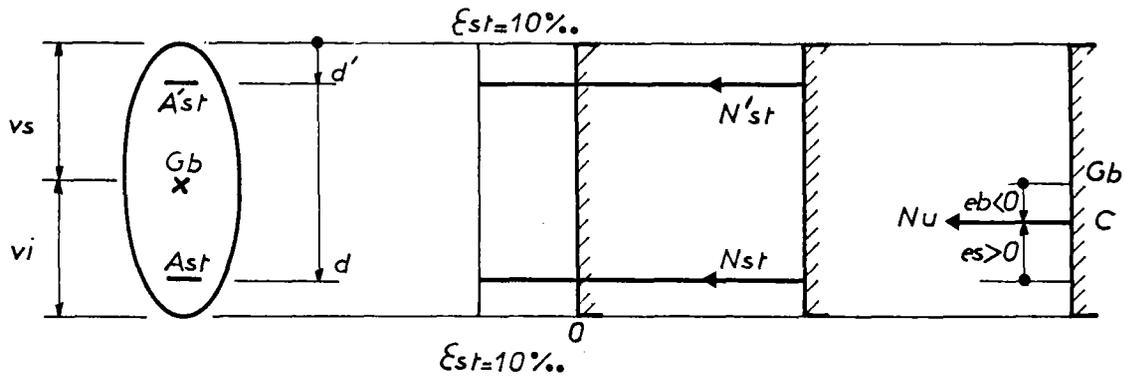
La section peut-être entièrement ou partiellement tendue suivant l'excentricité de l'effort normal.

<p>section entièrement tendue</p>		<p><math>e_s = d - v_s + e_b &gt; 0</math>  <math>M_{UA} = N_u e_s &lt; 0</math>  <math>- e_b &lt; d - v_s</math>                  2 nappes d'armatures tendues  <math>A_{st}</math> et <math>A'_{st}</math></p>
<p>section partiellement tendue</p>		<p><math>e_s = d - v_s + e_b &lt; 0</math>  <math>M_{UA} = N_u e_s &gt; 0</math>  <math>- e_b &gt; d - v_s</math>                  1 nappe d'armatures tendues <math>A_{st}</math> éventuellement 1 nappe d'armatures comprimées <math>A_{sc}</math></p>

$M_{UA}$  représente le moment appliqué à la section calculé par rapport au centre de gravité des armatures inférieures.

a - La section est entièrement tendue :  $e_b > - (d - v_s)$

La solution la plus économique consiste à faire travailler les armatures au maximum de leur possibilité ( $\epsilon_{st} = 10 \%$  et  $\sigma_{st} = f_{su}$ )



L'équilibre de la section par rapport à  $A_{st}$  s'écrit :

$$\begin{cases}
 \text{efforts normaux :} & |N_u| = N_{st} + N'_{st} \\
 \text{moments fléchissants :} & |M_{UA}| = N_{st} (d - d')
 \end{cases}$$

avec :

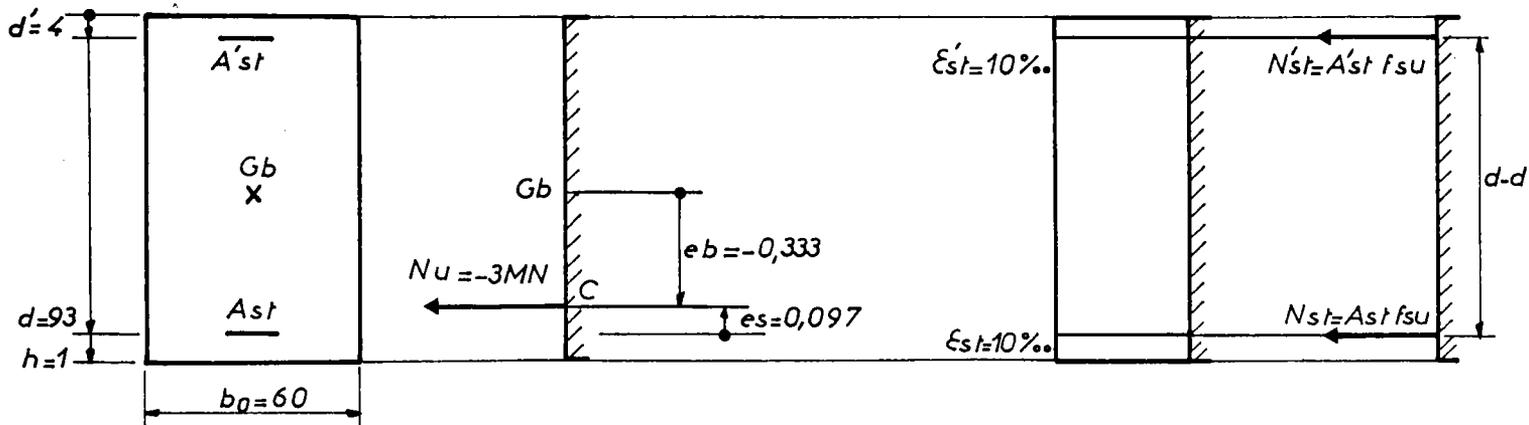
$$\begin{cases}
 N_{st} = A_{st} f_{su} \quad \text{et} \quad N'_{st} = A'_{st} f_{su} \\
 M_{UA} = N_u e_s = N_u (d - v_s + e_b)
 \end{cases}$$

Les deux équations donnent :

$$A'_{st} = \frac{|M_u A|}{(d - d') f_{su}}$$

$$A_{st} = \frac{1}{f_{su}} \left[ |N_u| - \frac{|M_u A|}{(d - d')} \right]$$

Exemple : Cas d'une section rectangulaire



Les caractéristiques des matériaux de la section sont les suivantes :

béton :  $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$  et  $c_g = 25 \text{ mm}$

Armatures : Fe E 400,  $f_e = 400 \text{ MPa}$

A l'E.L.U. avec la combinaison fondamentale, la contrainte des matériaux est plafonnée à :

$$f_{bu} = \frac{0,85 \times 30}{1,5} = 17 \text{ MPa}$$

$$f_{su} = \frac{400}{1,15} = 347,8 \text{ MPa}$$

La section est soumise aux sollicitations suivantes par rapport au centre de gravité du béton seul.

$$\begin{cases} M_u = 1 \text{ MN-m} \\ N_u = - 3 \text{ MN} \end{cases}$$

soit un effort normal excentré de :

$$e_b = \frac{M_u}{N_u} = - \frac{1}{3} = - \underline{0,333} \text{ m}$$

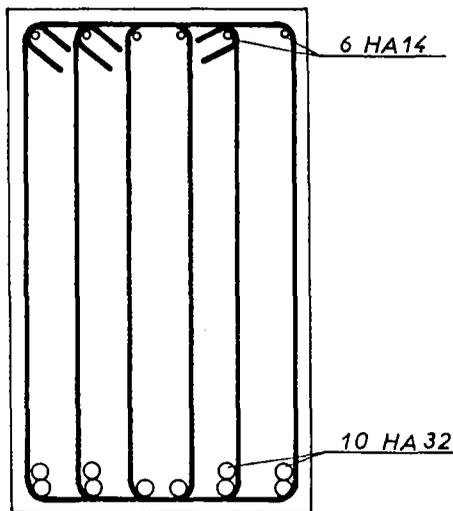
$N_u$  étant situé entre les deux nappes d'armatures, la section est entièrement tendue.

$$e_s = d - \frac{h}{2} + e_b = 0,93 - \frac{1}{2} - 0,333 = \underline{0,097} \text{ m}$$

$$M_{uA} = N_u e_s = - 3 \times 0,097 = - \underline{0,291} \text{ MN-m}$$

$$A'_{st} = \frac{|M_{uA}|}{(d-d') f_{su}} = \frac{10^{-4} \times 0,291}{(0,93 - 0,04) \times 347,8} = \underline{9,4} \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = \frac{1}{f_{su}} \left[ |N_u| - \frac{|M_{uA}|}{(d-d')} \right] = \frac{10^{-4}}{347,8} \left( 3 - \frac{0,291}{(0,93-0,04)} \right) = \underline{76,9} \text{ cm}^2$$



**b - La section est partiellement tendue :  $e_b < - (d - v_s)$**

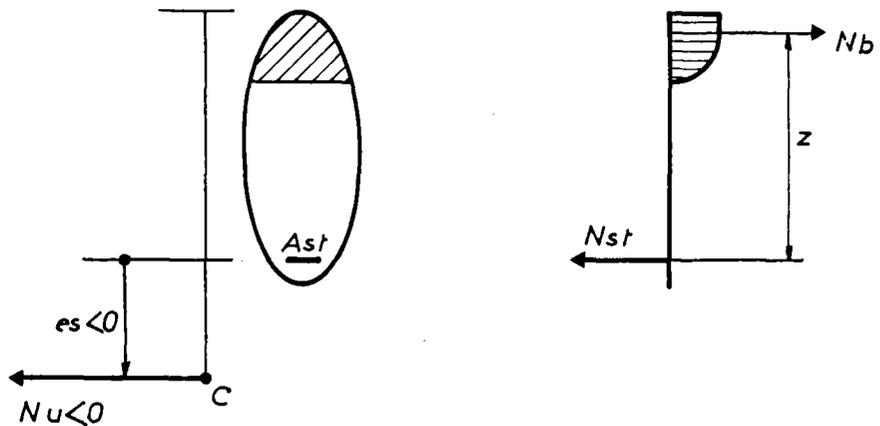
On se ramène au dimensionnement d'une section soumise à la flexion simple en remplaçant  $M_u$  par  $M_{uA}$ , moment des actions extérieures calculé par rapport au centre de gravité des armatures tendues.

En effet, l'équilibre de la section s'écrit (sans aciers comprimés) :

$$\left| \begin{array}{l} \text{équilibre des moments par rapport à } A_{st} : M_{uA} = N_u e_s = N_b z \quad (1) \\ \text{équilibre des efforts normaux :} \quad \quad \quad N_u = N_b - N_{st} \quad (2) \end{array} \right.$$

L'équation (1) est identique à celle d'une section en flexion simple dans laquelle  $M_u$  est remplacé par  $M_{uA}$ .

L'équation (2) donne l'effort de traction dans les aciers  
 $N_{st} = N_b - N_u$



Comme pour la flexion simple, on compare le moment  $M_{UA}$  calculé par rapport aux armatures tendues aux moments de référence  $M_{AB}$  et  $M_e$  :

1er cas :  $M_{UA} < M_e$

$M_{UA} \leq M_{AB}$	$M_{AB} \leq M_{UA} \leq M_e$
<p>Pivot A      Domaine 1</p>	<p>Pivot B      Domaine 2.1</p>

Le calcul consiste, comme pour la section simplement fléchie, à rechercher le diagramme des déformations (c'est-à-dire la valeur de  $y$ ) tel que :  $M_{UA} = N_b z$

La section des armatures tendues est obtenue en écrivant l'équilibre des efforts normaux :

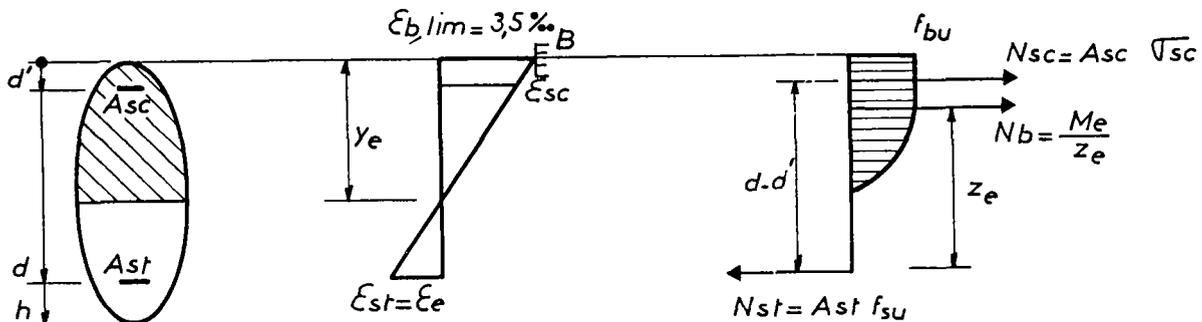
$$N_u = - A_{st} f_{su} + \frac{M_{UA}}{z}$$

soit :

$A_{st} = \frac{1}{f_{su}} \left( \frac{M_{UA}}{z} - N_u \right)$	avec $N_u < 0$ (traction)
---	---------------------------

Remarque : Si  $M_{UA}$  est proche de  $M_e$ , l'état-limite de compression du béton (E.L.S.) peut conduire à placer des armatures comprimées.

2ème Cas :  $M_{UA} > M_e$



On se fixe, comme en flexion simple, le diagramme des déformations à la limite des domaines 2.1. et 2.2.. Pour ce diagramme, le moment résistant du béton vaut  $M_e$ . Il est nécessaire de prévoir des armatures comprimées  $A_{sc}$  pour équilibrer le complément de moment  $M_{UA} - M_e$  :

$$A_{sc} \sigma_{sc} (d-d') = M_{UA} - M_e$$

soit :

$$A_{sc} = \frac{M_{UA} - M_e}{\sigma_{sc} (d-d')}$$

$$\sigma_{sc} \text{ est fonction de } \epsilon_{sc} = 3,5 \text{ ‰} \cdot \left(1 - \frac{d'}{y_e}\right)$$

L'équilibre des efforts normaux permet d'obtenir la section des armatures tendues :

$$N_U = - A_{st} f_{su} + \frac{M_e}{z_e} + A_{sc} \sigma_{sc}$$

$$\text{soit : } A_{st} = \frac{1}{f_{su}} \left( \frac{M_e}{z_e} + A_{sc} \sigma_{sc} - N_U \right) \text{ avec } N_U < 0 \text{ (traction)}$$

Remarques :

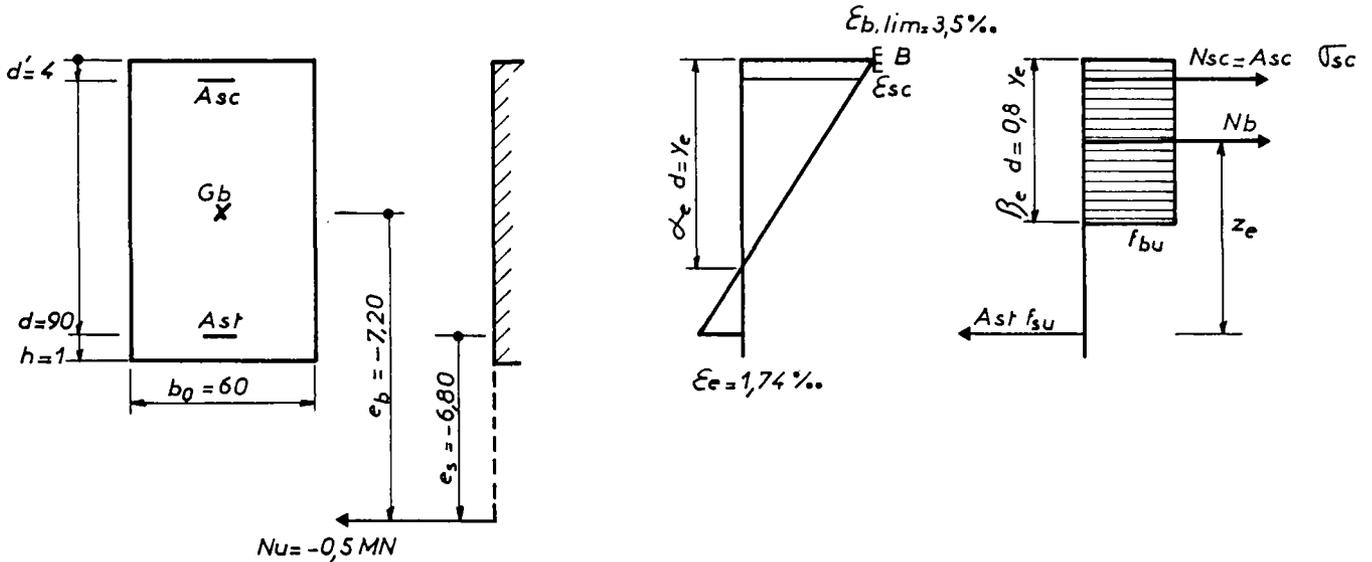
- Il est loisible d'utiliser le diagramme rectangulaire simplifié
- L'état-limite de compression du béton peut conduire à mettre davantage d'aciers comprimés que le calcul ci-dessus.
- Une valeur de  $M_{UA}$  très importante peut également conduire à redimensionner le coffrage.

Exemple d'une section rectangulaire

Considérons la section (exemple du § a . ) soumise aux sollicitations suivantes :

$$\begin{cases} M_U = 3,60 \text{ MN-m} \\ N_U = - 0,5 \text{ MN} \end{cases}$$

L'effort normal est excentré de  $e_b = \frac{M_U}{N_U} = - \frac{3,60}{0,5} = - 7,20 \text{ m}$



$$e_s = e_b + \left( d - \frac{h}{2} \right) = - 7,2 + (0,90 - 0,50) = - 6,80 \text{ m} < 0$$

la section est donc partiellement tendue.

Le moment calculé par rapport aux armatures tendues vaut :

$$M_{UA} = N_U e_s = - 0,50 \times (- 6,80) = 3,400 \text{ MN-m}$$

Le moment relatif  $\mu_A$  est comparé aux moments relatifs de référence.

$$\mu_A = \frac{M_{UA}}{b_0 d^2 f_{bu}} = \frac{3,400}{0,6 \times (0,9)^2 \times 17} = 0,412$$

$$\mu_e < \mu_A \quad (0,392 < 0,412)$$

Il est nécessaire de prévoir des armatures comprimées. Le diagramme des déformations est fixé à la limite des domaines 2.1. et 2.2..

En utilisant le diagramme rectangulaire simplifié et les notations du § 1.1.3.2., on obtient :

$$\epsilon_{sc} = 3,5 \%, \left[ 1 - \frac{d'}{\alpha_e d} \right] \quad (\text{linéarité du diagramme des déformations})$$

$$\alpha_e = 0,668 \text{ (voir tableau du § 1.2.1.3.)}$$

$$\beta_e = 0,8 \alpha_e = 0,5344$$

$$\epsilon_{sc} = 3,5 \%, \left(1 - \frac{0,04}{0,668 \times 0,90}\right) = 3,27 \% > \epsilon_e = 1,74 \%, (1)$$

donc  $\sigma_{sc} = f_{su} = \underline{347,8 \text{ MPa}}$

$$M_e = \mu_e b_0 d^2 f_{bu} = 0,392 \times 0,6 \times (0,9)^2 \times 17 = \underline{3,239 \text{ MN-m}}$$

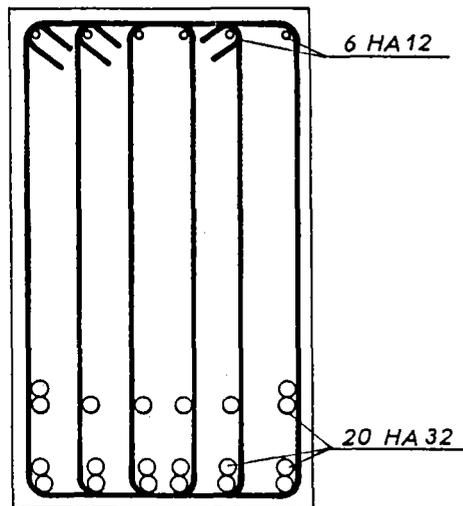
$$A_{sc} = \frac{M_{UA} - M_e}{\sigma_{sc} (d-d')} = \frac{(3,400 - 3,239) \times 10^4}{347,8 (0,90 - 0,04)} = \underline{5,4 \text{ cm}^2}$$

$$z_e = d (1 - 0,5 \beta_e) = 0,9 (1 - 0,5 \times 0,5344) = \underline{0,660 \text{ m}}$$

$$A_{st} = \frac{1}{f_{su}} \left( \frac{M_e}{z_e} + A_{sc} \sigma_{sc} - N_U \right)$$

$$A_{st} = \frac{10^4}{347,8} \left( \frac{3,239}{0,660} + 5,4 \times 10^{-4} \times 347,8 + 0,5 \right)$$

$$A_{st} = \underline{160,9 \text{ cm}^2}$$



**Remarque :** Le cas d'une section en T se traite de la même manière qu'en flexion simple, à condition de calculer le moment extérieur par rapport au centre de gravité des armatures tendues. On compare alors ce moment  $M_{UA}$  au moment  $M_{b,T}$  que peut reprendre la table de compression. On se ramène ainsi au calcul d'une section rectangulaire (cf § 1.2.4.)

### 1.3.3. Flexion composée avec effort normal de compression (Art. A.4.3,5)

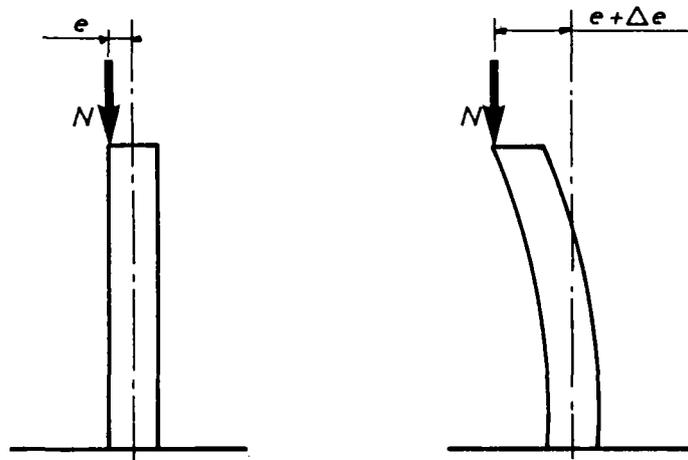
#### 1.3.3.1. Détermination des sollicitations de calcul

Lorsqu'un élément d'une structure est soumis à un effort normal de compression, les sollicitations du second ordre liées à la déformation de la structure ne doivent pas être négligées car elles peuvent provoquer un phénomène de flambement.

---

(1) voir tableau du § 1.2.1.3.

Considérons par exemple le poteau représenté ci-dessous, soumis à un effort normal  $N$  excentré de  $e$  (1). Sous l'effet de cette sollicitation, la pièce va se déformer, ce qui provoque un accroissement  $\Delta e$  de l'excentricité, et par conséquent une augmentation du moment en tête, d'où une nouvelle déformation de la pièce... Ce processus peut aboutir dans certains cas à une rupture par instabilité de forme.



La justification de la stabilité de forme consiste donc à rechercher un état de contraintes dans les différentes sections de la pièce, qui équilibre les sollicitations extérieures, y compris celles dues à la déformation de la pièce.

Les principes de justifications à l'état-limite ultime de stabilité de forme sont énoncés à l'article A.4.4. et des hypothèses simplificatrices sont proposées à l'annexe E.7. permettant d'assurer, dans les cas les plus courants, la justification vis-à-vis des effets du second ordre. Mais les cas complexes nécessitent le plus souvent le recours à des programmes de calculs automatiques.

Néanmoins, on peut se dispenser de faire une justification vis-à-vis de l'état limite ultime de stabilité de forme si l'élément est peu élancé ou faiblement comprimé. La condition à vérifier est la suivante :

$$\frac{l_f}{h} < \text{maximum} \quad \left| \begin{array}{l} 15 \\ 20 \frac{e_1}{h} \end{array} \right. \quad (1) \quad \text{avec :}$$

.  $e_1 = \frac{M_{u1}}{N_{u1}}$ ,  $M_{u1}$  et  $N_{u1}$  étant les sollicitations du premier ordre, calculées par rapport au centre de gravité du béton brut avec les hypothèses d'élasticité linéaire de la structure.

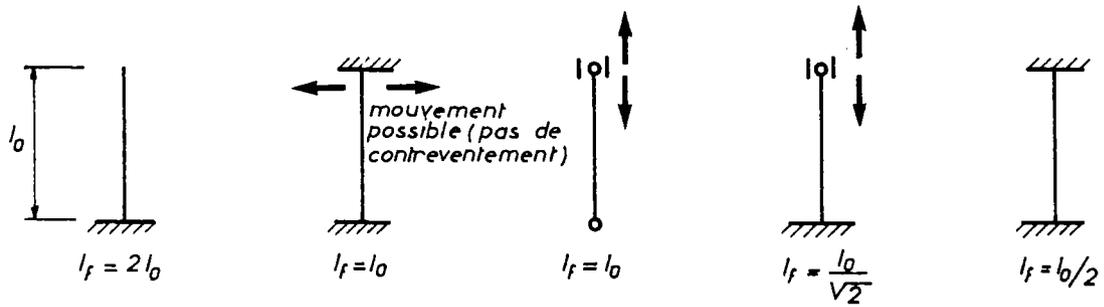
.  $h$  la hauteur totale de la section dans la direction du flambement

.  $l_f$  la longueur de flambement

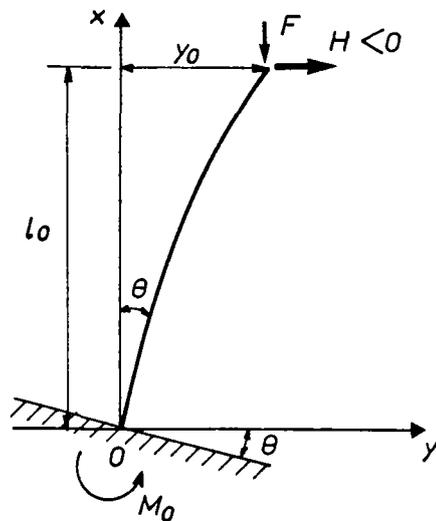
---

(1) Même si le moment calculé en tête du poteau est nul, il faut tenir compte d'une excentricité traduisant les imperfections géométriques de la pièce.

La valeur de  $l_f$  dépend de la nature des liaisons à chaque extrémité de la pièce :



Le dossier P.P. 73 pièce 3.1.1. § 5 traite le cas plus général d'une pile encastree élastiquement en pied et reliée en tête à la structure par un appui élastique et donne la valeur de  $l_f$  en fonction de  $l_0$  sous forme d'abaques.



$$y_0 = - K_1 H$$

$$\theta = K_2 M_0$$

Il est alors possible d'évaluer de façon forfaitaire les effets du second ordre en majorant le moment ultime appliqué à la section. Les sollicitations de calculs  $M_U$ ,  $N_U$  sont :

$N_U = N_{U1}$
$M_U = N_{U1} (e_1 + e_a + e_2)$

avec :

$e_a$  : l'excentricité additionnelle traduisant les imperfections géométriques initiales après construction.

$e_a = \text{maximum} (2 \text{ cm et } 1/250)$
---

l étant la longueur de la pièce exprimée en centimètres.

.  $e_2$  : l'excentricité due aux effets de second ordre, liés à la déformation de la structure.

$$e_2 = \frac{3 l_f^2}{10^4 h} (2 + \alpha \varphi)$$

expression dans laquelle :

$\varphi$  est le coefficient de fluage pris généralement égal à 2

$\alpha$  est le rapport du moment du premier ordre dû aux charges permanentes au moment total du premier ordre.

Le moment du premier ordre dû aux charges permanentes est calculé avec la combinaison :

$$G_{\max} + G_{\min}$$

Le moment total du premier ordre est calculé avec la combinaison :

$$G_{\max} + G_{\min} + Q_1 + \sum_{i>1} \psi_{0i} Q_i \quad \text{pour les combinaisons fondamentales (1)}$$

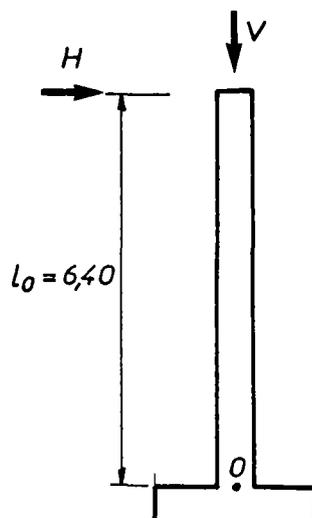
$$G_{\max} + G_{\min} + F_A + \psi_{11} Q_1 \quad (2) \quad \text{pour les combinaisons accidentelles}$$

Exemple de détermination des sollicitations de calcul

Dans la section d'encastrement du fût de pile du chapitre 1 § 2.5.2., les valeurs des sollicitations du premier ordre à l'E.L.U. de la combinaison fondamentale C5 sont les suivantes (se reporter au tableau 4 du Chapitre 1) :

au point 0 sous l'effet du poids de la pile et des charges apportées par le tablier :

effort normal :	$N_{U1} = 1,414 \text{ MN}$
moment fléchissant :	$M_{U1} = 0,699 \text{ MN-m}$

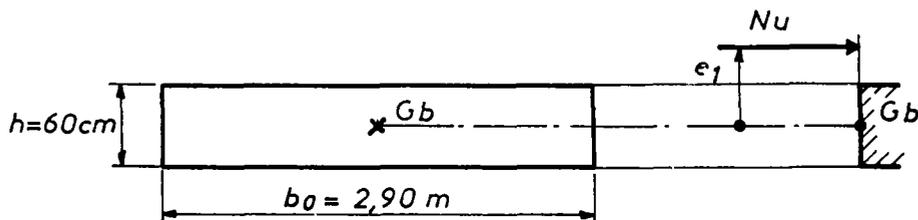


(1) Les valeurs de  $\psi_{0i}$  sont données dans le tableau 1 du chapitre 1

(2) La valeur fréquente  $\psi_{11} Q_1$  est généralement négligée

L'excentricité du premier ordre vaut :

$$e_1 = \frac{M_{u1}}{N_{u1}} = \frac{0,699}{1,414} = \underline{0,494} \text{ m}$$



La section étant soumise à une sollicitation de flexion composée avec effort normal de compression, il faut vérifier qu'il est possible d'appliquer les règles forfaitaires de l'article A.4.3.5.

La longueur de flambement  $l_f$  dépend de la souplesse des fondations et des conditions de liaison en tête pile-tablier.

L'abaque de la pièce 3.1.1. du dossier P.P. 73 donne pour  $l_f$  la valeur :

$$l_f = 1,40 l_0 = 1,4 \times 6,40 = \underline{8,96} \text{ m}$$

La condition (1) s'écrit :

$$\frac{l_f}{h} = \frac{8,96}{0,60} = 14,93 < \text{Maximum} \left\{ \begin{array}{l} 15 \\ \frac{20 e_1}{h} = \frac{20 \times 0,494}{0,60} = \underline{16,47} \end{array} \right.$$

On peut donc appliquer les règles forfaitaires :

$$e_a = \text{maxi} \left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ cm} \\ \frac{l}{250} = \frac{640}{250} = \underline{2,6} \text{ cm} \end{array} \right.$$

Le moment du premier ordre dû aux charges permanentes vaut :

$$H_G l = 8 \times 6,40 = \underline{51,20} \text{ kN-m}$$

Le moment total du premier ordre vaut :

$$(H_G + H_{Q1} + \psi_{02} H_{Q2}) l = (8 + 1,07 \times 55 + 0,6 \times 13) \times 6,40 \\ = 74,65 \times 6,40 = \underline{477,76} \text{ kN-m}$$

$$\text{soit : } \alpha = \frac{8 \times 6,40}{74,65 \times 6,40} = \underline{0,107}$$

$$e_2 = \frac{3 l_f^2}{10^4 h} (2 + \alpha \psi) = \frac{3 \times (8,96)^2 (2 + 0,107 \times 2)}{10^4 \times 0,60} = \underline{0,089} \text{ m}$$

L'excentricité totale de calcul vaut :

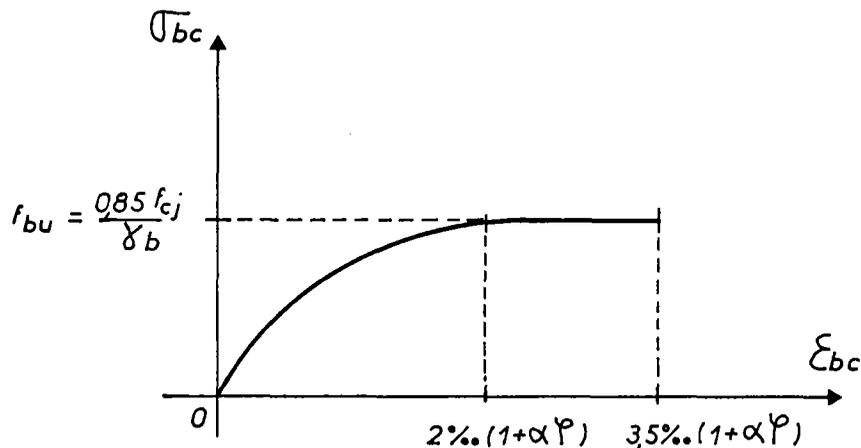
$$e_b = e_1 + e_a + e_2 = 0,494 + 0,026 + 0,089 = \underline{0,609} \text{ m}$$

soit :

$$\left| \begin{array}{l} N_U = N_{U1} = \underline{1,414} \text{ MN} \\ M_U = N_{U1} e_b = \underline{0,861} \text{ MN-m} \quad (\text{majoration de } 23 \%) \end{array} \right.$$

Lorsque la condition (1) n'est pas vérifiée, la justification à l'état-limite ultime de stabilité de forme est obligatoire. Elle consiste à rechercher un état de contraintes, compatible avec la déformabilité et la résistance de calcul des matériaux, qui équilibre les sollicitations de calcul, y compris celles dues aux déformations de la structure (effets du second ordre).

Les déformations induisant des effets du second ordre doivent être calculées en adoptant une loi de comportement du béton plus représentative. Dans les cas courants, on peut se contenter du diagramme parabole-rectangle en tenant compte de la déformabilité accrue du béton sous sollicitations de longue durée :



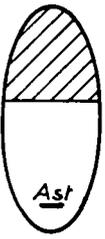
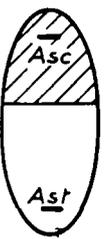
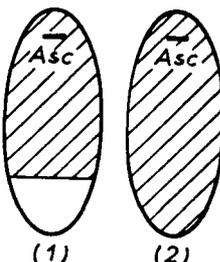
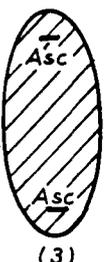
Dans le cas d'ouvrages exceptionnels tels que les piles de grande hauteur, il est recommandé d'utiliser des lois de comportement du béton prenant en compte un module de déformation plus réaliste, comme par exemple la loi de SARGIN décrite dans l'annexe 1 des règles B.P.E.L..

**Remarque** : Ce manuel ne traite pas de l'état-limite ultime de stabilité de forme (Art. A.4.4. du B.A.E.L.).

1.3.3.2. Dimensionnement

La section peut-être partiellement comprimée et partiellement tendue ou totalement comprimée suivant l'importance de l'effort normal vis-à-vis du moment de flexion.

Quatre cas se présentent :

CAS 1	CAS 2	CAS 3	CAS 4
			
Section partiellement tendue, partiellement comprimée Une nappe d'armatures tendues	Section partiellement tendue, partiellement comprimée Une nappe d'armatures tendues, une nappe d'armatures comprimées.	Section partiellement comprimée <sup>(1)</sup> ou entièrement comprimée <sup>(2)</sup> Une nappe d'armatures comprimées.	Section entièrement comprimée. Deux nappes d'armatures comprimées.
domaine 1 ou 2.1	limite des domaines 2.1. et 2.2.	domaine 2.2. ou 3	domaine 3

1.3.3.2.1. Limite des cas 2 et 3 - moment de référence  $M'_e$

a - définition du moment de référence  $M'_e$

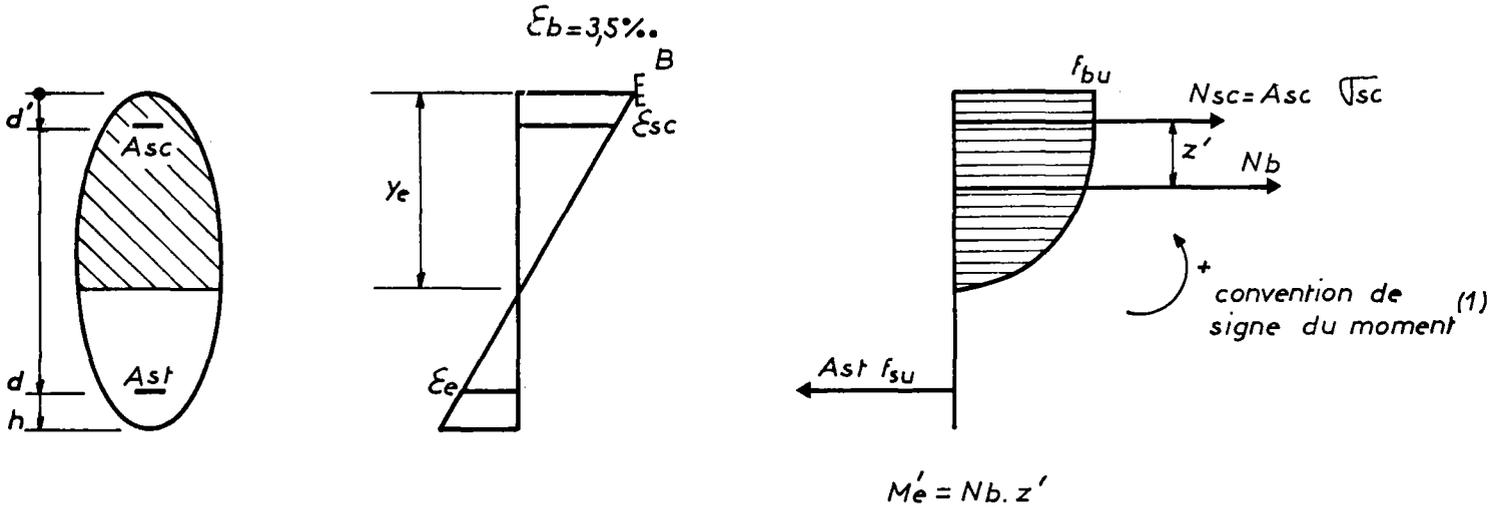
Le moment résistant du béton, correspondant au diagramme des déformations limites  $\epsilon_b = 3,5 \%$  et  $\epsilon_{st} = \epsilon_e$ , calculé par rapport au centre de gravité des armatures supérieures, est appelé moment de référence  $M'_e$ .

$$M'_e = N_b z' \quad \text{expression dans laquelle :}$$

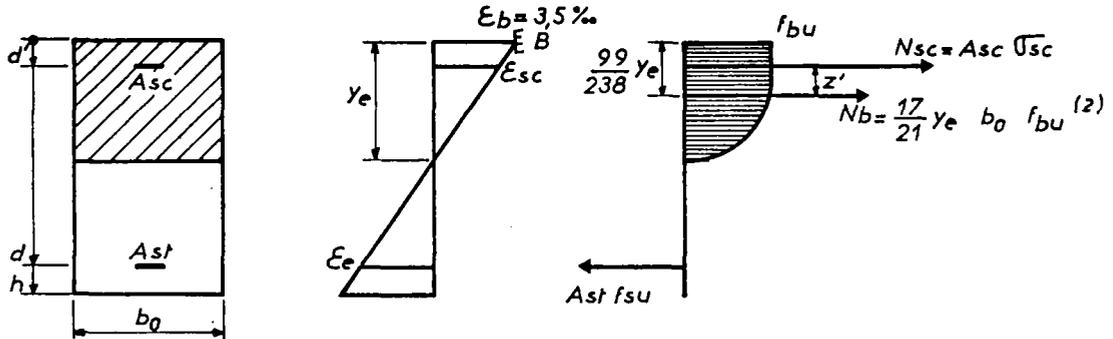
$N_b$  est l'effort normal de compression repris par le béton  
 $z'$  est la distance de l'effort normal  $N_b$  aux armatures comprimées  
 $N_b$  et  $z'$  se calculent par intégration.

(1) Dans ce cas, il faut mettre en place des armatures dans la zone tendue s'opposant au développement de la fissuration pour éviter d'avoir une section fragile.

(2) et (3) Dans ces cas, les dispositions constructives des pièces comprimées imposent un ferrailage minimum (Art. A.8.1.).



**b - Calcul de  $M_e'$  dans le cas d'une section rectangulaire**



$$M_e' = N_b z' = \frac{17}{21} y_e b_0 f_{bu} \left( \frac{99}{238} y_e - d' \right)$$

soit, en posant  $y_e = \alpha_e d$  :

$$M_e' = b_0 d^2 f_{bu} \alpha_e \left( \frac{33}{98} \alpha_e - \frac{17}{21} \frac{d'}{d} \right)$$

**c - Limite des cas 2 et 3**

Soit  $M_{UA}'$ , le moment appliqué à la section calculé par rapport au centre de gravité des armatures supérieures :

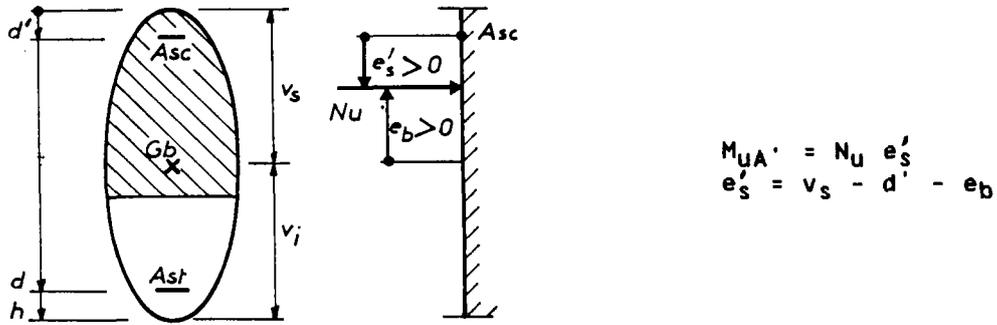
$M_{UA}' = N_u e_s'$

avec :

$N_u$  : effort normal de compression appliqué à la section  
 $e_s'$  : distance des armatures comprimées à l'effort normal  $N_u$

(1) le calcul du moment par rapport aux armatures comprimées s'effectue avec la convention de signe opposée à celle du calcul du moment par rapport aux armatures tendues de façon à obtenir toujours des quantités positives.

(2) cf § 1.1.3.1.b



$$M_{UA}' = N_U e'_s$$

$$e'_s = v_s - d' - e_b$$

En comparant le moment fléchissant extérieur  $M_{UA}'$  au moment de référence  $M_e'$ , il est possible de savoir dans quel domaine se situe le diagramme des déformations permettant d'équilibrer les sollicitations externes et internes.

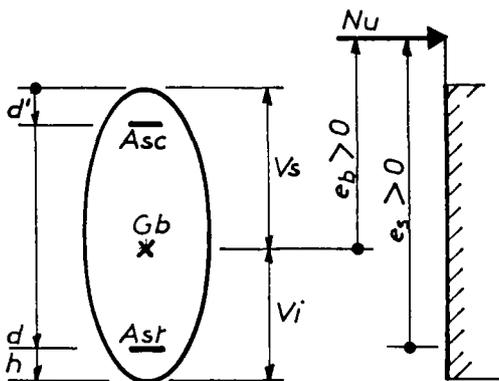
Si  $M_{UA}' < M_e'$  : Le moment résistant du béton  $M_e'$  est surabondant pour équilibrer le moment extérieur  $M_{UA}'$ . Le diagramme est situé dans les domaines 1 ou 2.1. Il est nécessaire de prévoir des armatures tendues (cas 1 ou 2) .

**Remarque** : Lorsque le point d'application de  $N_U$  est au-dessus des aciers comprimés,  $e'_s$  et  $M_{UA}'$  sont négatifs. Par conséquent, l'inégalité  $M_{UA}' < M_e'$  est nécessairement vérifiée (ce qui correspond aux cas 1 ou 2).

Si  $M_e' < M_{UA}'$  : le moment résistant du béton  $M_e'$  est insuffisant pour équilibrer le moment extérieur  $M_{UA}'$ . Il n'y a plus besoin d'armatures tendues. Le diagramme des déformations appartient aux domaines 2.2. ou 3 de manière à obtenir l'équilibre entre le moment résistant du béton calculé par rapport au centre de gravité des armatures supérieures et le moment extérieur  $M_{UA}'$ .

1.3.3.2.2. Cas 1 et 2 : la section comporte des armatures tendues ( $M_{UA}' < M_e'$ )

Ces cas se traitent de la même manière que celui d'une section sollicitée en flexion composée avec effort normal de traction (se reporter au § 1.3.2.b)

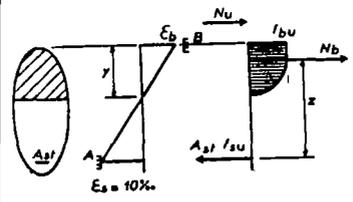
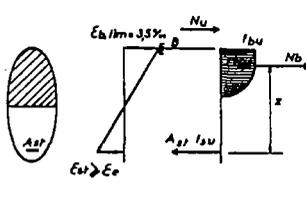
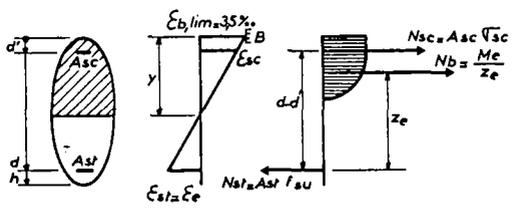


$A_{sc}$  = nappe d'armatures comprimées éventuelle

$$e_s = d - v_s + e_b$$

$M_{UA} = N_U e_s$  moment calculé par rapport aux armatures tendues.

Les mêmes raisonnements qu'au § 1.3.2.b conduisent aux résultats suivants :

CAS 1 $M_{UA} < M_e$ (1)		CAS 2 $M_{UA} > M_e$ (2)
$M_{UA} < M_{AB}$	$M_{AB} < M_{UA} < M_e$	On se fixe le diagramme des déformations à la limite des domaines 2.1 et 2.2
 <p style="text-align: center;">pivot A domaine 1</p>	 <p style="text-align: center;">pivot B domaine 2.1</p>	
$A_{st} = \frac{1}{f_{su}} \left( \frac{M_{UA}}{z} - Nu \right)$ <p>avec : <math>N_U &gt; 0</math> (compression)</p>		 $A_{sc} = \frac{M_{UA} - M_e}{\sigma_{sc} (d - d')}$ $A_{st} = \frac{1}{f_{su}} \left( \frac{M_e}{z_e} + A_{sc} \sigma_{sc} - N_U \right)$ <p>avec : <math>N_U &gt; 0</math> (compression)</p>

**Remarques :**

- les moments de référence  $M_{AB}$  et  $M_e$  sont définis au § 1.2.1.
- il est loisible d'utiliser le diagramme rectangulaire simplifié

**Exemple :**

Reprenons la section d'encastrement du fût de pile du chapitre 1 § 2.5.2.

1 - Dimensionnement des armatures longitudinales

Les caractéristiques des matériaux sont les suivantes :

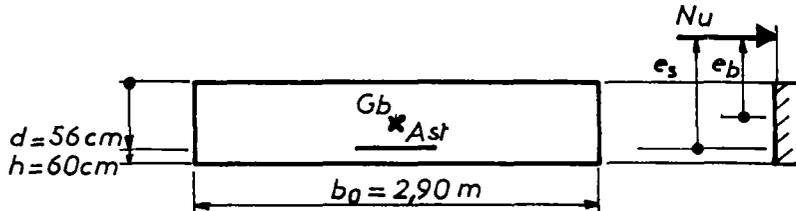
béton : $f_{c28} = 30$ MPa	$f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{1,5} = 17$ MPa
acier : Fe E 400 $f_e = 400$ MPa	$f_{su} = \frac{f_e}{1,15} = 347,8$ MPa

(1) si  $M_{UA}$  est proche de  $M_e$ , l'état-limite de compression du béton (état-limite de service) peut conduire à placer des armatures comprimées.

(2) si la valeur de  $M_{UA}$  est très importante, il peut être nécessaire de redimensionner le coffrage. D'autre part, l'état-limite de compression du béton peut-être prépondérant vis-à-vis des armatures comprimées.

Les sollicitations de calcul ont été déterminées au § 1.3.2.1.

$$\left| \begin{array}{l} M_U = 0,861 \text{ MN-m} \\ N_U = 1,414 \text{ MN} \end{array} \right. \quad e_b = \frac{M_U}{N_U} = \underline{0,609 \text{ m}}$$



$$e_s = e_b + d - \frac{h}{2} = 0,609 + 0,56 - \frac{0,60}{2} = \underline{0,869 \text{ m}}$$

Le point d'application de  $N_U$  étant à l'extérieur de la section, il est nécessaire de prévoir des armatures tendues (cf remarque du § 1.3.2.2.1.c).

$$M_{UA} = N_U e_s = 1,414 \times 0,869 = \underline{1,229 \text{ MN-m}}$$

$$\text{Le moment relatif } \mu_A = \frac{M_{UA}}{b_0 d^2 f_{bu}} = \underline{0,079}$$

$$\mu_A < \mu_{AB} < \mu_e \quad (0,079 < 0,186 < 0,392)$$

Par conséquent le diagramme des déformations est situé dans le domaine 1 (pivot A).

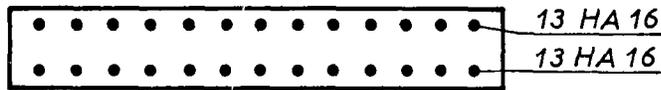
$$\beta = 1 - \sqrt{1 - 2\mu_A} = \underline{0,083}$$

$$z = d (1 - 0,5 \beta) = 0,56 (1 - 0,5 \times 0,083) = \underline{0,537 \text{ m}}$$

$$A_{st} = \frac{1}{f_{su}} \left( \frac{M_{UA}}{z} - N_U \right) = \frac{10^4}{347,8} \left( \frac{1,229}{0,537} - 1,414 \right) = \underline{25,2 \text{ cm}^2}$$



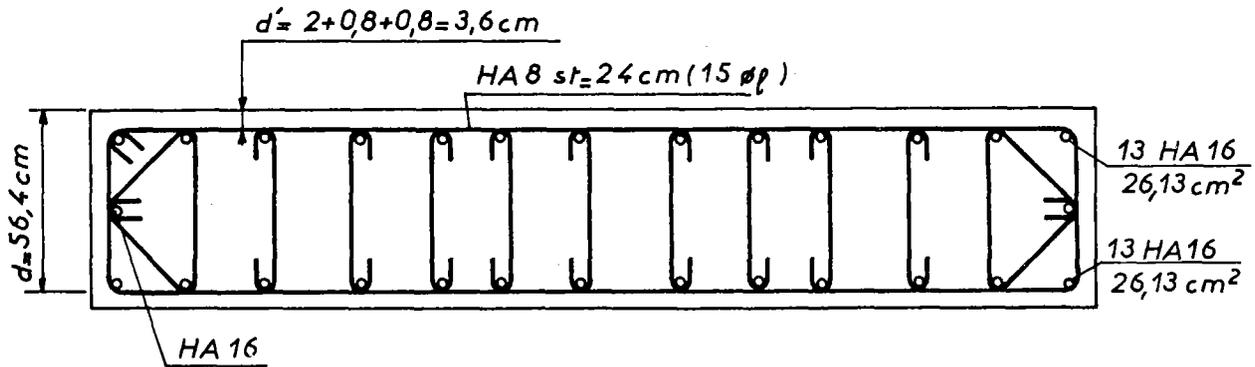
En effectuant des calculs similaires avec les six autres combinaisons fondamentales du chapitre 1 § 2.5.2., on vérifie que la combinaison C5 étudiée donne la section d'acier maximale. Les deux combinaisons accidentelles correspondant au choc latéral donnent une section d'acier un peu inférieure, mais placée sur la face opposée. C'est pourquoi la même section d'acier est disposée sur les deux faces, ce qui permet de tenir compte également des combinaisons avec variation de température positive et effort de freinage dans l'autre sens.



L'étude de la flexion dans l'autre direction (effet du vent avec les combinaisons fondamentales et du choc frontal avec les combinaisons accidentelles) donne le ferrailage suivant :



On aboutit au ferrailage d'exécution suivant :

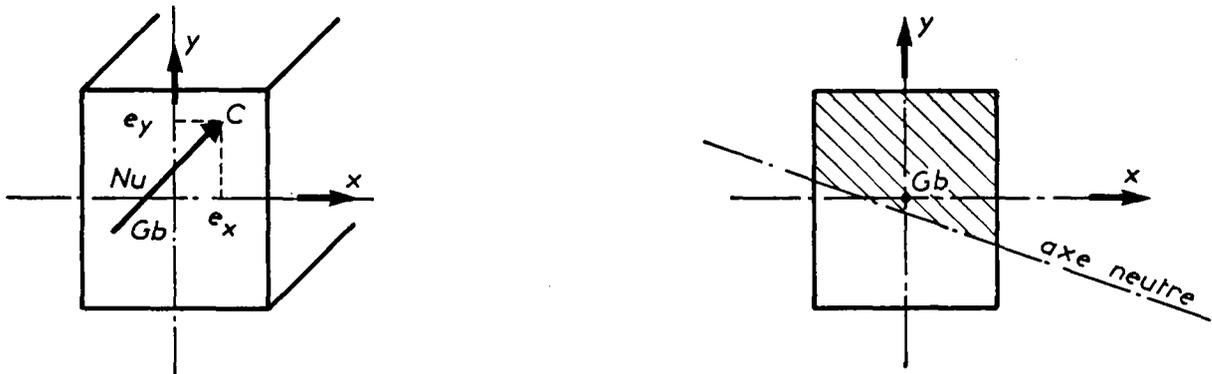


Ce ferrailage est obtenu par excès. Il est possible de le réduire très légèrement en tenant compte de la participation des aciers comprimés (1).

**Remarques :**

1) Il est rappelé qu'une telle section peut, suivant les différentes combinaisons, se trouver dans l'un des quatre cas visés au § 1.3.3.2. Le ferrailage à mettre en oeuvre doit être déterminé en conséquence sans oublier de tenir compte des dispositions constructives, de la condition de non-fragilité et de l'incidence des états-limites de service.

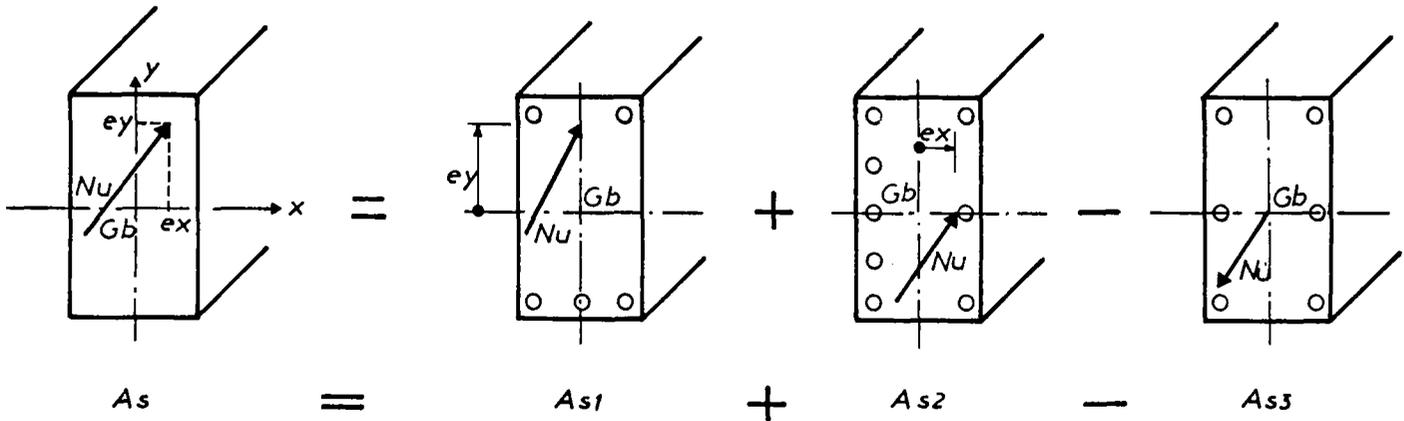
2) La méthode exposée précédemment est applicable aux sections soumises à la flexion composée déviée.



(1) La section des armatures comprimées peut être prise en compte dans les calculs de résistance à condition qu'elles soient ligaturées tous les 15 diamètres. Les armatures longitudinales de diamètre supérieur ou égal à 20 mm doivent être obligatoirement ligaturées.

Mais les calculs manuels, même pour des sections rectangulaires, deviennent plus compliqués.

Il est possible de faire un calcul approché suivant les deux directions principales. On décompose le moment suivant les axes principaux d'inertie de la section. On se ramène ainsi à deux cas simples de flexion composée et à un cas de traction simple :



Cette méthode n'est que très approximative et doit obligatoirement être suivie par une vérification.

En pratique, on a souvent recours à des programmes automatiques. Dans un tel cas, on commence par placer le ferrailage minimal (condition de non-fragilité ou dispositions constructives) et on complète le ferrailage jusqu'à ce que les déformations limites  $\epsilon_{p,lim}$  et  $\epsilon_{st,lim}$  soient satisfaites, car ces programmes sont en général des programmes vérificateurs. C'est par exemple le cas du programme C.D.S. développé au S.E.T.R.A. qui permet de traiter des sections de forme quelconque.

2 - Dispositions constructives et en particulier, dispositions relatives aux éléments comprimés (Art. A.8.1)

La section pouvant être, soit partiellement comprimée, soit totalement comprimée, il est nécessaire d'appliquer les dispositions constructives des pièces fléchies et des pièces comprimées.

- Le long de chaque paroi, il faut placer au moins 4 cm<sup>2</sup> d'acier par mètre linéaire. On a :

le long du grand côté :	9,01 cm <sup>2</sup> /ml	> 4 cm <sup>2</sup> /ml
le long du petit côté :	10,05 cm <sup>2</sup> /ml	

- Il faut vérifier le pourcentage d'armatures longitudinales :

$$\frac{0,2}{100} \leq \frac{A_{sc}}{B_c} \leq \frac{5}{100}$$

$$\frac{A_{sc}}{B_c} = \frac{56,3}{17400} = \frac{0,324}{100}$$

$B_c$  est l'aire de béton comprimé. Bien que pour la combinaison C5 étudiée, la section soit partiellement tendue,  $B_c$  représente l'aire totale de la section car on peut montrer que pour la plupart des combinaisons envisageables, la section est entièrement comprimée. L'aire des armatures comprimées  $A_{sc}$  est alors la totalité des armatures présente de la section.

- Si  $a$  représente le petit côté du rectangle ( $a = 60$  cm), l'espacement des armatures longitudinales  $e$  doit vérifier sur chaque face :

$$e < \text{Minimum} \quad \left| \begin{array}{l} a + 10 \text{ cm} = 70 \text{ cm} \\ \underline{40 \text{ cm}} \end{array} \right.$$

On a :

sur le grand côté :  $e = 23,6$  cm

sur le petit côté :  $e = 26,4$  cm

- Le diamètre des armatures transversales  $\Phi_t$  doit vérifier la condition :

$$\Phi_t > \frac{\Phi_1}{3} = \frac{16}{3} = 5,3 \text{ mm}$$

où  $\Phi_1$  est le diamètre des armatures longitudinales.

- Toutes les armatures longitudinales comprimées prises en compte dans les calculs doivent être ligaturées au moins tous les 15 diamètres.

L'espacement des armatures transversales  $s_t$  doit vérifier la condition :

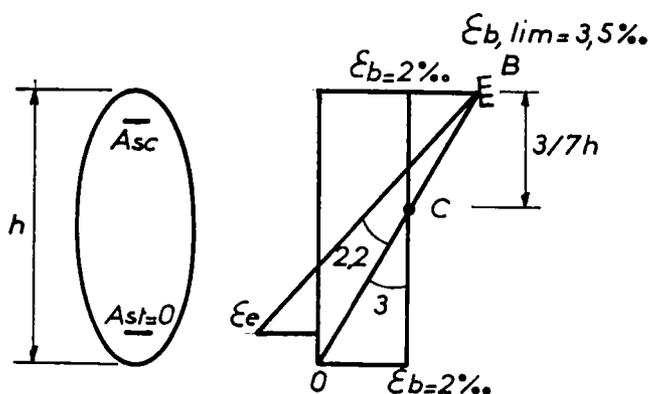
$$s_t < \text{minimum} \quad \left| \begin{array}{l} 15 \Phi_1 = \underline{24 \text{ cm}} \\ 40 \text{ cm} \\ a + 10 \text{ cm} = 70 \text{ cm} \end{array} \right.$$

Ces dispositions constructives ne dispensent pas d'effectuer les justifications des armatures transversales vis-à-vis de l'effort tranchant, sans oublier la couture des recouvrements (Art. A.6.1,23.), en particulier au pied du fût de pile à la liaison avec la semelle de fondation .

Remarque : Dans le cas d'une section en T partiellement comprimée, on peut se ramener, comme en flexion simple, au calcul d'une section rectangulaire en utilisant, comme loi de comportement du béton, le diagramme rectangulaire simplifié.

1.3.3.2.3. Cas 3 et 4 - la section comporte une nappe supérieure d'armatures comprimées, éventuellement une nappe inférieure d'armatures comprimées ( $M_{UA'} > M'_e$ )

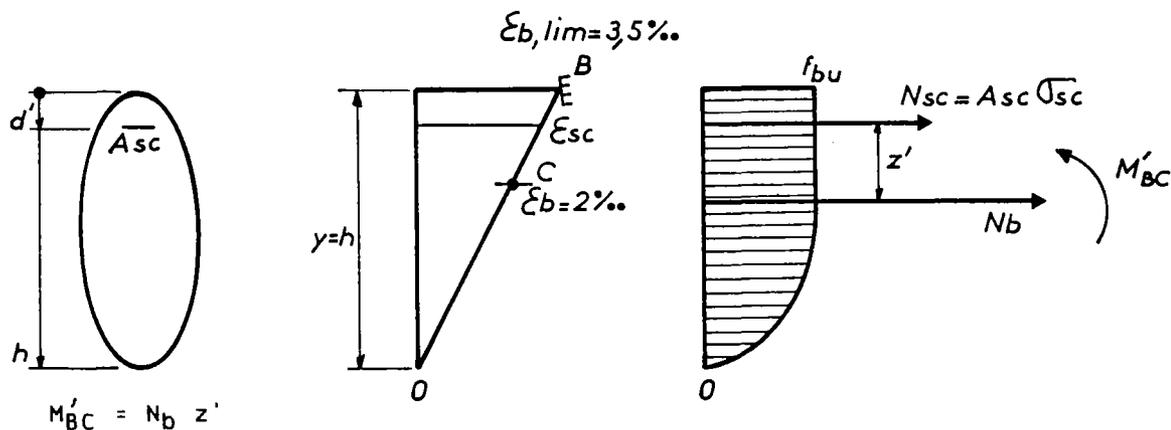
a - Moments de référence  $M'_{BC}$  et  $M'_{2\%}$



Lorsque  $M_{UA'} > M'_e$ , le diagramme des déformations est, soit situé dans le domaine 2.2. (pivot B), soit situé dans le domaine 3 (pivot C). On est donc amené à définir deux moments de référence.

- moment de référence  $M'_{BC}$

Lorsque le diagramme des déformations est à la limite des domaines 2.2. et 3 (pivots B et C), le moment résistant du béton, calculé par rapport au centre de gravité des armatures supérieures, est appelé moment de référence  $M'_{BC}$  :



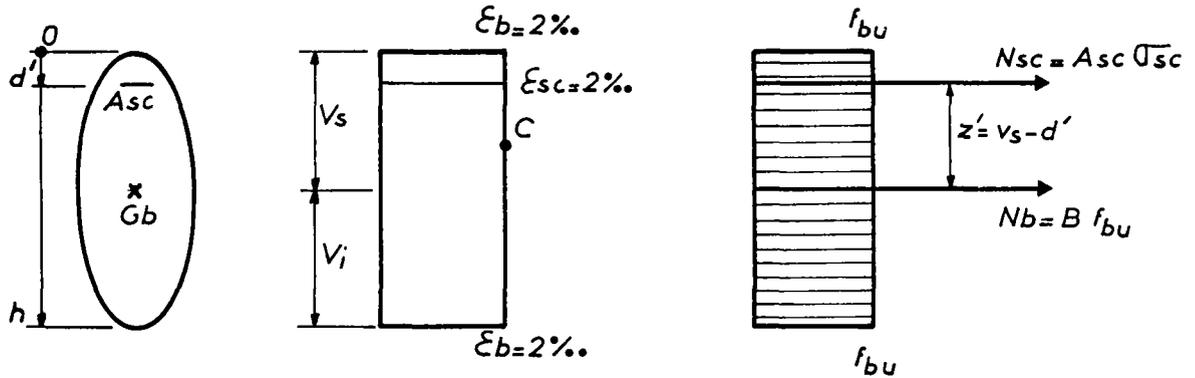
Dans le cas d'une section rectangulaire (cf § 1.1.3.1.b), on obtient

$$N_b = \frac{17}{21} b_0 h f_{bu} \quad \text{et} \quad z' = \frac{99}{238} h - d'$$

$$M'_{BC} = b_0 h^2 f_{bu} \left( \frac{33}{98} - \frac{17}{21} \frac{d'}{h} \right)$$

- Moment de référence  $M'_{2\%}$

Lorsque la section est déformée uniformément à 2 ‰, le moment résistant du béton, calculé par rapport au centre de gravité des armatures supérieures, est appelé moment de référence  $M'_{2\%}$ . C'est la valeur maximale du moment que peut prendre le béton seul.



$$M'_{2L} = N_b z' \quad \text{avec} \quad \begin{cases} N_b = B f_{bu} \\ z' = v_s - d' \end{cases}$$

Dans le cas d'une section rectangulaire, on obtient :

$$N_b = b_0 h f_{bu} \quad \text{et} \quad z' = \frac{h}{2} - d'$$

$$M'_{2L} = b_0 h^2 f_{bu} \left( \frac{1}{2} - \frac{d'}{h} \right)$$

**b - Cas 3 : la section comporte seulement une nappe d'armatures comprimées supérieure ( $M'_e < M_{UA'} < M'_{2L}$ )**

Lorsque  $M'_e < M_{UA'} < M'_{2L}$ , il est possible de trouver un diagramme des déformations dans le domaine 2.2. ou le domaine 3, de telle manière que le moment résistant du béton, calculé par rapport au centre de gravité des armatures comprimées, équilibre seul le moment extérieur  $M_{UA'}$ . Deux cas se présentent :

$M'_e < M_{UA'} < M'_{BC}$ domaine 2.2	$M'_{BC} < M_{UA'} < M'_{2L}$ domaine 3
<p>diagramme des déformations dans le domaine 2.2. et diagramme des contraintes correspondant tel que</p> $M_{UA'} = N_b z'$ $\epsilon_{sc} = 3,5 \text{ ‰} \left( 1 - \frac{d'}{y} \right)$	<p>Diagramme des déformations dans le domaine 3 et diagramme des contraintes tel que <math>M_{UA'} = N_b z'</math></p> $\epsilon_{sc} = 2 \text{ ‰} \frac{y - d'}{y - 3/7 h}$

Dans les deux cas, l'équilibre des efforts normaux permet d'obtenir la section des armatures comprimées :

$$N_U = N_b + N_{sc} \quad \text{soit :}$$

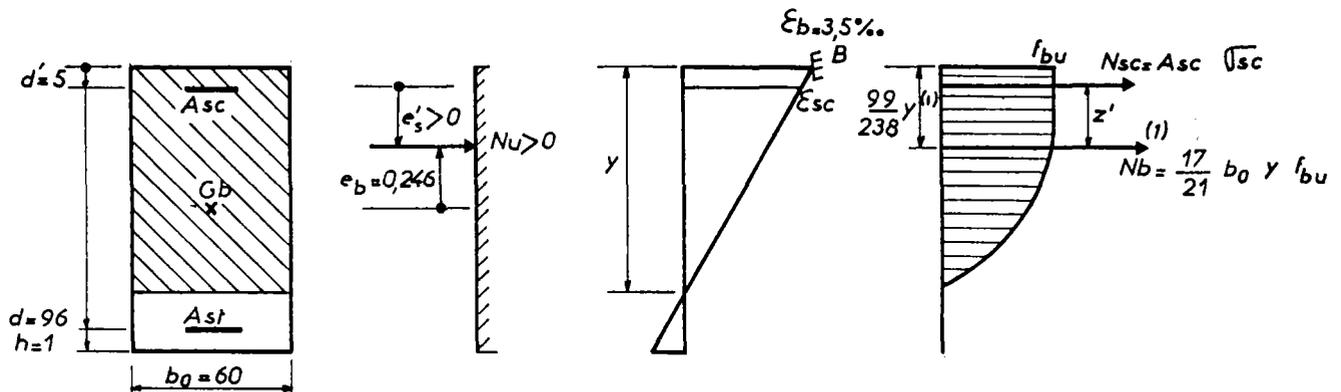
$$A_{sc} = \frac{N_U - N_b}{\sigma_{sc}}$$

**Attention** : Si la valeur de  $A_{sc}$  est négative, il n'y a pas besoin d'armatures pour équilibrer les sollicitations extérieures. Il faut néanmoins placer le pourcentage minimal d'armatures prévu à l'article A.8.1. pour respecter les dispositions concernant les pièces comprimées. Dans le cas où le diagramme des déformations et dans le domaine 2.2., il faut de plus vérifier la condition de non-fragilité (cf § 3.1.). D'autre part, la section doit comporter les armatures de peau prévues à l'article A.8.3. du B.A.E.L..

Exemple d'une section rectangulaire

1 - Considérons la section du § 1.3.1., soumise aux sollicitations suivantes (y compris les effets du second ordre) :

$$\left| \begin{array}{l} M_U = 1,6 \text{ MN-m} \\ N_U = 6,5 \text{ MN} \end{array} \right. \quad \text{excentricité } e_b = \frac{M_U}{N_U} = \underline{0,246 \text{ m}}$$



$$e'_s = \frac{h}{2} - d' - e_b = \frac{1}{2} - 0,05 - 0,246 = 0,204 \text{ m}$$

Le moment calculé par rapport aux armatures supérieures vaut :

$$M_{UA'} = N_U e'_s = 6,5 \times 0,204 = \underline{1,326 \text{ MN-m}}$$

(1) cf § 1.1.3.1.b.

Comparons  $M_{UA}'$  aux moments de référence  $M_e'$ ,  $M_{BC}'$  et  $M_{2Z}'$ .

$$M_e' = b_0 d^2 f_{bu} \alpha_e \left( \frac{33}{98} \alpha_e - \frac{17}{21} \frac{d'}{d} \right)$$

$$M_e' = 0,60 \times (0,96)^2 \times 17 \times 0,668 \left( \frac{33}{98} \times 0,668 - \frac{17}{21} \frac{0,05}{0,96} \right)$$

$$M_e' = \underline{1,148} \text{ MN-m}$$

$$M_{BC}' = b_0 h^2 f_{bu} \left( \frac{33}{98} - \frac{17}{21} \frac{d'}{h} \right)$$

$$M_{BC}' = 0,6 \times (1)^2 \times 17 \left( \frac{33}{98} - \frac{17}{21} \times \frac{0,05}{1} \right) = \underline{3,022} \text{ MN-m}$$

$$M_{2Z}' = b_0 h^2 f_{bu} \left( \frac{1}{2} - \frac{d'}{h} \right) = 0,6 \times (1)^2 \times 17 \left( \frac{1}{2} - \frac{0,05}{1} \right)$$

$$M_{2Z}' = \underline{4,590} \text{ MN-m}$$

Nous avons :

$$M_e' < M_{UA}' < M_{BC}' < M_{2Z}'$$

$$1,148 < 1,326 < 3,022 < 4,590$$

domaine 2.2 pivot B

une nappe supérieure d'armatures comprimées.

L'équilibre des moments par rapport aux armatures comprimées donne une équation du second degré en  $y$  :

$$M_{UA}' = N_b z' = \frac{17}{21} b_0 y f_{bu} \left( \frac{99}{238} y - d' \right)$$

La solution positive de l'équation vaut :

$$y = \frac{119}{99} \left( d' + \sqrt{d'^2 + \frac{594}{289} \frac{M_{UA}'}{b_0 f_{bu}}} \right)$$

$$y = \frac{119}{99} \left[ 0,05 + \sqrt{(0,05)^2 + \frac{594 \times 1,326}{289 \times 0,60 \times 17}} \right] = \underline{0,684} \text{ m}$$

$$\epsilon_{sc} = 3,5 \text{ ‰} \left( 1 - \frac{d'}{y} \right) = 3,5 \text{ ‰} \left( 1 - \frac{0,05}{0,684} \right) = 3,24 \text{ ‰}$$

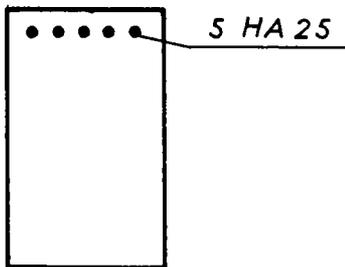
$$\epsilon_{sc} > \epsilon_e \quad (3,24 \text{ ‰} > 1,74 \text{ ‰}) \text{ donc } \sigma_{sc} = f_{su} = \underline{347,8} \text{ MPa}$$

L'équilibre des efforts normaux s'écrit :

$$N_U = A_{sc} f_{su} + N_b \quad \text{soit :}$$

$$A_{sc} = \frac{N_U - N_b}{f_{su}} = \frac{1}{f_{su}} \left( N_U - \frac{17}{21} b_0 y f_{bu} \right)$$

$$A_{sc} = \frac{10\,4}{347,8} \left( 6,5 - \frac{17}{21} \times 0,60 \times 0,684 \times 17 \right) = \underline{24,5} \text{ cm}^2$$



Il y a lieu de placer des armatures dans la zone tendue et respecter les dispositions constructives des pièces comprimées dans la zone comprimée.

2 - La même section est cette fois-ci soumise aux sollicitations suivantes (y compris les effets du second ordre) :

$$\begin{cases} M_U = 0,91 \text{ MN-m} \\ N_U = 9,8 \text{ MN} \end{cases} \quad \text{excentricité } e_b = \frac{M_U}{N_U} = \underline{0,093} \text{ m}$$

$$e'_s = \frac{h}{2} - d' - e_b = \frac{1}{2} - 0,05 - 0,093 = \underline{0,357} \text{ m}$$

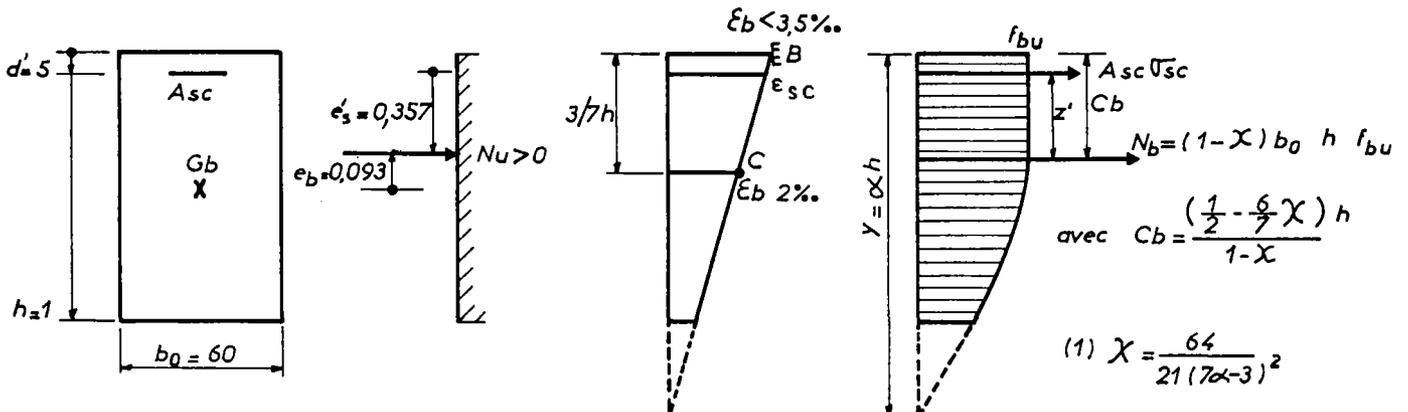
$$M_{UA}' = N_U e'_s = 9,8 \times 0,357 = \underline{3,499} \text{ MN-m}$$

$$M'_e < M'_{BC} < M_{UA}' < M'_2 \text{ L}$$

$$1,148 < 3,022 < 3,499 < 4,590$$

domaine 3 pivot C

Une nappe supérieure d'armatures comprimées.



En écrivant l'équilibre des moments par rapport aux armatures comprimées, on obtient une équation du premier degré en  $\chi$  :

$$M_{UA'} = N_b z' = (1 - \chi) b_0 h f_{bu} \left( \frac{1 - \frac{6}{7}}{1 - \chi} h - d' \right)$$

soit :

$$\chi = \frac{\frac{1}{2} - \frac{d'}{h} - \frac{M_{UA'}}{b_0 h^2 f_{bu}}}{\frac{6}{7} - \frac{d'}{h}}$$

$$\chi = \frac{\frac{1}{2} - \frac{0,05}{1} - \frac{3,499}{0,6 \times (1)^2 \times 17}}{\frac{6}{7} - \frac{0,05}{1}} = \underline{0,1325}$$

De l'équation (1), on tire  $\alpha$  :

$$\alpha = \frac{3 + \frac{64}{21 \chi}}{7} = \frac{3 + \frac{64}{21 \times 0,1325}}{7} = \underline{1,114}$$

En tenant compte de la linéarité du diagramme des déformations, on obtient :

$$\epsilon_{sc} = \frac{\alpha - \frac{d'}{h}}{\alpha - \frac{3}{7}} 2 \text{ ‰} = \frac{1,114 - \frac{0,05}{1}}{1,114 - \frac{3}{7}} \times 2 \text{ ‰} = 3,10 \text{ ‰}$$

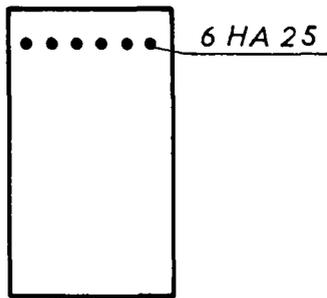
$$\epsilon_{sc} > \epsilon_e (3,10 \text{ ‰} > 1,74 \text{ ‰}) \text{ donc } \sigma_{sc} = f_{su} = \underline{347,8 \text{ MPa}}$$

L'équilibre des efforts normaux s'écrit :

$$N_u = A_{sc} f_{su} + N_b = A_{sc} f_{su} + (1 - \chi) b_0 h f_{bu}$$

$$A_{sc} = \frac{N_u - (1 - \chi) b_0 h f_{bu}}{f_{su}}$$

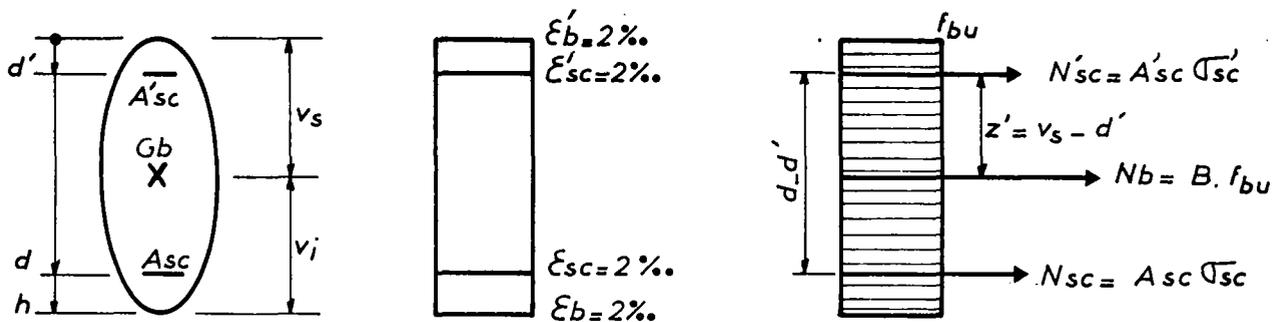
$$A_{sc} = \frac{10^4}{347,8} \left[ 9,8 - (1 - 0,1325) \times 0,6 \times 1 \times 17 \right] = \underline{27,4 \text{ cm}^2}$$



Il y a lieu d'appliquer les dispositions constructives des pièces comprimées.

c - Cas 4 : la section comporte deux nappes d'armatures comprimées ( $M_{UA'} > M'_{2\%}$ ).

Le moment résistant maximal du béton  $M'_{2\%}$  est insuffisant pour équilibrer le moment extérieur  $M_{UA'}$ . Il est nécessaire de prévoir une deuxième nappe d'armatures comprimées inférieure (1).



On s'impose un diagramme des déformations uniforme à 2 % correspondant au moment résistant maximal du béton  $M'_{2\%}$ .

$\sigma_{sc}$  et  $\sigma'_{sc}$  sont les contraintes dans l'acier pour un raccourcissement relatif 2 %. ( $\sigma_{sc} = \sigma'_{sc}$  lorsque les aciers sont de même type).

La nappe d'armature inférieure  $A_{sc}$  reprend le complément de moment (calculé par rapport au centre de gravité des armatures supérieures) :

$$A_{sc} \sigma_{sc} (d-d') = M_{UA'} - M'_{2\%}$$

soit 
$$A_{sc} = \frac{M_{UA'} - M'_{2\%}}{\sigma_{sc} (d-d')}$$

L'équilibre des efforts normaux permet d'obtenir la valeur de  $A'_{sc}$   
 $N_u = N_b + A_{sc} \sigma_{sc} + A'_{sc} \sigma'_{sc}$

soit : 
$$A'_{sc} = \frac{N_u - N_b - A_{sc} \sigma_{sc}}{\sigma'_{sc}}$$

(1) si le calcul conduit à des quantités excessives d'armatures, il faut redimensionner le coffrage.

Exemple d'une section rectangulaire

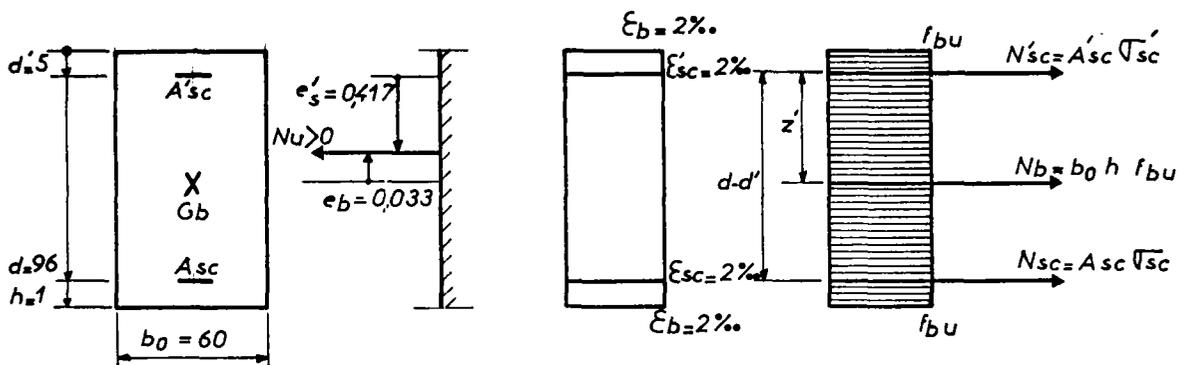
La section du § 1.3.1. est soumise aux sollicitations suivantes (y compris les effets du second ordre).

$$\left\{ \begin{array}{l} M_U = 0,40 \text{ MN-m} \quad \text{excentricité } e_b = \frac{M_U}{N_U} = \underline{0,033} \text{ m} \\ N_U = 12 \text{ MN} \end{array} \right.$$

$$e'_s = \frac{h}{2} - d' - e_b = \frac{1}{2} - 0,05 - 0,033 = \underline{0,417} \text{ m}$$

$$M_{UA'} = N_U e'_s = 12 \times 0,417 = \underline{5,004} \text{ MN-m}$$

$$\left. \begin{array}{l} M_{2\%}^{(1)} < M_{UA'} \\ 4,590 < 5,004 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{raccourcissement relatif uniforme } 2\% \\ \text{2 nappes d'armatures comprimées} \end{array}$$

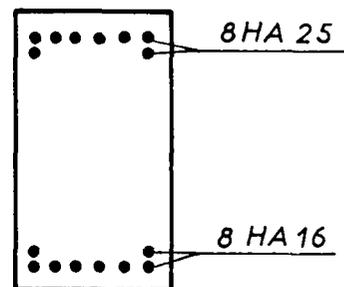


$$\epsilon_{sc} = \epsilon'_{sc} > \epsilon_e \quad (2\text{‰} > 1,74\text{‰}) \quad \text{donc } \sigma_{sc} = \sigma'_{sc} = f_{su}$$

$$A_{sc} = \frac{M_{UA'} - M_{2\%}}{\sigma_{sc} (d - d')} = \frac{(5,004 - 4,59) \times 10^4}{347,8 (0,96 - 0,05)} = \underline{13,4} \text{ cm}^2$$

$$A'_{sc} = \frac{N_U - N_b - A_{sc} \sigma_{sc}}{\sigma'_{sc}}$$

$$A'_{sc} = \frac{12 - (0,6 \times 1 \times 17) - 13,4 \times 10^{-4} \times 347,8}{347,8} \times 10^4 = \underline{38,4} \text{ cm}^2$$



(1) cf exemple précédent

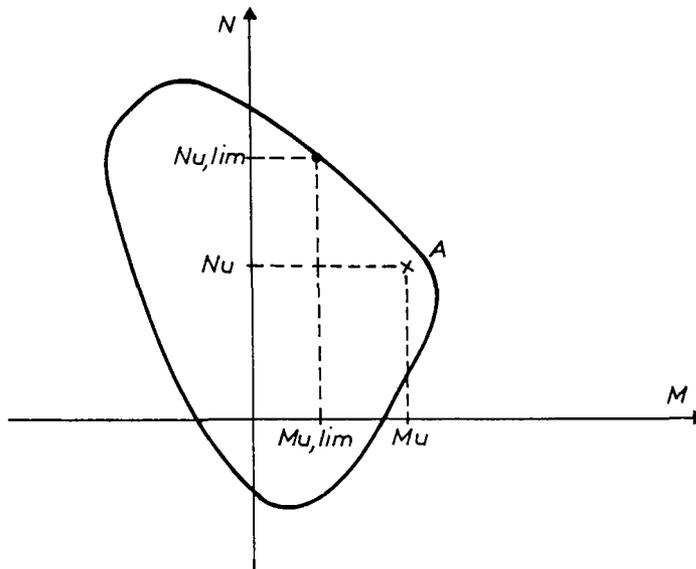
#### 1.4. Vérification d'une section à l'E.L.U. (flexion simple ou composée)

##### 1.4.1. Utilisation des méthodes de dimensionnement

Le coffrage, le ferrailage et les caractéristiques des matériaux étant connus, on veut vérifier que la pièce est à même de résister aux sollicitations appliquées  $M_u$  et  $N_u$ . En général, il est plus rapide, sauf si on dispose d'abaques ou d'un programme automatique, de redimensionner les sections à partir des méthodes exposées aux paragraphes précédents.

##### 1.4.2. Utilisation du domaine de résistance (diagramme d'interaction)

A une section parfaitement définie : coffrage, armatures, caractéristiques des matériaux, il est possible d'associer un domaine de résistance. En effet, pour chaque position d'un diagramme des déformations passant par l'un des trois pivots, correspondant un diagramme des contraintes, donc un couple de sollicitations résistantes  $N_{u,lim}$  et  $M_{u,lim}$ . L'ensemble de ces couples constituent une courbe d'interaction délimitant le domaine de résistance de la section (voir commentaire \* de l'article A.4.3,1.)



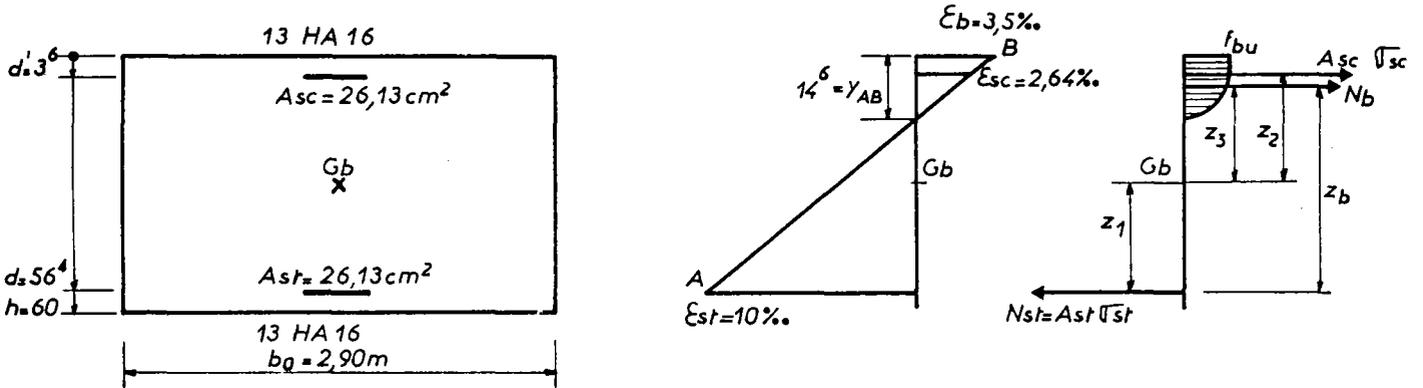
Si la section est soumise aux sollicitations  $(M_u, N_u)$ , il suffit de s'assurer que le point  $A$  représentatif est à l'intérieur de la courbe d'interaction. Si le point  $A$  est placé sur la courbe, l'E.L.U. de résistance de la section est atteint.

Il existe un certain nombre d'abaques d'interaction, tels que par exemple les abaques de flexion composée de décembre 1982 réalisés et diffusés par le Département des Ouvrages d'Art du S.E.T.R.A.. Ils sont tracés en général pour des sections rectangulaires ou circulaires. Ils permettent une vérification rapide des sections.

##### Exemple :

Le ferrailage de la section d'encastrement de la pile a été déterminé au § 1.3.2.2.2. pour la combinaison fondamentale à l'E.L.U. à priori la plus défavorable. Il s'agit de vérifier que les couples  $(M_u, N_u)$ , correspondant à l'ensemble des combinaisons fondamentales envisageables, sont situés dans le domaine de résistance.

La courbe d'interaction est obtenue en calculant les sollicitations résistantes ( $M_{U,lim}$ ,  $N_{U,lim}$ ) pour chaque diagramme de déformation de la section passant par l'un des trois pivots. Par exemple, calculons les sollicitations résistantes correspondant à la limite des domaines 1 et 2(1). La réduction des sollicitations est effectuée au niveau du centre de gravité  $G_b$  du béton seul.



A la déformation des armatures tendues 10 ‰, correspond la contrainte :

$$\sigma_{st} = f_{su} = \underline{347,8 \text{ MPa}}$$

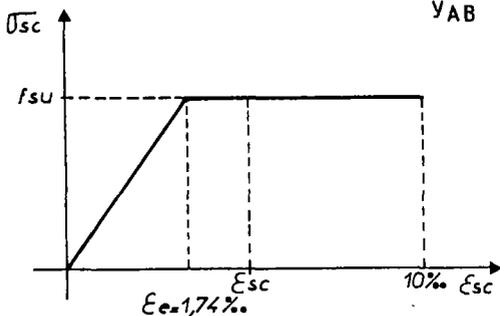
$$N_{st} = A_{st} f_{su} = 26,13 \times 10^{-4} \times 347,8 = \underline{0,909 \text{ MN}}$$

$$z_1 = d - \frac{h}{2} = 0,564 - \frac{0,60}{2} = \underline{0,264 \text{ m}}$$

Le diagramme des déformations étant fixé, on détermine :

$$y_{AB} = \frac{3,5 \text{ ‰}}{10 \text{ ‰} + 3,5 \text{ ‰}} d = \alpha_{AB} d = 0,259 \times 0,564 = \underline{0,146 \text{ m}}$$

$$\epsilon_{sc} = 3,5 \text{ ‰} \left(1 - \frac{d'}{y_{AB}}\right) = \underline{2,64 \text{ ‰}}$$



$$\epsilon_{sc} > \epsilon_e \text{ donc } \sigma_{sc} = f_{su}$$

$$N_{sc} = A_{sc} f_{su} = \underline{0,909 \text{ MN}}$$

$$z_2 = \frac{h}{2} - d' = \underline{0,264 \text{ m}}$$

(1) Le calcul est effectué ici en négligeant les armatures placées parallèlement aux petits côtés.

En utilisant le diagramme parabole-rectangle correspondant à la limite des domaines 1 et 2, on obtient (voir § 1.1.3.1. b) :

$$N_{bc} = \frac{17}{21} y_{AB} b_0 f_{bu} = \frac{17}{21} \times 0,146 \times 2,90 \times 17 = \underline{5,836 \text{ MN}}$$

$$z_b = d - \frac{99}{238} y_{AB} = 0,564 - \frac{99}{238} \times 0,146 = \underline{0,503 \text{ m}}$$

$$z_3 = z_b - \left(d - \frac{h}{2}\right) = 0,503 - 0,264 = \underline{0,239 \text{ m}}$$

L'effort normal résistant vaut :

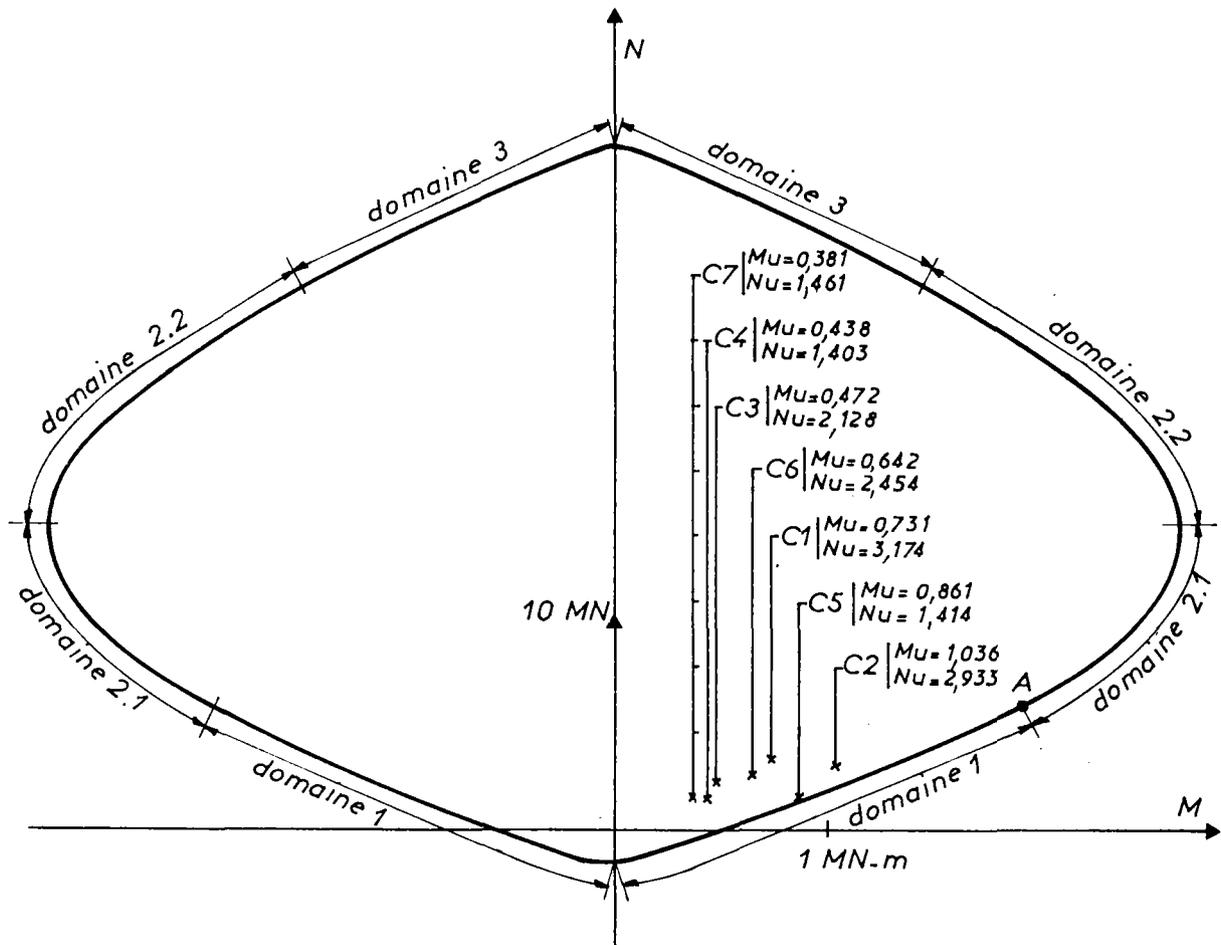
$$N_u = N_b + N_{sc} - N_{st} = 5,836 + 0,909 - 0,909 = \underline{5,836 \text{ MN}}$$

Le moment fléchissant résistant réduit en  $G_b$  vaut :

$$M_u = N_{st} z_1 + N_{sc} z_2 + N_b z_3 = \underline{1,875 \text{ MN-m}}$$

Le couple obtenu ( $M_u, \text{lim}$ ,  $N_u, \text{lim}$ ) est représenté par le point A sur la figure ci-dessous.

En effectuant les calculs pour l'ensemble des déformations limites, on obtient la courbe d'interaction suivante :



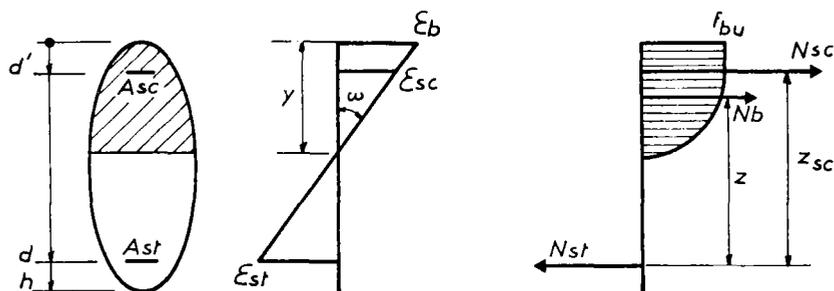
Ce domaine est symétrique, compte-tenu de la symétrie du ferrailage.

Les points représentatifs des sollicitations de calcul, correspondant aux combinaisons C1 à C7, sont bien situés à l'intérieur du domaine de résistance.

1.4.3. Vérification par un calcul itératif

Il est possible également de rechercher par itérations successives le diagramme des déformations assurant l'équilibre des efforts internes et externes. C'est généralement la méthode utilisée par les programmes automatiques tels que le programme C.D.S. :

En effet, à partir d'un diagramme arbitraire des déformations de la section (on se fixe  $y$  et  $\epsilon_b$ ), et le diagramme des contraintes correspondant, il est possible de calculer les efforts internes :



effort normal interne :  $N_b + N_{sc} - N_{st}$

moment de flexion interne par rapport au centre de gravité des armatures tendues :  $N_{sc} z_{sc} + N_b z$

L'équilibre de la section est atteint lorsque ces efforts internes sont égaux aux efforts externes ( $N_U$  et  $M_{UA}$ ). Pour une valeur "y" donnée, on fait varier  $\epsilon_b$  : si l'équilibre n'est pas atteint, on recommence avec une nouvelle valeur de "y" ...

On vérifie alors :

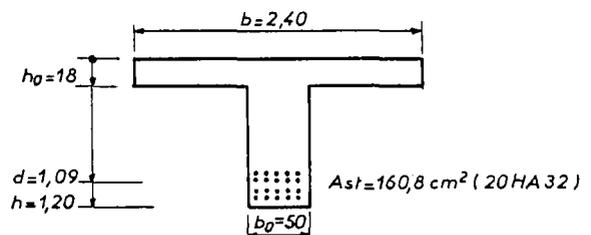
- $\epsilon_b < 3,5 \%$  sur les fibres extrêmes
- $\epsilon_{st} < 10 \%$  au niveau des armatures tendues
- $\epsilon_b < 2 \%$  au  $3/7 h$  à partir de la fibre la plus comprimée (pivot C) dans le cas de la flexion composée avec effort normal de compression.

1.4.4. Exemple d'une section en T sollicitée en flexion simple

a - Données

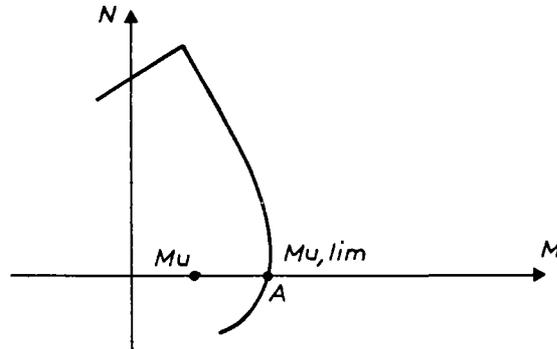
matériaux : - béton  $f_{c28} = 20$  MPa  
 ----- - acier Fe E 400

sollicitation :  $M_U = 5,435$  MN-m  
 -----



b - Méthode de calcul

Nous allons rechercher sur le diagramme d'interaction le point A, c'est-à-dire la valeur de  $M_{u,lim} > 0$  telle que  $N_{u,lim} = 0$ .

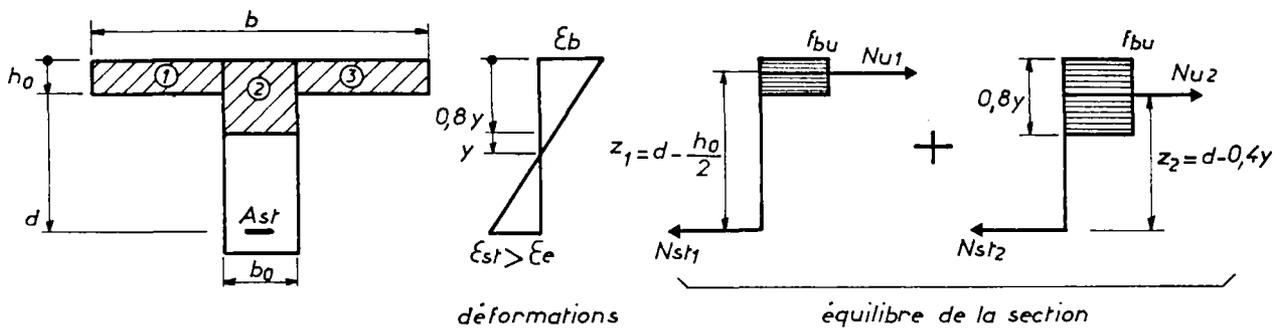


Il suffit ensuite de vérifier l'inégalité :  $M_u < M_{u,lim}$ , ce qui signifie que le point de coordonnées  $(M_u, 0)$  est bien à l'intérieur du domaine de résistance.

c - Hypothèses (à contrôler à posteriori)

Supposons que l'on ait :

- $\epsilon_{st} > \epsilon_e$  par conséquent  $\sigma_{st} = f_{su}$
- $0,8 y > h_0$  par conséquent le béton de la nervure intervient dans les calculs.



$$N_{st} = N_{st1} + N_{st2} = A_{st} f_{su}$$

$$N_{u1} = (b - b_0) h_0 f_{bu}$$

$$N_{u2} = b_0 0,8 y f_{bu}$$

d - Détermination de la position de l'axe neutre

L'équilibre des efforts normaux s'écrit :

$$N_{U,lim} = 0 = - N_{st} + N_b$$

$$0 = - A_{st} f_{su} + N_{U1} + N_{U2}$$

soit :

$$y = \frac{A_{st} f_{su} - (b - b_0) h_0 f_{bu}}{0,8 b_0 f_{bu}}$$

avec :

$$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s} = 347,8 \text{ MPa}$$

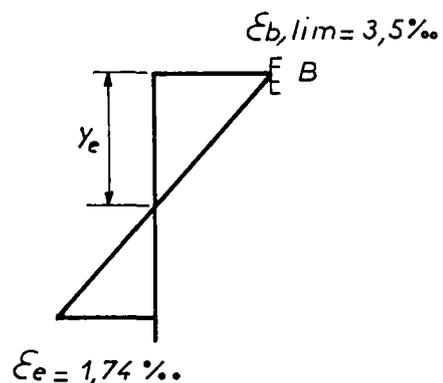
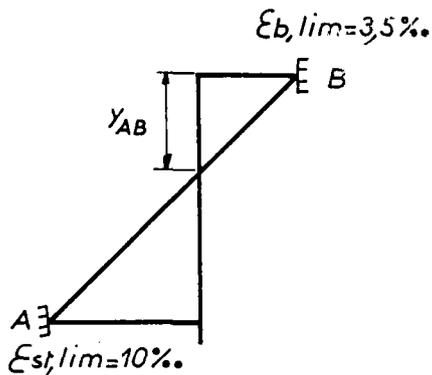
$$f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\gamma_b} = 11,33 \text{ MPa}$$

On obtient :  $y = \underline{0,379 \text{ m}}$

e - Vérification des deux hypothèses précédentes

$$\begin{array}{l} 0,8 y = 0,303 \text{ m} \\ h_0 = 0,20 \text{ m} \end{array} \quad \left| \quad 0,8 y > h_0 \right.$$

Comparons "y" aux valeurs limites  $y_{AB}$  et  $y_e$  du domaine 2.1



$$y_{AB} = d \frac{3,5 \text{ ‰}}{3,5 \text{ ‰} + 10 \text{ ‰}} = 0,283 \text{ m}$$

$$y_e = d \frac{3,5 \text{ ‰}}{3,5 \text{ ‰} + 1,74 \text{ ‰}} = 0,728 \text{ m}$$

On vérifie :  $y_{AB} < y < y_e$ , par conséquent le diagramme des déformations est situé dans le domaine 2.1, pivot B.

On a bien :  $\epsilon_{st} > \epsilon_e$  et  $\sigma_{st} = f_{su}$

f - Calcul de  $M_{u,lim}$

Calculons les moments internes par rapport au centre de gravité des armatures tendues :

La partie (1) (débords de la table) reprend le moment  $M_{u1}$  :

$$M_{u1} = N_{u1} z_1 = (b - b_0) h_0 f_{bu} \left(d - \frac{h_0}{2}\right) = 3,875 \text{ MN-m}$$

La partie (2) (partie comprimée de la nervure) reprend le moment  $M_{u2}$  :

$$M_{u2} = N_{u2} z_e = b_0 0,8 y f_{bu} (d - 0,4 y) = 1,612 \text{ MN-m}$$

$$M_{u,lim} = M_{u1} + M_{u2} = \underline{5,487 \text{ MN-m}}$$

La section résiste à la sollicitation  $M_u = 5,435 \text{ MN-m}$

## 2 - ETAT-LIMITE DE SERVICE (Art. A.4.5.)

### 2.1. Généralités

Les justifications aux E.L.S. des sections soumises à des sollicitations normales<sup>(1)</sup> visent à limiter les contraintes dans le béton et les armatures sous les charges normales d'exploitation, afin d'éviter une fissuration excessive préjudiciable à la pérennité de la structure.

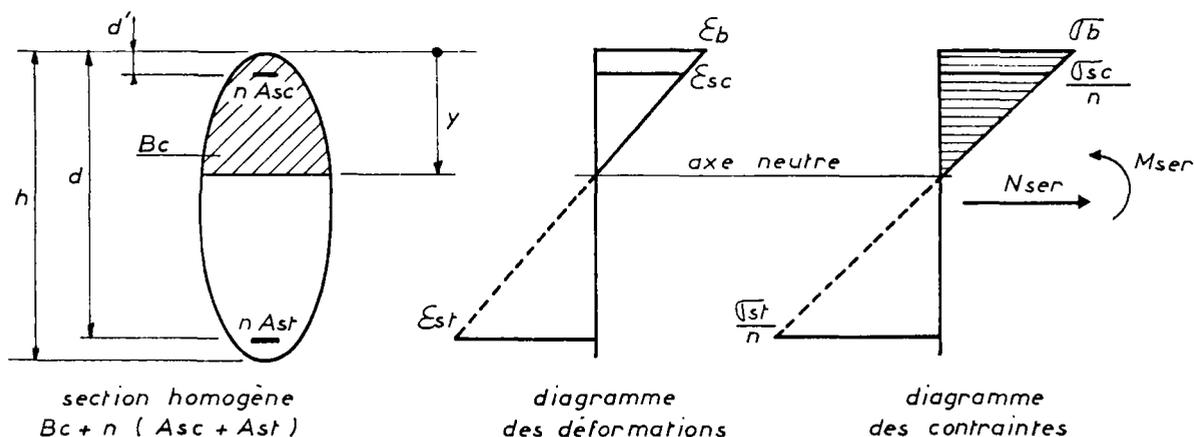
#### 2.1.1. Hypothèses de calcul (Art. A.4.5,1.)

Les sections droites restent planes, ce qui conduit à un diagramme des déformations linéaires. Le béton et les armatures subissent les mêmes déformations compte-tenu de l'adhérence acier-béton. La résistance du béton tendu est considérée comme nulle.

Les matériaux ont un comportement élastique. La proportionnalité des contraintes et des déformations conduit :

- à obtenir un diagramme des contraintes également linéaire,
- à considérer à la place des sections réelles constituées par une aire totale de béton  $B$  et une aire totale d'acier  $A_s$ , des sections homogènes constituées de l'aire de béton comprimé  $B_c$  et d'une aire d'acier  $n A_s$  où  $A_s$  représente l'aire des armatures longitudinales<sup>(2)</sup> et  $n = \frac{E_a}{E_b}$  un coefficient d'équivalence réglementairement égal à 15.

Le calcul des contraintes se fait donc sur la section de béton homogène  $B_c + n A_s$  en utilisant les relations habituelles de la résistance des matériaux. Pour obtenir la contrainte d'une armature, il faut multiplier par  $n = 15$  la contrainte de la fibre de béton qui aurait même centre de gravité.



(1) Les sollicitations sont calculées avec les combinaisons d'actions aux E.L.S. (chapitre 1, § 2.4.).

(2) La section d'un groupe d'armatures peut être supposée concentrée en son centre de gravité si l'erreur commise sur les déformations ne dépasse pas 15 % (se reporter à la remarque du chapitre 2, § 1.1.1.1.).

2.1.2. Etat-limite de compression du béton (Art. A.4.5,2.)

Afin d'éviter la formation des fissures parallèles à la direction des contraintes de compression, la contrainte du béton comprimé ne doit pas dépasser la valeur limite :

$$f_{bser} = 0,6 f_{cj}$$

Cette condition doit être vérifiée dans tous les cas quelles que soient les conditions de fissuration. Elle est très souvent prépondérante pour les sections comportant un pourcentage élevé d'armatures ou lorsque la résistance caractéristique est faible.

Remarque : Dans le cas l'ou on utilise des bétons de forte résistance caractéristique, les aciers comprimés situés à proximité des fibres les plus comprimées peuvent être soumis à une contrainte dépassant la limite élastique. Il convient donc d'adapter la nuance des aciers comprimés à la résistance caractéristique du béton, sans oublier la nécessité de ligaturer ces aciers conformément à l'article A.8.1.3. .

Classe de résistance $f_{c28}$ (MPa)	$f_{bser}$ (MPa)	$n f_{bser}$ (MPa)	Nuance des aciers comprimés à proscrire
16	9,6	144	
20	12	180	
25	15	225	Fe E 215
30	18	270	Fe E 215      Fe E 235
35	21	315	Fe E 215      Fe E 235
40	24	360	Fe E 215      Fe E 235
> 45	/	/	Fe E 215    Fe E 235    Fe E 400

2.1.3. Etat-limite d'ouverture des fissures (Art. 4.5,3)

2.1.3.1. Durabilité des structures (cf. Bulletin d'information n° 152 du C.E.B. "Durabilité des structures en béton" et article de la revue Travaux d'avril 1985)

Le matériau béton armé se désorganise parce que le béton se détériore et les armatures se corrodent :

- les détériorations du béton peuvent être dues à des phénomènes tels que le gel lorsque le degré d'humidité du béton se rapproche du degré de saturation, et à des phénomènes chimiques tels que les réactions avec les sulfates combinés ou non aux chlorures (eau de mer), les réactions entre les granulats et le ciment (réactions alcalis-granulats), les réactions avec les milieux acides...

- la corrosion des armatures est le plus souvent due à une altération du béton d'enrobage sous l'action de la carbonatation (action du CO<sub>2</sub>) qui réduit la valeur du PH et conduit à la dépasseivation des aciers, combinée ou non à l'action des chlorures qui pénètrent la couche de passivation.

L'attaque d'une structure en béton armé par ces différents facteurs externes ou internes dépendra à la fois du type de la structure (1), des dispositions constructives, du choix des matériaux et en particulier du ciment, de la composition du béton et en particulier du dosage en ciment, des conditions de mise en oeuvre, de l'environnement, des conditions d'utilisation et des opérations d'entretien.

Une structure aura une durée d'utilisation optimale, c'est-à-dire sans frais imprévus d'entretien si tous les paramètres visés ci-avant ont bien été intégrés aux différents stades de la conception, de l'exécution et de l'utilisation.

#### 2.1.3.2. Choix de la condition de fissuration

Dans le paragraphe précédent, a été mis en relief l'importance de l'épaisseur et de la compacité de l'enrobage des armatures pour la conservation de celles-ci.

L'épaisseur de l'enrobage, fixée par l'article A.7.1., doit être scrupuleusement respectée à l'exécution.

Une faible perméabilité (béton compact) est obtenue par une étude sérieuse de la composition du béton et par les soins apportés à sa mise en place et à sa cure sous réserve que la fissuration reste limitée.

Pour réduire la fissuration, il suffit de limiter les contraintes des armatures tendues tout en respectant certaines dispositions constructives.

En fonction de la nature et de la situation de l'ouvrage ou d'une partie de l'ouvrage, le C.C.T.P. fixe les conditions de fissuration. Le choix de la condition de fissuration donne donc lieu à appréciation de la part du maître de l'ouvrage. Il est basé sur la considération de nombreux facteurs techniques et économiques parmi lesquels on peut citer :

- l'ambiance plus ou moins agressive dans laquelle sera placée la structure (se reporter à la norme P 18 - 011 relative à la classification des environnements agressifs et à l'annexe-projeteur). L'exploitation des actions de surveillance des ouvrages existants peut donner de précieuses informations sur l'agressivité du site.

- le type d'ouvrage et son mode d'exécution (exécution fractionnée ou non).

- la catégorie et la nuance des armatures de béton armé (2).

---

(1) D'une manière générale, les structures comportant de nombreuses zones d'angles (ponts à treillis, ponts à poutres...) seront plus sensibles aux agents agressifs. En effet, dans ces zones, les agents agressifs pénètrent des deux côtés ; les tolérances sur l'épaisseur d'enrobage se présentent également des deux côtés, et le danger d'éclatement du béton à cet endroit augmente.

(2) Dans le cas où la fissuration est peu nuisible, aucune limite de contrainte n'est imposée aux armatures tendues à l'E.L.S.. La section d'acier est donc optimisée à l'E.L.U.. Il apparaît alors, en effectuant une vérification à l'E.L.S., que pour les armatures à haute limite élastique ( $f_e = 500$  MPa), la contrainte de traction est très élevée, ce qui augmente le risque de fissuration.

- l'importance respective des sollicitations permanentes et variables. En effet, les calculs de fissuration sont effectués à l'E.L.S. sous les combinaisons rares alors que les ouvrages sont surtout soumis pendant leur vie aux combinaisons fréquentes ou quasi-permanentes au sens des D.C. 79.

Remarques :

1 - Le choix de la condition de fissuration a une incidence financière non négligeable. Ainsi, l'exemple d'un pont-dalle courant en béton armé donne les résultats suivants :

Condition de fissuration	peu nuisible	préjudiciable	très préjudiciable	CCBA 68 (fissuration peu nuisible)
ratio d'armatures passives (y compris armatures d'effort tranchant) (kg/m <sup>3</sup> )	110	124	174	112
% d'augmentation par rapport à la fissuration peu nuisible (BAEL 83)		+ 13 %	+ 58 %	+ 2 %

2 - L'attention des maîtres d'oeuvre est attirée sur les ouvrages situés dans les zones où les sels de déverglaçage (chlorures) sont utilisés à haute dose. La profondeur de pénétration des chlorures dans le béton des parties des ouvrages existants soumises aux projections directes ou aux embruns peut être obtenue par l'analyse de prélèvements. Dans le cas où ces investigations montreraient des risques de corrosion des armatures, il importe que la conception des nouveaux ouvrages tienne compte de ce phénomène (traitement de surface du béton, protection des armatures, superstructures en béton aisément remplaçables...).

Les recommandations développées ci-après sont applicables au domaine des ouvrages d'art (ponts et ouvrages assimilés...). Dans les autres domaines, il y a lieu de se référer aux textes réglementaires (fascicule 74 du C.C.T.G. pour les réservoirs) ou aux recommandations des services spécialisés.

La fissuration sera jugée peu nuisible dans la plupart des cas :

- ouvrages (tabliers et appuis) exposés aux intempéries dans une atmosphère peu agressive,
- fondations situées dans un sol peu corrosif et/ou noyées dans une nappe non agressive dont le niveau varie peu.

Les formes de béton doivent être aussi simples et aussi planes que possible (c'est le cas des ouvrages-types du S.E.T.R.A.). Les armatures de flexion doivent être de nuance Fe E 400 (ou de nuance inférieure).

Les dalles de couverture peuvent être calculées avec la condition de fissuration peu nuisible sous réserve de respecter l'enrobage de 3 cm (Article A.7.1.) et de mettre en oeuvre un système d'étanchéité de qualité (cf dossier ST.E.R. 81). Il est rappelé (voir remarque 2) que certaines précautions peuvent être prises pour assurer la protection des parties très exposées aux projections salines (trottoirs, corniches...).

La fissuration sera jugée préjudiciable dans les cas suivants :

- ouvrages (tabliers et appuis) situés dans une atmosphère agressive (par exemple à une certaine distance du littoral),
- appuis et fondations pouvant être alternativement noyés et immergés en eau douce.

La fissuration sera jugée très préjudiciable dans les cas suivants :

- ouvrages situés dans une atmosphère très agressive,
- ouvrages à la mer ou à proximité du littoral (il est rappelé que les attaques les plus importantes se produisent dans les zones de marnage, de ressac ou soumises à l'air salin),
- appuis et fondations baignés dans une nappe agressive, ou au contact avec des sols corrosifs.

La fissuration pourra être jugée préjudiciable ou très préjudiciable, suivant les conditions d'environnement dans les cas suivants :

- ouvrages grêles et élancés (ponts à treillis, ponts bow-string, certains ponts à poutres),
- parties d'ouvrages soumises à la traction pure (tirants) où à la flexion composée avec traction (tablier d'un bow-string),
- parties d'ouvrages comportant de nombreuses reprises de bétonnage sauf si celles-ci font l'objet de traitements spécifiques (repiquage, sablage, encollage...),
- ouvrages dans lesquels seraient utilisés des aciers de haute limite élastique ( $f_e = 500$  MPa).

Remarque importante :

Le calcul des fondations sur pieux obéit à des règles particulières qui seront exposées dans le futur fascicule 62 titre V. D'ores et déjà, il est possible d'énoncer quelques principes :

- dans la plupart des cas, la fissuration sera jugée peu nuisible. La contrainte de traction des armatures, calculée à l'E.L.S., sera néanmoins limitée à  $2/3 f_e$ .

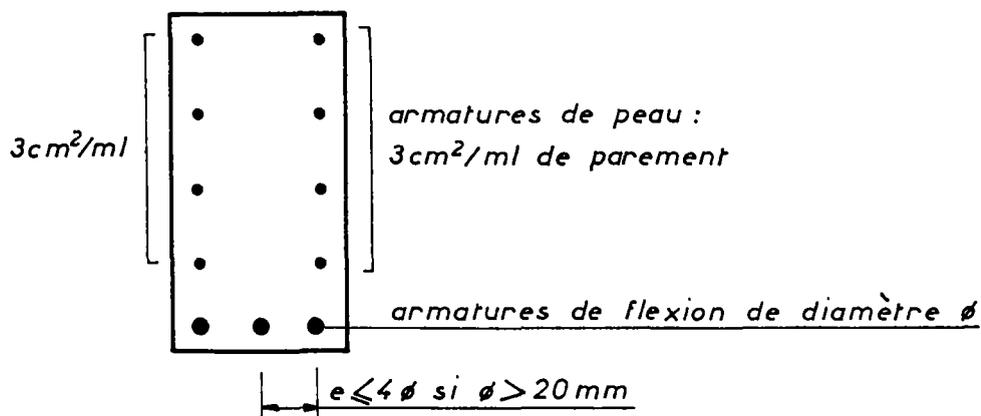
- en cas d'agressivité particulière, la fissuration pourra être jugée préjudiciable (exceptionnellement très préjudiciable). L'attention est cependant attirée sur la nécessité de prévoir une disposition des armatures compatible avec une mise en place correcte du béton.

- en attendant la parution du fascicule 62 titre V, des précisions sur les nouvelles règles peuvent être obtenues auprès de l'arrondissement G2 "fondations" du S.E.T.R.A..

2.1.3.3. Cas de la fissuration peu nuisible.

Il n'y a pas de vérification particulière. Il est rappelé néanmoins, que même dans ce cas, il est indispensable de vérifier l'état-limite de compression du béton.

En dehors des dispositions constructives diverses (chapitre A.7.) et de la condition de non-fragilité, les poutres de grande hauteur doivent vérifier les dispositions suivantes (Art. A.8.3.) :



2.1.3.4. Cas de la fissuration préjudiciable.

La contrainte de traction des armatures ne doit pas dépasser la valeur limite  $f_{s\text{sser}}$  :

$$f_{s\text{sser}} = \text{minimum} (2/3 f_e ; 150 \eta) \quad (1)$$

$\eta$  est le coefficient de fissuration dont la valeur dépend du type d'armatures :

$\eta = 1$  pour les ronds lisses Fe E 215 et Fe E 235

$\eta = 1,6$  en général pour les barres à haute-adhérence (2)

Les dispositions constructives sont identiques au cas de la fissuration peu nuisible.

De plus le diamètre des armatures doit être au moins égal à 6 mm.

2.1.3.5. Cas de la fissuration très préjudiciable

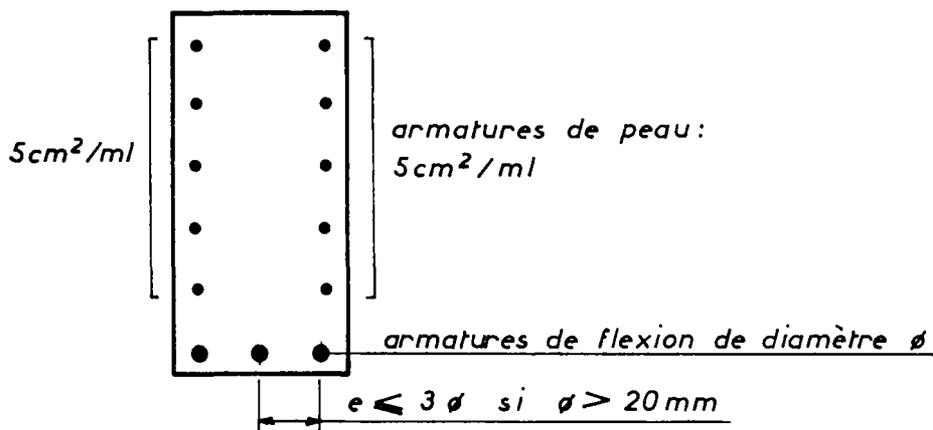
La contrainte de traction limite des armatures vaut :

$$f_{s\text{sser}} = \text{Minimum} (0,5 f_e ; 110 \eta) \quad (1)$$

(1) Pour les valeurs courantes de  $f_{s\text{sser}}$ , se reporter à l'annexe projecteur.

(2) La valeur du coefficient  $\eta$  pour les armatures à haute-adhérence est fixée par leur fiche d'identification.

Les dispositions constructives particulières aux poutres de grande hauteur sont modifiées.



De plus, le diamètre des armatures doit être au moins égal à 8 mm.

#### 2.1.4. Définition des domaines de résistance (cas de la fissuration préjudiciable ou très préjudiciable)

Le dimensionnement d'une section à l'E.L.S. n'est pas possible lorsque la fissuration est peu nuisible. En effet, dans ce cas, aucune limite sur la contrainte des armatures n'est imposée. La seule méthode consiste alors à dimensionner le ferrailage à l'E.L.U. et vérifier ensuite l'état limite de compression du béton<sup>(1)</sup>.

Si la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable, il est donc possible de définir deux contraintes limites  $f_{bser}$  et  $f_{sser}$  et, par analogie à l'E.L.U., deux pivots dans le diagramme des contraintes :

- le pivot A correspondant à la contrainte limite de traction des armatures  $f_{sser}$ .

- le pivot B correspondant à la contrainte limite de compression de béton  $f_{bser}$ .

Lorsqu'on veut dimensionner une section soumise aux sollicitations extérieures ( $M_{ser}$ ,  $N_{ser}$ ) et dont le coffrage est fixé, on fait passer le diagramme des déformations par l'un des deux pivots A ou B afin d'optimiser les matériaux, ce qui revient à considérer deux domaines :

- le domaine 1 pivot A  $\sigma_{st} = f_{sser}$

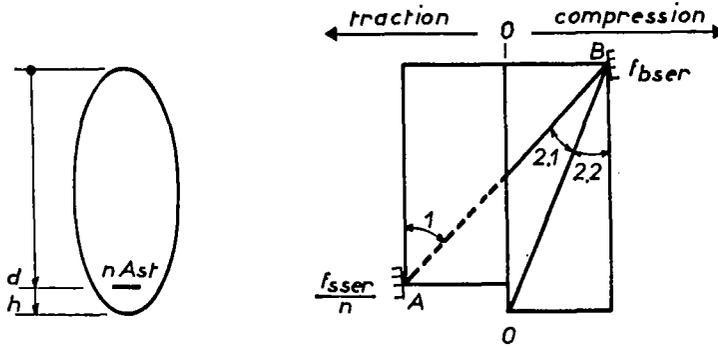
- le domaine 2 pivot B  $\sigma_b = f_{bser}$

Le domaine 2 est lui-même subdivisé en deux sous-domaines :

. sous-domaine 2.1. : la section est partiellement tendue, partiellement comprimée,

. sous-domaine 2.2. : la section est entièrement comprimée.

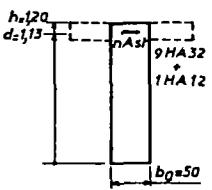
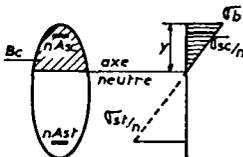
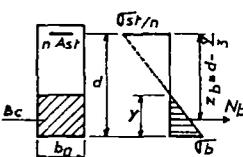
(1) Il est rappelé que le § 3.2. donne des règles de calculs permettant de dimensionner une section rectangulaire à l'E.L.U. en flexion simple en tenant compte de l'E.L.S..



2.2. JUSTIFICATIONS DES SECTIONS EN FLEXION SIMPLE

2.2.1. Vérification des sections en flexion simple

Les calculs présentés dans le tableau ci-dessous concernent les sections dont on connaît le ferrailage préalablement dimensionné à l'E.L.U. (chapitre 2, § 1.2.) et dont on veut vérifier les E.L.S.. Il est rappelé qu'une méthode développée dans le chapitre 2 § 3.2. permet d'éviter d'effectuer à la fois un dimensionnement et une vérification dans le cas d'une section rectangulaire.

	cas général	exemple du chapitre 1 § 2.5.1. section sur appui
<p>DONNEES</p>	 <p>coffrage, ferrailage, résistance caractéristique du béton : <math>f_{c28}</math> limite élastique : <math>f_e</math></p> <p>sollicitation <math>M_{ser}</math></p>	 <p><math>f_{c28} = 20 \text{ MPa}</math> <math>f_e = 400 \text{ MPa}</math> <math>\eta = 1,6</math> (barres H.A.) <math>A_{st} = 73,5 \text{ cm}^2</math> (section dimensionnée à l'E.L.U. chapi- tre 2 § 1.2.3.)</p> <p><math>M_{ser} = \frac{-0,0923 - 3}{2}</math> <math>M_{ser} = -1,5462 \text{ MN-m}</math></p>
<p>INCONNUES : contraintes dans les matériaux à comparer aux contraintes limites réglementaires</p>	<p>il faut vérifier :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>. dans tous les cas : <math>\sigma_b &lt; f_{bser}</math></li> <li>. si la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable : <math>\sigma_{st} &lt; f_{sser}</math></li> </ul>	
<p>CALCUL DE "y" : l'axe neutre passant par le centre de gravité de la section homogène réduite "y" est la solution de l'équation des moments statiques</p>	<p><math>S_{bc} + n S_{sc} + n S_{st} = 0</math></p> <p><math>S_{bc}, S_{sc}, S_{st}</math> sont res- pectivement les moments stati- ques, par rapport à l'axe neu- tre, de l'aire de béton com- primé, de l'aire des armatures comprimées et tendues</p> 	<p><math>b_0 \frac{y^2}{2} - n A_{st} (d - y) = 0</math> soit : <math>y = 0,519 \text{ m}</math></p> 
<p>CALCUL DU MOMENT D'INERTIE DE LA SECTION HOMOGENE REDUITE</p>	<p><math>I_1 = I_{bc} + n I_{sc} + n I_{st}</math></p> <p><math>I_{bc}, I_{sc}, I_{st}</math> sont res- pectivement les moments d'inertie, par rapport à l'axe neutre, de l'aire de béton comprimé, de l'aire des arma- tures comprimées et tendues</p>	<p><math>I_1 = b_0 \frac{y^3}{3} + n A_{st} (d - y)^2</math> soit : <math>I_1 = 6\,446\,396 \text{ cm}^4</math></p>
<p>CALCUL DES CONTRAINTES</p>	<p><math>\sigma_b = \frac{M_{ser} y}{I_1}</math> <math>\sigma_{st} = \frac{n M_{ser} (d - y)}{I_1}</math></p>	<p><math>\sigma_b = 12,45 \text{ MPa}</math> <math>\sigma_{st} = 219,8 \text{ MPa}</math></p>

remarque : 1 - On pose souvent :  $K = \frac{M_{ser}}{I_1}$

Il vient :

$$\sigma_b = K y$$

$$\sigma_{st} = n K (d - y)$$

2 - Dans le cas d'une section rectangulaire sans armatures comprimées, il est possible de calculer directement les contraintes sans passer par le calcul de l'inertie homogène réduite :

$$z = d - \frac{y}{3} = 0,957 \text{ m.}$$

$$\sigma_{st} = \frac{M_{ser}}{z A_{st}} = \underline{219,8 \text{ MPa}}$$

$$N_b = \frac{M_{ser}}{z} = \frac{1}{2} b_0 y \sigma_b \quad \text{soit : } \sigma_b = \frac{2 M_{ser}}{b_0 y z} = \underline{12,45 \text{ MPa}}$$

conclusions :

1. L'état-limite de compression du béton est dépassé :

$$f_{bser} = 0,6 f_{c28} = 12 \text{ MPa} \quad \text{inférieur à } \sigma_b = 12,45 \text{ MPa}$$

2. L'état-limite d'ouverture des fissures n'est pas atteint lorsque la fissuration est préjudiciable :

$$f_{sser} = \text{minimum} (2/3 f_e; 150 \eta) = 240 \text{ MPa} \quad \text{supérieur à } \sigma_{st} = 219,8 \text{ MPa}$$

3. L'état-limite d'ouverture des fissures est dépassé lorsque la fissuration est très préjudiciable :

$$f_{sser} = \text{minimum} (0,5 f_e; 110 \eta) = 176 \text{ MPa} \quad \text{inférieur à } \sigma_{st} = 219,8 \text{ MPa}$$

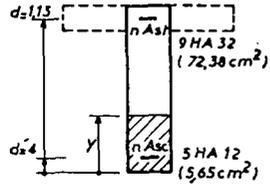
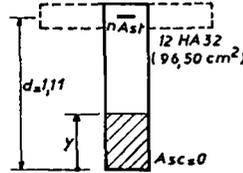
Cet exemple démontre qu'un dimensionnement à l'E.L.U. n'est pas toujours suffisant :

- pour éviter un dépassement de l'état-limite de compression du béton, il est nécessaire, soit d'augmenter la section d'armatures comprimées calculées à l'E.L.U. (ou de prévoir des armatures comprimées si elles n'existent pas), soit de modifier le coffrage.

- pour éviter un dépassement de l'état-limite d'ouverture des fissures, il est parfois nécessaire d'augmenter la section d'armatures tendues lorsque la fissuration est préjudiciable. L'augmentation est presque systématique lorsque la fissuration est très préjudiciable.

Dans le cas des sections rectangulaires, le § 3.2. présente une méthode de dimensionnement, permettant de tenir compte de l'E.L.U. et de l'E.L.S. dans un même calcul.

On obtient alors les résultats suivants en fonction des conditions de fissuration :

	fissuration peu nuisible ou fissuration préjudiciable(1)	fissuration très préjudiciable
<p>DONNEES :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>. coffrage</li> <li>. ferrailage</li> <li>. <math>f_{c28} = 20 \text{ MPa}</math></li> <li>. <math>f_e = 400 \text{ MPa}</math></li> <li>. <math>M_{ser} = - 1.5462 \text{ MN-m}</math></li> </ul>	 <p>dimensionnement au § 3.2.</p>	 <p>dimensionnement au § 2.2.2.5.</p>
<p>EQUATION DES MOMENTS STATIQUES ET CALCUL DE "y"</p>	$b_0 \frac{y^2}{2} - n A_{st} (d - y) + n A_{sc} (y - d') = 0$ <p>soit : <math>y = 0,5054 \text{ m}</math></p>	$b_0 \frac{y^2}{2} - n A_{st} (d - y) = 0$ <p>soit : <math>y = 0,5591 \text{ m}</math></p>
<p>CALCUL DES CONTRAINTES</p>	$I_1 = b_0 \frac{y^3}{3} + n A_{st} (d - y)^2 + n A_{sc} (y - d')^2$ <p>soit : <math>I_1 = 6\,570\,720 \text{ cm}^4</math></p> $K = \frac{M_{ser}}{I_1} = 23,53 \text{ MPa/m}$ $\sigma_b = K y = 11,89 \text{ MPa}$ $\sigma_{sc} = n K (y - d') = 164,3 \text{ MPa}$ $\sigma_{st} = n K (d - y) = 220,5 \text{ MPa}$	$z = d - \frac{y}{3} = 0,9236 \text{ m}$ $\sigma_{st} = \frac{M_{ser}}{z A_{st}} = 173,5 \text{ MPa}$ $\sigma_b = \frac{2 M_{ser}}{b_0 y z} = 11,98 \text{ MPa}$
<p>VERIFICATION DES E.L.S.</p>	$\sigma_b < f_{bser} = 12 \text{ MPa}$ <p>si la fissuration est préjudiciable :</p> $\sigma_{st} < f_{sser} = 240 \text{ MPa}$ <p><math>\sigma_{sc}</math> : pas de limite réglementaire (voir cependant la remarque du § 2.1.2.)</p>	$\sigma_b < f_{bser} = 12 \text{ MPa}$ $\sigma_{st} < f_{sser} = 176 \text{ MPa}$

## 2.2.2. Dimensionnement des sections en flexion simple

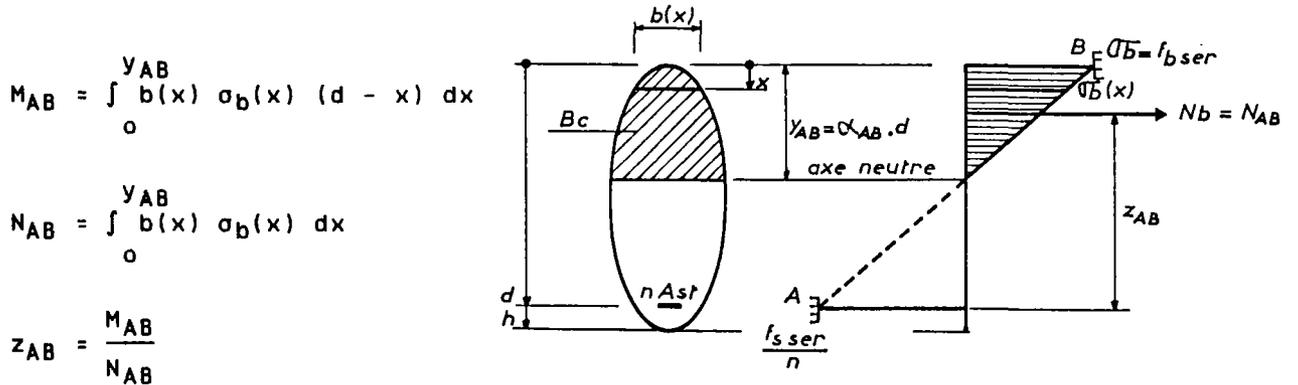
### 2.2.2.1. Généralités

Le dimensionnement d'une section à l'E.L.S. n'est possible que lorsque la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable. Afin de minimiser la quantité d'armatures, on a intérêt à adopter pour la contrainte des aciers la valeur limite  $f_{sser}$  définie aux § 2.1.3.3. et § 2.1.3.4..

(1) Ces deux conditions de fissuration conduisent au même ferrailage.

2.2.2.2. Définition du moment de référence  $M_{AB}$

C'est le moment repris par le béton, calculé par rapport au centre de gravité des armatures tendues, lorsque les valeurs limites  $f_{bser}$  et  $f_{s ser}$  sont atteintes (diagramme des contraintes passant par les pivots A et B).

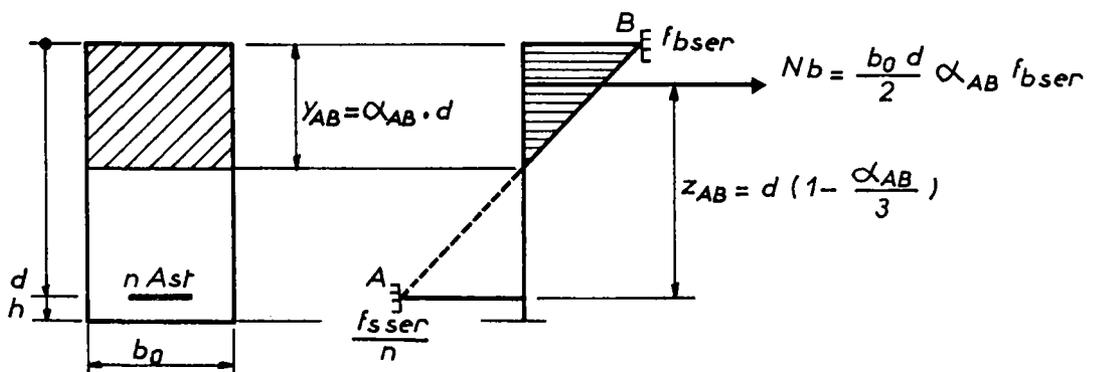


Le diagramme des contraintes étant fixé, on connaît la profondeur de l'axe neutre  $y_{AB}$  ou sa profondeur relative  $\alpha_{AB} = \frac{y_{AB}}{d}$

$$\frac{y_{AB}}{d} = \alpha_{AB} = \frac{n f_{bser}}{n f_{bser} + f_{s ser}}$$

Les valeurs les plus fréquentes de  $\alpha_{AB}$  sont données dans l'annexe projecteur.

2.2.2.3. Calcul du moment de référence  $M_{AB}$  dans le cas d'une section rectangulaire



$$M_{AB} = \frac{b_0 d}{2} \alpha_{AB} f_{bser} z_{AB}$$

$$M_{AB} = \frac{\alpha_{AB}}{2} \left(1 - \frac{\alpha_{AB}}{3}\right) b_0 d^2 f_{bser}$$

2.2.2.4. Détermination de la section d'acier

En comparant le moment fléchissant extérieur  $M_{ser}$  au moment de référence  $M_{AB}$ , il est possible de savoir dans quel domaine se situe le diagramme des contraintes permettant d'obtenir l'égalité entre les sollicitations externes et internes.

2.2.2.4.1.  $M_{ser} \leq M_{AB}$  : la section comporte une nappe d'armatures tendues

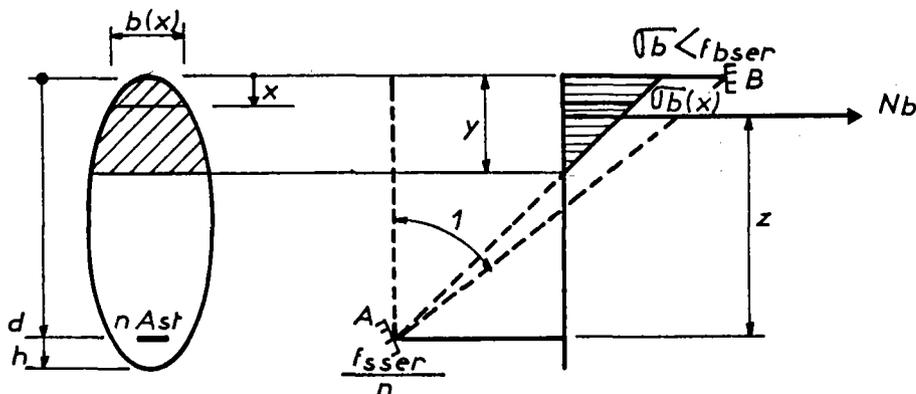
Le moment résistant du béton  $M_{AB}$  est surabondant pour équilibrer le moment  $M_{ser}$ , le diagramme des déformations appartient au domaine 1 (pivot A) :

$$\sigma_b \leq f_{bser}$$

$$\sigma_{st} = f_{sser}$$

a - Cas général

Il faut trouver une valeur  $\sigma_b < f_{bser}$  telle que le moment résistant du béton  $M_b = N_b z$  équilibre le moment extérieur appliqué  $M_{ser}$ .



$$M_{ser} = M_b = \int_0^y b(x) \sigma_b(x) (d - x) dx$$

"y" est la solution de cette équation, obtenue de façon analytique ou par approximations successives. Il est alors possible de calculer  $N_b$  :

$$N_b = \int_0^y b(x) \sigma_b(x) dx$$

La section d'armatures tendues est obtenue en écrivant l'équation d'équilibre entre l'effort normal extérieur (nul en flexion simple) et l'effort normal interne :

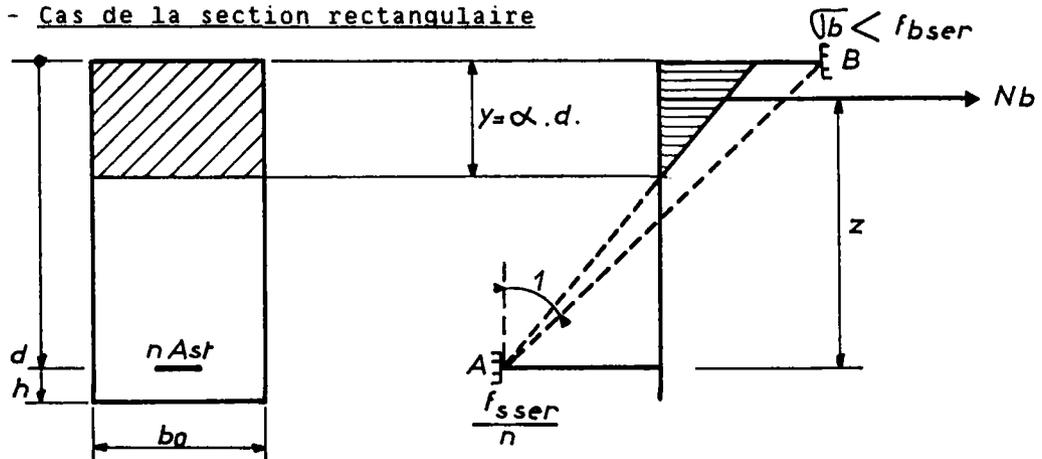
$$0 = N_b - N_{st} \quad \text{soit :} \quad A_{st} = \frac{N_b}{f_{sser}}$$

$A_{st}$  s'écrit généralement sous la forme :

$$A_{st} = \frac{M_{ser}}{z f_{sser}}$$

$$\text{avec :} \quad z = \frac{M_b}{N_b} = \frac{M_{ser}}{N_{ser}}$$

b - Cas de la section rectangulaire



Le diagramme des contraintes étant linéaire, on obtient :

$$\sigma_b = \frac{\alpha}{n(1-\alpha)} f_{s\text{ser}}$$

$$z = d \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right)$$

$$N_b = \frac{b_0 \alpha d}{2} \sigma_b$$

Le moment résistant du béton  $M_b = N_b z$  équilibre le moment extérieur appliqué :

$$(1) \quad M_{\text{ser}} = N_b z$$

En exprimant  $N_b$  et  $z$  en fonction de  $\alpha$ , on obtient ainsi une équation du 3<sup>ème</sup> degré en  $\alpha$  :

$$\alpha^3 - 3\alpha^2 - \frac{6 n M_{\text{ser}}}{b_0 d^2 f_{s\text{ser}}} \alpha + \frac{6 n M_{\text{ser}}}{b_0 d^2 f_{s\text{ser}}} = 0$$

Cette équation admet une seule racine  $\alpha$  comprise entre 0 et 1

$$\alpha = 1 - 2 \sqrt{1 + \frac{2 n M_{\text{ser}}}{b_0 d^2 f_{s\text{ser}}}} \cos(60^\circ + \varphi/3)$$

expression dans laquelle :  $\varphi = \text{Arc cos} \left[ 1 + \frac{2 n M_{\text{ser}}}{b_0 d^2 f_{s\text{ser}}} \right]^{-3/2}$

$$0 < \varphi < 90^\circ$$

Connaissant  $\alpha$ , on en déduit  $z$  :

$$z = d \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right)$$

De l'équation (1), on tire  $N_b = \frac{M_{\text{ser}}}{z}$

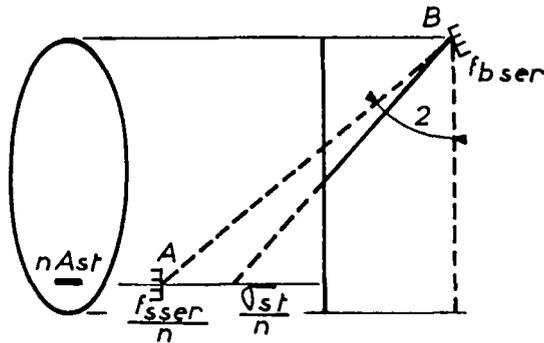
La section d'armatures est obtenue en écrivant :

$$N_{st} = N_b \quad \text{soit :} \quad A_{st} = \frac{M_{ser}}{z f_{s\overline{s}er}}$$

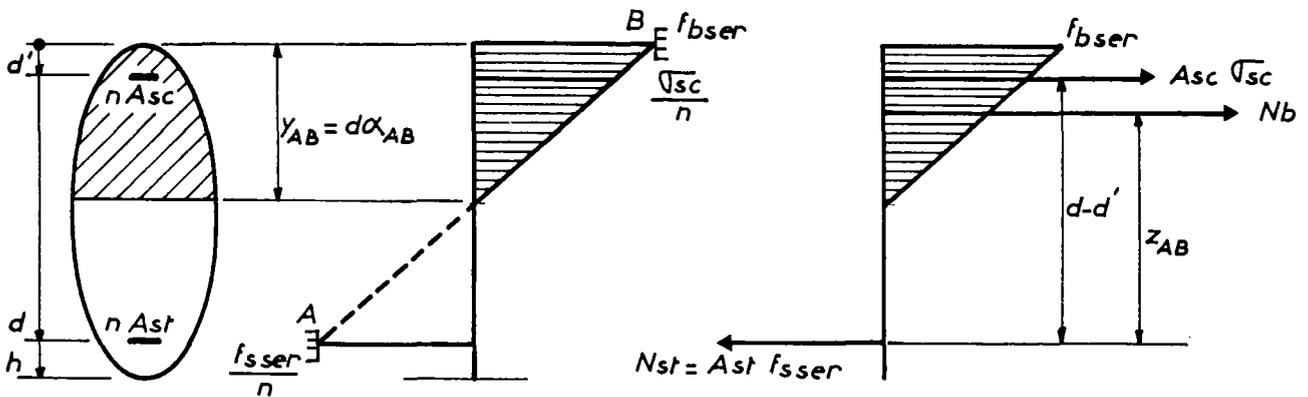
Remarque

Afin de simplifier les calculs, on remplace fréquemment les valeurs exactes  $\alpha$  et  $z$  déterminées à partir de l'équation du 3<sup>ème</sup> degré par les valeurs approchées  $\alpha_{AB}$  et  $z_{AB}$ , ce qui donne une section d'acier un peu surabondante.

2.2.2.4.2.  $M_{AB} < M_{ser}$  la section comporte des armatures tendues et des armatures comprimées



Le diagramme des contraintes est dans le domaine 2, ce qui conduit à faire travailler les armatures à un taux de contrainte  $\sigma_{st}$  inférieur à  $f_{s\overline{s}er}$ . Il est plus économique de s'imposer un diagramme des contraintes à la limite des domaines 1 et 2 de façon à faire travailler les aciers tendus au maximum  $f_{s\overline{s}er}$  et de renforcer le béton par des armatures comprimées (1).



Le moment résistant du béton vaut  $M_{AB}$ . Les armatures comprimées de section  $A_{sc}$  supposée concentrée, reprennent le complément de moment :

$$M_{ser} - M_{AB} = A_{sc} \sigma_{sc} (d - d')$$

soit :

$$A_{sc} = \frac{M_{ser} - M_{AB}}{\sigma_{sc} (d - d')}$$

(1) Si la valeur de  $M_{ser}$  est très importante, il peut être nécessaire de redimensionner le coffrage.

Compte-tenu de la linéarité du diagramme des contraintes, on a :

$$\sigma_{sc} = n f_{bser} \left( 1 - \frac{d'}{d \alpha_{AB}} \right)$$

L'équilibre des efforts normaux permet d'obtenir la section des armatures tendues :

$$N_{st} = N_b + N_{sc}$$

$$A_{st} = \frac{1}{f_{sser}} \left( \frac{M_{AB}}{z_{AB}} + A_{sc} \sigma_{sc} \right)$$

### 2.2.2.5. Exemple de dimensionnement d'une section rectangulaire

#### a - Données du problème

Reprenons l'exemple du chapitre 1 § 2.5.1. (section sur appui) :

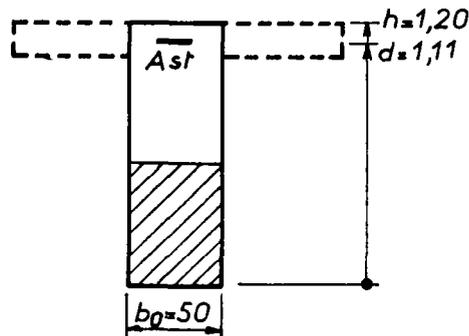
$$f_{c28} = 20 \text{ MPa} \quad f_{bser} = 0,6 f_{c28} = 12 \text{ MPa}$$

$$\text{armatures Fe E 400} \quad f_e = 400 \text{ MPa}$$

La fissuration est très préjudiciable :  $f_{sser} = \text{minimum} (0,5 f_e, 110 \eta)$

Avec  $\eta = 1,6$  (barres H.A.), on obtient :  $f_{sser} = 176 \text{ MPa}$

$$M_{ser} = - 1,5462 \text{ MN-m}$$



#### b - Détermination du moment de référence $M_{AB}$

$$\alpha_{AB} = \frac{n f_{bser}}{n f_{bser} + f_{sser}} = \frac{15 \times 12}{15 \times 12 + 176} = \underline{0,5056}$$

$$z_{AB} = d \left( 1 - \frac{\alpha_{AB}}{3} \right) = 1,11 \left( 1 - \frac{0,5056}{3} \right) = \underline{0,9229 \text{ m}}$$

$$M_{AB} = \frac{b_0 d}{2} \alpha_{AB} z_{AB} f_{bser} = \frac{0,50 \times 1,11}{2} \times 0,5056 \times 0,9229 \times 12$$

$$M_{AB} = \underline{1,5539 \text{ MN-m}}$$

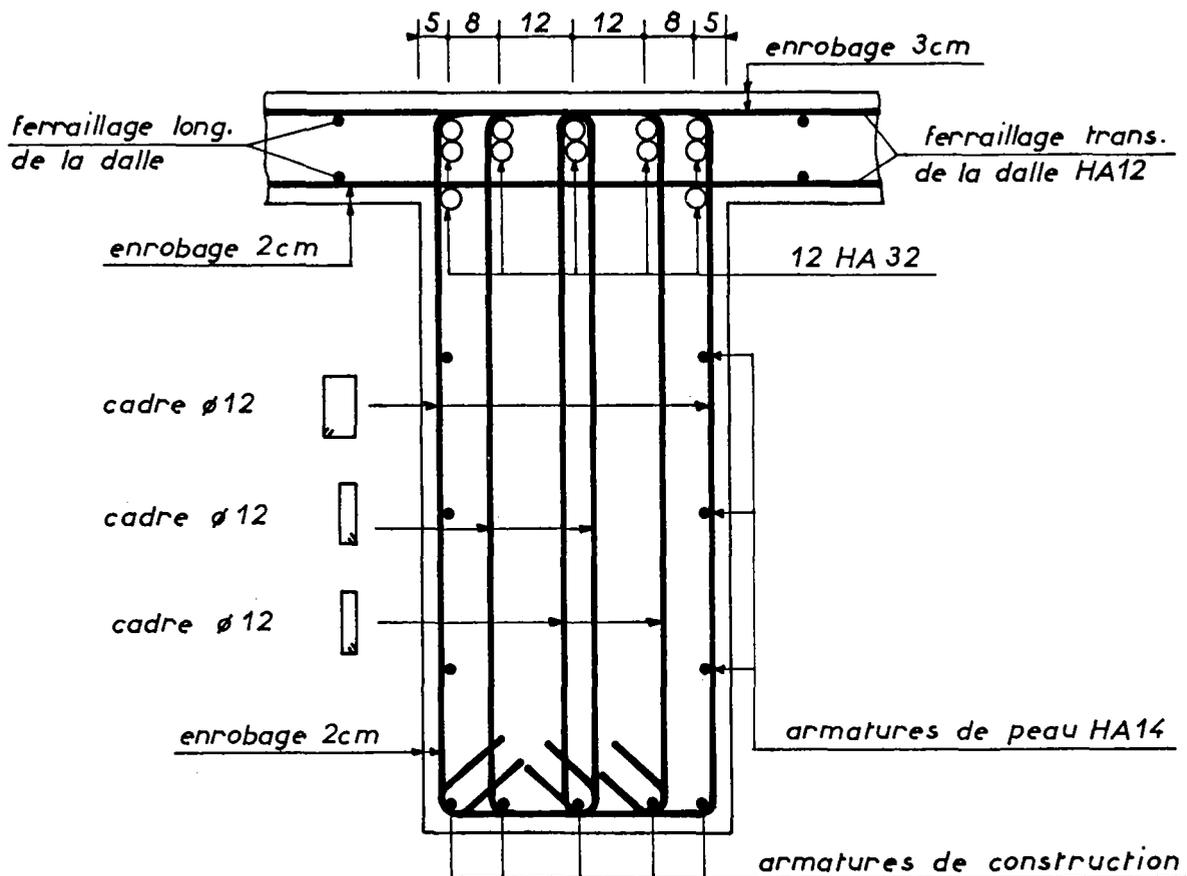
$|M_{ser}| < M_{AB}$  : il n'y a pas besoin d'armatures comprimées.

c - Détermination de la section d'acier

En utilisant  $z_{AB}$  comme valeur approchée de  $z$ , on obtient :

$$A_{st} = \frac{M_{ser}}{z_{AB} f_{s\text{ser}}} = \frac{1,5462 \times 10^4}{0,9229 \times 176} = \underline{95,19} \text{ cm}^2 \quad (1)$$

soit 12 HA 32 (96,5 cm<sup>2</sup>)



Remarque

En effectuant le calcul exact de  $d$  et de  $z$ , on aurait obtenu un résultat pratiquement identique :

$$\varphi = \text{Arc cos} \left[ 1 + \frac{2 n M_{ser}}{b_0 d^2 f_{s\text{ser}}} \right]^{-3/2}$$

$$\varphi = \text{Arc cos} \left[ 1 + \frac{2 \times 15 \times 1,5462}{0,5 \times (1,11)^2 \times 176} \right]^{-3/2} = \underline{54,12} \text{ degrés}$$

$$\alpha = 1 - 2 \sqrt{1 + \frac{2 n M_{ser}}{b_0 d^2 f_{s\text{ser}}}} \cos \left( 60^\circ + \frac{\varphi}{3} \right) = \underline{0,5047}$$

(1) valeur à comparer aux 73,5 cm<sup>2</sup> obtenus à l'ELU (§ 1.2.3.)

$$z = d \left( 1 - \frac{\alpha}{3} \right) = \underline{0,9233 \text{ m}}$$

$$A_{st} = \frac{M_{ser}}{z f_{s,ser}} = \underline{95,16 \text{ cm}^2}$$

Pour des sections faiblement sollicitées ( $M_{ser} \ll M_{AB}$ ), le calcul exact permet néanmoins d'économiser jusqu'à 10% d'acier.

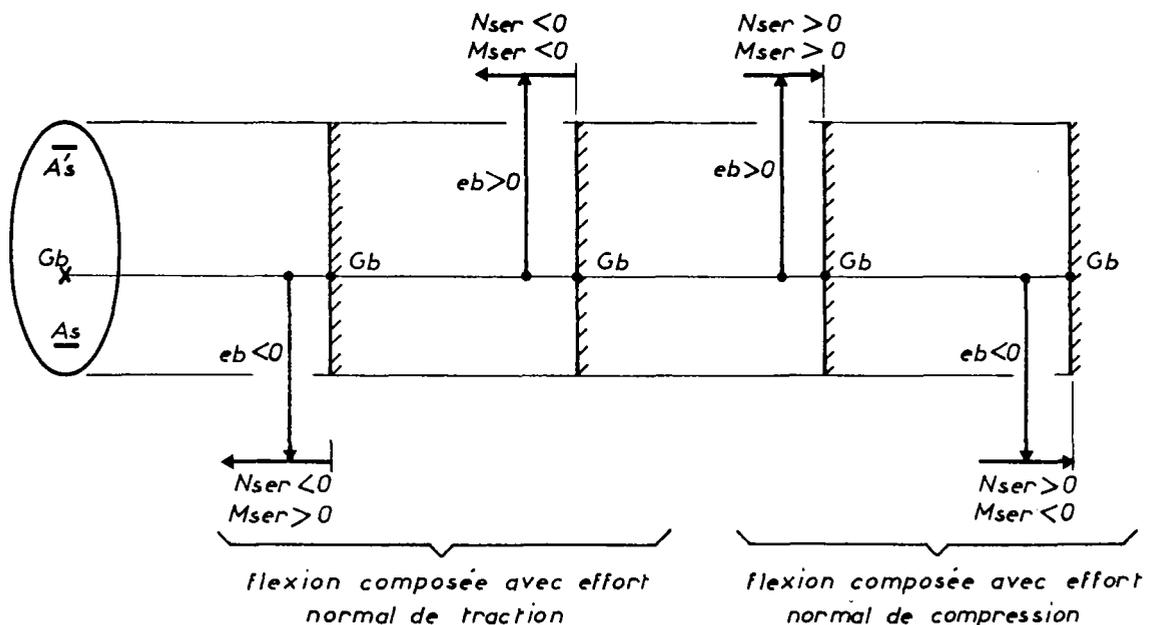
### 2.3. JUSTIFICATIONS DES SECTIONS EN FLEXION COMPOSÉE

#### 2.3.1. Vérification des sections en flexion composée

##### 2.3.1.1. Généralités

Les sollicitations  $M_{ser}$  et  $N_{ser}$  sont généralement calculées au centre de gravité du béton seul  $G_b$ . Le couple ( $M_{ser}$ ,  $N_{ser}$ ) est équivalent à un effort normal  $N_{ser}$  excentré de  $e_b$  :

$$e_b = \frac{M_{ser}}{N_{ser}} \quad M_{ser} \text{ et } N_{ser} \text{ étant exprimés en valeur algébrique}$$



$A_s$  et  $A_s'$  peuvent être tendues ou comprimées suivant les cas.

Lorsque  $N_{ser}$  est un effort normal de compression, il n'y a pas, contrairement à l'E.L.U., à tenir compte des effets du second ordre (en particulier des excentricités  $e_a + e_2$  visées par l'article A.4.3,5.).

Suivant l'excentricité et le signe de l'effort normal, la section peut être :

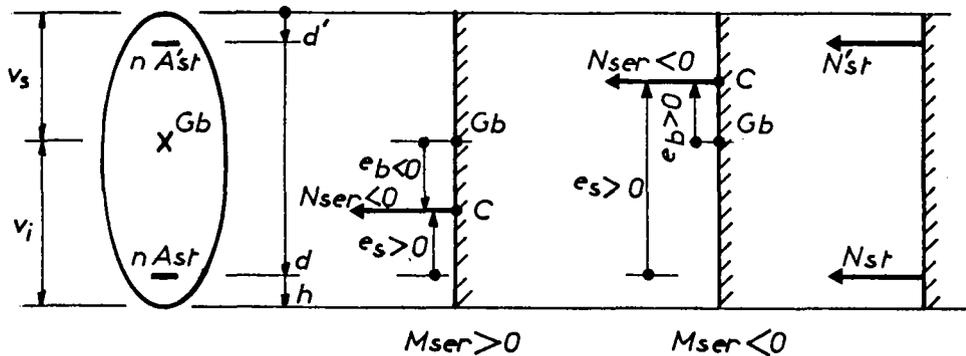
- entièrement tendue :  $N_{ser} < 0$ ,
- partiellement tendue, partiellement comprimée :  $N_{ser} < 0$  ou  $N_{ser} > 0$
- entièrement comprimée :  $N_{ser} > 0$

La vérification est effectuée à partir des données suivantes :

- coffrage de la pièce et armatures  $A_s$  et  $A'_s$
- matériaux :  $f_{c28}$  et  $f_e$
- sollicitations :  $N_{ser}$  et  $M_{ser}$  calculées par rapport à  $G_b$
- condition de fissuration

Le problème consiste à calculer les contraintes  $\sigma_b$ ,  $\sigma_s$  et  $\sigma'_s$ , et à les comparer aux contraintes limites réglementaires.

2.3.1.2. Cas de la section entièrement tendue



La section est entièrement tendue lorsque  $N_{ser}$  est un effort normal de traction appliqué entre les deux nappes d'armatures :

$$v_s - d \leq e_b \leq v_s - d'$$

L'équilibre de la section par rapport à  $A_{st}$  s'écrit :

efforts normaux :  $N_{ser} = N_{st} + N'_{st}$

moments fléchissants :  $M_{ser,A} = N'_{st} (d - d')$

avec :

$N_{st} = A_{st} \sigma_{st}$  et  $N'_{st} = A'_{st} \sigma'_{st}$

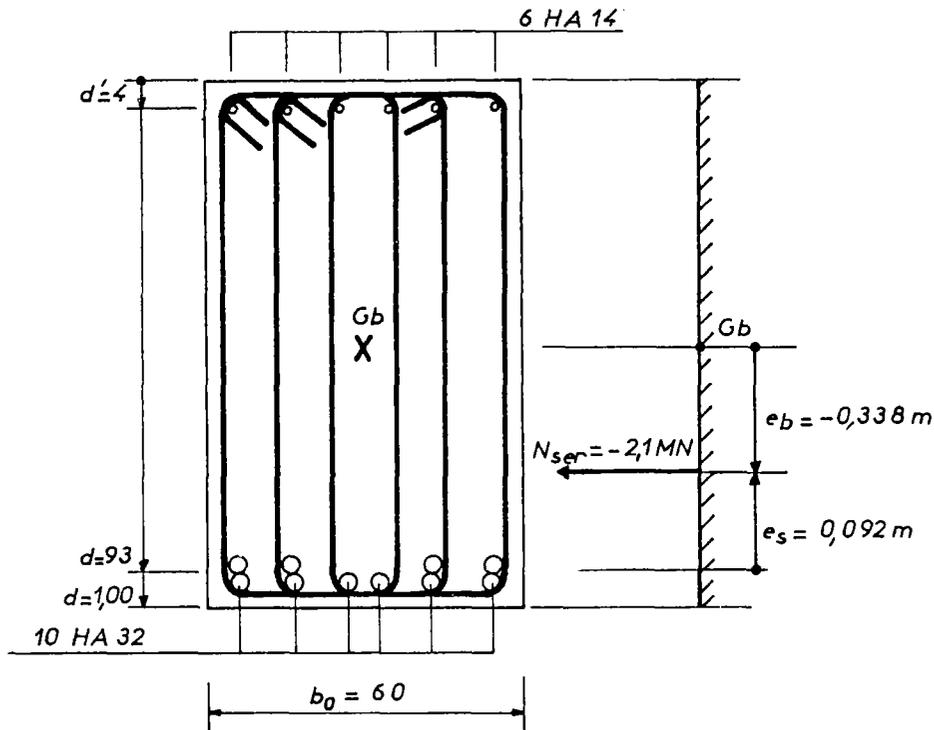
$M_{ser,A}$  : moment calculé par rapport à  $A_{st}$  :  
 $M_{ser,A} = N_{ser} e_s = N_{ser} (d - v_s + e_b)$

Les deux équations donnent :

$$\sigma'_{st} = \frac{|M_{ser,A}|}{(d - d') A'_{st}} \quad \text{et} \quad \sigma_{st} = \frac{1}{A_{st}} \left[ |N_{ser}| - \frac{|M_{ser,A}|}{(d - d')} \right]$$

**EXEMPLE**

- données :
- béton :  $f_{c28} = 30$  MPa
  - armatures : Fe E 400       $f_e = 400$  MPa
  - fissuration préjudiciable :  
 $f_{s\text{ser}} = \text{minimum} (2/3 f_e, 150 \eta) = 240$  MPa
  - sollicitations :  $M_{\text{ser}} = 0,710$  MN-m  
 $N_{\text{ser}} = - 2,100$  MN-m
  - ferrailage :  $A_s : 10$  HA 32  
 $A'_s : 6$  HA 14



excentricité de l'effort normal :  $e_b = \frac{M_{\text{ser}}}{N_{\text{ser}}} = - \frac{0,71}{2,1} = - 0,338$  m

$N_{\text{ser}}$  étant situé entre les deux nappes d'armatures, la section est entièrement tendue.

$e_s = d - \frac{h}{2} + e_b = 0,93 - \frac{1}{2} - 0,338 = 0,092$  m

$M_{\text{ser},A} = N_{\text{ser}} e_s = - 2,1 \times 0,092 = - 0,193$  MN-m

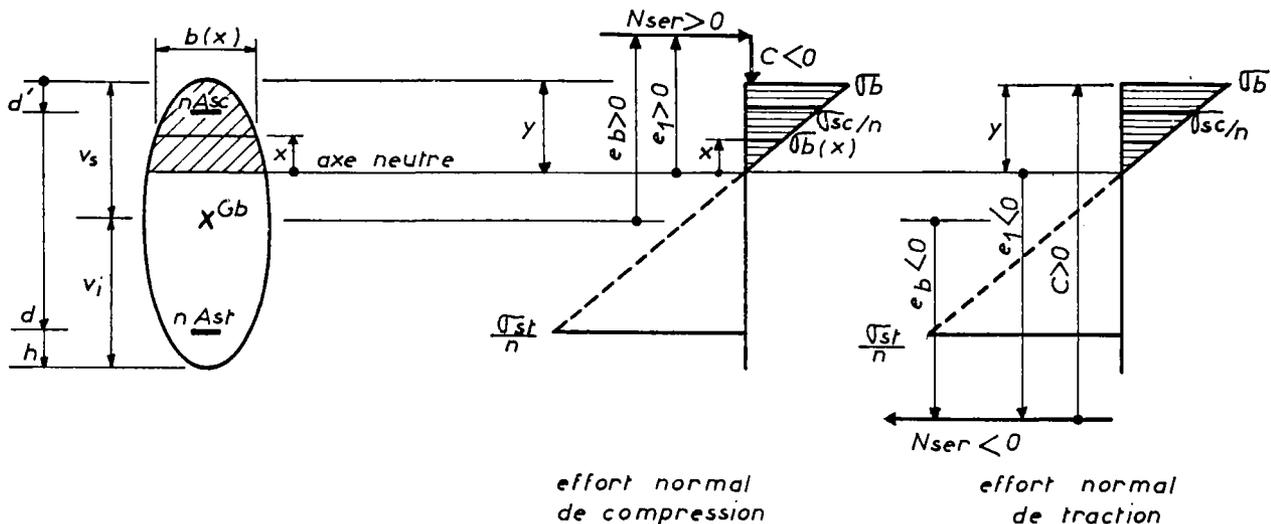
$\sigma'_{st} = \frac{|M_{\text{ser},A}|}{(d - d') A'_s} = \frac{0,193}{(0,93 - 0,04) \times 9,24 \times 10^{-4}} = 234,7$  MPa < 240 MPa

$$\sigma_{st} = \frac{1}{A_{st}} \left[ |N_{ser}| - \frac{|M_{ser,A}|}{d - d'} \right]$$

$$\sigma_{st} = \frac{1}{80,42 \times 10^{-4}} \left( 2,1 - \frac{0,193}{0,93 - 0,04} \right) = \underline{234,2 \text{ MPa}} < 240 \text{ MPa}$$

### 2.3.1.3. Cas de la section partiellement tendue, partiellement comprimée

Les calculs qui suivent vont être conduits en supposant  $M_{ser} > 0$ . Dans le cas contraire, les raisonnements seraient identiques à condition d'invertir les fibres supérieures et inférieures.



#### notations

- .  $e_b$  est l'excentricité de l'effort normal par rapport à  $G_b$ .
- .  $e_1$  est l'excentricité de l'effort normal par rapport à l'axe neutre.
- .  $c = v_s - e_b$  est la distance du point de passage de l'effort normal à la fibre supérieure en valeur algébrique.
- .  $(M_{ser}, N_{ser})$  sont les sollicitations calculées par rapport à  $G_b$   
 $M_{ser} = N_{ser} e_b$
- .  $M_{ser,a.n}$  est le moment calculé par rapport à l'axe neutre :  
 $M_{ser,a.n} = N_{ser} e_1$

Les armatures sont supposées concentrées.

#### linéarité des contraintes

$$\frac{\sigma_b(x)}{x} = \frac{\sigma_b}{y} = \frac{\sigma_{sc}}{n(y - d')} = \frac{\sigma_{st}}{n(d - y)} \quad (1)$$

#### équilibre des efforts normaux

$$N_{ser} = N_b + N_{sc} - N_{st}$$

$$N_{ser} = \int_0^y \sigma_b(x) b(x) dx + A_{sc} \sigma_{sc} - A_{st} \sigma_{st}$$

En exprimant toutes les contraintes en fonction de  $\sigma_b$ , à partir des relations (1), on obtient :

$$N_{ser} = \frac{\sigma_b}{y} \left[ \int_0^y x b(x) dx + n A_{sc} (y - d') - n A_{st} (d - y) \right]$$

La partie entre crochets représente le moment statique  $S_1$  de la section homogène réduite par rapport à l'axe neutre.

$$N_{ser} = \frac{\sigma_b}{y} S_1 \quad (2)$$

équilibre des moments fléchissants par rapport à l'axe neutre

$$M_{ser,a.n} = \int_0^y \sigma_b(x) b(x) x dx + A_{sc} \sigma_{sc} (y - d') + A_{st} \sigma_{st} (d - y)$$

En utilisant de même les relations (1), on obtient :

$$M_{ser,a.n} = \frac{\sigma_b}{y} \left[ \int_0^y x^2 b(x) dx + n A_{sc} (y - d')^2 + n A_{st} (d - y)^2 \right]$$

La partie entre crochets représente le moment d'inertie  $I_1$  de la section homogène réduite par rapport à l'axe neutre :

$$M_{ser,a.n} = \frac{\sigma_b}{y} I_1 \quad (3)$$

détermination de l'équation en y

En comparant les relations (2) et (3), on obtient :

$$M_{ser,a.n} = \frac{I_1}{S_1} N_{ser}$$

soit :

$$e_1 = \frac{I_1}{S_1}$$

comme  $e_1 = y - c$ , on obtient une équation dont la seule inconnue est y :

$$y - c = \frac{I_1}{S_1}$$

expression dans laquelle :

$$I_1 = \int_0^y b(x) x^2 dx + n A_{sc} (y - d')^2 + n A_{st} (d - y)^2$$

$$S_1 = \int_0^y b(x) x dx + n A_{sc} (y - d') - n A_{st} (d - y)$$

En résolvant cette équation de manière analytique ou par approximations successives, on obtient la valeur de  $y$ , puis la valeur de  $I_1$ .<sup>(1)</sup>

$\sigma_b$  est alors obtenu à partir de la relation (3) :

$$\sigma_b = \frac{M_{ser,a.n}}{I_1} y$$

à comparer à  $f_{bser}$

de même on a :

$$\sigma_{sc} = n \frac{M_{ser,a.n}}{I_1} (y - d')$$

pas de limite réglementaire (voir cependant la remarque du § 2.1.2.)

$$\sigma_{st} = n \frac{M_{ser,a.n}}{I_1} (d - y)$$

à comparer à  $f_{sser}$

avec :

$$M_{ser,a.n} = N_{ser} e_1$$

$$e_1 = y - c = y + e_b - v_s$$

On pose souvent :

$$K = \frac{M_{ser,a.n}}{I_1} = \frac{N_{ser} e_1}{I_1}$$

On obtient alors :

$$\sigma_b = K y$$

$$\sigma_{sc} = n K (y - d')$$

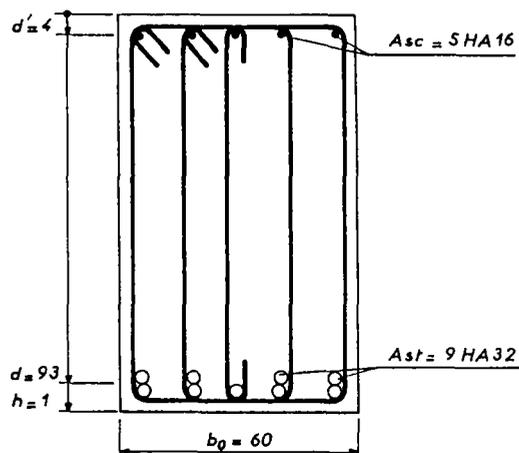
$$\sigma_{st} = n K (d - y)$$

---

(1) si  $b(x) = b_0 = \text{constante}$ , on obtient alors une équation de 3<sup>ème</sup> degré en  $y$ .

EXEMPLE :

- Sollicitations :  $M_{ser} = 1,6 \text{ MN-m}$   
 $N_{ser} = 2 \text{ MN}$
- Matériaux : béton :  $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$   
acier : Fe E 400  $f_e = 400 \text{ MPa}$
- Fissuration très préjudiciable :  $f_{s,ser} = \text{minimum } (0,5 f_e, 110 \eta)$   
 $f_{s,ser} = 176 \text{ MPa}$



inconnues :  $\sigma_b, \sigma_{st}, \sigma_{sc}$

Dans le cas d'une section rectangulaire, l'équation  $e_1 = \frac{I_1}{S_1}$  peut se mettre sous la forme :

$$e_1^3 + 3 p e_1 + 2 q = 0$$

avec

$$\begin{cases} p = -c^2 - 2 n \frac{A_{sc}}{b_0} (c - d') + 2 n \frac{A_{st}}{b_0} (d - c) \\ q = -c^3 - 3 n \frac{A_{sc}}{b_0} (c - d')^2 - 3 n \frac{A_{st}}{b_0} (d - c)^2 \end{cases}$$

$$e_b = \frac{M_{ser}}{N_{ser}} = \frac{1,6}{2} = 0,80 \text{ m}$$

$$c = \frac{h}{2} - e_b = 0,5 - 0,80 = -0,30 \text{ m}$$

$$p = -(-0,30)^2 - 2 \times 15 \times \frac{10,05 \times 10^{-4}}{0,60} (-0,30 - 0,04) + 2 \times 15 \times \frac{72,38 \times 10^{-4}}{0,60} (0,93 + 0,30)$$

$$p = 0,372222 \text{ m}^2$$

$$q = -(-0,30)^3 - 3 \times 15 \times \frac{10,05 \times 10^{-4}}{0,60} (-0,30 - 0,04)^2 - 3 \times 15 \times \frac{72,38 \times 10^{-4}}{0,60} (0,93 + 0,30)^2$$

$$q = -0,802991 \text{ m}^3$$

Le discriminant  $D = p^3 + q^2 = \underline{0,696366}$  est positif. L'équation admet une seule solution :

$$e_1 = \left[ -q + \sqrt{D} \right]^{1/3} + \left[ -q - \sqrt{D} \right]^{1/3} = \underline{0,8629} \text{ m}$$

$$y = e_1 + c = 0,8629 - 0,30 = \underline{0,5629} \text{ m}$$

$$M_{ser,a.n} = N_{ser} e_1 = 2 \times 0,8629 = \underline{1,7257} \text{ MN-m}$$

$$I_1 = \frac{b_o y^3}{3} + n A_{sc} (y - d')^2 + n A_{st} (d - y)^2 = \underline{0,054421} \text{ m}^4$$

$$\sigma_b = \frac{M_{ser,a.n}}{I_1} y = \frac{1,7257 \times 0,5629}{0,054421} = \underline{17,85} \text{ MPa}$$

$\sigma_b$  est inférieur à  $f_{bser} = 0,6 f_{c28} = 18 \text{ MPa}$

$$\sigma_{sc} = n \frac{M_{ser,a.n}}{I_1} (y - d') = \underline{248,7} \text{ MPa}$$

Il n'y a pas de limite réglementaire (se reporter cependant à la remarque du § 2.1.2.).

$$\sigma_{st} = n \frac{M_{ser,a.n}}{I_1} (d - y) = \underline{174,6} \text{ MPa} < f_{sser} = 176 \text{ MPa}$$

Remarque :

Dans le cas d'une section en T, l'équation  $e_1 = \frac{I_1}{S_1}$  se met également sous la forme :

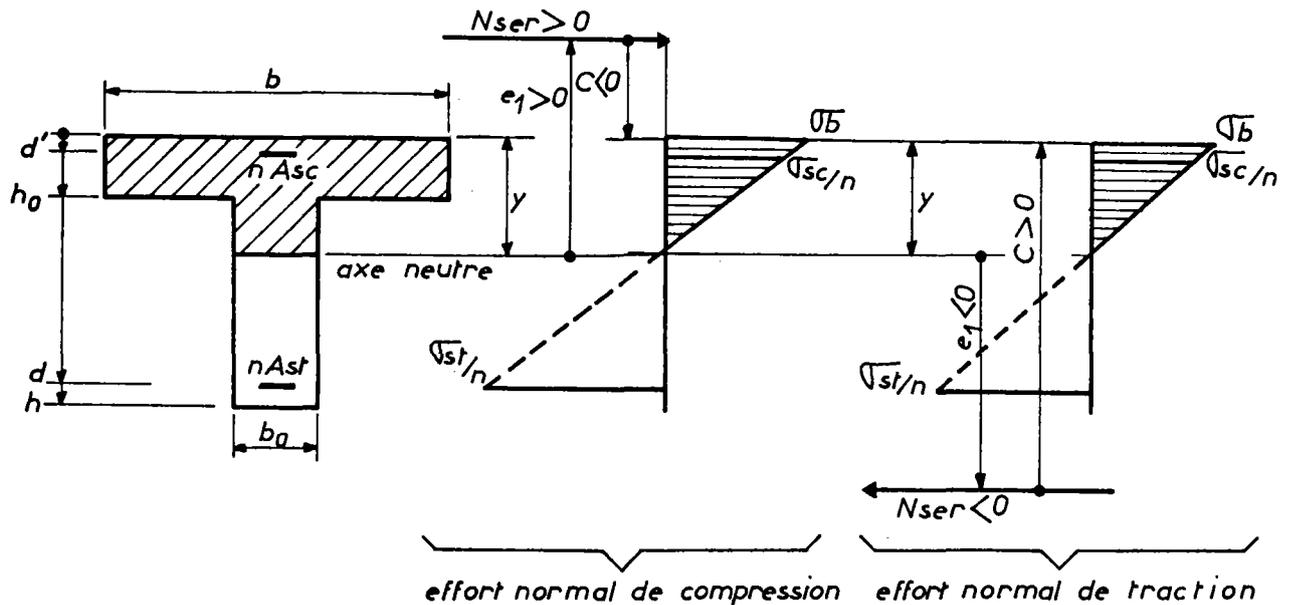
$$e_1^3 + 3 p e_1 + 2 q = 0$$

avec :

$$p = -\frac{b}{b_o} c^2 + \left(\frac{b}{b_o} - 1\right) (c - h_o)^2 - 2 n \frac{A_{sc}}{b_o} (c - d') + 2 n \frac{A_{st}}{b_o} (d - c)$$

$$q = -\frac{b}{b_o} c^3 + \left(\frac{b}{b_o} - 1\right) (c - h_o)^3 - 3 n \frac{A_{sc}}{b_o} (c - d')^2 - 3 n \frac{A_{st}}{b_o} (d - c)^2$$

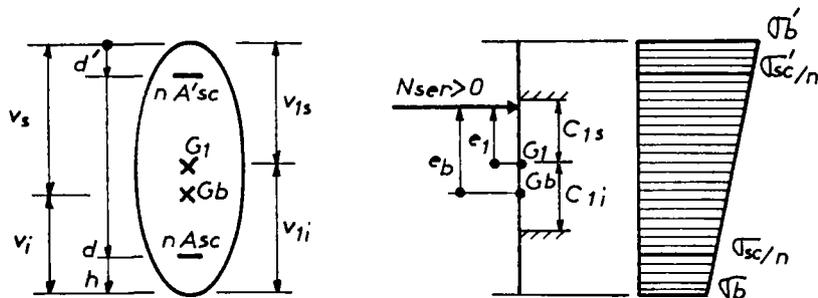
Dans le cas où l'axe neutre est situé dans la table de compression, c'est l'équation de la section rectangulaire qu'il faut utiliser en remplaçant  $b_o$  par  $b$ .



L'inertie homogène réduite calculée par rapport à l'axe neutre vaut :

$$I_1 = b \frac{y^3}{3} - (b - b_0) \frac{(y - h_0)^3}{3} + n A_{sc} (y - d')^2 + n A_{st} (d - y)^2$$

2.3.1.4. Cas de la section entièrement comprimée :



La section est entièrement comprimée lorsque  $N_{ser}$  est un effort normal de compression appliqué à l'intérieur du noyau central de la section homogène.

La section homogène est caractérisée par :

- $G_1$  : le centre de gravité de la section d'aire  $B_1$  :

$$B_1 = B + n A_{sc} + n A'_{sc}$$

- $I_1$  le moment d'inertie :

$$I_1 = \int_{-v_{1i}}^{v_{1s}} b(x) x^2 dx + n A'_{sc} (v_{1s} - d') + n A_{sc} (d - v_{1s})$$

- $e_1$  le rendement géométrique :

$$e_1 = \frac{I_1}{B_1 v_{1s} v_{1i}}$$

Si  $e_1$  est l'excentricité de l'effort normal, calculée par rapport au centre de gravité  $G_1$  de la section homogène, la section est entièrement comprimée lorsque :

$$- c_{1i} \leq e_1 \leq c_{1s}$$

$c_{1i}$  et  $c_{1s}$  étant les limites du noyau central :

$$c_{1s} = e_1 v_{1s}$$

$$c_{1i} = e_1 v_{1i}$$

Les sollicitations doivent être réduites au niveau du centre de gravité de la section homogène :

$$\begin{cases} N_{ser} \\ M_{ser,G1} = N_{ser} e_1 \end{cases} \quad \text{avec} \quad e_1 = v_{1s} - v_s + e_b$$

Les contraintes sont données par les formules de la R.D.M.

$$\sigma'_b = \frac{N_{ser}}{B_1} + \frac{M_{ser,G1} v_{1s}}{I_1}$$

$$\sigma_b = \frac{N_{ser}}{B_1} - \frac{M_{ser,G1} v_{1i}}{I_1}$$

à comparer à  $f_{bser}$

$$\sigma'_{sc} = n \left[ \frac{N_{ser}}{B_1} + \frac{M_{ser,G1} (v_{1s} - d')}{I_1} \right]$$

$$\sigma_{sc} = n \left[ \frac{N_{ser}}{B_1} - \frac{M_{ser,G1} (d - v_{1s})}{I_1} \right]$$

pas de limite réglementaire (voir cependant la remarque du § 2.1.2.)

Exemple d'une section rectangulaire :

sollicitations calculées par rapport à  $G_D$  :

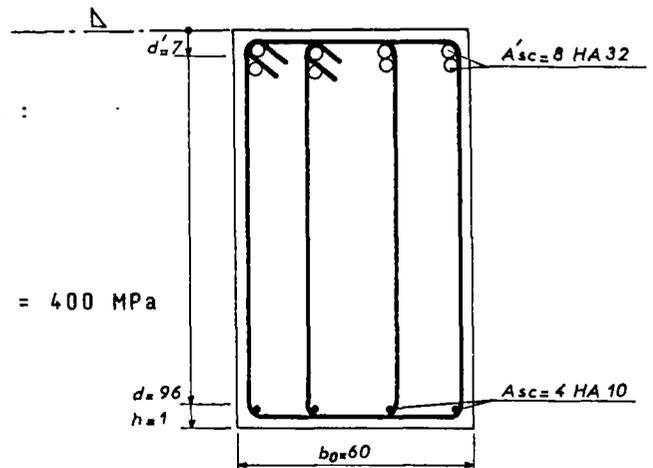
$$M_{ser} = 1 \text{ MN-m}$$

$$N_{ser} = 10 \text{ MN}$$

matériaux : - béton :  $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$   
 - acier : Fe E 400

$$f_e = 400 \text{ MPa}$$

inconnues :  $\sigma_b, \sigma_{sc}, \sigma'_{sc}$



Supposons la section entièrement comprimée et calculons les caractéristiques de la section homogène :

$$B_1 = B + n A_{SC} + n A'_{SC}$$

$$B_1 = 1 \times 0,6 + 15 \times 64,34 \times 10^{-4} + 15 \times 3,14 \times 10^{-4}$$

$$B_1 = \underline{0,70122 \text{ m}^2}$$

La position du centre de gravité  $G_1$  de la section homogène est obtenue en calculant le moment statique par rapport à l'axe  $\Delta$  passant par la fibre supérieure.

$$B_1 v_{1s} = B \times \frac{h}{2} + n A'_{SC} d' + n A_{SC} d$$

$$v_{1s} = \frac{0,6 \times 0,5 + 15 \times 64,34 \times 10^{-4} \times 0,07 + 15 \times 3,14 \times 10^{-4} \times 0,96}{0,70122}$$

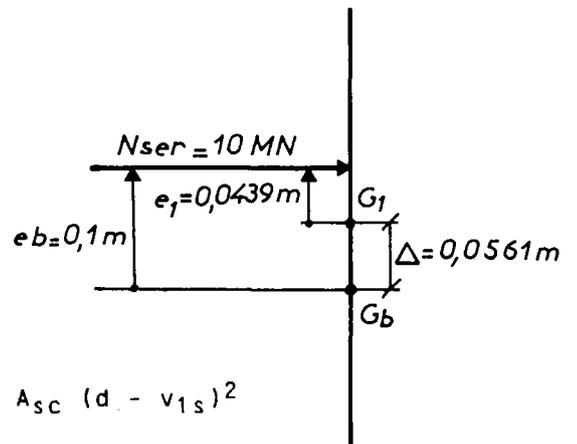
$$v_{1s} = \underline{0,4439 \text{ m}}$$

$$M_{ser,G1} = N_{ser} e_1$$

$$M_{ser,G1} = 10 \times 0,0439 = 0,439 \text{ MN-m}$$

$$I_1 = \frac{b_0 h^3}{12} + B \Delta^2 + A'_{SC} (v_{1s} - d')^2 + n A_{SC} (d - v_{1s})^2$$

$$I_1 = \underline{0,066635 \text{ m}^4}$$

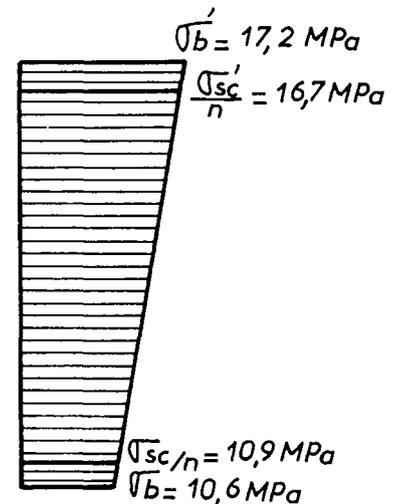


$$\sigma_b = \frac{N_{ser}}{B_1} + \frac{M_{ser,G1} v_{1s}}{I_1} = \underline{17,2 \text{ MPa}}$$

$$\sigma_b = \frac{N_{ser}}{B_1} - \frac{M_{ser,G1} v_{1i}}{I_1} = \underline{10,6 \text{ MPa}}$$

$$\sigma'_{sc} = n \left[ \frac{N_{ser}}{B_1} + \frac{M_{ser,G1} (v_{1s} - d')}{I_1} \right] = \underline{250,9 \text{ MPa}}$$

$$\sigma_{sc} = n \left[ \frac{N_{ser}}{B_1} - \frac{M_{ser,G1} (d - v_{1i})}{I_1} \right] = \underline{162,9 \text{ MPa}}$$



L'état-limite de compression du béton n'est pas dépassé :

$$\sigma_b = 17,2 \text{ MPa} < f_{bser} = 18 \text{ MPa}$$

2.3.2. Dimensionnement des sections en flexion composée

2.3.2.1. Généralités

Les calculs présentés dans ce paragraphe ne concernent que l'E.L.S. lorsque la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable. Il y a lieu d'effectuer par ailleurs les justifications aux E.L.U. (chapitre 2, § 1) et de vérifier la condition de non-fragilité (chapitre 2 § 3.1.).

Remarque : lorsque la fissuration est peu nuisible, le dimensionnement à l'E.L.S. ne présente pas d'intérêt car la contrainte des armatures tendues n'est pas limitée réglementairement. Il est préférable d'effectuer un calcul aux E.L.U. et de vérifier ensuite la section à l'E.L.S..

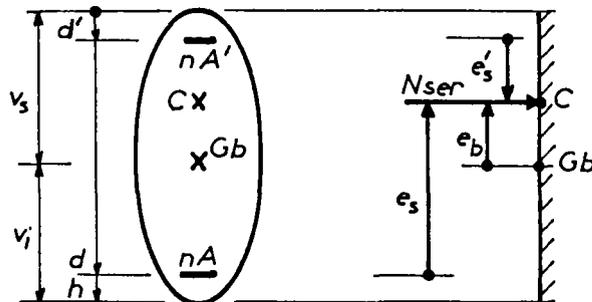
Les sollicitations ( $M_{ser}$ ,  $N_{ser}$ ) calculées au centre de gravité du béton seul  $G_b$ , sont équivalentes à un effort normal  $N_{ser}$  excentré de  $e_b$  :

$$e_b = \frac{M_{ser}}{N_{ser}}$$

Par la suite, on supposera toujours  $M_{ser} > 0$ . Dans le cas contraire, les calculs à effectuer sont identiques, à condition d'invertir les fibres supérieures et inférieures.

Les principes de dimensionnement à l'E.L.S. sont analogues à ceux développés dans le § 1.3. relatif à l'E.L.U..

Le système des forces extérieures est réduit au niveau du centre de gravité des armatures inférieures ou supérieures suivant les cas. Les moments correspondants sont désignés par  $M_{ser,A}$  et  $M_{ser,A'}$ .



$$M_{ser,A} = N_{ser} e_s \quad \text{avec } e_s = d - v_s + e_b$$

$$M_{ser,A'} = N_{ser} e'_s \quad \text{avec } e'_s = v_s - d' - e_b$$

2.3.2.2. Flexion composée avec effort normal de traction

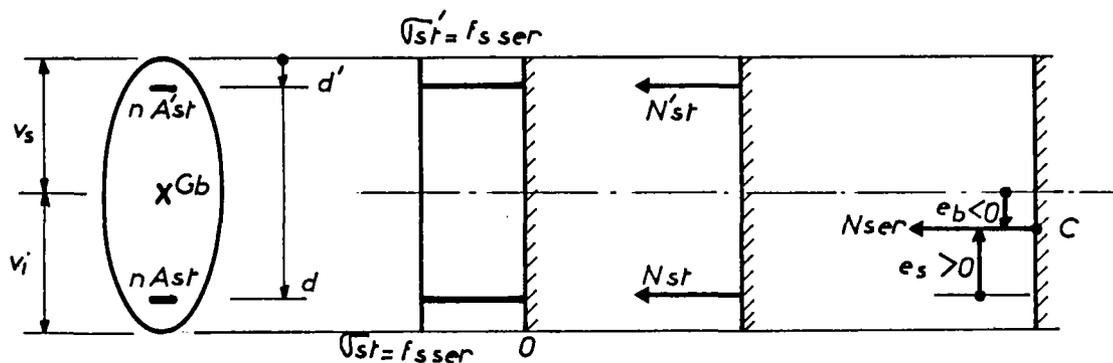
La section peut être entièrement ou partiellement tendue suivant l'excentricité de l'effort normal.

<p>SECTION ENTIEREMENT TENDUE</p>		<p><math>e_s = d - v_s + e_b</math>  <math>M_{ser,A} = N_{ser} e_s &lt; 0</math>  <math>- e_b &lt; d - v_s</math>                  2 nappes d'armatures tendues  <math>A_{st}</math> et <math>A'_{st}</math></p>
<p>SECTION PARTIELLEMENT TENDUE</p>		<p><math>e_s = d - v_s + e_b</math>  <math>M_{ser,A} = N_{ser} e_s &gt; 0</math>  <math>- e_b &gt; d - v_s</math>                  1 nappe d'armatures tendues  <math>A_{st}</math>                  éventuellement, 1 nappe                  d'armatures comprimées  <math>A_{sc}</math></p>

$M_{ser,A}$  représente le moment appliqué à la section calculé par rapport au centre de gravité des armatures inférieures.

a - La section est entièrement tendue :  $e_b \geq - (d - v_s)$

La solution la plus économique consiste à faire travailler les armatures au maximum de leur possibilité ( $\sigma_{st} = f_{sser}$ ).



L'équilibre de la section par rapport à  $A_{st}$  s'écrit :

effort normaux :  $|N_{ser}| = N_{st} + N'_{st}$   
 moments fléchissants :  $|M_{ser,A}| = N'_{st} (d - d')$

avec :

$$\begin{cases} N_{st} = A_{st} f_{sser} & \text{et} & N'_{st} = A'_{st} f_{sser} \\ M_{ser,A} = N_{ser} e_s = N_{ser} (d - v_s + e_b) \end{cases}$$

Les deux équations donnent :

$$A'_{st} = \frac{|M_{ser,A}|}{(d - d') f_{s\overline{ser}}}$$

$$A_{st} = \frac{1}{f_{s\overline{ser}}} \left[ N_{ser} - \frac{|M_{ser,A}|}{(d - d')} \right]$$

b - La section est partiellement tendue :  $e_b < - (d - v_s)$

On se ramène au dimensionnement d'une section soumise à la flexion simple en remplaçant  $M_{ser}$  par  $M_{ser,A}$ , moment des actions extérieures calculé par rapport au centre de gravité des armatures tendues.

En effet, l'équilibre de la section s'écrit (sans aciers comprimés) :

équilibre des moments par rapport à  $A_{st}$  :

$$M_{ser,A} = N_{ser} e_s = N_b z \quad (1)$$

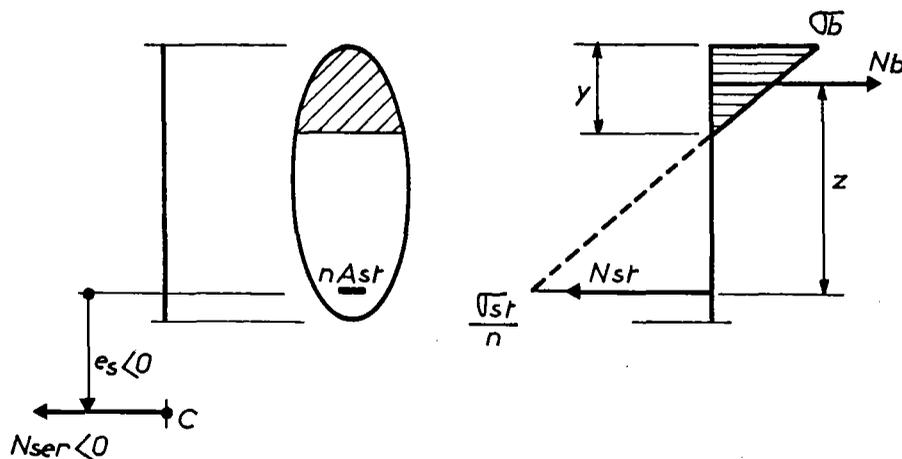
équilibre des efforts normaux :

$$N_{ser} = N_b - N_{st} \quad (2)$$

L'équation (1) est identique à celle d'une section en flexion simple dans laquelle  $M_{ser}$  est remplacé par  $M_{ser,A}$ .

L'équation (2) donne l'effort de traction dans les aciers :

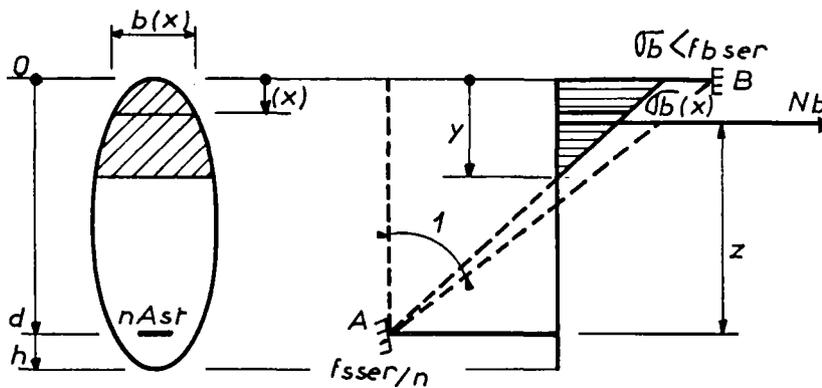
$$N_{st} = N_b - N_{ser}$$



Comme pour la flexion simple, on compare le moment  $M_{ser,A}$  calculé par rapport aux armatures tendues au moment de référence  $M_{AB}$ .

1er cas :  $M_{ser,A} < M_{AB}$

Il faut trouver une valeur  $\sigma_b < f_{bser}$  telle que le moment résistant du béton  $M_b = N_b z$  équilibre le moment extérieur appliqué  $M_{ser,A}$



$$M_{ser,A} = M_b = \int_0^y b(x) \sigma_b(x) (d - x) dx$$

y est la solution de cette équation, obtenue de façon analytique ou par approximations successives. Il est alors possible de calculer  $N_b$  et z :

$$N_b = \int_0^y b(x) \sigma_b(x) dx$$

$$z = \frac{M_b}{N_b}$$

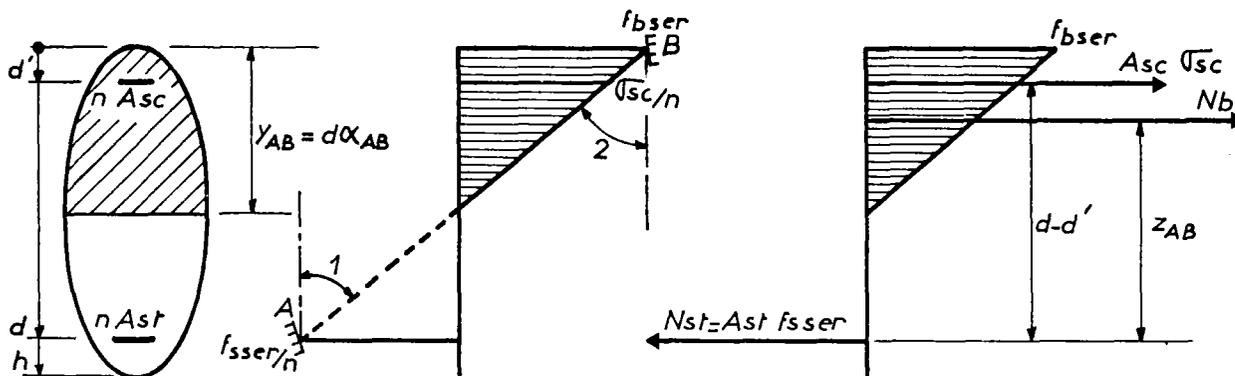
La section des armatures tendues est obtenue en écrivant l'équilibre des efforts normaux :

$$N_{ser} = - A_{st} f_{sser} + \frac{M_{ser,A}}{z}$$

$$A_{st} = \frac{1}{f_{sser}} \left[ \frac{M_{ser,A}}{z} - N_{ser} \right]$$

avec  $N_{ser} < 0$  (traction)

2ème cas :  $M_{ser,A} > M_{AB}$



On se fixe, comme en flexion simple, le diagramme des contraintes à la limite des domaines 1 et 2. Pour ce diagramme, le moment résistant du béton vaut  $M_{AB}$ . Il est nécessaire de prévoir des armatures comprimées  $A_{sc}$  pour équilibrer le complément du moment  $M_{ser,A} - M_{AB}$  :

$$A_{sc} \sigma_{sc} (d - d') = M_{ser,A} - M_{AB}$$

soit :

$$A_{sc} = \frac{M_{ser,A} - M_{AB}}{\sigma_{sc} (d - d')}$$

avec :

$$\sigma_{sc} = n f_{bser} \left(1 - \frac{d'}{d \alpha_{AB}}\right) \quad (\text{voir remarque du } \S 2.1.2.)$$

L'équation d'équilibre des efforts normaux permet d'obtenir la section des armatures tendues :

$$N_{st} = - A_{st} f_{sser} + \frac{M_{AB}}{z_{AB}} + A_{sc} \sigma_{sc}$$

soit :

$$A_{st} = \frac{1}{f_{sser}} \left( \frac{M_{AB}}{z_{AB}} + A_{sc} \sigma_{sc} - N_{ser} \right) \quad \text{avec } N_{ser} < 0$$

Pour le calcul de  $z_{AB}$ , se reporter au § 2.2.2.2.

remarque : une valeur de  $M_{ser,A}$  très importante peut conduire à redimensionner le coffrage.

Exemple d'une section rectangulaire :

largeur  $b_0 = 0,60$  m      hauteur  $h = 1$  m

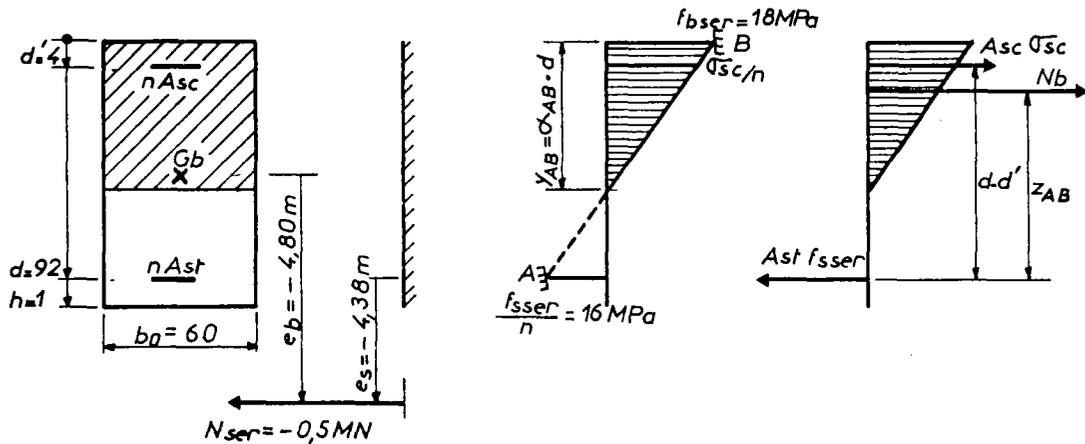
sollicitations                       $M_{ser} = 2,4$  MN-m  
     $N_{ser} = - 0,5$  MN

matériaux    béton :  $f_{c28} = 30$  MPa       $f_{bser} = 0,6 f_{c28} = 18$  MPa  
    acier : Fe E 400                       $f_e = 400$  MPa

fissuration préjudiciable :  $f_{sser} = \text{minimum} (2/3 f_e, 150 \eta) = 240$  MPa

• inconnues :  $A_{st}$        $A_{sc}$

L'effort normal est excentré de  $e_b = \frac{M_{ser}}{N_{ser}} = \frac{- 2,4}{0,5} = - 4,80$  m



$$e_s = e_b + (d - \frac{h}{2}) = - 4,80 + (0,92 - 0,50) = - 4,38 \text{ m} < 0$$

La section est donc partiellement tendue.

Le moment calculé par rapport aux armatures tendues vaut :

$$M_{ser,A} = N_{ser} e_s = (- 0,50) \times (- 4,38) = \underline{2,190} \text{ MN-m}$$

Le moment de référence  $M_{AB}$  vaut :

$$M_{AB} = \frac{b_0 d}{2} \alpha_{AB} z_{AB} f_{bser}$$

avec :

$$\alpha_{AB} = \frac{n f_{bser}}{n f_{bser} + f_{sser}} = \frac{15 \times 15}{15 \times 18 + 240} = \underline{0,5294}$$

$$z_{AB} = d (1 - \frac{\alpha_{AB}}{3}) = 0,92 (1 - \frac{0,5294}{3}) = \underline{0,758} \text{ m}$$

$$M_{AB} = \frac{0,6 \times 0,92}{2} \times 0,5294 \times 0,758 \times 18 = \underline{1,993 \text{ MN-m}}$$

On a  $M_{AB} < M_{ser,A}$ , par conséquent, il est nécessaire de prévoir des armatures comprimées. En faisant passer le diagramme de contraintes par les pivots A et B, on obtient :

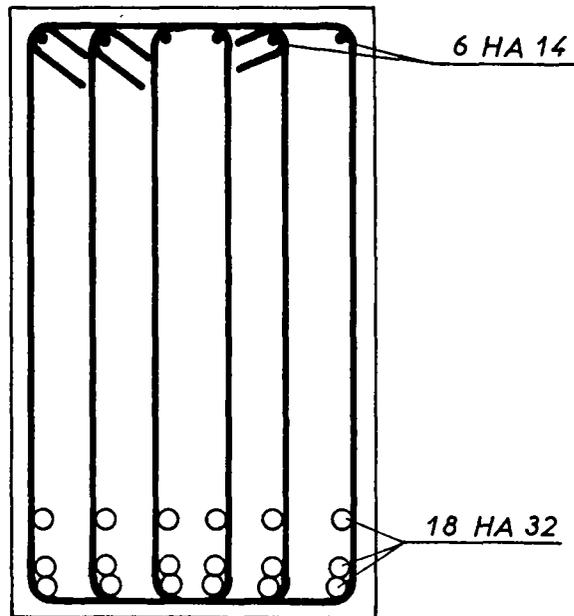
$$\sigma_{sc} = n f_{bser} \left(1 - \frac{d'}{d \alpha_{AB}}\right) = 15 \times 18 \left(1 - \frac{0,04}{0,92 \times 0,5294}\right) = \underline{247,8 \text{ MPa}}$$

$$A_{sc} = \frac{M_{ser,A} - M_{AB}}{\sigma_{sc} (d - d')} = \frac{(2,190 - 1,993) \times 10^4}{247,8 (0,92 - 0,04)} = \underline{9,0 \text{ cm}^2}$$

$$A_{st} = \frac{1}{f_{s ser}} \left( \frac{M_{AB}}{z_{AB}} + A_{sc} \sigma_{sc} - N_{ser} \right)$$

$$A_{st} = \frac{10^4}{240} \left( \frac{1,993}{0,758} + 9,0 \times 10^{-4} \times 247,8 + 0,5 \right)$$

$$A_{st} = \underline{139,8 \text{ cm}^2}$$

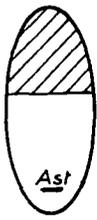
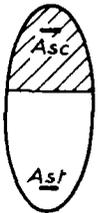
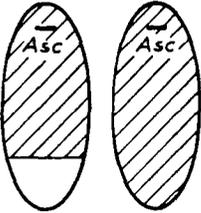


### 2.3.2.3. Flexion composée avec effort normal de compression

Lorsque  $N_{ser}$  est un effet normal de compression, il n'y a pas, contrairement à l'E.L.U., à tenir compte des effets du second ordre dus aux déformations de la structure (pas de majoration du moment).

La section peut être partiellement comprimée et partiellement tendue ou totalement comprimée suivant l'importance de l'effort normal vis-à-vis du moment de flexion.

Quatre cas se présentent :

Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
			
section partiellement tendue, partiellement comprimée une nappe d'armatures tendues	section partiellement tendue, partiellement comprimée une nappe d'armatures tendues une nappe d'armatures comprimées	section partiellement comprimée (1) ou entièrement comprimée (2) une nappe d'armatures comprimées	section entièrement comprimée deux nappes d'armatures comprimées
domaine 1 pivot A	limite des domaines 1 et 2. Pivots A et B.	domaine 2.1 ou 2.2	domaine 2.2

2.3.2.3.1. Limite des cas 2 et 3 - moment de référence  $M'_{AB}$

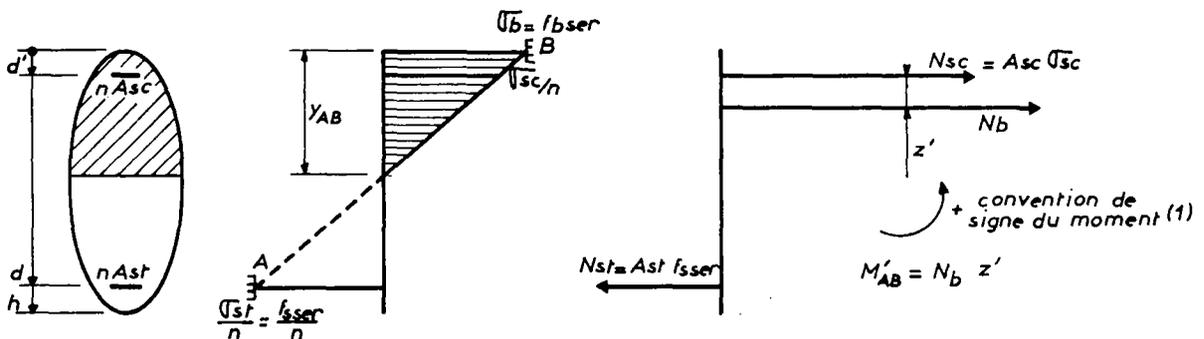
a - Définition du moment de référence  $M'_{AB}$

Le moment résistant du béton, correspondant au diagramme des contraintes limites  $\sigma_b = f_{bser}$  et  $\sigma_{st} = f_{sser}$ , calculé par rapport au centre de gravité des armatures supérieures, est appelé moment de référence  $M'_{AB}$ .

$$M'_{AB} = N_b z' \quad \text{avec :}$$

$N_b$  : effort normal de compression repris par le béton.

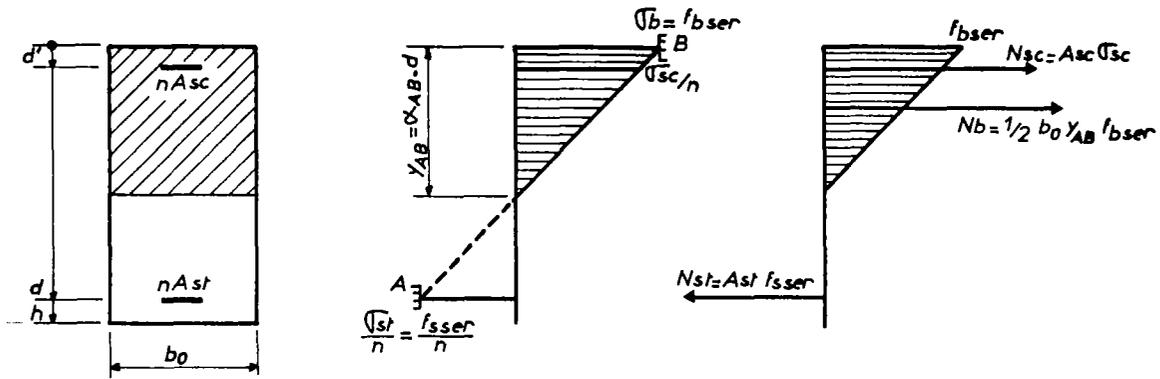
$z'$  : distance de l'effort normal  $N_b$  aux armatures comprimées.



(1) Dans ce cas, il faut mettre en place des armatures dans la zone tendue s'opposant au développement de la fissuration pour éviter d'avoir une section fragile.

(2) et (3) Dans ces cas, les dispositions constructives des pièces comprimées imposent un ferrailage minimum (Art. A.8.1.).

**b - Calcul de  $M'_{AB}$  dans le cas d'une section rectangulaire**



$$M'_{AB} = N_b z' = \frac{1}{2} b_0 y_{AB} f_{bser} \left( \frac{y_{AB}}{3} - d' \right)$$

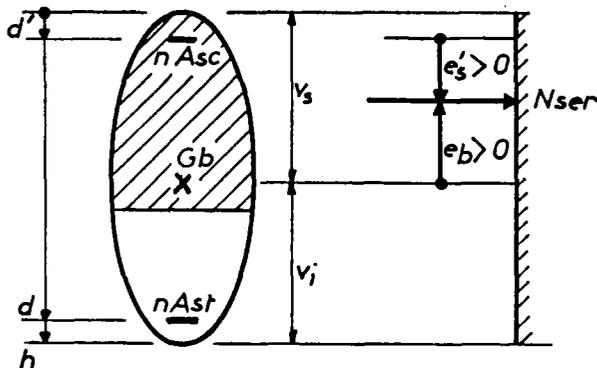
$$M'_{AB} = b_0 d^2 f_{bser} \frac{\alpha_{AB}}{2} \left( \frac{\alpha_{AB}}{3} - \frac{d'}{d} \right) \quad (1)$$

**c - Limite des cas 2 et 3**

Soit  $M_{ser,A'}$ , le moment appliqué à la section calculé par rapport au centre de gravité des armatures supérieures :

$$M_{ser,A'} = N_{ser} e'_s \quad (2) \quad \text{avec :}$$

$N_{ser}$  : effort normal de compression appliqué à la section.  
 $e'_s$  : distance des armatures comprimées à l'effort normal  $N_{ser}$ .



$$M_{ser,A'} = N_{ser} e'_s$$

$$e'_s = v_s - d' - e_b$$

(1) Les valeurs les plus fréquentes de  $\alpha_{AB}$  sont données dans l'annexe projecteur.

(2) le calcul du moment par rapport aux armatures comprimées s'effectue avec la convention de signe opposée à celle du calcul du moment par rapport aux armatures tendues de façon à obtenir toujours des quantités positives.

En comparant le moment fléchissant extérieur  $M_{ser,A'}$  au moment de référence  $M'_{AB}$ , il est possible de savoir dans quel domaine se situe le diagramme des contraintes permettant d'équilibrer les sollicitations externes et internes.

Si  $M_{ser,A'} < M'_{AB}$  : le moment résistant du béton  $M'_{AB}$  est surabondant pour équilibrer le moment extérieur  $M_{ser,A'}$ . Le diagramme des contraintes est situé dans le domaine 1. Il est nécessaire de prévoir des armatures tendues (cas 1 ou 2).

remarque : Lorsque le point d'application de  $N_{ser}$  est à l'extérieur de la section,  $e'_s$  et  $M_{ser,A'}$  sont négatifs. Par conséquent, l'inégalité  $M_{ser,A'} < M'_{AB}$  est nécessairement vérifiée (cas 1 ou 2).

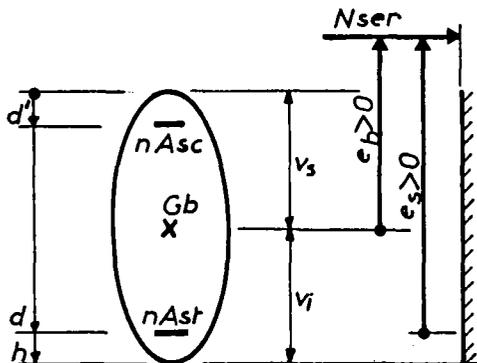
Si  $M'_{AB} < M_{ser,A'}$  : le moment résistant du béton  $M'_{AB}$  est insuffisant pour équilibrer le moment extérieur  $M_{ser,A'}$ . Il n'y a plus besoin d'amatures tendues. Le diagramme des contraintes appartient aux domaines 2.1 ou 2.2 de manière à obtenir l'équilibre entre le moment résistant du béton calculé par rapport au centre de gravité des armatures supérieures et le moment extérieur  $M_{ser,A'}$ .

2.3.2.3.2. Cas 1 et 2 : la section comporte des armatures tendues  
( $M_{ser,A'} < M'_{AB}$ ) :

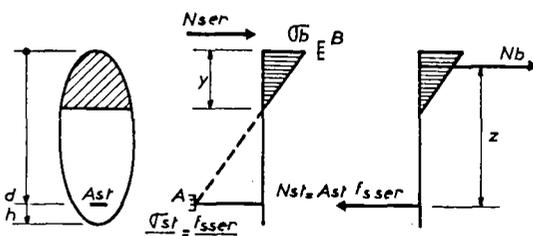
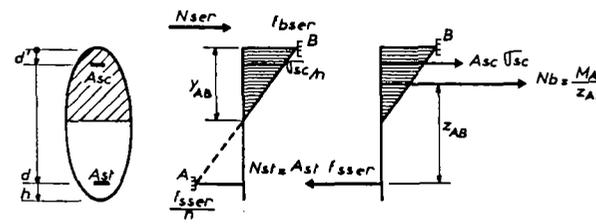
Ces cas se traitent de la même manière que celui d'une section sollicitée en flexion composée avec effort normal de traction (se reporter au § 2.3.2.2. b).

$A_{3c}$  nappe d'armatures comprimées éventuelle  
 $e_s = d - v_s + e_b$

$M_{ser,A} = N_{ser} e_s$  moment calculé par rapport aux armatures tendues.

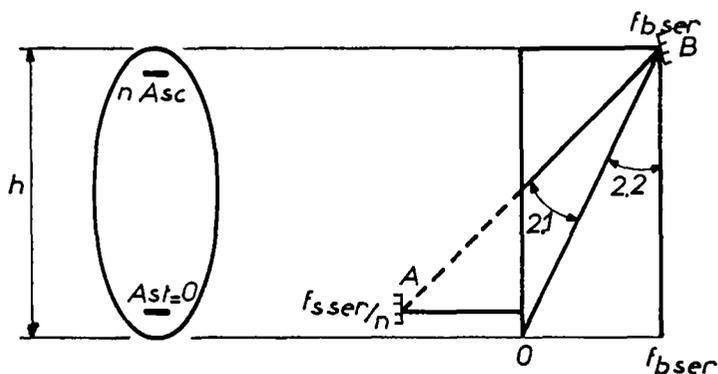


Les mêmes raisonnements qu'au § 2.3.2.2.b conduisent aux résultats regroupés dans le tableau de la page suivante :

<p style="text-align: center;">Cas 1 <math>M_{ser,A} &lt; M_{AB}</math></p>	<p style="text-align: center;">Cas 2 <math>M_{ser,A} &gt; M_{AB}</math> (1)</p>
 <p style="text-align: center;">pivot A domaine 1</p>	 <p style="text-align: center;">limite des domaines 1 et 2</p>
$A_{st} = \frac{1}{f_{sser}} \left( \frac{M_{ser,A}}{z} - N_{ser} \right)$ <p>avec <math>N_{ser} &gt; 0</math> (compression)</p>	$A_{sc} = \frac{M_{ser,A} - M_{AB}}{\sigma_{sc} (d - d')}$ $A_{st} = \frac{1}{f_{sser}} \left( \frac{M_{AB}}{z_{AB}} + A_{sc} \sigma_{sc} - N_{ser} \right)$ <p>avec : <math>N_{ser} &gt; 0</math> (compression)</p>

2.3.2.3.3. Cas 3 et 4 : la section comporte une nappe supérieure d'armatures comprimées, éventuellement une nappe inférieure d'armatures comprimées ( $M_{ser,A'} > M'_{AB}$ ) :

a - Moments de référence  $M'_{B0}$  et  $M'_{Bmax}$  :

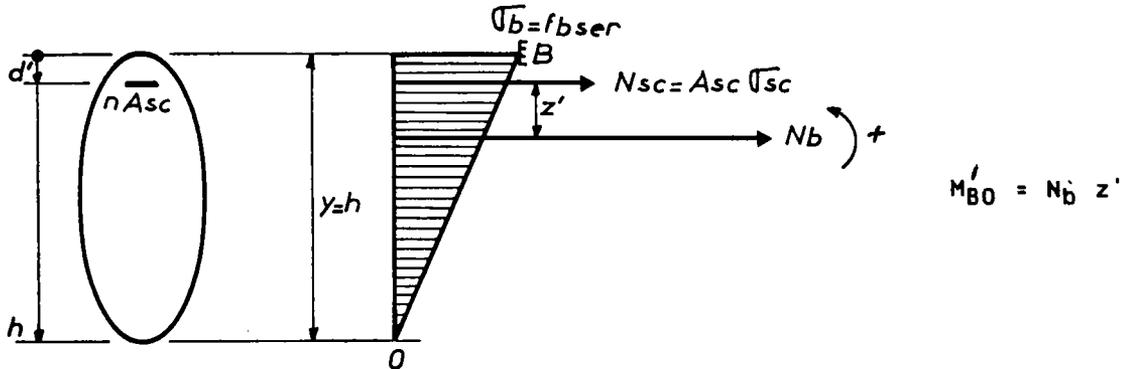


Lorsque  $M_{ser,A'} > M'_{AB}$ , le diagramme des contraintes est soit situé dans le domaine 2.1, soit situé dans le domaine 2.2. On est donc amené à définir deux moments de référence.

(1) Si la valeur de  $M_{ser,A}$  est très importante, il peut être nécessaire de redimensionner le coffrage.

- Moment de référence  $M'_{B0}$  :

Lorsque le diagramme des contraintes est à la limite des domaines 2.1 et 2.2, le moment résistant du béton, calculé par rapport au centre de gravité des armatures supérieures, est appelé moment de référence  $M'_{B0}$  :



Dans le cas d'une section rectangulaire, on obtient :

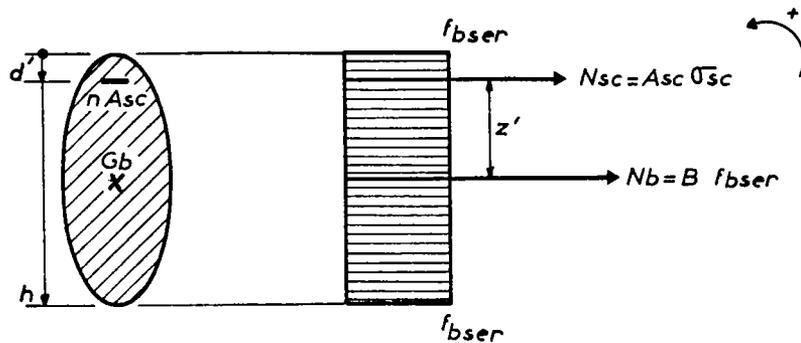
$$N_b = \frac{1}{2} b_0 h f_{bser}$$

$$M'_{B0} = b_0 h^2 f_{bser} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} - \frac{d'}{h} \right)$$

$$z' = \frac{h}{3} - d'$$

- moment de référence  $M'_{Bmax}$  :

Lorsque la section est comprimée uniformément à  $f_{bser}$ , le moment résistant du béton, calculé par rapport au centre de gravité des armatures supérieures, est appelé moment de référence  $M'_{Bmax}$ . C'est la valeur maximale du moment qui peut reprendre le béton seul.



$$M'_{Bmax} = N_b z' \quad \text{avec :} \quad N_b = B f_{bser}$$

Dans le cas d'une section rectangulaire, on obtient :

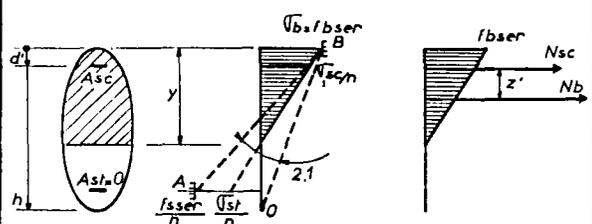
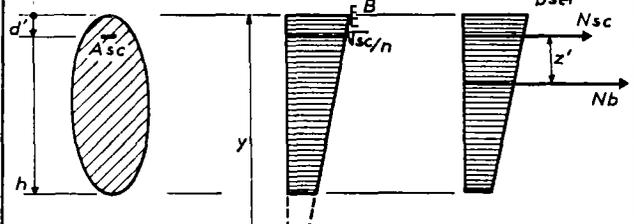
$$N_b = b_0 h f_{bser}$$

$$M'_{Bmax} = b_0 h^2 f_{bser} \left( \frac{1}{2} - \frac{d'}{h} \right)$$

$$z' = \frac{h}{2} - d'$$

b - Cas 3 : La section comporte seulement une nappe d'armatures comprimées supérieure ( $M'_{AB} < M_{ser,A'} < M'_{Bmax}$ ) :

Lorsque  $M'_{AB} < M_{ser,A'} < M'_{Bmax}$ , il est possible de trouver un diagramme des contraintes dans le domaine 2.1 ou le domaine 2.2, de telle manière que le moment résistant du béton, calculé par rapport au centre de gravité des armatures comprimées, équilibre seul le moment extérieur  $M_{ser,A'}$ . Deux cas se présentent :

$M'_{AB} < M_{ser,A'} < M'_{B0}$ domaine 2.1	$M'_{B0} < M_{ser,A'} < M'_{Bmax}$ domaine 2.2
	
<p>diagramme des contraintes dans le domaine 2.1 tel que :</p> $M_{ser,A'} = N_b z'$ $\sigma_{sc} = n f_{bser} \left( 1 - \frac{d'}{y} \right) \quad (1)$	<p>diagramme des contraintes dans le domaine 2.2 tel que :</p> $M_{ser,A'} = N_b z'$ $\sigma_{sc} = n f_{bser} \left( 1 - \frac{d'}{y} \right) \quad (1)$

Dans les 2 cas, l'équilibre des efforts normaux permet d'obtenir la section des armatures comprimées :

$$N_{ser} = N_b + N_{sc} \quad \text{soit :}$$

$$A_{sc} = \frac{N_{ser} - N_b}{\sigma_{sc}}$$

(1) voir remarque du § 2.1.2.

Remarque importante : si la valeur de  $A_{sc}$  est négative, il n'y a pas besoin d'armatures pour équilibrer les sollicitations extérieures. Il faut néanmoins placer le pourcentage minimal d'armatures prévu à l'article A.8.1. pour respecter les dispositions constructives des pièces comprimées. Dans le cas où le diagramme des déformations est dans le domaine 2, il faut obligatoirement des armatures tendues pour s'opposer au développement de la fissuration. Ces aciers sont calculés à partir de la condition de non-fragilité (cf § 3.1.).

Premier exemple d'une section rectangulaire

- Coffrage : largeur  $b_0 = 0,60$  m

hauteur  $h = 1$  m

- Sollicitations :  $M_{ser} = 1,25$  MN-m

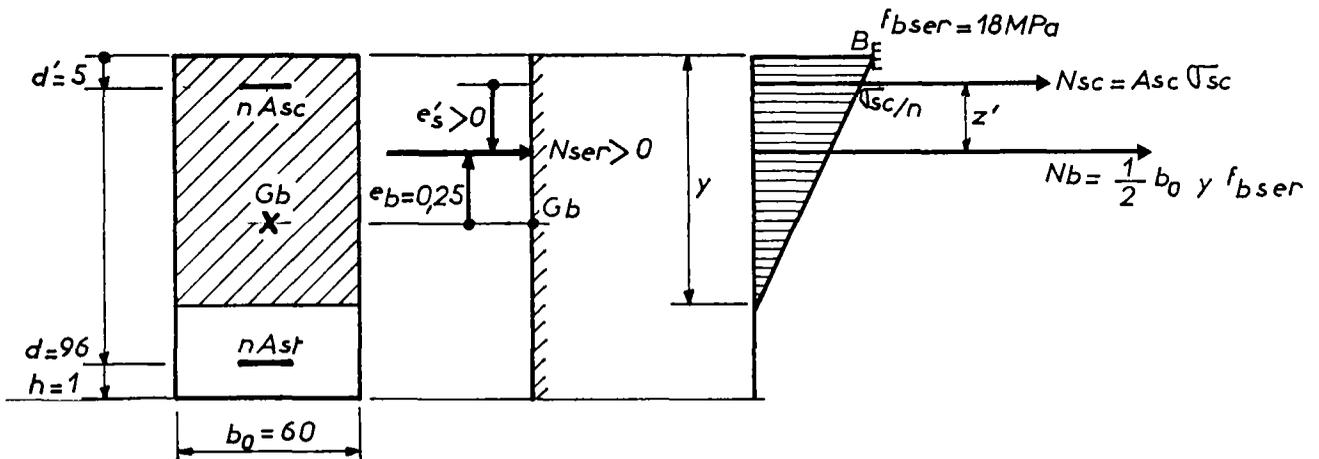
$N_{ser} = 5$  MN

L'excentricité vaut :  $e_b = \frac{M_{ser}}{N_{ser}} = 0,250$  m

- Matériaux : béton  $f_{c28} = 30$  MPa  $f_{bser} = 0,6 f_{c28} = 18$  MPa

acier  $f_e = 400$  MPa

- Fissuration préjudiciable  $f_{sser} = \text{mini} ( 2/3 f_e ; 150 \eta ) = 240$  MPa



$$e'_s = \frac{h}{2} - d' - e_b = 0,5 - 0,05 - 0,25 = 0,20 \text{ m}$$

Le moment calculé par rapport aux armatures supérieures vaut :

$$M_{ser,A'} = N_{ser} e'_s = 5 \times 0,200 = 1 \text{ MN-m}$$

Comparons  $M_{ser,A'}$  aux moments de référence  $M'_{AB}$ ,  $M'_{B0}$  et  $M'_{Bmax}$ .

$$M'_{AB} = \frac{1}{2} \alpha_{AB} \left( \frac{\alpha_{AB}}{3} - \frac{d'}{d} \right) b_0 d^2 f_{bser} \quad (1)$$

$$M'_{AB} = \frac{1}{2} \times 0,5294 \left( \frac{0,5294}{3} - \frac{0,05}{0,96} \right) 0,6 \times (0,96)^2 \times 18 = \underline{0,3277} \text{ MN-m}$$

$$M'_{B0} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} - \frac{d'}{h} \right) b_0 h^2 f_{bser}$$

$$M'_{B0} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} - \frac{0,05}{1} \right) 0,6 \times (1)^2 \times 18 = \underline{1,5300} \text{ MN-m}$$

$$M'_{Bmax} = \left( \frac{1}{2} - \frac{d'}{h} \right) b_0 h^2 f_{bser} = \left( \frac{1}{2} - \frac{0,05}{1} \right) 0,6 \times (1)^2 \times 18$$

$$M'_{Bmax} = \underline{4,8600} \text{ MN-m}$$

Nous avons :

$$M'_{AB} < M_{ser,A'} < M'_{B0} < M'_{Bmax} \quad \text{domaine 2.1 une nappe supérieure d'armatures comprimées.}$$

$$0,3277 < 1 < 1,5300 < 4,8600$$

L'équilibre des moments par rapport aux armatures comprimées donne une équation du second degré en y :

$$M_{ser,A'} = N_b z' = \frac{1}{2} b_0 y f_{bser} \left( \frac{y}{3} - d' \right)$$

La solution positive de l'équation vaut :

$$y = \frac{3}{2} \left( d' + \sqrt{d'^2 + \frac{8 M_{ser,A'}}{3 b_0 f_{bser}}} \right)$$

$$y = \frac{3}{2} \left( 0,05 + \sqrt{(0,05)^2 + \frac{8}{3} \times \frac{1}{0,6 \times 18}} \right) = \underline{0,824} \text{ m}$$

$$\sigma_{sc} = n f_{bser} \left( 1 - \frac{d'}{y} \right) = 15 \times 18 \left( 1 - \frac{0,05}{0,824} \right) = 253,6 \text{ MPa}$$

---

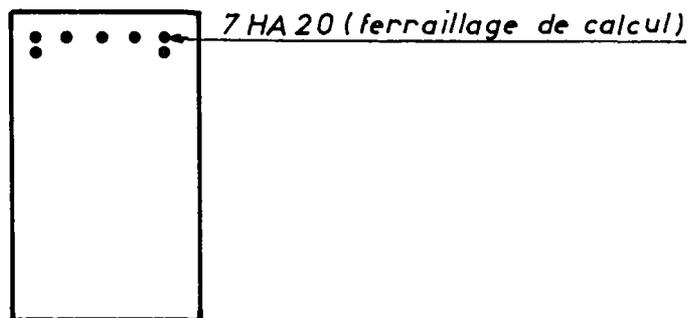
(1) pour les valeurs de  $\alpha_{AB}$ , se reporter à l'annexe projecteur.

L'équilibre des efforts normaux s'écrit :

$$N_{ser} = A_{sc} \sigma_{sc} + N_b \quad \text{soit :}$$

$$A_{sc} = \frac{N_{ser} - N_b}{\sigma_{sc}} = \frac{N_{ser} - 1/2 b_0 y f_{bser}}{\sigma_{sc}}$$

$$A_{sc} = \frac{10^4}{253,6} \left( 5 - \frac{1}{2} \times 0,6 \times 0,824 \times 18 \right) = \underline{21,7} \text{ cm}^2$$



Il y a lieu de placer des armatures dans la zone tendue et respecter les dispositions constructives des pièces comprimées dans la zone comprimée.

Deuxième exemple d'une section rectangulaire : la même section est cette fois soumise aux sollicitations suivantes :

$$M_{ser} = 1 \text{ MN-m}$$

$$N_{ser} = 7,5 \text{ MN}$$

$$\text{excentricité : } e_b = \frac{M_{ser}}{N_{ser}} = \underline{0,133} \text{ m}$$

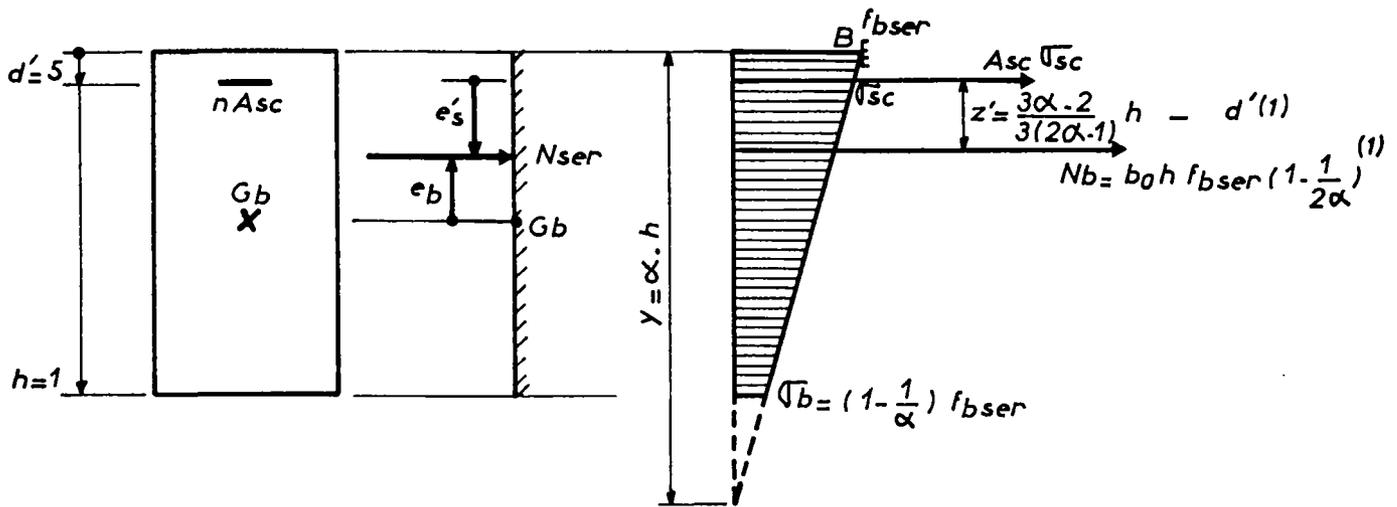
$$e'_s = \frac{h}{2} - d' - e_b = \frac{1}{2} - 0,05 - 0,133 = \underline{0,317} \text{ m}$$

$$M_{ser,A'} = N_{ser} e'_s = 7,5 \times 0,317 = \underline{2,375} \text{ MN-m}$$

$$M'_{AB} < M'_{B0} < M_{ser,A'} < M'_{Bmax}$$

$$0,3277 < 1,5300 < 2,375 < 4,8600$$

domaine 2.2 une nappe supérieure d'armatures comprimées.



L'équilibre des moments par rapport aux armatures comprimées donne une équation du 1<sup>er</sup> degré en  $\alpha$  :

$$M_{ser,A'} = N_b z' = b_0 h f_{bser} \left(1 - \frac{1}{2\alpha}\right) \left(\frac{3\alpha - 2}{3(2\alpha - 1)} h - d'\right)$$

La solution de l'équation vaut :

$$\alpha = \frac{\frac{1}{3} - \frac{d'}{2h}}{\frac{1}{2} - \frac{d'}{h} - \frac{M_{ser,A'}}{b_0 h^2 f_{bser}}} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{0,05}{2 \times 1}}{\frac{1}{2} - \frac{0,05}{1} - \frac{2,375}{0,6 \times (1)^2 \times 18}} = 1,340$$

$$y = \alpha h = 1,340 \text{ m}$$

$$\sigma_{sc} = n f_{bser} \left(1 - \frac{d'}{y}\right) = 15 \times 18 \left(1 - \frac{0,05}{1,34}\right) = \underline{259,9 \text{ MPa}}$$

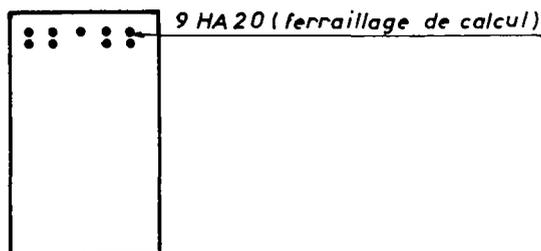
L'équilibre des efforts normaux s'écrit :

$$N_{ser} = A_{sc} \sigma_{sc} + N_b \quad \text{soit :}$$

$$A_{sc} = \frac{N_{ser} - N_b}{\sigma_{sc}} = \frac{N_{ser} - b_0 h f_{bser} \left(1 - \frac{1}{2\alpha}\right)}{\sigma_{sc}}$$

(1) relations établies en utilisant la linéarité du diagramme des contraintes.

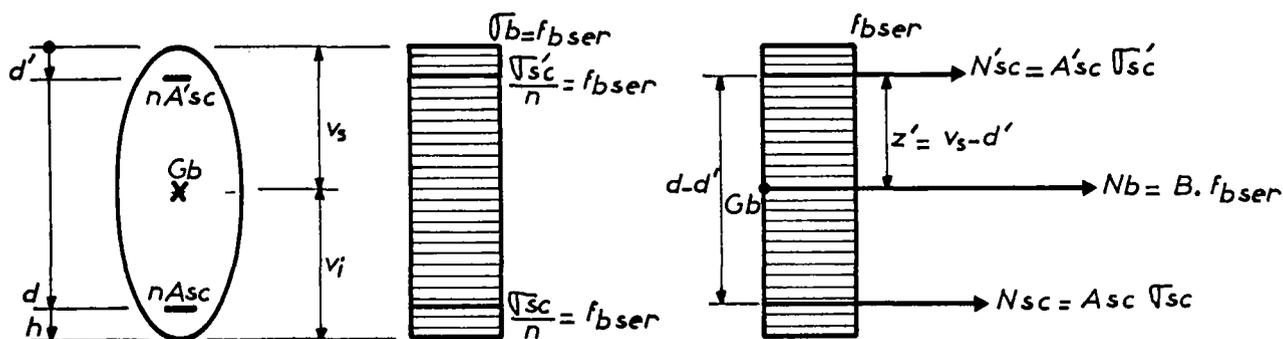
$$A_{sc} = \frac{10^4}{259,9} \left[ 7,5 - 0,6 \times 1 \times 18 \left( 1 - \frac{1}{2 \times 1,340} \right) \right] = \underline{28,1 \text{ cm}^2}$$



Il y a lieu en outre de respecter les dispositions constructives des pièces comprimées.

c - Cas 4 : la section comporte deux nappes d'armatures comprimées ( $M_{ser,A'} > M_{Bmax}'$ ) :

Le moment résistant maximal du béton  $M_{Bmax}'$  est insuffisant pour équilibrer le moment extérieur  $M_{ser,A'}$ . Il est nécessaire de prévoir une deuxième nappe d'armatures comprimées inférieure (1).



On se fixe le diagramme des contraintes uniforme à  $fbser$  correspondant au moment résistant maximal du béton  $M_{Bmax}'$ .

$\sigma_{sc}$  et  $\sigma'_{sc}$  sont les contraintes dans l'acier égales à  $n fbser$  (voir remarque du § 2.1.2.).

La nappe d'armatures inférieures  $A_{sc}$  reprend le complément de moment (calculé par rapport au centre de gravité des armatures supérieures) :

$$A_{sc} \sigma_{sc} (d - d') = M_{ser,A'} - M_{Bmax}'$$

soit :

$$A_{sc} = \frac{M_{ser,A'} - M_{Bmax}'}{n fbser (d - d')}$$

L'équilibre des efforts normaux permet d'obtenir la valeur de  $A'_{sc}$  :

$$N_{ser} = N_b + A_{sc} \sigma_{sc} + A'_{sc} \sigma'_{sc}$$

soit :

$$A'_{sc} = \frac{N_{ser} - N_b}{n fbser} - A_{sc}$$

(1) si le calcul conduit à des quantités excessives d'armatures, il faut redimensionner le coffrage.

### 3 - JUSTIFICATIONS DIVERSES -

#### 3.1. Condition de non-fragilité (Art. A.4.2.)

##### 3.1.1. Généralités

Une section est considérée comme non fragile lorsque les sollicitations qui provoquent la fissuration du béton (sollicitations de fissuration) entraînent dans les aciers une contrainte de traction au plus égale à  $f_e$ .

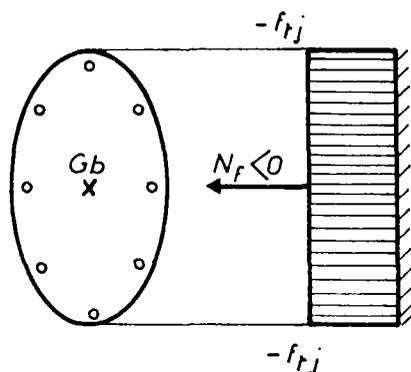
Il est possible de s'affranchir de la condition de non-fragilité sous réserve de s'appuyer sur les règles de l'art consacrées par l'usage. En particulier, si les pièces fragiles sont soumises à des sollicitations chiffrables, les armatures doivent être calculées à l'E.L.U. et à l'E.L.S. suivant les méthodes exposées aux paragraphes 1 et 2 de ce chapitre à condition de majorer de 20 % les sollicitations.

D'une façon générale, il est fortement recommandé d'avoir des sections non-fragiles, ce qui permet souvent d'éviter des fissurations abusives provoquées par des effets secondaires tels que retrait et température qu'il est parfois difficile d'évaluer.

##### 3.1.2. Définition des sollicitations de fissuration ( $N_f$ , $M_f$ )

Les sollicitations de fissuration sont évaluées dans l'hypothèse d'un diagramme linéaire en supposant la section non armée et non fissurée et en prenant sur la fibre la plus tendue une contrainte égale à  $f_{tj}$  (1). Afin de simplifier les notations, on supposera par la suite que la contrainte  $f_{tj}$  est atteinte sur la fibre inférieure dans le cas d'une section fléchie, c'est-à-dire que le moment  $M_{ser}$  s'exerçant sur la section est toujours positif (2).

##### a - section soumise à la traction simple



L'effort normal de fissuration  $N_f$  est la résultante des contraintes de traction :

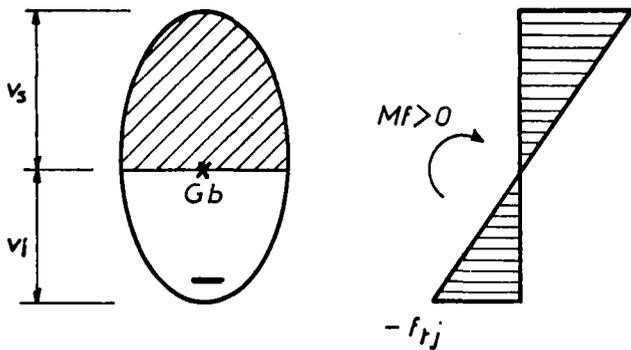
$$N_f = - B f_{tj}$$

B représente l'aire de la section brute de béton.

(1) Pour la vérification de l'ouvrage en service,  $j = 28$

(2) Si  $M_{ser}$  est toujours négatif, les calculs qui suivent sont valables à condition d'invertir les fibres supérieures et inférieures. Si  $M_{ser}$  est alternativement positif et négatif, la condition de non-fragilité est à vérifier lorsque la contrainte de traction  $f_{t28}$  est atteinte successivement sur les deux fibres extrêmes.

b - section soumise a la flexion simple



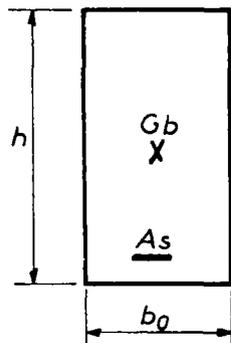
$$N_f = 0$$

Le moment de fissuration  $M_f$ , calculé par rapport au centre de gravité  $G_b$  de la section brute de béton, vaut :

$$M_f = \frac{I f_{tj}}{v_i}$$

$I$  est l'inertie de la section brute de béton

cas de la section rectangulaire



$$v_s = v_i = h/2$$

$$I = \frac{b_0 h^3}{12}$$

$$M_f = \frac{b_0 h^2}{6} f_{tj}$$

c - section soumise à la flexion composée

La résultante  $N_f$  des contraintes normales est calculée à partir des hypothèses suivantes :

- la contrainte de traction de la fibre la plus tendue vaut :

$$\sigma_{bt} = - f_{tj}$$

-  $N_f$  est excentré de  $e_b$  par rapport au centre de gravité  $G_b$  de la section brute de béton,  $e_b$  étant l'excentricité de l'effort normal  $N_{ser}$  :

$$e_b = \frac{M_{ser}}{N_{ser}}$$

$M_{ser} > 0$		
$N_{ser} > 0$ ( $e_b > 0$ )	$N_{ser} < 0$ ( $e_b < 0$ )	
<p><i>section partiellement tendue</i></p>	<p><i>section partiellement tendue</i></p>	<p><i>section entièrement tendue</i></p>

Afin d'obtenir la section d'acier la plus défavorable, la condition de non-fragilité doit être vérifiée en choisissant la combinaison d'actions de l'E.L.S. telle que :

- $e_b$  est maximum lorsque  $N_{ser} > 0$
- $e_b$  est minimum en valeur absolue lorsque  $N_{ser} < 0$

En utilisant les deux hypothèses précédentes, on obtient les sollicitations de fissuration suivantes :

$$N_f = \frac{-f_{tj}}{\frac{1}{B} - \frac{e_b v_i}{I}} \quad \text{et} \quad M_f = e_b N_f$$

Remarque :

En posant  $\rho = \frac{I}{B v_s v_i}$ ,  $N_f$  s'écrit encore :

$$N_f = \frac{\rho v_s}{e_b - \rho v_s} B f_{tj}$$

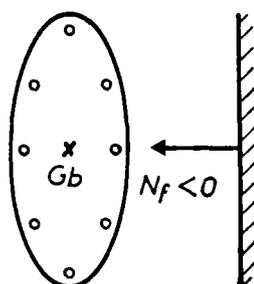
Lorsque  $0 < e_b < \rho v_s$ , l'effort normal de compression  $N_f$  est situé dans le noyau central : la section est entièrement comprimée. Il n'est pas possible d'atteindre la contrainte  $f_{tj}$  en fibre inférieure. La condition de non-fragilité n'intervient donc pas. Mais il convient de respecter les dispositions constructives des pièces comprimées (Art. A.8.1.).

Cas de la section rectangulaire

$$\begin{array}{l} B = b_0 h \\ I = \frac{b_0 h^3}{12} \\ v_i = v_s = \frac{h}{2} \end{array} \quad \left| \quad \boxed{N_f = - \frac{b_0 h f_{tj}}{1 - \frac{6 e_b}{h}}}$$

3.1.3. Détermination de la section d'acier nécessaire pour équilibrer les sollicitations de fissuration ( $N_f$ ,  $M_f$ )

a - section soumise à la traction simple



$$A_{st} f_e = N_f$$

soit une section minimale d'acier :

$$\boxed{A_{st} = \frac{B f_{tj}}{f_e}}$$

b - Section soumise à la flexion simple.

L'équilibre des moments s'écrit :

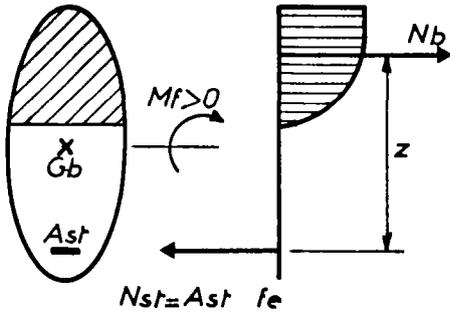
$$M_f = A_{st} f_e z$$

soit une section minimale d'acier :

$$A_{st} = \frac{M_f}{z f_e}$$

En admettant  $z = 0,9 d$ , on obtient :

$$A_{st} = \frac{M_f}{0,9 d f_e} \quad \text{avec } M_f = \frac{I f_{tj}}{v_i}$$



Cas d'une section rectangulaire :

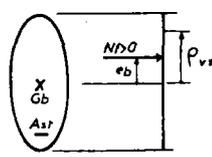
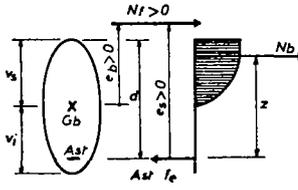
$$A_{st} = \frac{M_f}{0,9 d f_e} = \frac{b_0 h^2 f_{tj}}{6 \times 0,9 d f_e}$$

Comme dans la pratique on a  $d \approx 0,9 h$ , on obtient alors une section minimale d'acier :

$$A_{st} = 0,23 b_0 d \frac{f_{tj}}{f_e}$$

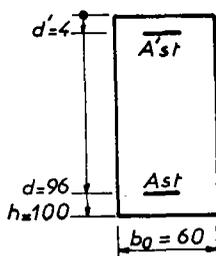
formule du commentaire de l'article A.4.2,1.

c - section soumise à la flexion composée ( $M_{ser} > 0$ )

$N_f > 0$	
$0 < e_b < 0,5 v_s$	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>l'effort normal de compression <math>N_f</math> est dans le noyau central:</p> <math display="block">A_{st} = 0</math> <p>Il faut respecter les dispositions constructives des pièces comprimées (Art. A.8.1.)</p> </div> </div>
$0,5 v_s < e_b$	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <math display="block">N_f = \frac{-f_{tj}}{\frac{1}{B} - \frac{e_b v_i}{I}} &gt; 0</math> <p>L'équilibre de la section par rapport au centre de gravité des armatures tendues s'écrit :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>. moment fléchissant : <math>N_f e_s = N_b z</math> avec <math>e_s = e_b + d - v_s</math></li> <li>. effort normal :</li> </ul> <math display="block">N_f = N_b - N_{st} = \frac{N_f e_s}{z} - A_{st} f_e</math> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">A_{st} = \frac{N_f}{f_e} \left( \frac{e_s}{z} - 1 \right)</math> </div> <p>Il est possible d'admettre en général <math>z = 0,9 d</math></p> <p><math>A_{st}</math> n'existe que si <math>e_s &gt; z</math></p> <p>Il faut de plus respecter les dispositions constructives de l'article A.8.1. pour le ferrillage de la partie comprimée.</p> </div> </div>

$N_f < 0$	
$e_b < -(d - v_s)$	$N_f = \frac{-f_{tj}}{\frac{1}{B} - \frac{e_b v_i}{I}} < 0$ $e_s = e_b + d - v_s$ <p>En écrivant comme précédemment l'équilibre de la section, on obtient la même relation :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <math display="block">A_{st} = \frac{N_f}{f_e} \left( \frac{e_s}{z} - 1 \right)</math> </div> <p>en général <math>z = 0,9 d</math></p> <p>Il faut de plus respecter les dispositions constructives de l'article A.8.1. pour le ferrailage de la partie comprimée.</p>
$-(d - v_s) < e_b < 0$	$N_f = \frac{-f_{tj}}{\frac{1}{B} - \frac{e_b v_i}{I}} < 0$ $e_s = e_b + d - v_s$ <p>La section est entièrement tendue : il faut deux nappes d'armatures tendues.</p> <p>L'équilibre de la section par rapport au centre de gravité des armatures inférieures s'écrit :</p> <p>moment fléchissant: <math>-N_f e_s = (d - d') A'_{st} f_e</math>  soit : <math>A'_{st} = \frac{-N_f e_s}{(d - d') f_e}</math></p> <p>effort normal : <math>-N_f = (A_{st} + A'_{st}) f_e</math>  soit : <math>A_{st} = -\frac{N_f}{f_e} \left( 1 - \frac{e_s}{d - d'} \right)</math></p>

3.1.4. Exemple d'une section rectangulaire



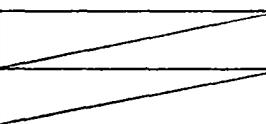
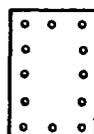
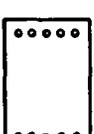
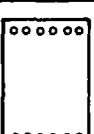
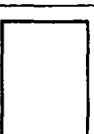
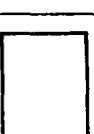
béton :  $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$   
 $f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28} = 2,4 \text{ MPa}$

armatures Fe E 400 :  $f_e = 400 \text{ MPa}$

On suppose que  $M_{ser}$  est positif pour toutes les combinaisons de l'E.L.S..

En fonction de  $e_b$ , il est possible de calculer  $A_{st}$  et  $A'_{st}$  à partir des relations établies aux paragraphes précédents ( $M_{ser} > 0$ ).

section partiellement tendue, partiellement comprimée	section entièrement tendue
$A_{st} = \frac{N_f}{f_e} \left( \frac{e_b + d - h/2}{0,9 d} - 1 \right)$ $A'_{st} = 0$	$A_{st} = -\frac{N_f}{f_e} \left( 1 - \frac{e_b + d - h/2}{d - d'} \right)$ $A'_{st} = -\frac{N_f}{f_e} \frac{e_b + d - h/2}{d - d'}$
<p>avec :</p> $N_f = \frac{-b_0 h f_{t28}}{1 - \frac{6 e_b}{h}}$	

type de sollicitations	$e_b$ (m)	$N_f$ (MN)	$A_{st}$ (cm <sup>2</sup> )	$A'_{st}$ (cm <sup>2</sup> )	(1) ferrailage		
flexion simple	$+\infty$	0	(2) 6,94	0	 5 HA 14		
$N_f > 0$	flexion composée	2	0,131	6,05	0	 4 HA 14	
	avec effort normal de compression	0,5	0,720	2,00	0	 4 HA 8	
		0,404	1,011	0	0		
		$0 < e_b < 0,404$	$N_f > 1,011$	0	0		
$N_f < 0$	(3) traction simple	0	- 1,44	18	18	 12 HA 20	
	flexion composée avec effort normal de traction		- 0,10	- 0,900	13,70	8,80	 5 HA 16 5 HA 20
			- 0,30	- 0,514	10,62	2,24	 6 HA 8 6 HA 16
			- 0,46	- 0,383	9,57	0	 5 HA 16
			- 1	- 0,206	8,36	0	 6 HA 14
		flexion simple	$-\infty$	0	(2) 6,94	0	 5 HA 14

(1) le ferrailage ne tient pas compte des dispositions constructives des pièces ou parties des pièces comprimées (Art. A.8.1.) et des armatures de peau (Art. A.8.3.).

(2) la relation  $A_{st} = 0,23 b_0 d \frac{f_{t28}}{f_e} = 7,95 \text{ cm}^2$  est plus défavorable car elle suppose  $d = 0,9 h$ .

(3) la relation  $A_{st} = \frac{B f_{t28}}{f_e}$  donne une section totale identique (36 cm<sup>2</sup>) à répartir le long des parois.

3.2 Dimensionnement d'une section rectangulaire en flexion simple en tenant compte simultanément de l'E.L.U. et de l'E.L.S..

Les règles qui suivent permettent de dimensionner rapidement une section rectangulaire soumise à une sollicitation de flexion simple sans avoir à effectuer les calculs complets aux deux états-limites. Il s'agit essentiellement de "recettes" permettant de minimiser les quantités d'armatures nécessaires pour ne pas dépasser les états-limites ultimes et de service.

3.2.1. Cas de la fissuration peu nuisible : dimensionnement à l'E.L.U. en tenant compte de l'E.L.S. :

3.2.1.1. Généralités

Théoriquement à l'E.L.U. de résistance, il n'est pas nécessaire de placer des armatures comprimées (de section  $A_{sc}$ ) lorsque le diagramme des déformations se trouve dans le domaine 2.1 ( $\mu_{AB} < \mu < \mu_e$ ). Or, la vérification de l'état-limite de compression du béton (E.L.S.) oblige souvent à placer des armatures comprimées. Un artifice permet d'éviter ce double calcul par l'introduction d'un moment relatif de référence appelé  $\mu_{1c}$  (moment relatif limite de compression) qui permet de faire le dimensionnement uniquement à l'E.L.U..  $M_{1c}$  est le moment de référence correspondant :

$$M_{1c} = \mu_{1c} b_0 d^2 f_{bu}$$

La valeur de  $\mu_{1c}$  dépend :

- de la résistance caractéristique du béton :  $f_{cj}$ ,
- de la limite élastique des armatures :  $f_e$ ,
- du rapport  $\rho_M = \frac{M_U}{M_{ser}}$

(1)

Elle est obtenue à partir des courbes du § 3 de l'annexe projecteur.

3.2.1.2. 1er cas : L'état-limite de compression du béton n'intervient pas ( $\mu < \mu_{1c}$ ) :  $A_{sc} = 0$

L'état-limite de service n'intervenant pas, le calcul s'effectue exclusivement à l'état-limite ultime de résistance en utilisant les relations établies au § 1.2.2.1.b. :

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{M_U}{b_0 d^2 f_{bu}} < \mu_{1c} \\ \beta &= 1 - \sqrt{1 - 2\mu} \\ z &= d (1 - 0,5 \beta) \\ A_{st} &= \frac{M_U}{z f_{su}} \end{aligned}$$

---

(1) La démonstration des règles énoncées dans ce paragraphe est trop longue pour figurer ici. Elle fait l'objet d'une note disponible au D.O.A. du S.E.T.R.A. (arrondissement B1).

3.2.1.3. 2ème cas : L'état-limite de compression intervient ( $\mu > \mu_{1c}$ ) :  
 $A_{sc} \neq 0$

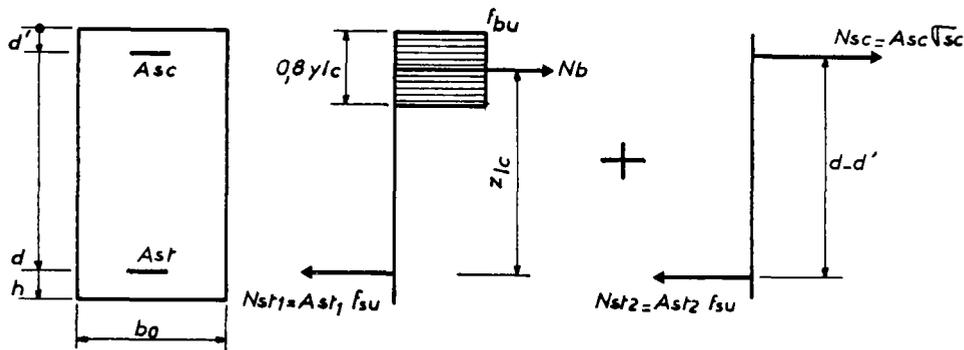
a - Equilibre des moments par rapport aux armatures tendues (première équation d'équilibre)

Il faut placer des armatures comprimées pour reprendre la différence entre le moment ultime appliqué  $M_U$  et le moment limite de compression  $M_{1c}$  (moment résistant du béton) :

$$M_U - M_{1c} = A_{sc} \sigma_{sc} (d - d')$$

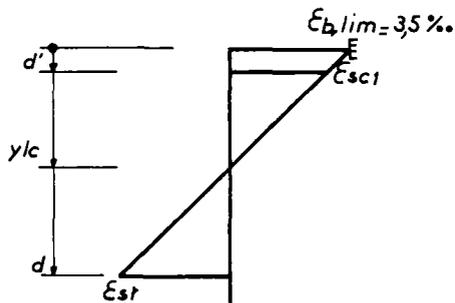
avec :

$$\begin{aligned} M_{1c} &= \mu_{1c} b_0 d^2 f_{bu} \\ \beta_{1c} &= 1 - \sqrt{1 - 2 \mu_{1c}} \\ \alpha_{1c} &= 1,25 \beta_{1c} \\ z_{1c} &= d (1 - 0,5 \beta_{1c}) \end{aligned}$$



b - Détermination de  $\sigma_{sc}$  :

Incidence de l'E.L.U. :



$$\epsilon_{sc1} = 3,5 \text{ ‰} \cdot \left(1 - \frac{d'}{d \alpha_{1c}}\right)$$

si  $\epsilon_{sc1} > \epsilon_e$  alors  $\sigma_{sc1} = f_{su}$

si  $\epsilon_{sc1} < \epsilon_e$  alors  $\sigma_{sc1} = E_s \epsilon_{sc1}$

Incidence de l'E.L.S. : (1)

$$\sigma_{sc2} = \varrho M n f_{bser} \left(1 - \frac{d'}{d \alpha_{ser}}\right)$$

avec :

$$\begin{aligned} f_{bser} &= 0,6 f_{c28} \\ \alpha_{ser} &= -A + \sqrt{A^2 + 2A} \\ A &= \frac{\beta_{1c} n f_{bu}}{f_{su}} \end{aligned} \quad n = 15 \text{ (coefficient d'équivalence)}$$

(1) La quantité d'aciers comprimés calculée à l'E.L.U. à partir de  $\sigma_{sc1}$  est souvent insuffisante pour respecter l'état-limite de compression du béton. Il est nécessaire de calculer une contrainte  $\sigma_{sc2}$  tenant compte de l'E.L.S..

rappel :  $f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\gamma_b}$        $f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$

Finalement, on obtient :

$$\sigma_{sc} = \text{minimum} (\sigma_{sc1}, \sigma_{sc2})$$

c - Calcul des aciers comprimés

$$A_{sc} = \frac{M_U - M_{1c}}{(d - d') \sigma_{sc}}$$

d - Equilibre des efforts normaux (deuxième équation d'équilibre)

$$N_{st} = N_b + N_{sc}$$

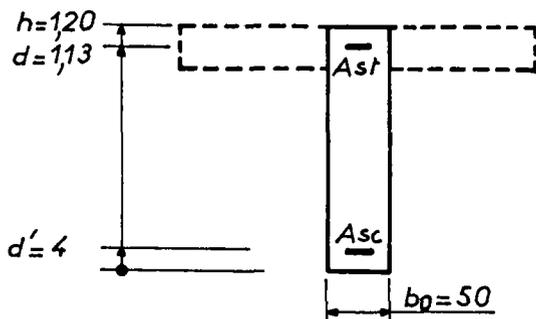
soit :

$$A_{st} = \frac{1}{f_{su}} \left( \frac{M_{1c}}{z_{1c}} + A_{sc} \sigma_{sc} \right)$$

3.2.1.4. Exemple :

Considérons à nouveau la section sur appui dans l'exemple du chapitre 1 § 2.5.1. La section d'acier a tout d'abord été déterminée à l'E.L.U. sans tenir compte de l'E.L.S. au chapitre 2 § 1.2.3.1. La vérification à l'E.L.S. à partir de cette section d'acier, au chapitre 2 § 2.2.1., a montré que l'état-limite de compression du béton était dépassé.

Effectuons à nouveau le dimensionnement à l'E.L.U. avec incidence de l'E.L.S..



DONNEES

$$f_{c28} = 20 \text{ MPa}$$

$$f_e = 400 \text{ MPa}$$

$$M_U = - 2,312 \text{ MN-m}$$

$$M_{ser} = - 1,546 \text{ MN-m}$$

calcul de  $M_{1c}$

$$\eta_M = \frac{M_U}{M_{ser}} = 1,495$$

A partir de la courbe du § 3 de l'annexe projecteur, on obtient :

$$M_{1c} = \underline{0,301}$$

$$d'où : \beta_{1c} = 1 - \sqrt{1 - 2 \mu_{1c}} = 0,369$$

$$\alpha_{1c} = 1,25 \beta_{1c} = 0,461$$

$$z_{1c} = d(1 - 0,5 \beta_{1c}) = 0,921 \text{ m}$$

$$f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{1,5} = 11,33 \text{ MPa}$$

$$M_{1c} = \mu_{1c} b_0 d^2 f_{bu} = 2,178 \text{ MN-m}$$

L'E.L.S. intervient car  $M_U > M_{1c}$  (2,312 > 2,178)

. calcul de la contrainte  $\sigma_{sc1}$  (E.L.U.)

$$\epsilon_{sc1} = 3,5 \%, \left(1 - \frac{d'}{d \alpha_{1c}}\right) = 3,23 \%$$

$$\epsilon_{sc1} > \epsilon_e \quad (3,23 > 1,74) \text{ donc } \sigma_{sc1} = f_{su} = \underline{347,8 \text{ MPa}}$$

. calcul de la contrainte  $\sigma_{sc2}$  (E.L.S.)

$$A = \frac{\beta_{1c} n f_{bu}}{f_{su}} = 0,180$$

$$\alpha_{ser} = -A + \sqrt{A^2 + 2A} = 0,447$$

$$f_{bser} = 0,6 f_{c28} = 12 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sc2} = \eta M n f_{bser} \left(1 - \frac{d'}{d \alpha_{ser}}\right) = \underline{247,8 \text{ MPa}}$$

. calcul de la section des aciers comprimés  $A_{sc}$  :

$$\sigma_{sc} = \text{minimum} (\sigma_{sc1}, \sigma_{sc2}) = 247,8 \text{ MPa}$$

$$A_{sc} = \frac{M_U - M_{1c}}{(d - d') \sigma_{sc}} = \underline{5,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$$

. calcul de la section des armatures tendues  $A_{st}$  :

$$A_{st} = \frac{1}{f_{su}} \left( \frac{M_{1c}}{z_{1c}} + A_{sc} \sigma_{sc} \right) = \underline{71,5 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$$

On peut choisir par exemple :

$$9 \text{ HA } 32 \quad A_{st} = 72,38 \text{ cm}^2$$

$$5 \text{ HA } 12 \quad A_{sc} = 5,65 \text{ m}^2$$

A comparer à  $A_{st} = 73,5 \text{ cm}^2$  et  $A_{sc} = 0$  déterminés au § 1.2.3.

Ce ferrailage satisfait à la fois aux conditions de l'E.L.U. et de l'E.L.S. (1).

---

(1) la vérification à l'E.L.S. a néanmoins été faite à la fin du § 2.2.1.

3.2.2. Cas de la fissuration préjudiciable : dimensionnement à l'E.L.S. en tenant compte de l'E.L.U. :

3.2.2.1. Généralités :

Lorsque la fissuration est préjudiciable, la contrainte limite des armatures tendues  $f_{s\text{ser}}$  est fixée. La détermination des aciers se fait à l'E.L.S.. La contrainte du béton ne doit pas dépasser  $f_{b\text{ser}} = 0,6 f_{c28}$  (ou  $0,6 f_{c\text{j}}$ ) et celle des aciers  $f_{s\text{ser}}$ . Des conditions complémentaires permettent de tenir compte de l'E.L.U. afin de ne pas avoir à faire les deux calculs.

La méthode proposée n'est pas rigoureusement exacte mais elle est suffisamment précise lorsque les armatures longitudinales sont du type Fe E 400.

$$f_{s\text{ser}} = \text{minimum} \begin{cases} 2/3 f_e \\ 150 \eta \\ \frac{f_{su}}{\eta_M} \end{cases} \quad (1) \quad \text{avec } \eta_M = \frac{M_u}{M_{\text{ser}}}$$

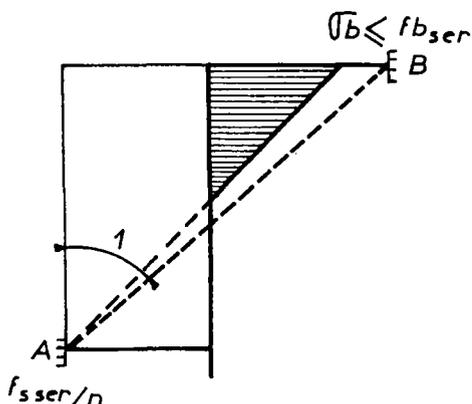
(2)  
Le moment de référence  $M_{AB}$  (ou moment résistant du béton) vaut :

$$M_{AB} = \frac{\alpha_{AB}}{2} \left(1 - \frac{\alpha_{AB}}{3}\right) b_0 d^2 f_{b\text{ser}}$$

avec : 
$$\alpha_{AB} = \frac{n f_{b\text{ser}}}{n f_{b\text{ser}} + f_{s\text{ser}}}$$

3.2.2.2. 1er cas :  $M_{\text{ser}} \leq M_{AB} : A_{sc} = 0$

Le moment résistant du béton  $M_{AB}$  est surabondant pour équilibrer le moment extérieur  $M_{\text{ser}}$ . Le diagramme des contraintes appartient au domaine 1. Il n'y a pas besoin d'aciers comprimés.



calcul des aciers tendus :

$$A_{st} = \frac{M_{\text{ser}}}{z f_{s\text{ser}}}$$

Le calcul exact de  $z$  est décrit au § 2.2.2.4.1. b, mais une approximation dans le sens de la sécurité consiste à adopter le bras de levier

$$z = z_{AB} = d \left(1 - \frac{\alpha_{AB}}{3}\right)$$

$$A_{st} = \frac{M_{\text{ser}}}{z_{AB} f_{s\text{ser}}}$$

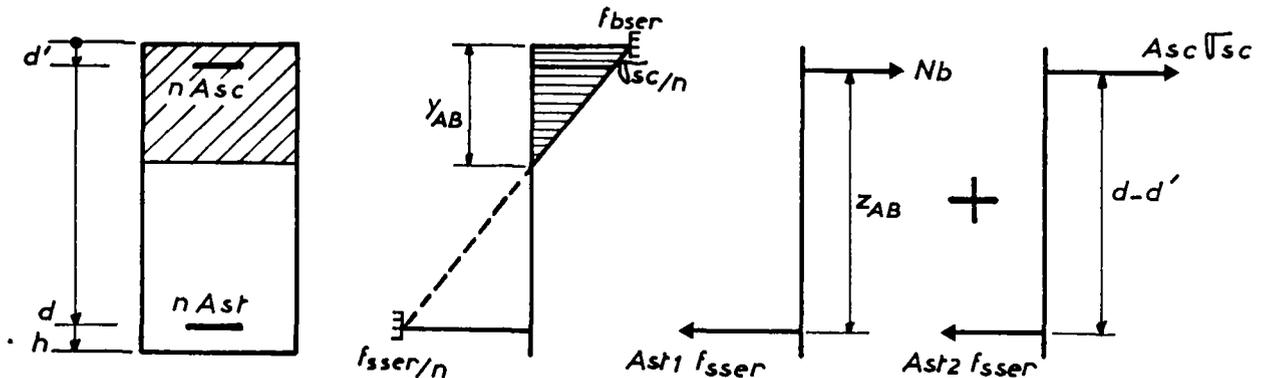
(1) incidence de l'E.L.U.

(2) cf § 2.2.2.

3.2.2.3. 2ème cas :  $M_{ser} > M_{AB} : A_{sc} \neq 0$

a - équilibre des moments par rapport aux armatures tendues

Les aciers comprimés équilibrent la différence des moments :



b - détermination de  $\sigma_{sc}$

incidence de l'E.L.S. :

$$\sigma_{sc1} = n f_{ser} \left( 1 - \frac{d'}{d} \alpha_{AB} \right)$$

linéarité du diagramme des contraintes

incidence de l'E.L.U. :

$$\sigma_{sc2} = \frac{f_{su}}{\eta M}$$

$$\sigma_{sc} = \text{minimum} (\sigma_{sc1}, \sigma_{sc2})$$

c - calcul des armatures comprimées

$$A_{sc} = \frac{M_{ser} - M_{AB}}{(d - d') \sigma_{sc}}$$

d - équilibre des efforts normaux : section des armatures tendues

$$N_{st} = N_b + N_{sc}$$

$$A_{st} = \frac{1}{f_{ser}} \left( \frac{M_{AB}}{z_{AB}} + A_{sc} \sigma_{sc} \right)$$

3.2.3. Cas de la fissuration très préjudiciable : dimensionnement à l'E.L.S. uniquement

Lorsque la fissuration est très préjudiciable, l'E.L.U. n'est jamais prépondérant. Le dimensionnement des sections s'effectue uniquement à l'E.L.S. conformément au § 2.2. .

## CHAPITRE 3

### JUSTIFICATIONS DES PIÈCES SOUMISES A DES SOLLICITATIONS TANGENTES

#### 1 - GENERALITES

Suivant le B.A.E.L., la justification des contraintes tangentes ne se fait qu'aux états-limites ultimes, ce qui permet généralement d'obtenir un comportement satisfaisant en service, moyennant l'application de dispositions constructives diverses.

Ce chapitre traite essentiellement du calcul des poutres à l'effort tranchant et à la torsion. Les dalles et poutres-dalles font l'objet de règles particulières explicitées au chapitre 4.

Expérimentalement, la rupture d'une poutre à l'effort tranchant intervient sous trois formes, ce qui correspond à la justification de trois états-limites ultimes :

- la rupture du béton de l'âme : les bielles formées par la fissuration inclinée s'écrasent par excès de compression (état-limite ultime du béton de l'âme).

- la rupture des armatures d'âmes qui se plastifient : les fissures inclinées s'ouvrent largement (état-limite ultime des armatures d'âmes).

- la rupture dite d'entraînement : il y a rupture d'adhérence entre les armatures longitudinales et le béton par excès de fissuration horizontale (état-limite d'entraînement des barres, voir le § 4 du présent chapitre).

A ces trois états-limites ultimes, il convient d'ajouter des justifications particulières à effectuer avec la règle des coutures généralisée :

- surfaces de reprise de bétonnage (§ 3.3. et § 3.4. du présent chapitre).

- plans d'attache de deux pièces entre elles (liaison table de compression - âme des poutres : § 3.5. ; liaison membrure tendue - âme des poutres : § 3.6.).

D'autre part, les zones d'appui (about ou intermédiaire) font l'objet des § 6.2. et § 6.3. .

2 - JUSTIFICATIONS DES POUTRES SOUS SOLLICITATIONS D'EFFORT TRANCHANT  
(Art. A.5.1.)

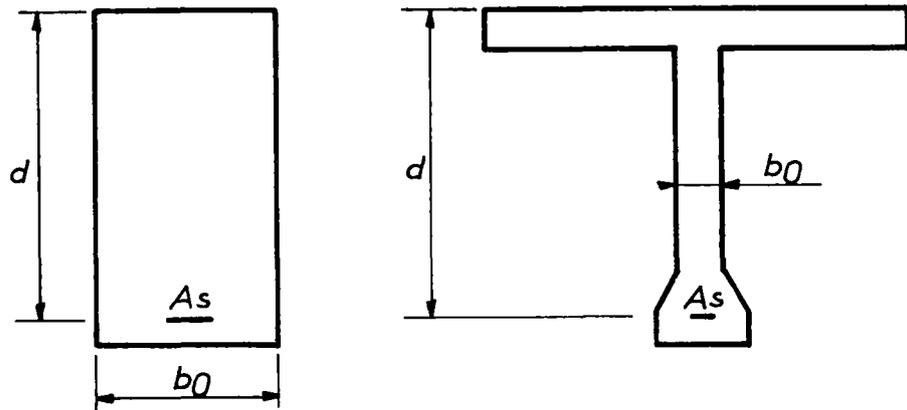
2.1. Calcul de la contrainte tangente conventionnelle

La contrainte tangente conventionnelle  $\tau_u$  est donnée par la relation suivante :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_o d}$$

$V_u$  est la sollicitation d'effort tranchant calculée à l'E.L.U., en tenant compte éventuellement de la réduction d'effet Résal pour les poutres de hauteur variable.

$b_o$  est la largeur de l'âme et  $d$  est la hauteur utile.



Remarques :

1 - Cette valeur conventionnelle de  $\tau_u$  est inférieure d'environ 10 % à la valeur maximale réelle calculée au niveau du centre de gravité de la section homogène réduite.

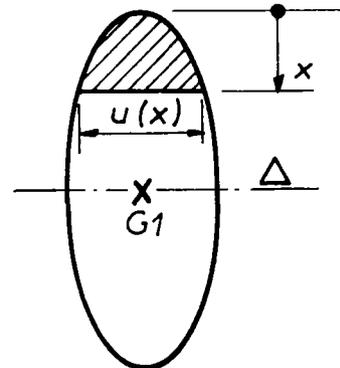
2 - Pour les sections de forme quelconque, la formule conventionnelle n'est pas applicable et dans ce cas, il faut calculer  $\tau_u$  à l'aide de la formule générale de la R.D.M. :

$$\tau_u(x) = V_u \frac{S_1(x)}{I_1} \frac{1}{u(x)}$$

$G_1$  est le centre de gravité de la section homogène réduite.

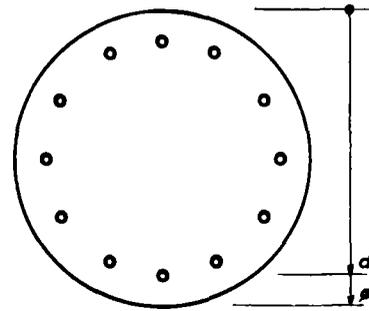
$I_1$  est le moment d'inertie de la section homogène réduite.

$S_1(x)$  est le moment statique de la section homogène hachurée par rapport à l'axe  $\Delta$ .

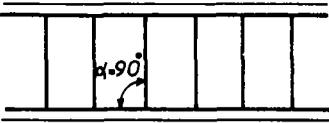


3 - Dans le cas d'une section circulaire, (pieux de fondation ou fûts de pile), on peut adopter la valeur suivante :

$$\tau_U = 1,4 \frac{V_U}{\theta d}$$



2.2. Etat-limite ultime du béton de l'âme<sup>(1)</sup> (Art. A.5.1,21.)

CAS A CONSIDERER	$\tau_{U,lim}$ <sup>(4)</sup>	
	fissuration peu nuisible	fissuration préjudiciable ou très préjudiciable
  <p>armatures d'âme droites</p> <p>armatures d'âme droites <sup>(2)</sup> et barres relevées</p>	$\text{mini} \begin{cases} 0,13 f_{cj} \\ 4 \text{ MPa} \end{cases}$	$\text{mini} \begin{cases} 0,10 f_{cj} \\ 3 \text{ MPa} \end{cases}$
  <p>armatures d'âme inclinées à 45 degrés</p> <p>ferrailage croisé <sup>(2)</sup> (armatures longitudinales réparties sur la hauteur)</p>	$\text{mini} \begin{cases} 0,18 f_{cj} \\ 5,5 \text{ MPa} \end{cases}$	dispositions déconseillées car la fissuration est mal maîtrisée
 <p>armatures d'âme inclinées de <math>\alpha</math></p> <p><math>45^\circ &lt; \alpha &lt; 90^\circ</math></p>	interpoler entre les deux cas précédents	

(1) dans le cas d'actions accidentelles, se reporter au § 2.5. ci-après.

(2) les armatures d'âmes droites doivent au moins équilibrer  $\tau_U/2$ .

(3) le volume relatif des armatures longitudinales est au moins égal à celui des armatures d'âme droites.

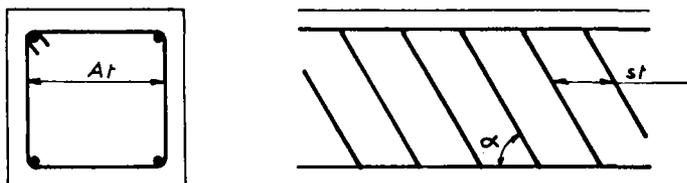
(4) se reporter à l'annexe-projeteur donnant les valeurs de  $\tau_{U,lim}$  en fonction de la classe des bétons.

**Remarque** : pour les pièces dont toutes les sections droites sont entièrement comprimées, sous réserve que:

$$\tau_u < \text{minimum} (0,04 f_{cj} \text{ et } 1,5 \text{ MPa}),$$

il n'y a pas lieu d'appliquer, pour le calcul des armatures transversales, les relations des paragraphes 2.3. et 2.4. qui suivent : les armatures transversales doivent seulement respecter les dispositions constructives des pièces comprimées (Art. A.8.1,3.).

2.3. Etat-limite ultime des armatures d'âme<sup>(1)</sup> (Art. A.5.1,23.)



La justification vis-à-vis de l'état-limite ultime des armatures d'âme s'exprime par la formule suivante :

$$\frac{A_t}{b \cdot s_t} > \frac{\tau_u - 0,3 f_{tj} k}{0,8 f_{et} (\sin \alpha + \cos \alpha)}$$

$f_{et}$  est la limite d'élasticité des armatures transversales. La valeur de  $k$  est donnée dans le tableau suivant :

sollicitations		flexion simple		flexion composée avec compression		flexion composée avec traction	
		peu nuisible ou préjudiciable	très préjudiciable	peu nuisible ou préjudiciable	très préjudiciable	peu nuisible ou préjudiciable	très préjudiciable
reprise de bétonnage au niveau de l'axe neutre	pas de reprise	1	0	$1 + \frac{3 \sigma_{cm}}{f_{cj}}$	0	$1 - \frac{10 \sigma_{tm}}{f_{cj}}$	$\begin{matrix} (2) \\ \text{mini} \left  1 - \frac{10 \sigma_{tm}}{f_{cj}} \right. \\ 0 \end{matrix}$
	reprise avec traitement particulier de la surface indentation > 5 mm	1	0	1	0	reprise à	
	reprise sans traitement particulier	0	0	0	0	proscrire	

" $\sigma_{cm}$ " et " $\sigma_{tm}$ " sont respectivement la contrainte moyenne de compression et de traction de la section totale de béton sous l'effet de l'effort normal de calcul.

(1) dans le cas d'actions accidentelles, se reporter au § 2.5.  
 (2)  $k$  est nécessairement inférieur à 1 et peut être négatif.

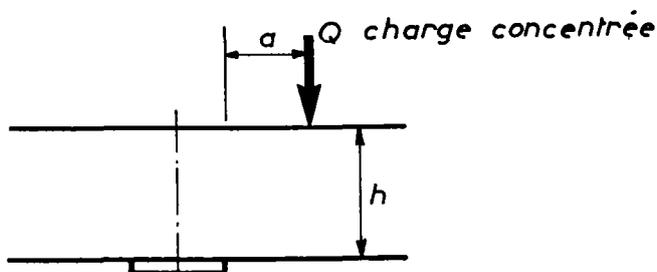
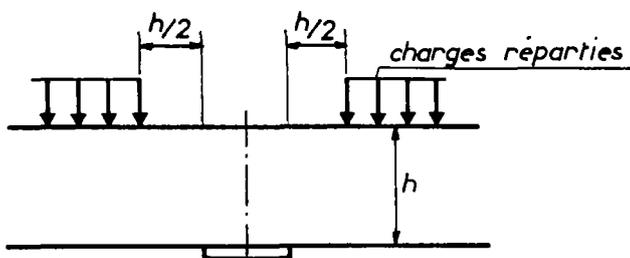
La formule se simplifie lorsque les armatures d'âme sont droites et que la section se trouve soumise à la flexion simple.

$$\frac{A_t}{b_o s_t} > \frac{\tau_u - 0,3 f_{tj}}{0,8 f_{et}}$$

**Remarques :**

1 - Pour les reprises de bétonnage situées à un niveau où  $\tau_u$  n'est pas maximum, il faut se reporter au § 3.1. qui traite de la règle des coutures généralisée.

2 - Pour le calcul des armatures d'âmes au voisinage d'un appui, l'effort tranchant peut-être évalué comme suit :



charges réparties non prises en compte au-dessus de l'appui et sur h/2 de part et d'autre du nu d'appui

si  $a < 1,5 h$ , la fraction suivante de Q est prise en compte pour le calcul de  $V_u$  :

$$\frac{2}{3} \frac{a}{h} Q$$

La charge située au-dessus de l'appui n'est pas prise en compte.

Ces modalités permettent de diminuer la section des armatures d'âme. Elles ne s'appliquent pas à la vérification du béton de l'âme.

**2.4. Pourcentage minimal d'armatures d'âme (Art. A.5.1,22.)**

L'espacement des armatures d'âme " $s_t$ " ne doit pas dépasser la valeur suivante :

$$s_t \leq \text{minimum} \begin{matrix} 0,9 d \\ 40 \text{ cm (1)} \end{matrix}$$

De plus, il faut vérifier l'inégalité suivante :

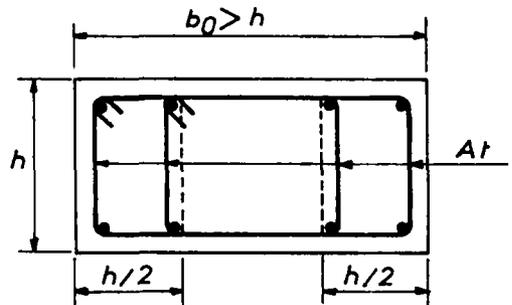
$$\frac{A_t f_{et}}{b_o s_t} > 0,4 \text{ MPa}$$

(1) intervient pour des poutres très hautes.

**Remarque :**

Dans le cas d'une poutre large,  $b_0 > h$  (cas des ponts-dalles), ce pourcentage peut ne pas être respecté, sauf au voisinage des parements sur des largeurs égales à  $h/2$  :

$$\frac{A_t f_{et}}{h s_t} > 0,4 \text{ MPa}$$



**2.5. justifications sous sollicitations accidentelles**

La justification de l'E.L.U. du béton de l'âme, ainsi que le calcul des armatures d'âme ne font l'objet d'aucune règle particulière du B.A.E.L. dans le cas d'actions accidentelles. Il est possible cependant de considérer,  $\gamma_s$  et  $\gamma_b$  plus faibles, ce qui revient à compléter les articles A.5.1,21. et A.5.1,23. du B.A.E.L. par les alinéas suivants (1) :

"Sous sollicitations accidentelles, la justification, vis-à-vis des sollicitations tangentes, de l'état-limite ultime du béton de l'âme est effectuée avec la valeur limite  $\tau_u$  de l'article A.5.1,21. du fascicule 62 titre 1er section I majorée de 30 %".

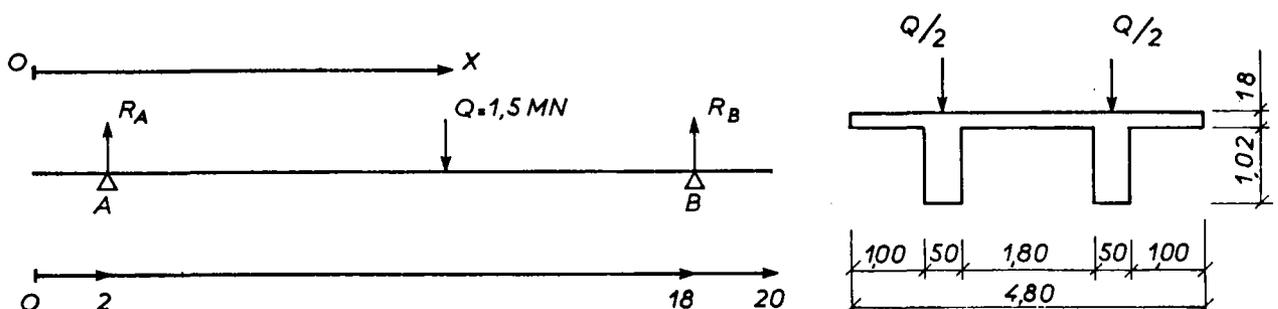
En cas d'actions accidentelles, la justification, vis-à-vis des sollicitations tangentes, de l'état-limite ultime des armatures d'âme, s'exprime par la relation :

$$\frac{A_t}{b_0 s_t} > \frac{\tau_u - 0,3 f_{tj} k}{0,9 f_{et} (\cos \alpha + \sin \alpha)}$$

**Remarque :** Il y a lieu d'être prudent dans l'application de ces règles de calcul concernant les sollicitations tangentes accidentelles. Il en est ainsi pour certaines piles particulièrement exposées aux chocs de véhicules routiers ou de bateaux.

**2.6. Exemple d'une épure de répartition des armatures transversales**

Reprenons l'exemple de la poutre-console (chapitre 1 § 2.5.1.).



(1) Ces alinéas sont à inclure le cas échéant dans les C.C.T.P.

Le tableau suivant donne l'effort tranchant pour l'ensemble de la poutre (largeur de l'âme 2 x 0,50 m).

x (m)	0	1	2 gauche	2 droite	3	4	5	6	7	8	9	10
$V_G$ (MN)	0	-0,0462	-0,0923	0,3693	0,3231	0,2769	0,2308	0,1846	0,1385	0,0923	0,0462	0
$V_{Qmax}$ (MN)	0	0	0	1,5	1,4063	1,3125	1,2188	1,125	1,0313	0,9375	0,8438	0,75
$V_{Qmin}$ (MN)	-1,5	-1,5	-1,5	-0,1875	-0,1875	-0,1875	-0,2813	-0,3750	-0,4688	-0,5625	-0,6563	-0,75

La fissuration est jugée peu nuisible.

béton :  $f_{c28} = 20$  MPa       $f_{t28} = 1,8$  MPa

armatures transversales : Fe E 215       $f_{et} = 215$  MPa

a - calcul de  $V_U$  (valeur absolue maximale)

section	$V_U$ (MN)
0	$1,5 (- 1,5) = - 2,2500$
1	$1,35 (- 0,0462) + 1,5 (- 1,5) = - 2,3124$
2 gauche	$1,35 (- 0,0923) + 1,5 (- 1,5) = - 2,3746$
2 droite	$1,35 (0,3693) + 1,5 (1,5) = 2,7486$
3	$1,35 (0,3231) + 1,5 (1,4063) = 2,5456$
4	$1,35 (0,2769) + 1,5 (1,3125) = 2,3426$
5	$1,35 (0,2308) + 1,5 (1,2188) = 2,1398$
6	$1,35 (0,1846) + 1,5 (1,125) = 1,9367$
7	$1,35 (0,1385) + 1,5 (1,0313) = 1,7339$
8	$1,35 (0,0923) + 1,5 (0,9375) = 1,5309$
9	$1,35 (0,0462) + 1,5 (0,8438) = 1,3281$
10	$1,5 (0,75) = 1,1250$

b - E.L.U. de béton de l'âme

L'effort tranchant est maximum dans la section 2 (sur appui) :

$$V_U = 2,7486 \text{ MN-m}$$

La contrainte de cisaillement conventionnelle vaut :

$$\tau_U = \frac{V_U}{b_0 d} \quad b_0 = 2 \times 0,50 = 1 \text{ m}$$
$$d = 1,10 \text{ m}$$

$$\tau_U = \frac{2,7486}{1 \times 1,10} = \underline{2,50 \text{ MPa}}$$

Pour des armatures d'âme droites avec fissuration peu nuisible, la contrainte limite  $\tau_{U,lim}$  vaut :

$$\tau_{U,lim} = \text{mini} \left\{ \begin{array}{l} 0,13 f_{c28} = 0,13 \times 20 = \underline{2,6 \text{ MPa}} \\ 4 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

On a bien :

$$\tau_U < \tau_{U,lim} \quad (2,50 < 2,6)$$

c - E.L.U. des armatures d'âme dans la section la plus sollicitée (1)

Pour déterminer le diamètre et l'espacement des armatures transversales dans la section sur appui, on utilise la condition de résistance suivante :

$$\frac{A_t}{b_0 s_t} > \frac{\tau_U - 0,3 f_{t28} k}{0,8 f_{et} (\sin \alpha + \cos \alpha)}$$

avec :

$f_{t28} = 1,8 \text{ MPa}$	
$k = 1$	(flexion simple)
$\alpha = \pi/2$	(armatures droites)
$f_{et} = 215 \text{ MPa}$	(Fe E 215)
$b_0 = 1 \text{ m}$	(2 nervures)

En se fixant sur appui un espacement d'environ 10 cm, on obtient :

$$A_t > \frac{(\tau_U - 0,3 f_{t28}) b_0 s_t}{0,8 f_{et}}$$

$$A_t > \frac{(2,50 - 0,3 \times 1,8) \times 1 \times 0,10 \times 10^4}{0,8 \times 215} = 11,4 \text{ cm}^2$$

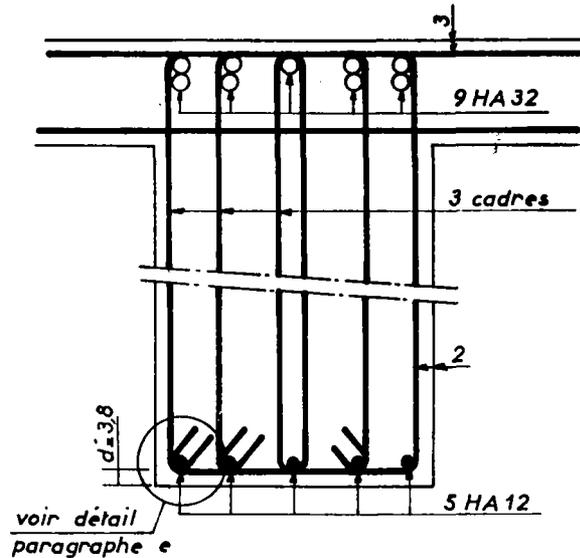
---

(1) Dans cet exemple la remarque 2 du § 2.3. du présent chapitre n'est pas appliquée.

Le nombre d'armatures transversales par cours (ici 12 pour les deux âmes) a été choisi en fonction de la position des armatures longitudinales (§ 1.2.3. et 3.2.1.4 du chapitre 2).

En choisissant 12 cours d'armatures  $\Phi 12$ , on obtient :

$$A_t = 12 \times 1,131 = 13,6 \text{ cm}^2$$



**d - Epure de répartition des armatures transversales**

En plus de la condition de résistance précédente, il faut respecter le pourcentage minimal d'armatures :

$$\frac{A_t f_{et}}{b_o s_t} > 0,4 \text{ MPa}$$

ainsi que la disposition constructive suivante :

$$s_t < \text{mini} \begin{cases} 0,9 d \\ 40 \text{ cm} \end{cases}$$

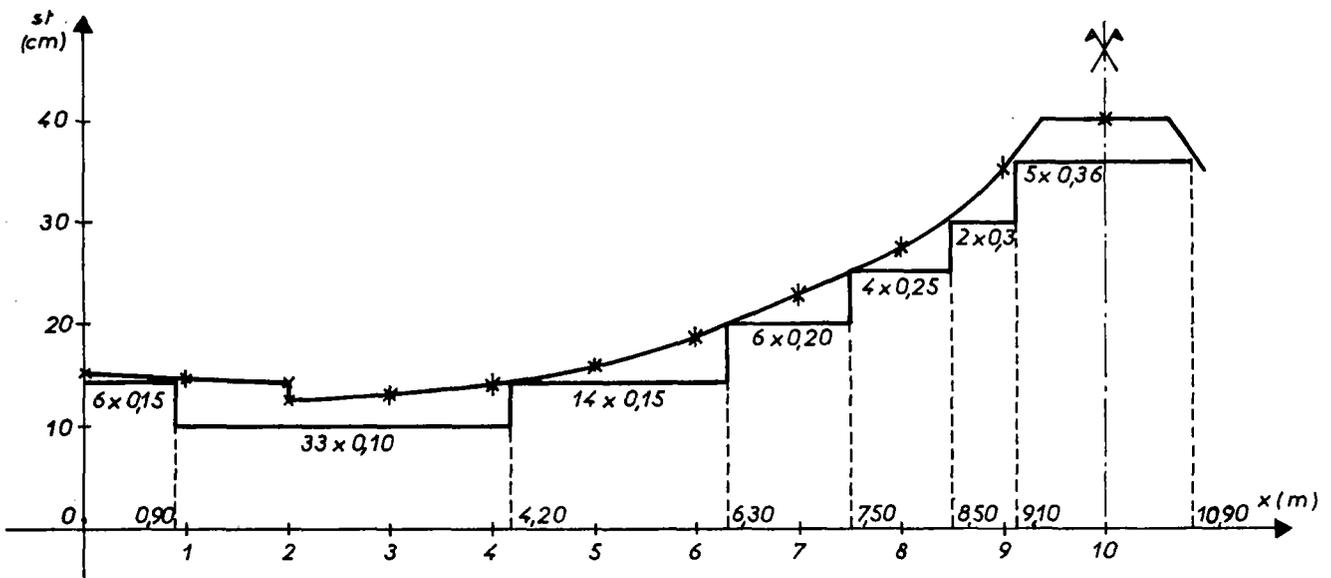
On obtient donc 3 conditions sur l'espacement  $s_t$  :

$$s_t < s_{t1} = \frac{0,8 f_{et} A_t}{b_o (\tau_u - 0,3 f_{t28})} \quad s_{t1} \text{ (cm)} = \frac{23,39}{\tau_u - 0,54}$$

$$s_t < s_{t2} = \frac{f_{et} A_t}{0,4 b_o} \quad s_{t2} = 73 \text{ cm}$$

$$s_t < s_{t3} = \text{mini} \begin{cases} 0,9 d \\ 40 \text{ cm} \end{cases} \quad s_{t3} = 40 \text{ cm}$$

x (cm)	0	1	2 gauche	2 droite	3	4	5	6	7	8	9	10
$\tau_u$ (MPa)	2,05	2,10	2,16	2,50	2,31	2,13	1,95	1,76	1,58	1,39	1,21	1,02
$s_{t1}$ (cm)	15,5	15,0	14,5	11,9	13,2	14,7	16,6	19,2	22,6	27,5	35,1	48,5
$s_{t2}$ (cm)	73											
$s_{t3}$ (cm)	40											
$s_t$ (cm) retenu	15,5	15,0	14,5	11,9	13,2	14,7	16,6	19,2	22,6	27,5	35,1	40



e - Dispositions constructives

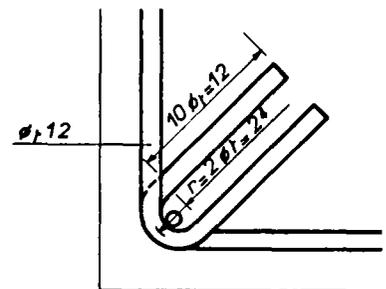
Valeur maximale du diamètre des armatures d'âme (Art. A.7.2,2.) :

$$\Phi_t (12\text{mm}) < \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{35} = \frac{120}{35} = 3,4 \text{ cm} \\ \Phi_1 = 32 \text{ mm} \\ \frac{b_0}{10} = \frac{50}{10} = 5 \text{ cm} \end{array} \right.$$

Les armatures transversales doivent être bouclées autour des aciers longitudinaux et ancrées dans la masse du béton comprimé.

Le rayon de courbure des cadres, étriers ou épingles constitués de ronds lisses (nuances Fe E 235 et Fe E 215 ) doit vérifier la condition (Art. A.6.1,25.):

$$r > 2 \Phi_t \quad (1)$$

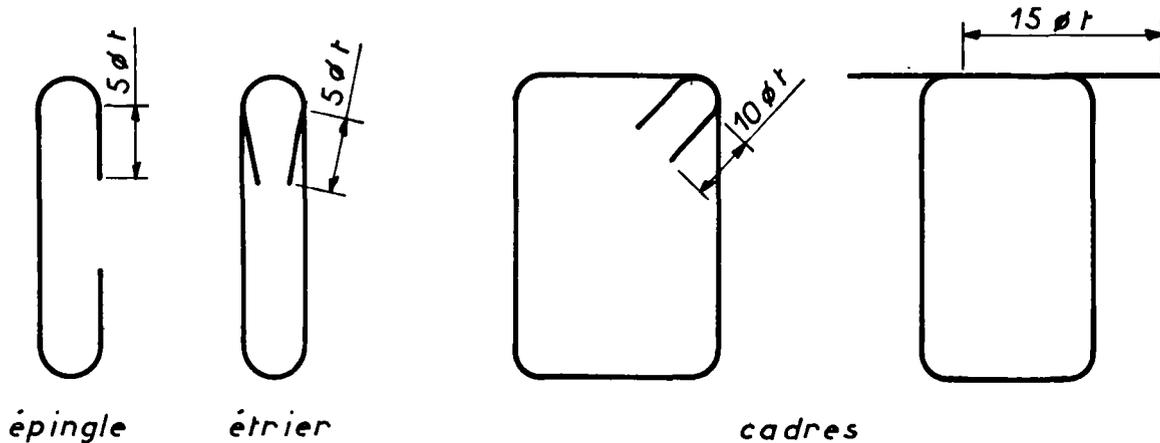


Dans le cas d'utilisation d'armatures HA en tant que cadres, étriers ou épingles, les rayons de courbure (exprimés en mm) sont au moins égaux aux valeurs du tableau ci-dessous (fascicule 65 Art 33.1.3.):

diamètre nominal de l'armature (mm) $\Phi_t$	4	5	6	8	10	12	14	16
Fe E 400 et Fe TE 400	12	12,5	13	19	25	31	42	58
Fe E 500 et Fe TE 500	17	17,5	23	29	40	41	57	83

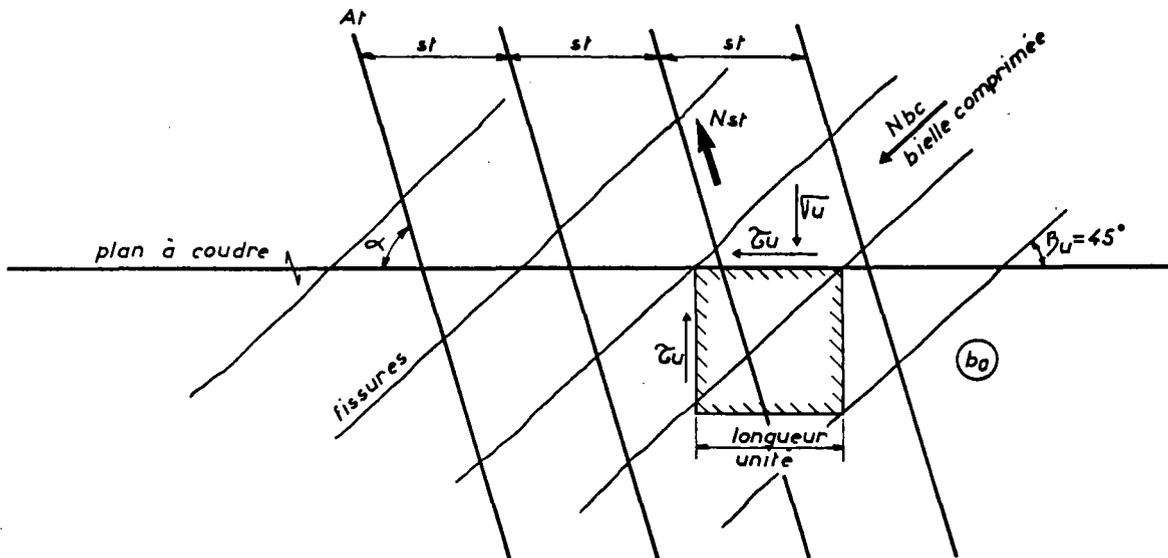
(1) il n'est pas nécessaire de vérifier les conditions de non-écrasement du béton (Art. A.6.1,252.).

Les longueurs d'ancrage ont les valeurs forfaitaires suivantes (Art. A.6.1.255.) :



3. ACTIONS TANGENTES EXERCÉES SUR DES ELEMENTS AUTRES QUE LES AMES ; REGLE DES COUTURES GENERALISEE

3.1. Enoncé (Art. A.5.3,1.)



Le plan à coudre est soumis à une contrainte tangente  $\tau_u$  et une contrainte normale  $\sigma_u$  (de compression ou de traction). Il est traversé par des armatures de section  $A_t$  espacées de  $s_t$  et de limite élastique  $f_e$ .

On peut admettre, lorsque  $\sigma_u$  est faible, que l'inclinaison des fissures est de  $45^\circ$ . En écrivant l'équilibre de la facette horizontale de longueur unité, on obtient :

projection dans le plan de la facette :

$$N_{bc} \frac{\sqrt{2}}{2} + N_{st} \cos \alpha = \tau_u b_0$$

projection sur la normale à la facette :

$$N_{bc} \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{st} \sin \alpha = \sigma_u b_0$$

On obtient :

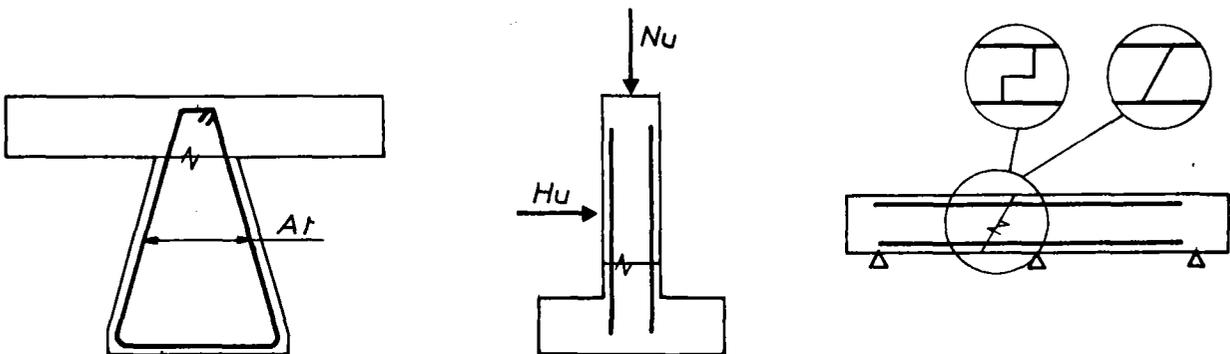
$$\frac{A_t f_e}{b_o s_t \gamma_s} (\sin \alpha + \cos \alpha) = \tau_u - \sigma_u$$

L'inclinaison des armatures  $\alpha$  doit être comprise entre  $45^\circ$  et  $90^\circ$ . Il est obligatoire de prendre  $90^\circ$  en cas de cisaillement alterné.

**Remarque** : Lorsque  $\sigma_u$  est une contrainte de compression élevée, où lorsqu'il y a une contrainte  $\sigma_x$  parallèle au plan d'étude, il faut se reporter à l'article 7.3. du B.P.E.L.

3.2. Domaine d'application de la règle des coutures généralisée

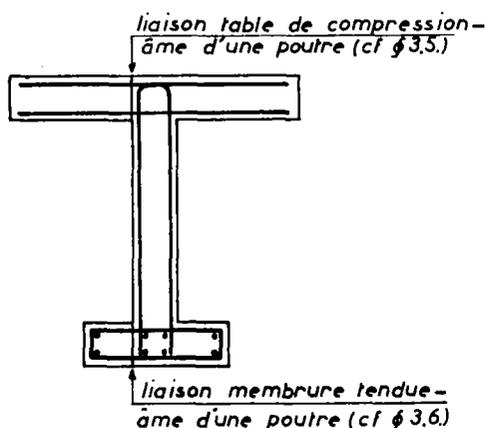
a - sections de reprise de bétonnage



section coulée en plusieurs phases avec reprise en dehors de l'axe neutre (1)  
(cf § 3.3)

parties coulées en plusieurs phases longitudinalement (cf § 3.4.)

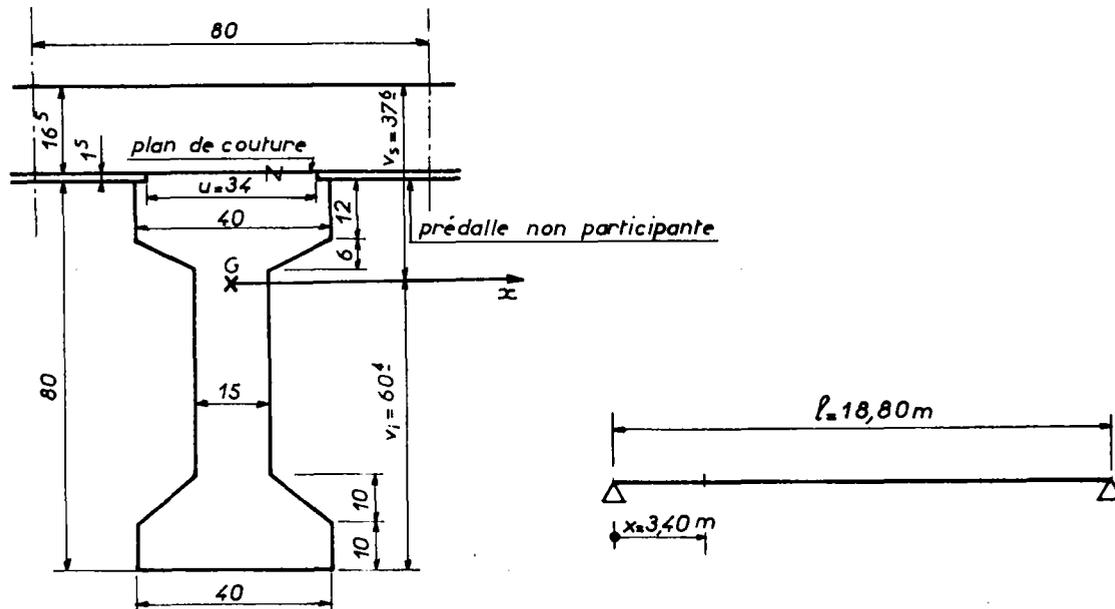
b - plans d'attache de deux pièces entre elles



(1) il est rappelé que les armatures d'âme sont calculées à l'aide de l'article A.5.1. B.A.E.L. même s'il y a une reprise de bétonnage au niveau de l'axe neutre (cf § 2.).

### 3.3. Exemple d'une section coulée en deux phases

Calcul des aciers de couture entre une poutre précontrainte par fils adhérents (PR.AD) et son hourdis en béton armé associé<sup>(1)</sup>. Le calcul est effectué dans la section d'abscisse  $x = 3,40$  m.



caractéristiques mécaniques de la section de béton brute (poutre + hourdis)	
aire	$B = 0,3315 \text{ m}^2$
distance de G à la fibre supérieure	$v_s = 0,376 \text{ m}$
distance de G à la fibre inférieure	$v_i = 0,604 \text{ m}$
moment d'inertie par rapport à $G_x$	$I = 0,03434 \text{ m}^4$
moment statique du hourdis par rapport à $G_x$	$S = 0,03874 \text{ m}^3$

actions générant un glissement sur le plan à coudre (2)	effort tranchant V (kN)
superstructures	13,5
$B_c$ (coefficients $b_c$ et $\delta$ compris) (3)	79,0
charges de trottoirs ( $150 \text{ kg/m}^2$ )	0,9

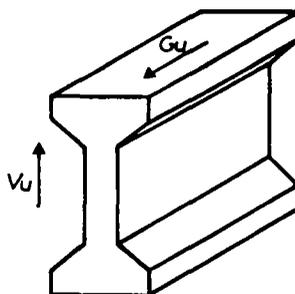
(1) l'exemple est tiré du dossier PR.AD 73 du S.E.T.R.A.  
 (2) les effets du poids propre de la poutre et du hourdis sont calculés à partir des caractéristiques mécaniques de la poutre seule.  
 (3) le système B est plus défavorable que le système A.

effort tranchant à l'E.L.U. :

$$V_U = [1,35 \times 13,5 + 1,5 \times 1,07 (79,0 + 0,9)] 10^{-3} = \underline{0,146 \text{ MN}}$$

effort de glissement :

$$G_U = \tau_U u = \frac{V_U S}{I} = \frac{0,146 \times 0,03874}{0,03434} = \underline{0,165 \text{ MN/m}}$$



contrainte de cisaillement :

$$\tau_U = \frac{G_U}{u} = \frac{0,165}{0,34} = \underline{0,485 \text{ MPa}}$$

Remarque :

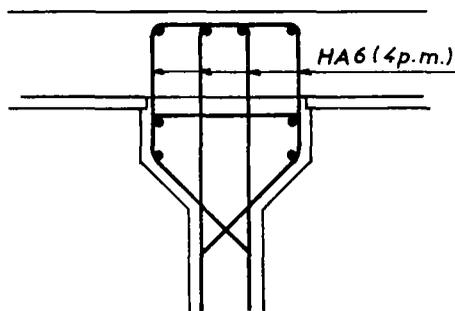
$G_U$  et  $\tau_U$  sont calculés ici à partir des caractéristiques mécaniques de la section brute de béton car la section est entièrement comprimée sous l'effet de la précontrainte, des charges permanentes et des charges d'exploitation. Dans le cas d'une poutre en béton armé, le calcul est effectué à partir des caractéristiques mécaniques de la section homogène réduite.

Dans le cas d'armatures perpendiculaires au plan de couture ( $\alpha = 90^\circ$ ) la règle des coutures généralisée donne :

$$\frac{A_t}{s_t} \frac{f_e}{\gamma_s} = G_U$$

avec:  $f_e = 400 \text{ MPa}$ ,  $\gamma_s = 1,15$  et  $A_t = 1,13 \text{ cm}^2$  (4 HA 6),

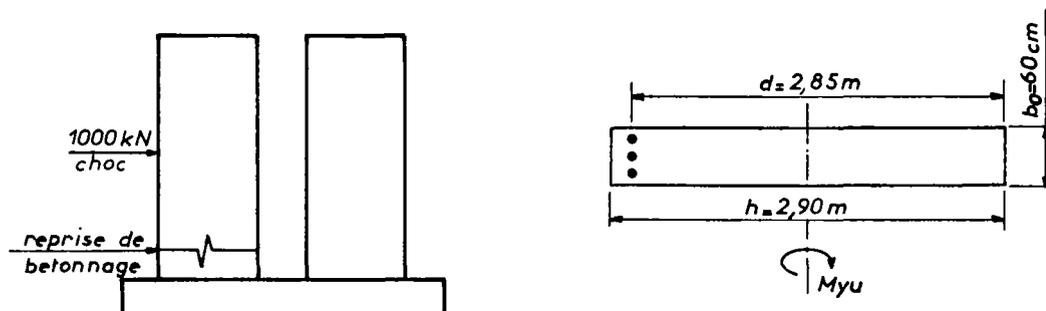
on obtient:  $s_t = 1,13 \times 10^{-4} \frac{400}{1,15} \frac{1}{0,165} = 0,238 \text{ m}$



Ces armatures sont à cumuler avec celles nécessaires pour reprendre les efforts de glissement dus au raccourcissement différentiel entre poutre et hourdis sous l'effet du retrait-fluage.

3.4. Exemple d'une reprise de bétonnage perpendiculaire à l'axe d'une poutre

Calcul des aciers de couture au niveau de la reprise de bétonnage d'une pile<sup>(1)</sup> soumise au choc frontal d'un véhicule routier.



sollicitations au niveau de la reprise de bétonnage<sup>(2)</sup>

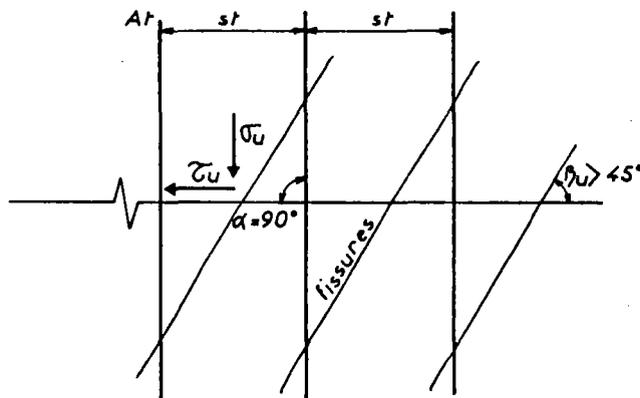
$N_U$	=	1,461 MN	(effort normal)
$V_U$	=	1 MN	(effort tranchant)
$M_{yU}$	=	2,6 MN-m	(moment de flexion)

$$\sigma_u = \frac{N_U}{b_0 h} = \frac{1,461}{0,6 \times 2,90} = 0,840 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = \frac{V_U}{b_0 d} = \frac{1}{0,6 \times 2,85} = 0,585 \text{ MPa}$$



La pièce étant soumise à un effort normal de compression du même ordre de grandeur que l'effort tranchant, la règle des coutures généralisée exprimée par la relation de l'article A.5.3.12. du B.A.E.L. ne donne pas une sécurité suffisante. Il est préférable de tenir compte de l'inclinaison probable des fissures en utilisant par exemple les règles de l'article 7.3. du B.P.E.L. :



(1) il s'agit de la pile du chapitre 1 § 2.5.2.

(2) combinaison accidentelle C2 du chapitre 1 § 2.5.2.d.

Inclinaison des fissures  $\beta_u$  :

$$\operatorname{tg} 2 \beta_u = - \frac{2 \tau_u}{\sigma_u} = - \frac{2 \times 0,585}{0,840} = - 1,392$$

soit:  $\beta_u = \underline{62,8^\circ}$

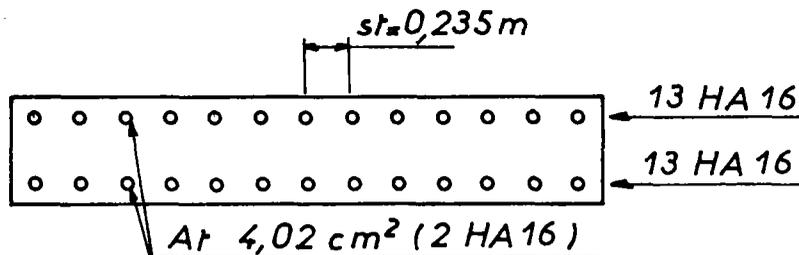
La relation de l'article 7.3,21 du B.P.E.L. peut s'écrire également:

$$\frac{A_t}{b_o s_t} \frac{f_e}{\gamma_s} \frac{\sin(\alpha + \beta_u)}{\sin \beta_u} = \tau_u - \sigma_u \operatorname{cotg} \beta_u \quad (1)$$

avec:  $\alpha = 90^\circ$   
 $f_e = 400 \text{ MPa}$  (Fe E 400)  
 $\gamma_s = 1$  (combinaison accidentelle)

$$\frac{A_t}{s_t} = (0,585 - 0,840 \operatorname{cotg} 62,8) \frac{\operatorname{tg} 62,8}{400} = \underline{7,51 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{ml}}$$

L'étude de la flexion de la pile suivant l'axe x donne le ferrailage suivant(2):



soit:  $\frac{A_t}{s_t} = \underline{17,1 \text{ cm}^2/\text{m}}$

Les sections obtenues par les deux calculs ne doivent pas être cumulées car elles correspondent à des combinaisons différentes: on retiendra donc le ferrailage de flexion qui est plus défavorable.

Remarques :

1 - L'application directe de la règle des coutures généralisée donnée par le B.A.E.L. aurait conduit à une section d'armatures d'attache nulle.

(1) Avec  $\beta_u = 45^\circ$ , on retrouve la règle des coutures généralisée du B.A.E.L.

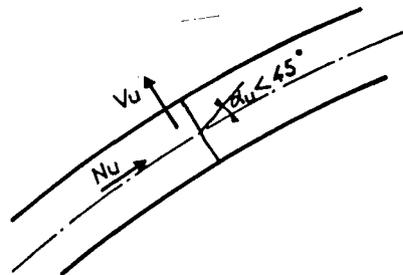
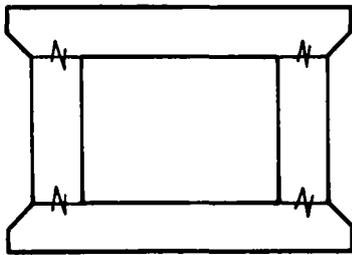
(2) cf chapitre 2 § 1.3.3.2.2.

2 - La contrainte tangente  $\tau_u$  a la valeur conventionnelle suivante :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 d} \quad , \text{conformément au B.A.E.L.}$$

Lorsque la section est entièrement comprimée, ce qui n'est pas le cas ici, il est préférable de calculer la contrainte  $\tau_u$  à partir des caractéristiques géométriques de la section brute.

3 - Le cas des ponts en arc doit être traité en s'inspirant également des règles B.P.E.L.

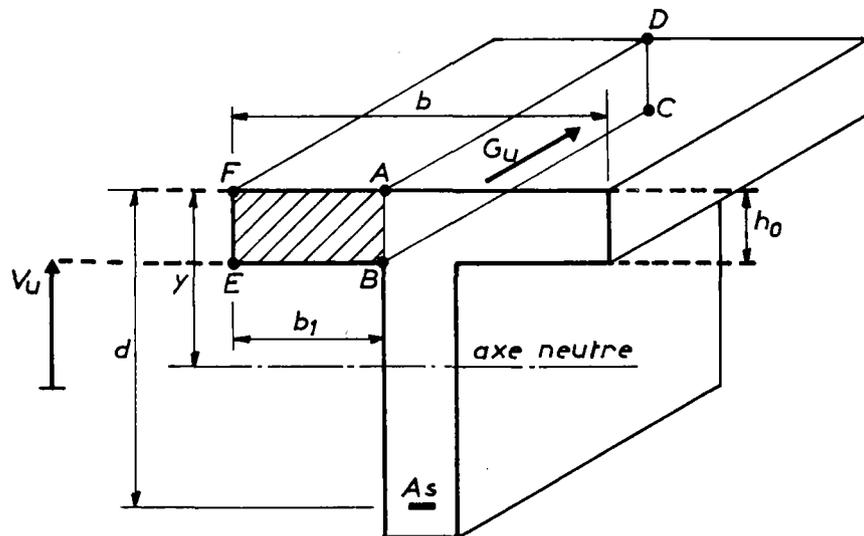


Niveau de reprises de  
bétonnage

$\alpha_u$  : inclinaison de la fissure  
sur la fibre moyenne

### 3.5. Calcul de la liaison table de compression - âme d'une poutre (Art. A.5.3,2.)

#### a - Principe



Lorsque la poutre est soumise à un effort tranchant  $V_u$ , il s'exerce sur le débord de la table de compression un effort de glissement  $G_u$  (dans le plan ABCD) :

$$G_u = \frac{V_u S_1(x)}{z S}$$

.  $S_1$  est le moment statique calculé par rapport à l'axe neutre de la section de béton située au-dessus de l'axe neutre.

.  $S_1(x)$  est le moment statique calculé par rapport à l'axe neutre de la section hachurée ABEF.

Pour le calcul du rapport  $\frac{S_1(x)}{S_1}$ , il est possible d'adopter la valeur suivante :

$$\frac{S_1(x)}{S_1} = \frac{b_1}{b}$$

.  $b$  représente la largeur participante du hourdis associé à la nervure (définie à l'article A.4.1,3. du B.A.E.L.) et  $b_1$  la largeur du débord correspondant.

.  $z$  est le bras de levier du couple des forces internes, approché par la valeur :

$$z = 0,9 d$$

On a donc :

$$G_u = \frac{V_u}{0,9 d} \frac{b_1}{b}$$

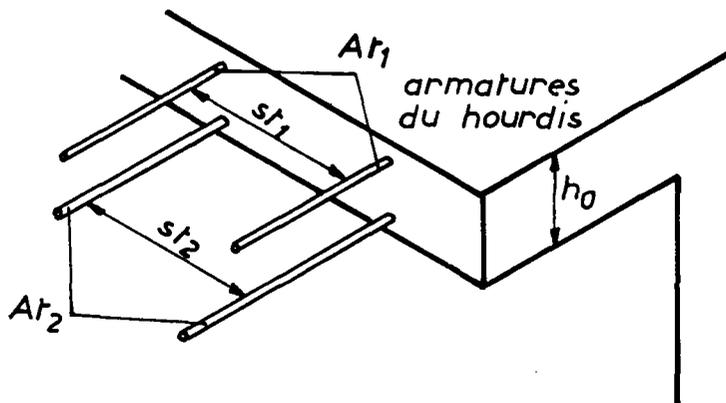
La contrainte  $\tau_u$  correspondante vaut :

$$\tau_u = \frac{G_u}{h_0}$$

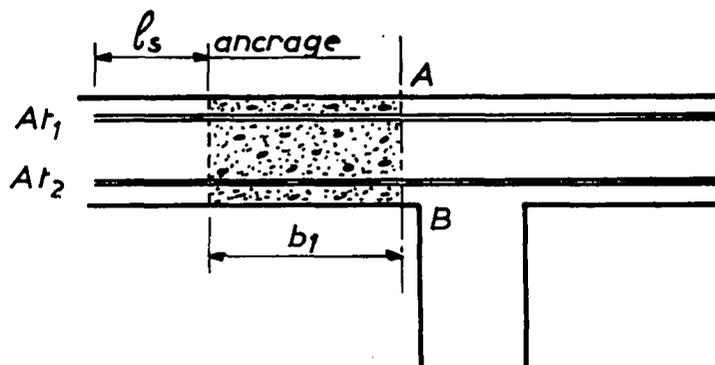
Cette contrainte doit être inférieure à  $\tau_{u,lim}$  définie au § 2.2.

La règle des coutures généralisée s'écrit :

$$\left[ \frac{A_{t1}}{s_{t1}} + \frac{A_{t2}}{s_{t2}} \right] \frac{f_{et}}{\gamma_s} > G_u$$



Les armatures de flexion du hourdis ne doivent pas être cumulées aux armatures précédentes : elles peuvent jouer le rôle de coutures d'attache sous réserve qu'elles soient ancrées de part et d'autre de l'élément de membrure à attacher.



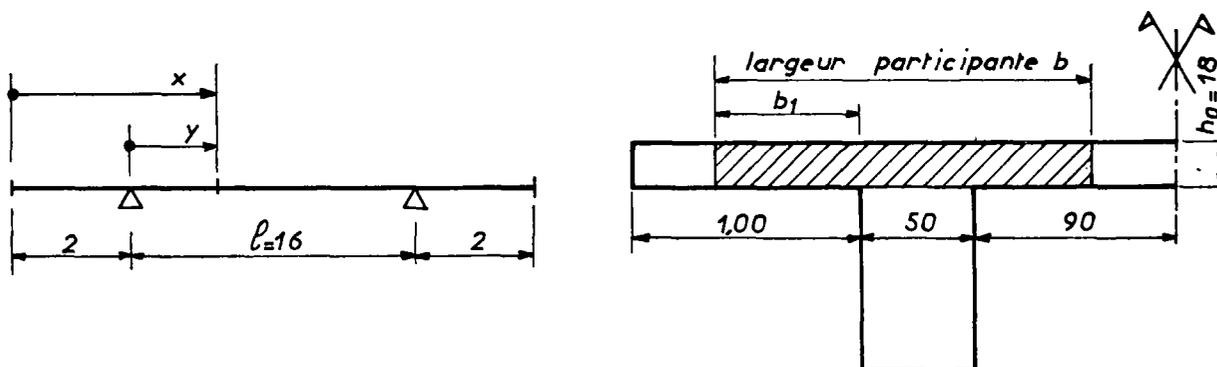
**b - Exemple**

Calcul de la couture d'attache du hourdis avec les âmes de la poutre-console du chapitre 1 § 2.5.1.

Les calculs sont à effectuer sur les sections où le hourdis peut-être comprimé. En considérant la courbe enveloppe des moments fléchissants (chapitre 1 § 2.5.1.c), les sections de moment positif ont pour abscisse x:

$$3 \text{ m} < x < 17 \text{ m.}$$

Etudions les deux sections les plus défavorables (valeurs élevées de l'effort tranchant) :



x	3 m	4 m
largeur participante $b_1$ : $b_1 = \text{mini} \begin{cases} 2/3 y \\ 1/10 \\ 1 \text{ m} \end{cases}$ (1)	0,666 m	1 m
largeur participante b (m)	$2 \times 0,666 + 0,50 = 1,832$	$1,00 + 0,50 + 0,90 = 2,40$
$V_u$ (MN) (2)	1,273	1,171
$G_u = \frac{V_u}{0,9} \frac{b_1}{d} \frac{b_1}{b}$ (MN/m)	$\frac{1,273 \times 0,666}{0,9 \times 1,14 \times 1,832} = 0,451$	$\frac{1,171 \times 1}{0,9 \times 1,12 \times 2,40} = 0,484$
$\tau_u = \frac{G_u}{h_0}$ (MPa)	$\tau_u = \frac{0,451}{0,18} = 2,51$	$\tau_u = \frac{0,484}{0,18} = 2,69$

(1) se reporter à l'article A 4.1,3 du B.A.E.L.

(2) valeurs du tableau du § 2.5.a, divisées par 2 (effort tranchant repris par une nervure)

La section 4 est plus défavorable. On a :

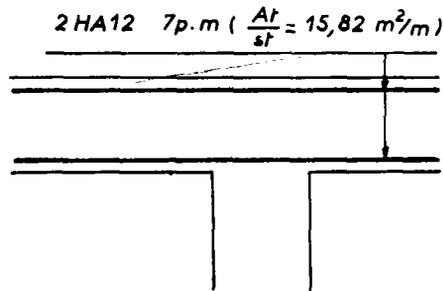
$$\tau_u = 2,69 \text{ MPa} > \tau_{u,\text{lim}} = \min \begin{cases} 0,13 f_{cj} = 0,13 \times 20 = \underline{2,60} \text{ MPa} \\ 4 \text{ MPa} \end{cases}$$

La contrainte de cisaillement  $\tau_{u,\text{lim}}$  étant légèrement dépassée, il est nécessaire d'épaissir le hourdis à 19 cm :

$$\tau_u = \frac{0,484}{0,19} = 2,55 \text{ MPa} < \tau_{u,\text{lim}} = 2,60 \text{ MPa}$$

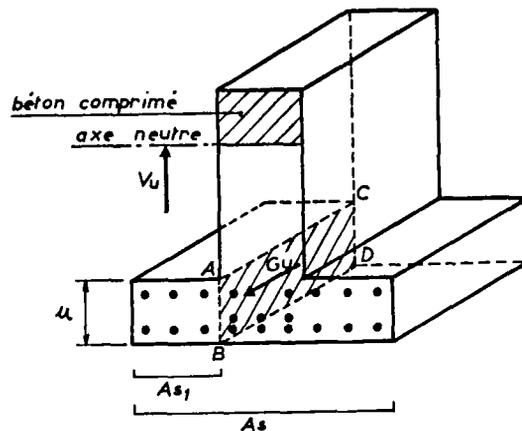
La règle des coutures généralisée s'écrit (armatures Fe E 400) :

$$\frac{A_t}{s_t} = G_u \frac{\gamma_s}{f_{et}} = 0,484 \times \frac{1,15}{400} = \underline{13,92} \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{m}$$



### 3.6. Calcul de la liaison membrure tendue - âme d'une poutre (Art.A.5.3,2.)

a - principe



Lorsque la poutre est soumise à un effort tranchant  $V_u$ , il s'exerce sur le débord de la membrure tendue un effort de glissement  $G_u$  (dans le plan ABCD) :

$$G_u = \frac{V_u}{z} \frac{S_1(x)}{S_1}$$

expression dans laquelle :

.  $S_1$  est le moment statique calculé par rapport à l'axe neutre de toutes les armatures tendues de section  $A_s$ .

.  $S_1(x)$  est le moment statique calculé par rapport à l'axe neutre des armatures tendues situées dans la membrure tendue.

Pour le calcul du rapport  $\frac{S_1(x)}{S_1}$ , il est possible d'adopter la valeur approchée suivante :

$$\frac{S_1(x)}{S_1} = \frac{A_{s1}}{A_s}$$

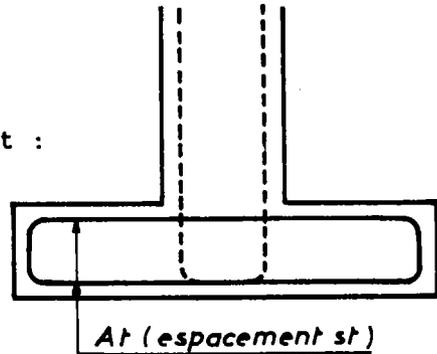
.  $z = 0,9 d$

On a donc :

$$G_u = \frac{V_u}{0,9 d} \frac{A_{s1}}{A_s}$$

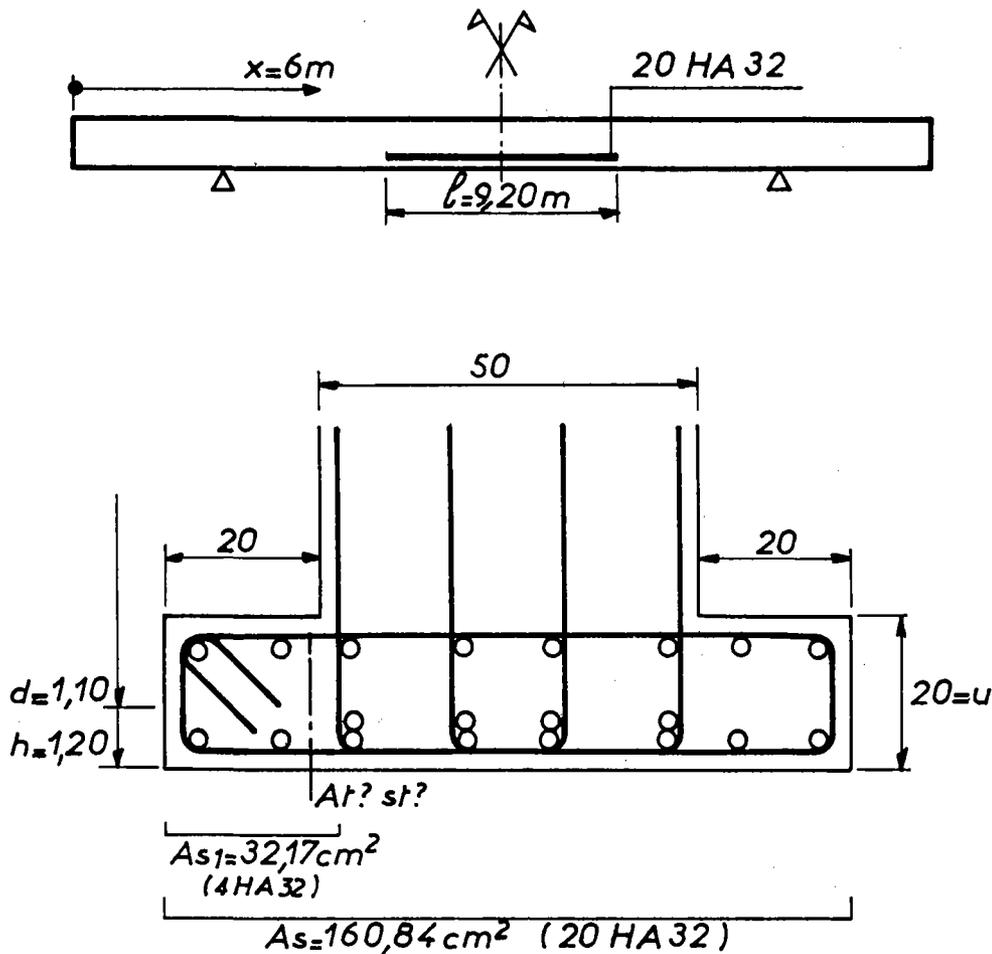
La règle des coutures généralisée s'écrit :

$$\frac{A_t}{s_t} \frac{f_{et}}{\gamma_s} > G_u$$



b - Exemple

La poutre-console du chapitre 1 § 2.5.1. a été dimensionnée à mi-portée vis-à-vis du moment de flexion (cf chapitre 2 § 1.2.4.c). A cause du nombre important d'armatures obtenues (20 HA 32), il est intéressant de les loger dans un talon présentant des saillies :



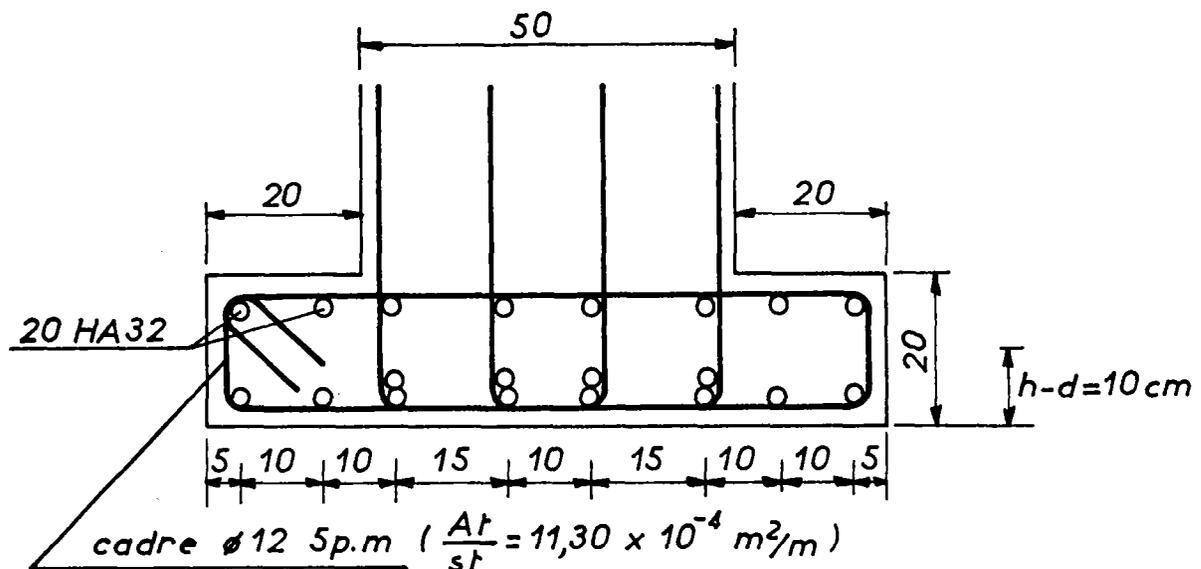
Les 20 armatures HA 32 calculées à mi-portée ont une longueur de 9,20 m (se reporter à l'étude de l'épure d'arrêt des barres au § 7.6.2.). La section d'abscisse  $x = 6$  m correspond au maximum de l'effort tranchant dans cette zone.

$$V_u = 0,968 \text{ MN}^{(1)}$$

$$G_u = \frac{V_u}{0,9 d} \frac{A_{s1}}{A_s} = \frac{0,968 \times 32,17}{0,9 \times 1,10 \times 160,84} = 0,196 \text{ MN/m}$$

La règle des coutures généralisée s'écrit (armatures Fe E 215) :

$$\frac{A_t}{s_t} = G_u \frac{\gamma_s}{f_{et}} = 0,196 \times \frac{1,15}{215} = \underline{10,46 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{m}}$$



#### 4 - ENTRAÎNEMENT DES BARRES (Art. A.6.1,3)

##### a - Principe

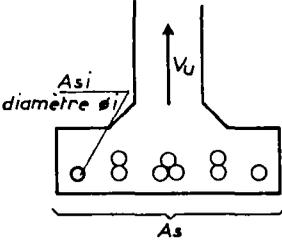
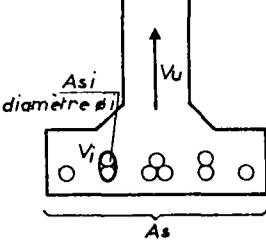
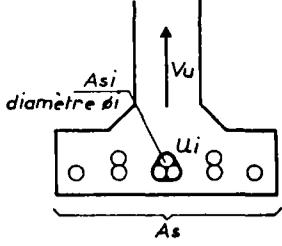
Les armatures en partie courante sont soumises à des contraintes d'entraînement  $\tau_{se}$  qui doivent être limitées pour ne pas endommager le béton au voisinage des armatures.

Pour un paquet de barres de section  $A_{si}$  et de périmètre  $u_i$ , la contrainte d'entraînement est égale à :

$$\tau_{se} = \frac{1}{u_i} \frac{V_u}{0,9 d} \frac{A_{si}}{A_s} \quad (2)$$

(1) valeur du tableau du § 2.5.a, divisées par 2 (effort tranchant pour une nervure).

(2)  $0,9 d$  est la valeur forfaitaire du bras de levier  $z$

			
	barre isolée	paquet de 2 barres	paquet de 3 barres (1)
périmètre $u_i$	$\pi \phi_i$	$(\pi + 2) \phi_i$	$(\pi + 3) \phi_i$
Lorsque toutes les armatures ont le même diamètre $\phi$ et si n est le nombre total de barres			
$\tau_{se}$	$\frac{1}{n \pi \phi} \frac{V_u}{0,9 d}$	$\frac{2}{n (\pi + 2) \phi} \frac{V_u}{0,9 d}$	$\frac{3}{n (\pi + 3) \phi} \frac{V_u}{0,9 d}$

Lorsque les armatures sont regroupées en paquets de taille différente, c'est la contrainte d'adhérence du plus gros paquet qui a la valeur la plus élevée.

$$\tau_{se} \text{ doit être inférieure à : } \tau_{se,u} = \psi_s f_{tj} \quad (2)$$

$\psi_s$  est le coefficient de scellement :

- $\psi_s = 1$  pour les ronds lisses
- $\psi_s$  vaut généralement 1,5 pour les armatures à haute-adhérence (3)

(1) les paquets de plus de trois barres sont interdits s'ils sont soumis à une sollicitation d'entraînement, ce qui est le cas lorsque l'effort tranchant n'est pas nul.

(2) les valeurs les plus courantes de  $\tau_{se,u}$  sont regroupées dans un tableau de l'annexe projecteur. Pour les armatures de dalles, se reporter à l'exemple du chapitre 4 § 1.2.4.5.

(3) la valeur de  $\psi_s$  est fixée par la fiche d'identification de l'armature

b - Exemple

Vérification de la contrainte d'entraînement d'un paquet de deux barres dans l'exemple du paragraphe précédent :

$n = 20$   
 $\Phi = 32 \text{ mm}$   
 $d = 1,10 \text{ m}$   
 $V_U = 0,968 \text{ MN}$

$$\tau_{se} = \frac{2}{n (\pi + 2)} \frac{V_U}{0,9 d} = 0,59 \text{ MPa}$$

$f_{c28} = 20 \text{ MPa}$   
 $f_{t28} = 1,80 \text{ MPa}$   
 $\psi_s = 1,5$

$$\tau_{se,u} = \psi_s f_{tj} = 1,5 \times 1,80 = 2,70 \text{ MPa}$$

$\tau_{se} < \tau_{se,u}$

5 - TORSION (Art. A.5.4.)

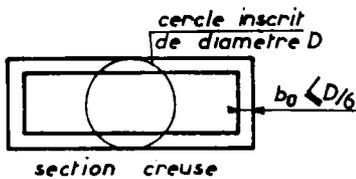
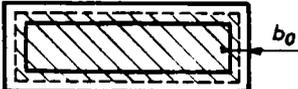
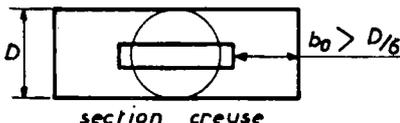
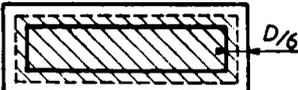
5.1. Généralités

a - calcul de la contrainte tangente de torsion

On appelle :

$\Omega$  : l'aire du contour tracé à mi-épaisseur de la paroi de la section creuse équivalente (aire hachurée sur les schémas ci-dessous)

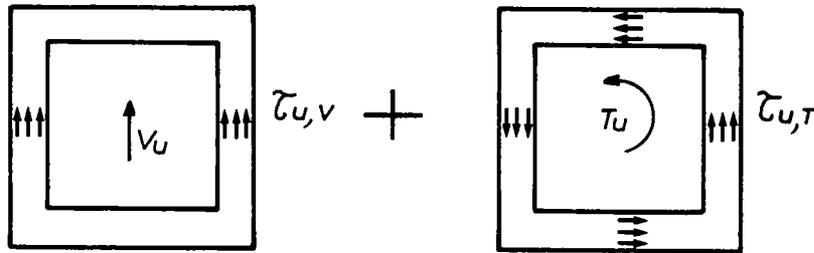
$T_U$  : le moment de torsion calculé à l'E.L.U.

section réelle	section creuse équivalente	contrainte tangente de torsion
 <p style="text-align: center;">cercle inscrit de diamètre D</p> <p style="text-align: center;">section creuse</p>		$\tau_u = \frac{T_u}{2 b_0}$
 <p style="text-align: center;">section creuse</p>  <p style="text-align: center;">section pleine</p>		$\tau_u = \frac{3 T_u}{\Omega D}$

Pour les sections de forme complexe, la méthode précédente peut-être appliquée dans certains cas (se reporter au commentaire \*\* de l'art. A.5.4,22. du B.A.E.L.).

**b - Etat-limite ultime du béton**

La contrainte tangente de torsion  $\tau_{u,T}$  est cumulée avec la contrainte tangente due à l'effort tranchant  $\tau_{u,V}$ .



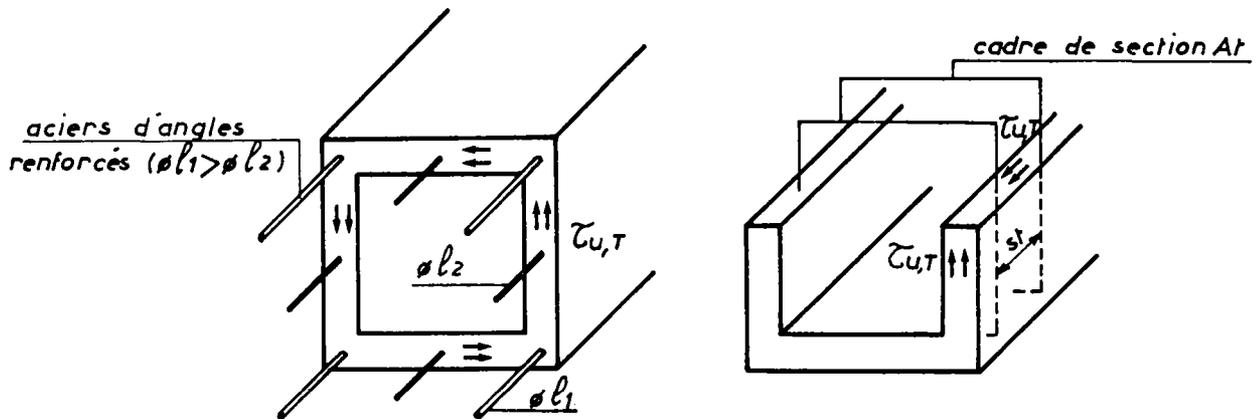
On vérifie alors :

$$\tau_{u,V} + \tau_{u,T} \leq \tau_{u,lim}$$

Les valeurs de  $\tau_{u,lim}$  sont données dans le tableau du § 2.2.

**c - justifications des armatures**

Les armatures sont déterminées par application de la règle des coutures aux sections droites (armatures longitudinales), et aux sections radiales (armatures transversales).



section droite

$$\frac{\sum A_l f_e}{u \gamma_s} = \frac{T_u}{2 Q}$$

$u$  est le périmètre du contour d'aire  $Q$

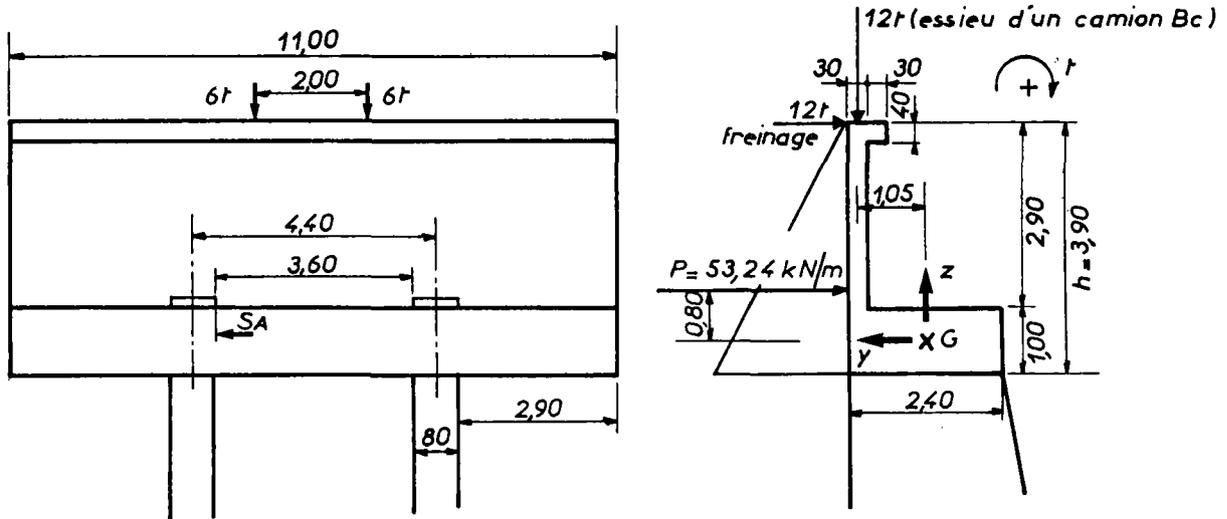
section radiale

$$\frac{A_t f_{et}}{s_t \gamma_s} = \frac{T_u}{2 Q}$$

$A_t$  doit-être cumulé avec les armatures d'effort tranchant

5.2. Exemple d'un chevêtre de culée.

Vérification des contraintes de cisaillement et calcul des armatures de torsion et d'effort tranchant dans la section  $S_A$  (section d'encastrement chevêtre-voile porteur).



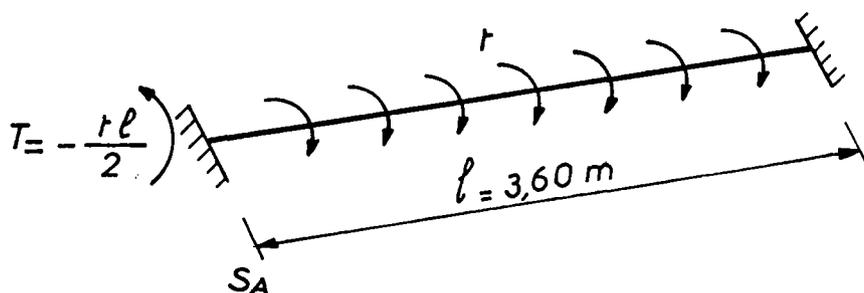
5.2.1. Calcul du moment de torsion  $T$  et des efforts tranchants concomitants  $V_y$  et  $V_z$

a - Principe de calcul du moment de torsion

Le chevêtre est sollicité en torsion et à l'effort tranchant sous l'effet :

- du poids du mur garde-grève,
- de la poussée des terres,
- d'un essieu de 12 tonnes d'un camion  $B_c$  développant un effort de freinage soit vers le remblai d'accès, soit vers le tablier. Les charges apportées par le tablier sont directement transmises au voiles.

Le chevêtre est calculé comme une poutre bi-encastree sur les voiles porteurs. Théoriquement, il apparaît un phénomène de torsion gênée : une partie du moment de torsion est équilibrée par des contraintes de cisaillement (torsion de Saint-Venant) et le reste par des contraintes normales. En pratique, l'inertie de torsion du chevêtre étant importante, ce sont principalement les contraintes de cisaillement qui équilibrent le moment de torsion.



b - Poids du garde-grève et du corbeau(1)

	garde-grève	corbeau
poids (kN/ml) : p	$0,30 \times 2,90 \times 24,5 = 21,32$	$0,30 \times 0,40 \times 24,5 = 2,94$
excentricité par rapport à G (m) : e	1,05	0,75
moment de torsion unitaire (kN-m/ml) : t = p e	- 22,39	- 2,21
moment de torsion total (kN-m/ml)	- (22,39 + 2,21) = - 24,60	

moment de torsion dans la section  $S_A$  :  $T = \frac{24,60 \times 3,60}{2} = \underline{44,3}$  kN-m

effort tranchant concomitant :  $V_z = \frac{(21,32 + 2,94) \times 3,60}{2} = \underline{43,7}$  kN

c - poussée des terres

coefficient de poussée active :  $K_a = 0,35$

poids volumique du remblai :  $\gamma = 20$  kN/m<sup>3</sup>

poussée :  $P = \frac{1}{2} K_a \gamma h^2 = 53,24$  kN/ml

excentricité par rapport à G :  $e = 0,80$  m

moment de torsion unitaire :  $P e = 53,2 \times 0,80 = 42,59$  kN-m/ml

moment de torsion dans la section  $S_A$  :  $T = \frac{- 42,59 \times 3,60}{2} = - \underline{76,7}$  kN-m

effort tranchant concomitant :  $V_y = \frac{53,2 \times 3,60}{2} = \underline{95,8}$  kN

d - Poids propre du chevêtre

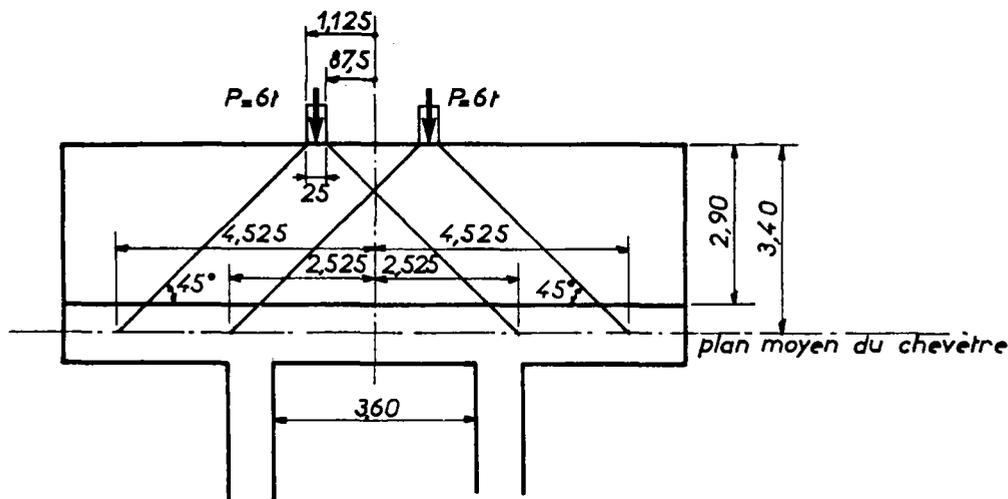
$T = 0$

$V_z = \frac{q l}{2} = \frac{(1 \times 2,40 \times 24,5) \times 3,60}{2} = \underline{105,8}$  kN

(1) afin de simplifier les calculs, on suppose dans cet exemple que la culée ne comporte pas de dalle de transition.

e - Freinage d'un essieu de 12 tonnes du camion B<sub>c</sub>

Les efforts tranchants et le moment de torsion sont obtenus en admettant une diffusion à 45° des efforts à partir de l'impact jusqu'au niveau du plan moyen du chevêtre.



densité de charge transmise au chevêtre entre les deux voiles :

$$q = \frac{2 P}{7,05} \stackrel{(1)}{=} \frac{2 \times 6}{7,05} = 1,702 \text{ t/ml} = 16,69 \text{ kN/ml}$$

	poids de l'essieu	freinage vers le remblai	freinage vers le tablier
densité de charge : q	- 16,69 kN/ml	16,69 kN/ml	- 16,69 kN/ml
moment de torsion unitaire : t = q e	- 16,69 x 1,05 = - 17,52 kN-m/ml	- 16,69 x 3,40 = - 56,74 kN-m/ml	16,69 x 3,40 = 56,74 kN-m/ml
moment de torsion dans la section S <sub>A</sub> : $T = - \frac{t l}{2}$	$\frac{17,52 \times 3,60}{2} =$ 31,5 kN-m	$\frac{56,74 \times 3,60}{2} =$ 102,1 kN-m	$-\frac{56,74 \times 3,60}{2} =$ - 102,1 kN-m
effort tranchant concomitant : $V = - \frac{q l}{2}$	$V_z = \frac{16,69 \times 3,60}{2}$ V <sub>z</sub> = 30,0 kN	$V_y = - \frac{16,69 \times 3,60}{2}$ V <sub>y</sub> = - 30,0 kN	$V_y = \frac{16,69 \times 3,60}{2}$ V <sub>y</sub> = 30,0 kN

(1) conformément à l'article 6.3. du fascicule 61 titre II, les coefficients  $\delta$  et  $b_c$  ne s'appliquent pas aux efforts de freinage.

f - combinaisons d'actions :  $1,35 G_{max} + G_{min} + 1,5 Q$

		solllicitations dans la section S A		
n°	action	T (kN-m)	V (kN) y	V (kN) z
(1)	poids du garde-grève, du corbeau et du chevêtre	44,3	0	43,7 + 105,8 = 149,5
(2)	poussée des terres d'origine pondérale	- 76,7	95,8	0
(3)	essieu de 12 t - freinage vers le remblai	31,5 + 102,1 = 133,6	- 30,0	30,0
(4)	essieu de 12 t - freinage vers le tablier	31,5 - 102,1 = - 70,6	30,0	30,0

- tableau récapitulatif -

Les deux combinaisons les plus défavorables sont les suivantes :

n°	effet recherché	G <sub>max</sub>	G <sub>min</sub>	Q
C1	T <sub>u</sub> maximum ou V <sub>zu</sub> maximum	(1)	(2)	(3)
C2	T <sub>u</sub> minimum ou V <sub>yu</sub> maximum	(2)	(1)	(4)

Combinaison C1

$$T_u = 1,35 \times 44,3 - 76,7 + 1,5 \times 1,07 \times 133,6 = 197,5 \text{ kN-m}$$

$$V_{yu} = 95,8 - 1,5 \times 1,07 \times 30,0 = 47,7 \text{ kN}$$

$$V_{zu} = 1,35 \times 149,5 + 1,5 \times 1,07 \times 30,0 = 250,0 \text{ kN}$$

Combinaison C2

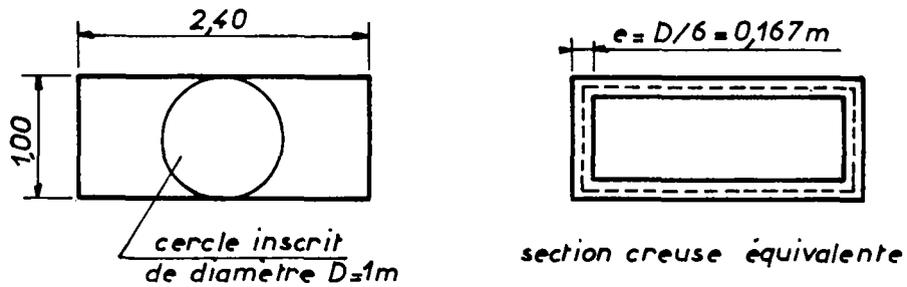
$$T_u = - 1,35 \times 76,7 + 44,3 - 1,5 \times 1,07 \times 70,6 = - 172,6 \text{ kN-m}$$

$$V_{yu} = 1,35 \times 95,8 + 1,5 \times 1,07 \times 30 = 177,5 \text{ kN}$$

$$V_{zu} = 149,5 + 1,5 \times 1,07 \times 30 = 197,7 \text{ kN}$$

5.2.2. Calcul des contraintes tangentes

a - calcul de la contrainte tangente de torsion



$$\Omega = (1 - 0,167) (2,40 - 0,167) = 1,861 \text{ m}^2$$

périmètre du contour d'aire  $\Omega$  :  $u = [(1 - 0,167) + (2,40 - 0,167)] 2 = 6,133 \text{ m}$

$$\tau_{u,T} = \frac{T_u}{2 \Omega e} = \frac{T_u}{2 \times 1,861 \times 0,167} = \frac{T_u}{0,620}$$

b - calcul de la contrainte tangente d'effort tranchant

valeur approchée de d	$d = 0,95 \text{ m}$	$d = 2,35 \text{ m}$
contrainte de cisaillement conventionnelle	$\tau_{u,Vz} = \frac{V_{uz}}{b_0 d} = \frac{V_{uz}}{2,28}$	$\tau_{u,Vy} = \frac{V_{uy}}{b_0 d} = \frac{V_{uy}}{2,35}$

c - tableau récapitulatif

	$\tau_{uT}$ (MPa)	$\tau_{u,Vz}$ (MPa)	$\tau_{u,Vy}$ (MPa)	contraintes résultantes ( MPa )
combinaison C1	0,319	0,110	0,020	
combinaison C2	- 0,278	0,087	0,076	

d - état-limite ultime du béton

Le maximum de la contrainte tangente est obtenu avec la combinaison C1 :

$$\tau_{u,max} = \tau_{u,T} + \tau_{u,Vz} = 0,429 \text{ MPa}$$

Avec  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$  et en supposant que la fissuration est peu nuisible, on vérifie largement :

$$\tau_{u,max} = 0,429 \text{ MPa} < \text{mini} \begin{cases} 0,13 f_{c28} = 3,25 \text{ MPa} \\ 4 \text{ MPa} \end{cases}$$

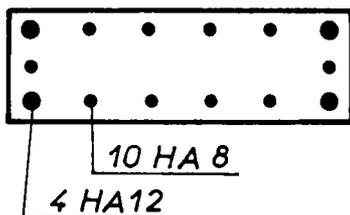
5.2.3. Calcul des armatures

La combinaison C1 est la plus défavorable (valeurs absolues maximales du moment de torsion et de l'effort tranchant).

5.2.3.1. Armatures de torsion longitudinales (1) ( $f_e = 400 \text{ MPa}$ )

$$\Gamma A_1 = u \frac{T_u \gamma_s}{2 \Omega f_e}$$

$$\Gamma A_1 = \frac{6,133 \times 0,1975 \times 1,15}{2 \times 1,861 \times 400} \times 10^4 = 9,4 \text{ cm}^2$$



4 HA 12 dans les angles (2)

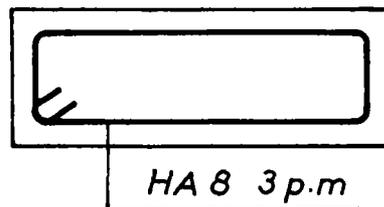
10 HA 8 réparties

5.2.3.2. Armatures transversales  $f_{et} = 400 \text{ MPa}$

a - torsion

$$\frac{A_t}{s_t} = \frac{T_u \gamma_s}{2 \Omega f_{et}}$$

$$\frac{A_t}{s_t} = \frac{0,1975 \times 1,15}{2 \times 1,861 \times 400} \times 10^4 = 1,526 \text{ cm}^2/\text{m}$$



(1) les armatures de torsion doivent être cumulées aux armatures de flexion les calculs étant effectués avec les mêmes combinaisons d'actions.

(2) le ferrailage dans les angles doit être en effet renforcé.

b - effort tranchant  $V_{zU}$  concomitant (1)

Conformément au § 2.3., on a :

$$\frac{A_t}{s_t} = \frac{b_o (\tau_{u,Vz} - 0,3 f_{t28})}{0,8 f_{et}}$$

$$\frac{A_t}{s_t} < 0 \quad \text{car} \quad \tau_{u,Vz} = 0,11 < 0,3 f_{t28} = 0,3 \times 2,1 = 0,63 \text{ MPa}$$

Il n'y a pas besoin d'armatures d'effort tranchant.

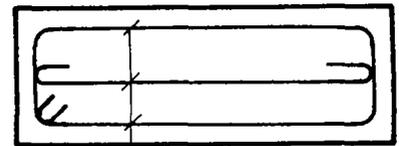
c - pourcentage minimal d'armatures

Conformément au § 2.4., il faut vérifier :

$$\frac{A_t f_{et}}{b_o s_t} > 0,4 \text{ MPa}$$

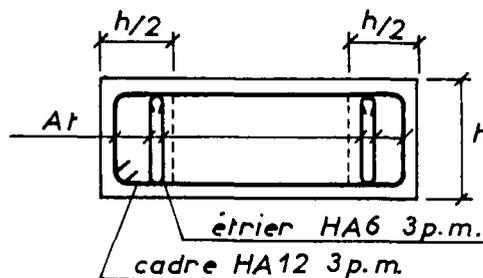
Dans le cas d'un effort tranchant suivant y ( $b_o = 1 \text{ m}$ ), on obtient :

$$\frac{A_t}{s_t} = \frac{0,4 \times 1}{400} \times 10^4 = 10 \text{ cm}^2/\text{m}$$



HA 12 3p.m.

Suivant l'axe z, le chevêtre peut-être considéré comme une poutre large ( $b_o > h$ ) : on obtient donc le même pourcentage à répartir au voisinage des parements (se reporter à la remarque du § 2.4.).



On retiendra donc ce ferrailage qui est plus défavorable que le ferrailage de torsion.

5.3. Conclusion

Dans cet exemple le ferrailage de torsion ne conduit qu'à un léger renforcement des armatures longitudinales. Il existe bien sûr des cas particuliers pour lesquels la torsion peut être déterminante.

---

(1)  $V_{y,U}$  ayant une valeur plus petite, n'intervient pas.

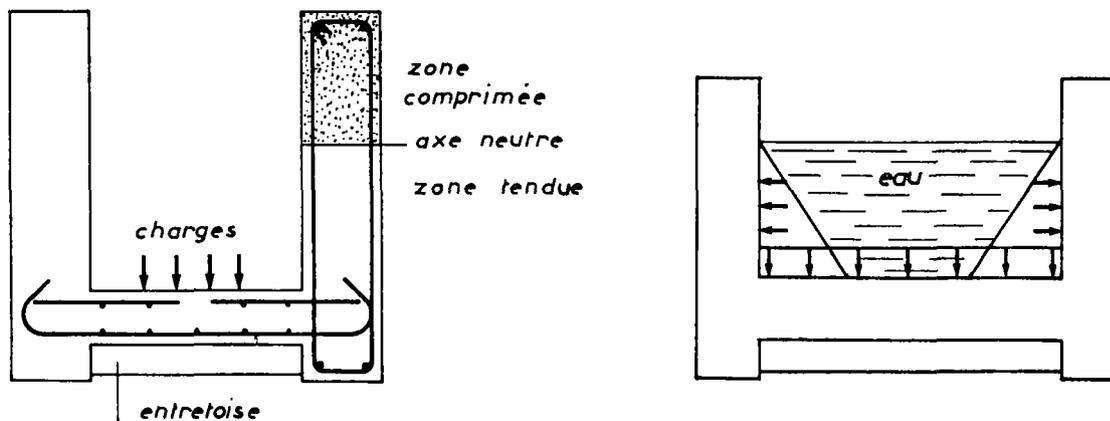
6 - ZONES D'APPLICATION DES EFFORTS (Art. A.5.1,3)

6.1. Suspentes (efforts entraînant la mise en tension transversale de l'âme d'une poutre Art. A.5.1,33.)

6.1.1. Généralités

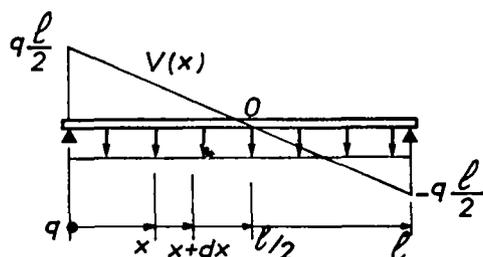
Lorsqu'un effort est appliqué à une partie d'une poutre, il y a lieu de placer des armatures suspentes pour transmettre cet effort aux parties de la poutre capables de l'équilibrer. Ces armatures viennent en supplément des armatures d'effort tranchant.

Le calcul des armatures suspentes revêt une importance primordiale dans le cas des ouvrages à poutres latérales (il s'agit généralement de passerelles piétonnières et de ponts-canaux).



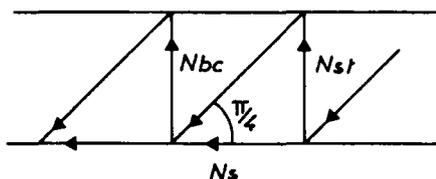
Dans ce qui suit, il est supposé que les armatures d'âme sont verticales.

a - Cas des charges réparties (charges permanentes ou d'exploitation)



Entre 2 sections voisines (x) et (x + dx), la variation d'effort tranchant  $[V(x) - V(x + dx)]$  est égale à la charge appliquée sur le tronçon soit "q dx".

La théorie classique de RITTER - MORSH donne :



$$(1) \quad N_{st} = V(x)$$

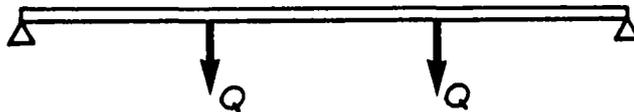
La formule du B.A.E.L. ( $\frac{A_t}{s_t b_o} = \frac{\tau_u - 0,3 f_{tj}}{0,8 f_e}$ ) peut se mettre sous la forme :

$$(2) \quad N_{st} = \frac{A_t}{s_t} \frac{f_e}{1,15} z = \frac{A_t}{s_t} \frac{f_{et}}{1,15} 0,9 d = \frac{A_t}{s_t} 0,8 f_{et} d = V(x) - V_o$$

Avec  $V_o = b_o d 0,3 f_{tj}$

La comparaison des formules (1) et (2) montre que les armatures d'effort tranchant déterminées par le B.A.E.L. ne peuvent équilibrer la charge appliquée sur le tronçon. Il ne faut donc pas tenir compte du terme réducteur "0,3 f<sub>tj</sub>". De plus dans la zone des "efforts tranchants nuls", il faut s'assurer que les armatures d'âme (déterminées par la condition de section minimale) peuvent reprendre la charge appliquée sur le tronçon considéré sinon, il faut ajouter des suspentes.

b - Cas des charges concentrées : (au droit des jonctions poutres entretoises par exemple)

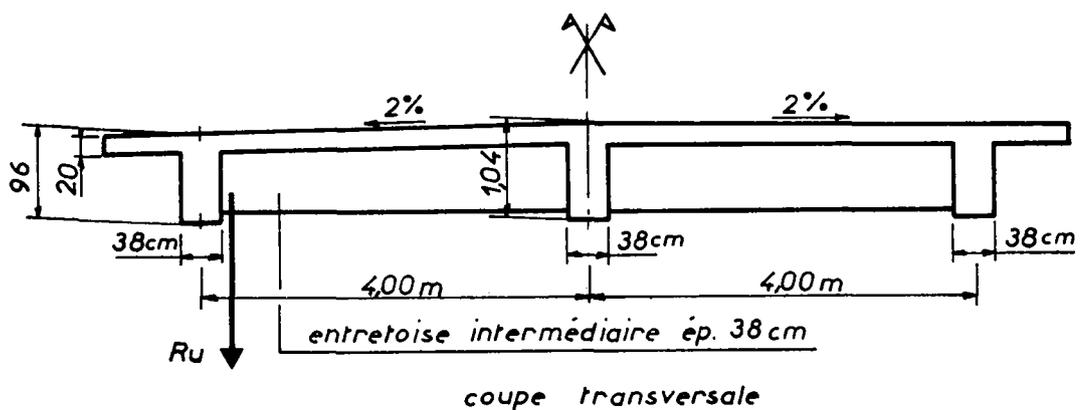


Les charges concentrées doivent être entièrement équilibrées par des suspentes qui s'ajoutent aux armatures d'effort tranchant calculées par les règles B.A.E.L.

Remarque : Dans le cas où il existe une flexion transversale concomitante, il est possible de cumuler les armatures de flexion transversale et les armatures d'effort tranchant et de suspente à défaut d'effectuer une étude plus précise.

6.1.2. Pont à poutres sous chaussée : reprise de l'effort exercé par une entretoise sur une poutre. (1)

L'entretoise intermédiaire de l'ouvrage représenté ci-dessous exerce un effort  $R_u = 0,704$  MN sur la poutre de rive (effort calculé à l'E.L.U.).



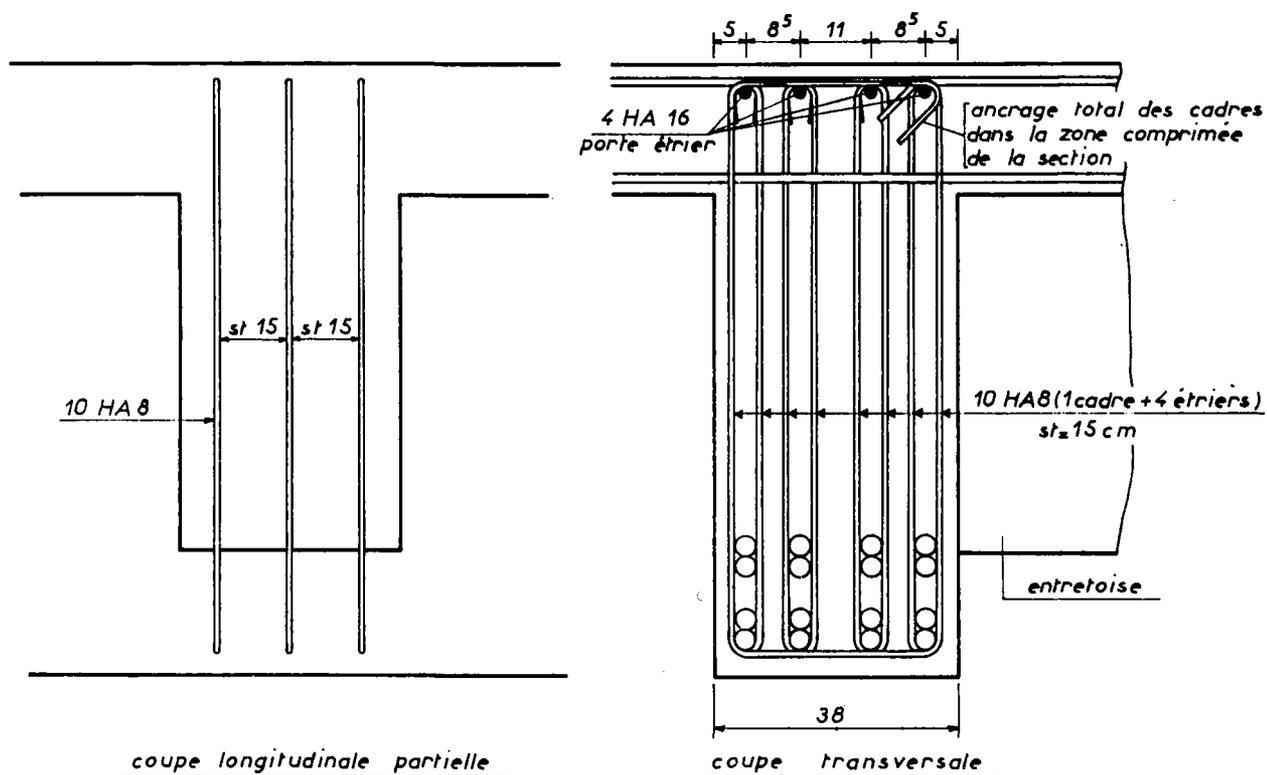
(1) cet exemple est tiré du dossier PSI BA 77 du S.E.T.R.A.

La section d'armatures suspendes de nuance Fe E 400 à placer dans le volume commun à la poutre de rive et à l'entretoise est donnée par la relation :

$$A_{st} = \frac{R_u}{f_{su}} \quad \text{avec : } f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 347,8 \text{ MPa}$$

$$A_{st} = \frac{0,704}{347,8} 10^4 = \underline{20,2 \text{ cm}^2}$$

Le ferrailage d'effort tranchant dans la poutre au niveau de l'entretoise est de 10 HA 8  $s_t = 15 \text{ cm}$ , disposés de la façon suivante :



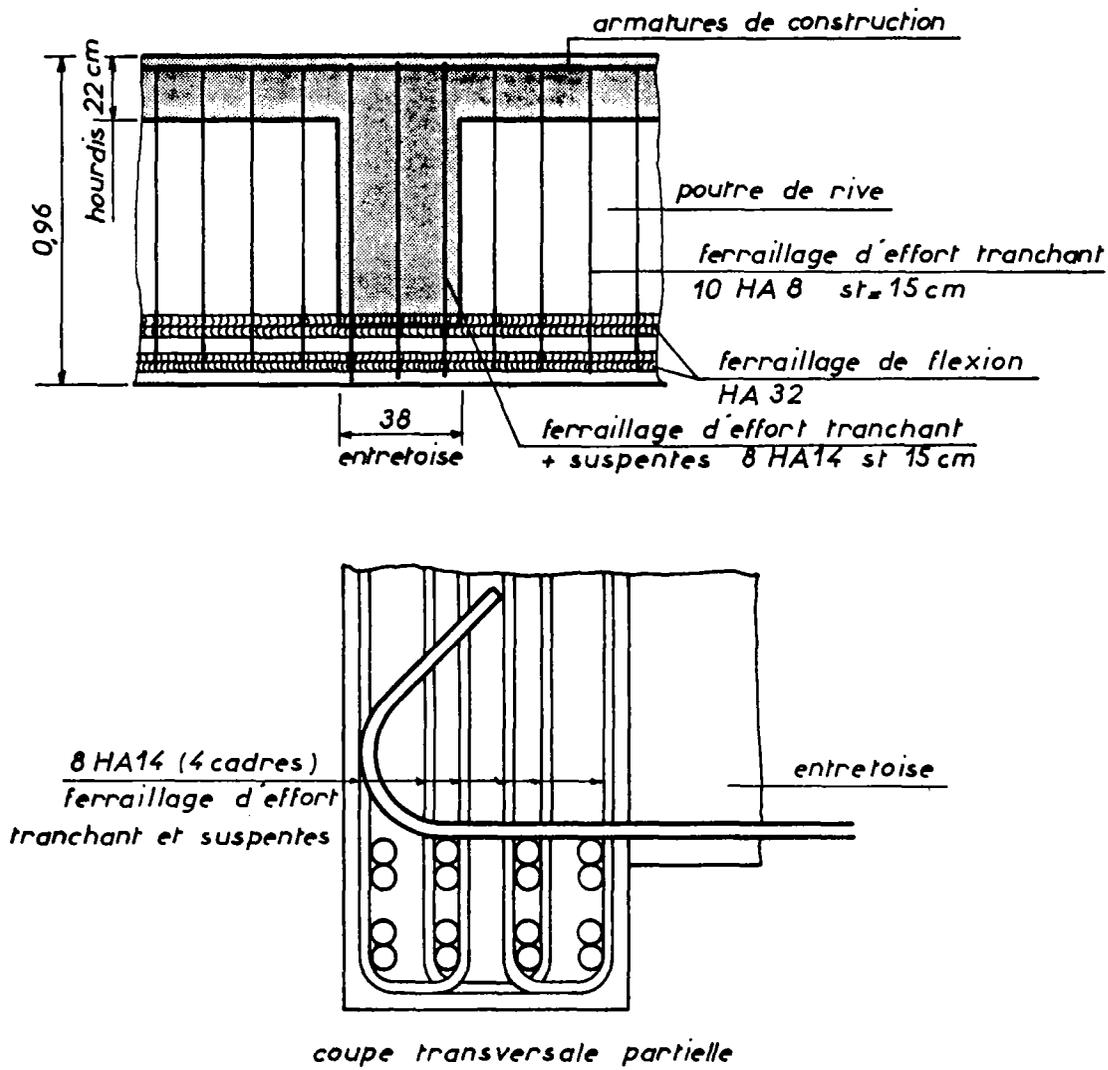
- poutre de rive : ferrailage d'effort tranchant -

Ce ferrailage conduit à placer trois cours d'armatures transversales dans le volume commun poutre-entretoise, soit 30 HA 8 ( $A_s = 15,1 \text{ cm}^2$ ).

En cumulant les armatures d'effort tranchant et de suspendes, on obtient :

$$A_s = 20,2 + 15,1 = 35,3 \text{ cm}^2$$

Ce renforcement peut-être obtenu en remplaçant les trois cours de 10 HA 8 par trois cours de 8 HA 14<sup>(1)</sup> ( $A_s = 36,9 \text{ cm}^2$ )



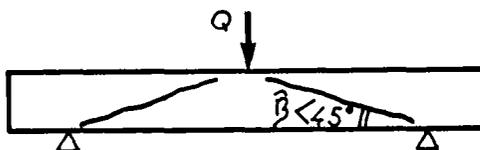
6.2. Appui simple d'about (Art. A.5.1,31.)

6.2.1. Généralités

Les charges sont transmises à l'about par l'intermédiaire d'une bielle de béton comprimé inclinée à 45°.

Remarque :

Cette hypothèse doit être corrigée lorsque l'inclinaison de la bielle risque d'être très nettement inférieure à 45°, en particulier lorsque les sollicitations prépondérantes sont dues à une charge unique voisine du milieu de la poutre.

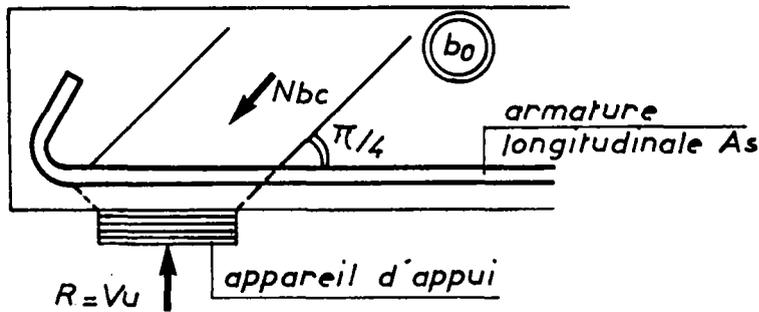


(1) compte-tenu du diamètre du mandrin de cintrage égal à 70 mm pour des HA 14, il n'est plus possible d'envisager des étriers comme pour le ferrailage d'effort tranchant en section courante.

a - calcul des armatures

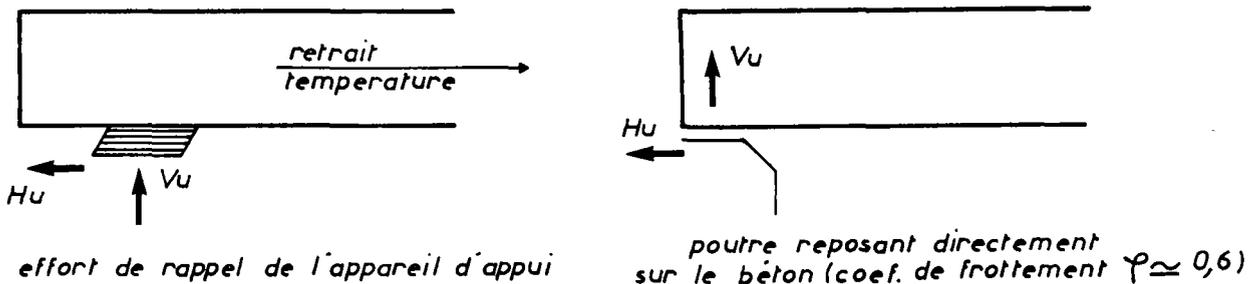
Dans les cas courants d'une inclinaison à 45°, la composante horizontale de l'effort de compression dans la bielle est équilibrée par des armatures longitudinales inférieures :

$$A_s > \frac{V_u}{f_e} \gamma_s$$



Dans le cas où il existe une composante horizontale  $H_u$  de la réaction d'appui provoquant une mise en traction des armatures, la section totale d'armatures longitudinales vaut :

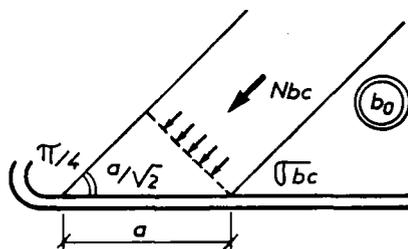
$$A_{st} = \frac{V_u \gamma_s}{f_e} + \frac{H_u \gamma_s}{f_e}$$



b - vérification de la contrainte de compression de la bielle

La contrainte de compression dans la bielle  $\sigma_{bc}$  doit vérifier :

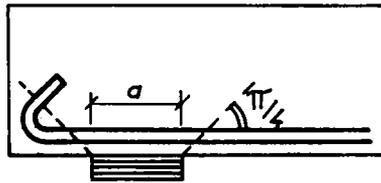
$$\sigma_{bc} = \frac{2 V_u}{b_0 a} < \frac{0,8 f_{cj}}{\gamma_b} \quad (1)$$



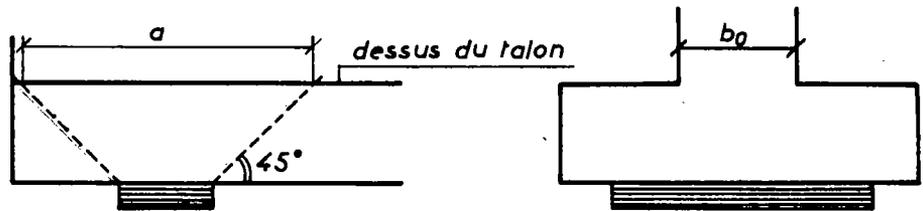
(1) le coefficient 0,8 peut être augmenté sans dépasser 1,2 si la zone voisine de l'appui est suffisamment frettée ou s'il existe un montant d'about permettant d'augmenter la sécurité vis-à-vis de la bielle.

a désigne la longueur d'appui de la bielle d'about :

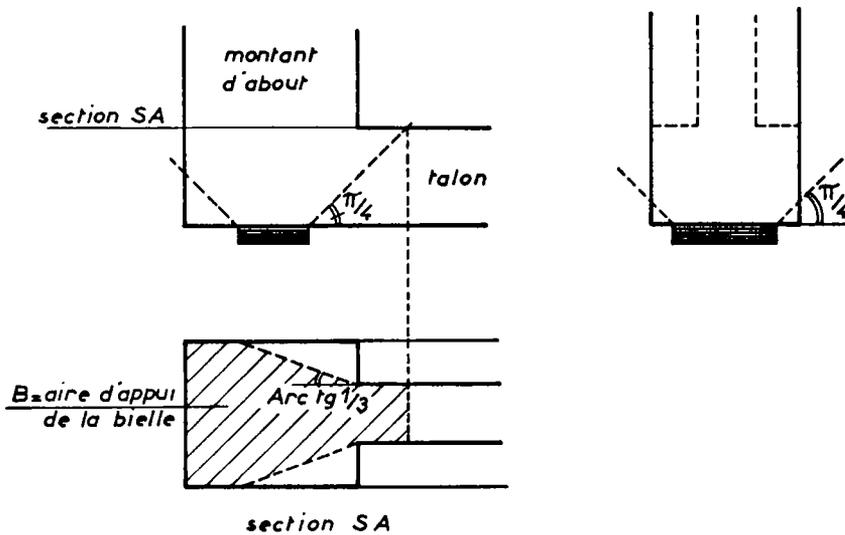
poutre sans talon



poutre à talon



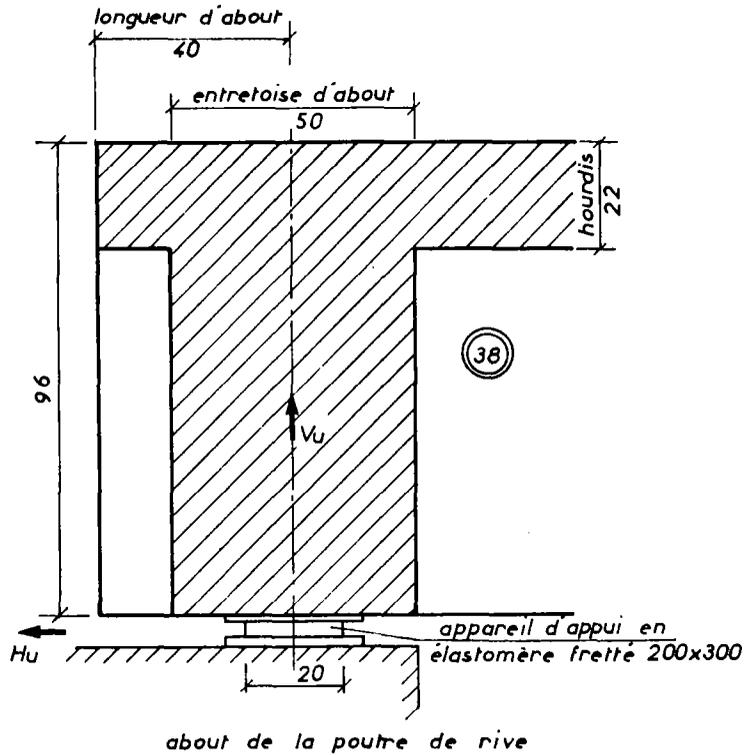
Dans le cas où la poutre à talon comporte un montant d'about, l'aire d'appui de la bielle est la surface hachurée représentée ci-dessous.



$$\sigma_{bc} = \frac{2 V_u}{B} < 0,8 \frac{f_{cj}}{\gamma_b}$$

6.2.2. Exemple d'un pont à poutres sous chaussée (ouvrage du § 6.1.2.)

Vérification de l'appui simple d'about de la poutre de rive.



	V	H
pois propre du tablier et équipements	$V_G = 0,200 \text{ MN}$	
retrait : $2 \times 10^{-4}$		$H_G = 0,008 \text{ MN}$
camions Bc (effort vertical et freinage)	$V_{Q1} = 0,237 \text{ MN}$ (y compris $b_c$ et $\delta$ )	$H_{Q1} = 0,039 \text{ MN}$
variation uniforme de température : $-40^\circ \text{ C}$		$H_{Q2} = 0,020 \text{ MN}$

combinaison à l'E.L.U. (1)

$$V_u = 1,35 V_G + 1,5 \times 1,07 V_{Q1} = \underline{0,650 \text{ MN}}$$

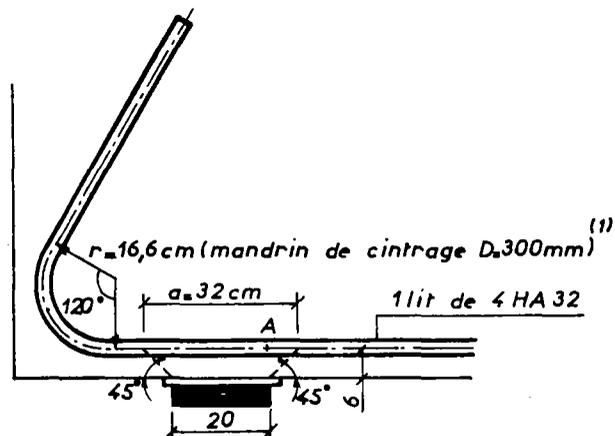
$$H_u = 1,35 H_G + 1,5 \times 1,07 H_{Q1} + 1,3 \times 0,6 H_{Q2} = \underline{0,089 \text{ MN}}$$

a - section d'armatures inférieures Fe E 400 ( $\frac{f_e}{\gamma_s} = 347,8 \text{ MPa}$ )

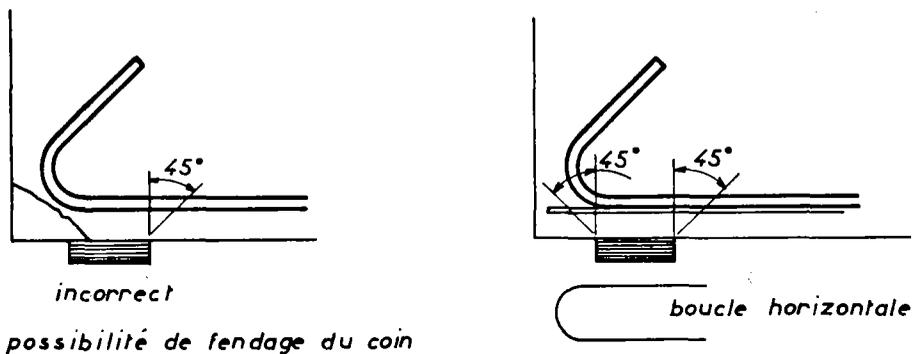
$$A_{st} = \frac{V_u \gamma_s}{f} + \frac{H_u \gamma_s}{f} = 18,7 + 2,5 = 21,2 \text{ cm}^2$$

(1) il s'agit de la combinaison fondamentale :  
 $1,35 G_{max} + G_{min} + 1,5 Q_1 + \sum 1,3 \psi_{0i} Q_i$ .

Le ferrailage de flexion étant constitué de barres HA 32 disposées en plusieurs lits de 4 armatures, il suffit de prolonger jusqu'à l'about le lit inférieur (14 HA 32  $A_s = 32,17 \text{ cm}^2$ ). Ces armatures doivent être ancrées totalement à partir du nu de l'appareil d'appui côté travée (point A du schéma).



Le coin au voisinage de l'arête extérieure doit être cousu par des armatures de petit diamètre lorsque l'appareil d'appui est très proche de l'about. (2)



**b - Vérification de la contrainte de compression de la bielle**

.  $a = 32 \text{ cm}$  (impact à  $45^\circ$  de l'appareil d'appui au niveau des armatures inférieures)

.  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$

$$\frac{2 V_u}{b_o d} = \frac{2 \times 0,650}{0,38 \times 0,32} = 10,69 \text{ MPa}$$

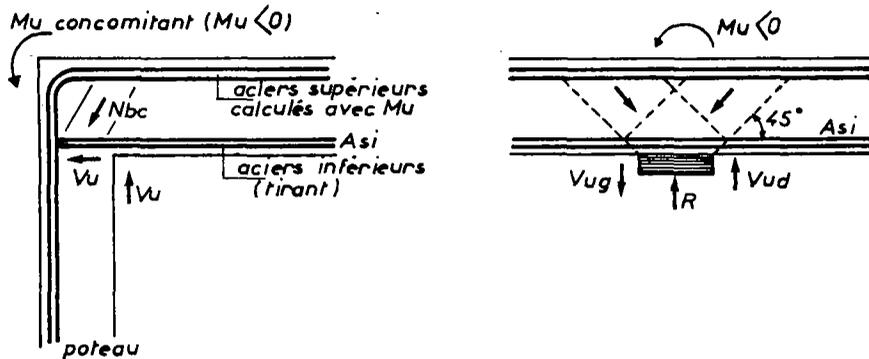
$$\frac{0,8 f_{c28}}{\gamma_b} = \frac{0,8 \times 25}{1,5} = 13,33 \text{ MPa}$$

$10,69 < 13,33$   
condition vérifiée

(1) se reporter à l'annexe projeteur

(2) ce n'est pas nécessaire dans l'exemple traité

6.3. Appui intermédiaire ou appui d'about encastré (Art. A.5.1.32.)



a - calcul des armatures inférieures

Le moment fléchissant  $M_U$  (en général négatif) qui sollicite la section d'appui provoque une force de compression au niveau de la membrure inférieure. Cet effort de compression se compose avec l'effort de traction  $V_U$  dû à la bielle d'about. L'effort de traction résultant vaut donc :

$$V_U + \frac{M_U}{0,9 d} \quad \text{expression dans laquelle :}$$

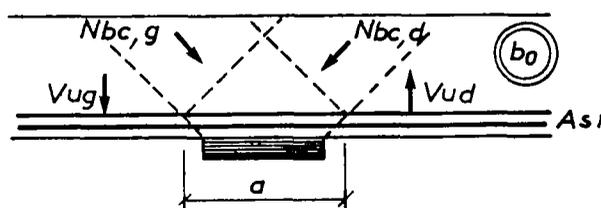
- .  $V_U = \text{maximum} (|V_{Ud}|, |V_{Ug}|)$  dans le cas d'un appui intermédiaire
- .  $M_U$  est le moment concomitant à  $V_U$  (généralement négatif)

Si  $M_U < - 0,9 d V_U$ , il faut placer des armatures inférieures de section  $A_{si}$  (dite armatures de chaînage) :

$$A_{si} = \frac{\gamma_s}{f_e} \left[ V_U + \frac{M_U}{0,9 d} \right]$$

Un exemple est donné au § 7.6.5. du présent chapitre.

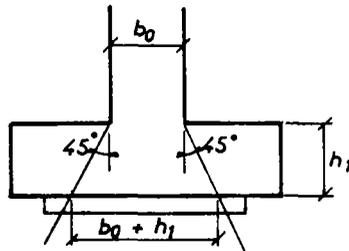
b - Vérification de la contrainte de compression de la bielle



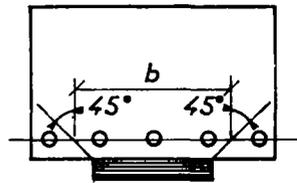
On vérifie comme pour les appuis simples d'about :

$$\frac{2 V_U}{b_0 a} < \frac{0,8 f_{cj}}{\gamma_b} \quad \text{avec } V_U = \text{maximum} (|V_{Ud}|, |V_{Ug}|)$$

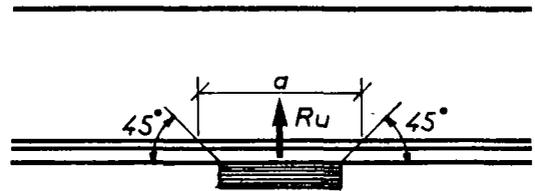
Remarque : Pour une poutre à talon sans montant d'appui, la largeur de la bielle ne peut-être estimée supérieure à "  $b_0 + h_1$  "



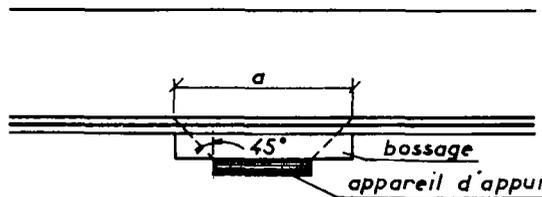
c - Vérification de la contrainte de compression de l'aire d'appui



$$\frac{R_u}{a b} < \frac{1,3 f_{cj}}{\gamma_b}$$



Dans le cas où cette condition n'est pas satisfaite, il est possible d'interposer entre l'appareil d'appui et la poutre, un bossage fretté dont le but est de répartir les efforts.



7 - EPURE D'ARRET DES ARMATURES LONGITUDINALES

7.1. Généralités

Lorsqu'on veut établir le ferrailage d'une poutre, on calcule d'abord les armatures dans les sections les plus sollicitées (en travée et sur appui). Puis il faut déterminer la répartition des arrêts de barres tout le long de la poutre en appliquant la règle du décalage des courbes enveloppes des moments fléchissants (cf § 7.2.)

La répartition des arrêts des barres longitudinales est effectuée :

- à l'E.L.U. lorsque la fissuration est peu nuisible (la section la plus sollicitée à été dimensionnée à l'E.L.U. puis vérifiée à l'E.L.S. (état-limite de compression du béton)(1).

- à l'E.L.U. ou à l'E.L.S., lorsque la fissuration est préjudiciable. Le choix est fonction de l'état-limite prépondérant dans la section la plus sollicitée.

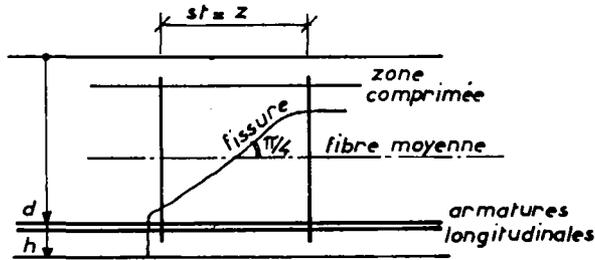
- à l'E.L.S. lorsque la fissuration est très préjudiciable (l'E.L.U. n'est jamais prépondérant).

---

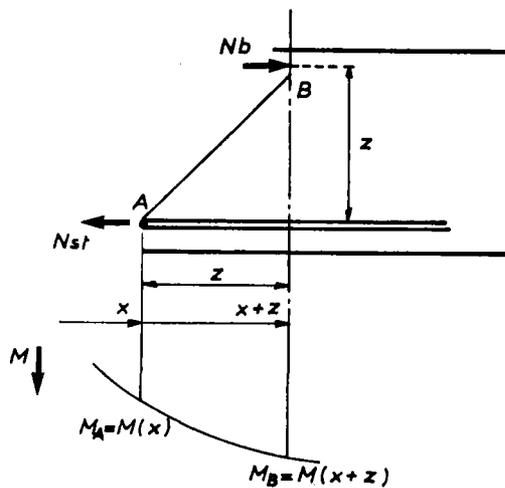
(1) il est rappelé qu'il existe une méthode permettant de tenir compte des deux états limites dans le cas d'une section rectangulaire (chapitre 2 § 3.2.).

7.2. Décalage de la courbe des moments (Art. A.4.1,5.)

L'effort tranchant a pour effet de provoquer des fissures inclinées à 45° sur la fibre moyenne d'une poutre.



On considère un plan de coupe passant par une de ces fissures et on admet que les armatures transversales ne traversent pas la section de coupe entre A et B, compte-tenu de leur espacement  $s_t$ .



En écrivant l'équilibre des efforts internes et externes au point B, il vient :

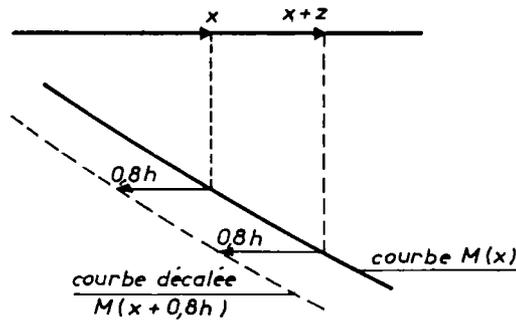
$$M_B = M(x+z) = N_{st} z$$

$$N_{st} = \frac{M(x+z)}{z} \quad (1)$$

(1) il est également possible de mettre la formule sous la forme :

$$N_{st} = \frac{M(x)}{z} + V(x), \quad M \text{ et } V \text{ étant calculés sous le même cas de charge.}$$

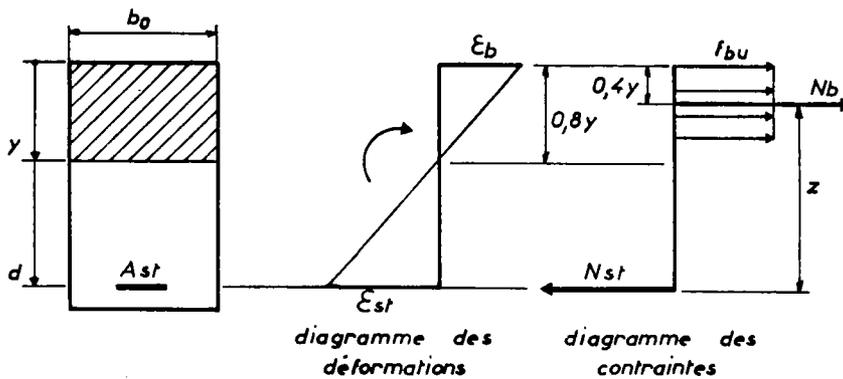
L'effort de traction au niveau des armatures longitudinales dans une section est donc déterminé à partir du moment fléchissant qui règne dans la section distante de  $z$  de la section considérée dans le sens indiqué par le développement des fissures d'effort tranchant. Comme l'article A.4.1,5. du règlement admet que  $z = 0,8 h$ , pour obtenir le moment fléchissant  $M(x+z)$  on décale donc les courbes enveloppes des moments fléchissants de  $0,8 h$  dans le sens où les moments augmentent en valeur absolue :



**7.3. Moment équilibré par un groupe d'armatures (moment résistant) : poutre de hauteur constante simplement fléchie**

a - à l'E.L.U.

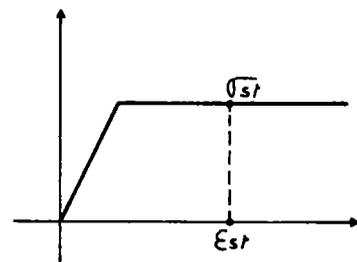
Soit un groupe de barres de section  $A_{st}$  dont la hauteur utile est "d" et à laquelle correspond un bras de levier  $z$ .



Dans le cas étudié :

$$z = d - 0,4 y$$

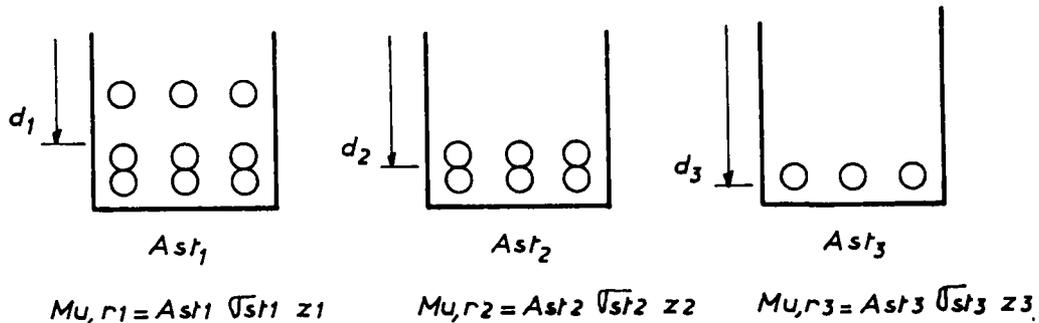
$$N_{st} = A_{st} \sigma_{st} \text{ avec } \sigma_{st} = f(\epsilon_{st})$$



Le moment équilibré par le groupe des barres vaut :

$$M_{u,r} = A_{st} \sigma_{st} z$$

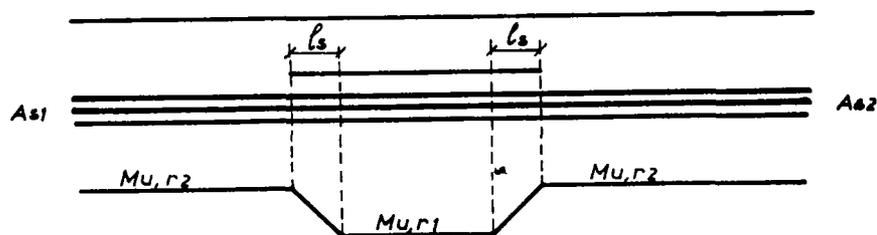
Généralement, les barres sont arrêtées lit par lit. Eventuellement, il est possible d'encadrer au plus près la courbe enveloppe des moments en séparant à l'intérieur d'un lit des sous-groupes d'armatures.



En pratique,  $\sigma_{st1} = \sigma_{st2} = \sigma_{st3} = f_{su}$  car les armatures sont toujours dimensionnées dans les domaines de déformation 1 ou 2. (1)

De plus, dans les cas courants, il est admis de prendre pour  $z$  la valeur calculée dans la section la plus sollicitée. Cette simplification va dans le sens de la sécurité car le bras de levier  $z$  augmente en réalité lorsque la section d'armatures diminue (la hauteur utile  $d$  augmente et la section de béton comprimé diminue).

Lorsque, par exemple, on arrête simultanément toutes les barres du lit supérieur, le moment résistant des armatures décroît linéairement de  $M_{u,r1}$  à  $M_{u,r2}$  sur la longueur d'ancrage. (2)



### Remarques

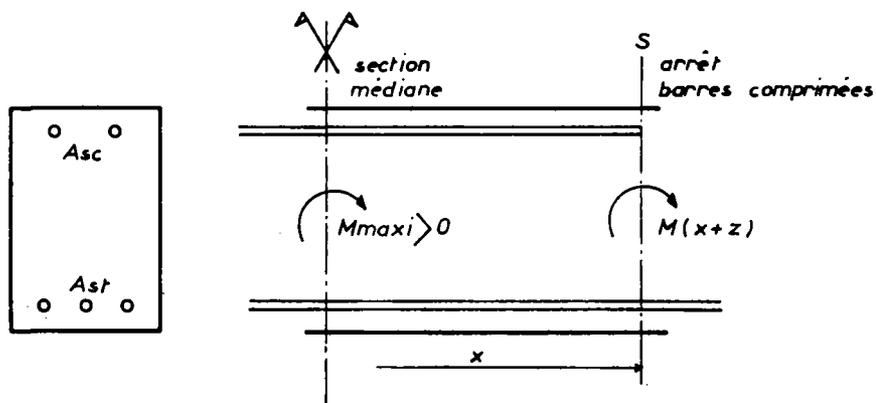
1 - Sur appui d'extrémité et sur appui intermédiaire, il faut que les armatures longitudinales inférieures puissent reprendre certains efforts (cf § 6.2. et § 6.3. du présent chapitre). Il y a donc lieu d'en tenir compte dans le tracé de l'épure d'arrêt des armatures longitudinales.

(1) Le commentaire \* de l'article A.4.1.5., précise qu'il est possible, pour calculer le moment résistant, d'adopter une contrainte  $\sigma_{st}$  égale à celle déterminée dans la section de moment maximal.

(2) il s'agit généralement d'un ancrage droit, sauf aux extrémités des poutres.

2 - Dans le cas où la résistance de certaines sections nécessite la présence d'armatures comprimées, il faut dans un premier temps déterminer l'épure d'arrêt des barres comprimées.

Pour cela on recherche la position de la section "S" où les armatures comprimées ne sont plus nécessaires en tenant compte du décalage de la courbe des moments fléchissants.

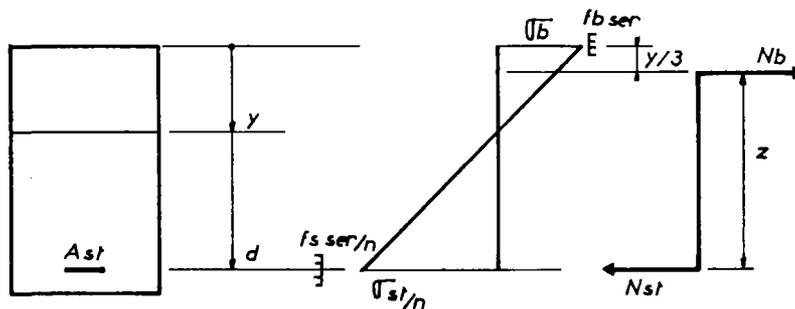


Par exemple, pour une section rectangulaire, il n'y a plus besoin d'aciers comprimés si :

$$M_U (x + z) < M_{1c}$$

b - à l'état-limite de service

On applique le même raisonnement qu'à l'E.L.U.. Bien entendu, la valeur du bras de levier  $z$  est différente.



Dans le cas étudié :  $z = d - \frac{y}{3}$

Il est admis de prendre pour  $z$  la valeur calculée dans la section où le moment est maximal.

Le moment équilibré par le groupe des barres vaut :

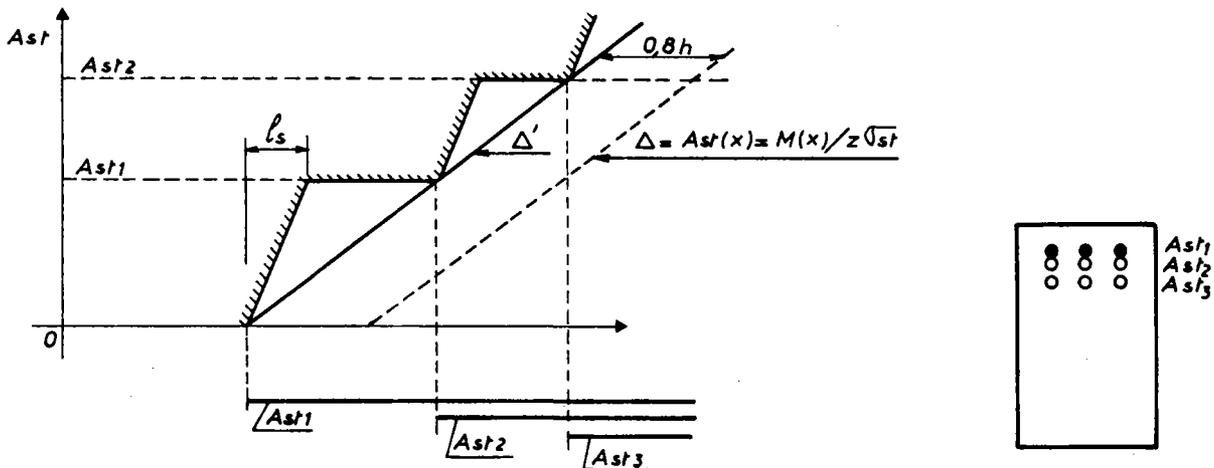
$$M_{ser,r} = N_{st} z = A_{st} \sigma_{st} z$$

7.4. Cas d'une poutre de hauteur variable

On applique le même principe, mais la hauteur utile  $d$  variant, ainsi que le bras de levier  $z$ , il est plus simple de remplacer la courbe enveloppe des moments fléchissants par la courbe  $\Delta$  des sections d'armatures nécessaires (soit à l'E.L.U., soit à l'E.L.S.).

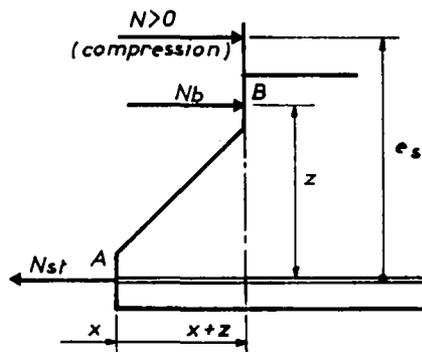
$$A_{st}(x) = \frac{M(x)}{z \sigma_{st}}$$

On décale ensuite cette courbe de  $z = 0,8 h$  et on enveloppe la courbe  $\Delta'$  ainsi obtenue par la courbe des sections résistantes  $A_{sti}$ .



Cette méthode peut bien sûr s'appliquer pour les poutres de hauteur constante.

7.5. Cas d'une poutre soumise à la flexion composée



L'équilibre de la section sous les efforts internes et externes s'écrit :

. effort normal :  $N = N_b - N_{st}$  (1)

. moment calculé par rapport au centre de gravité des armatures tendues dans la section d'abscisse  $x + z$  :

$$M_{As}(x + z) = N e_s = N_b z$$
 (2)

De (2), on tire : 
$$N_b = \frac{M_{As}(x+z)}{z}$$

En portant dans (1), il vient :

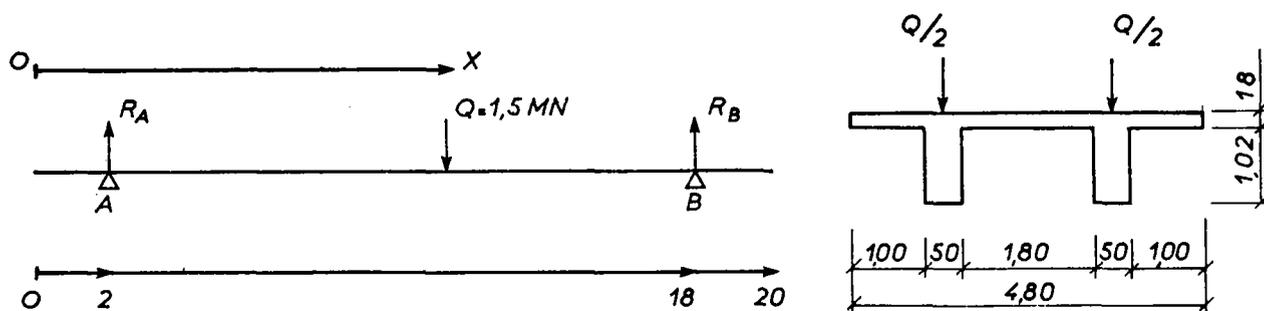
$$A_{st} \sigma_{st} = N_{st} = \frac{M_{As}(x+z)}{z} - N$$

soit :

$$A_{st} = \frac{M_{As}(x+z)}{z \sigma_{st}} - \frac{N}{\sigma_{st}}$$

**7.6. Exemple de la poutre-console du chapitre 1**

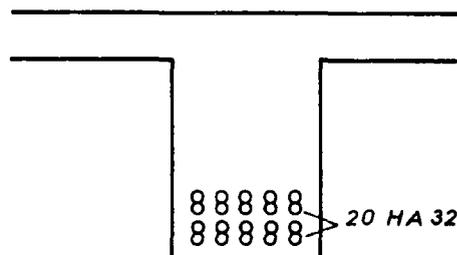
**7.6.1. Courbes enveloppes - armatures dans les sections plus sollicitées**



La fissuration ayant été jugée peu nuisible, les armatures ont été dimensionnées à l'E.L.U. :

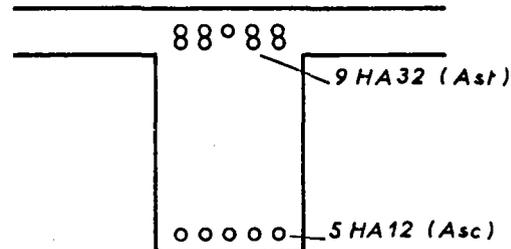
- à mi-portée (x = 10 m) :

dimensionnement à l'E.L.U.  
(cf chapitre 2 § 1.2.4.)



- sur appui (x = 2 m ou x = 18 m) :

dimensionnement à l'E.L.U. avec incidence de l'E.L.S. (cf chapitre 2 § 3.2.1.4.)

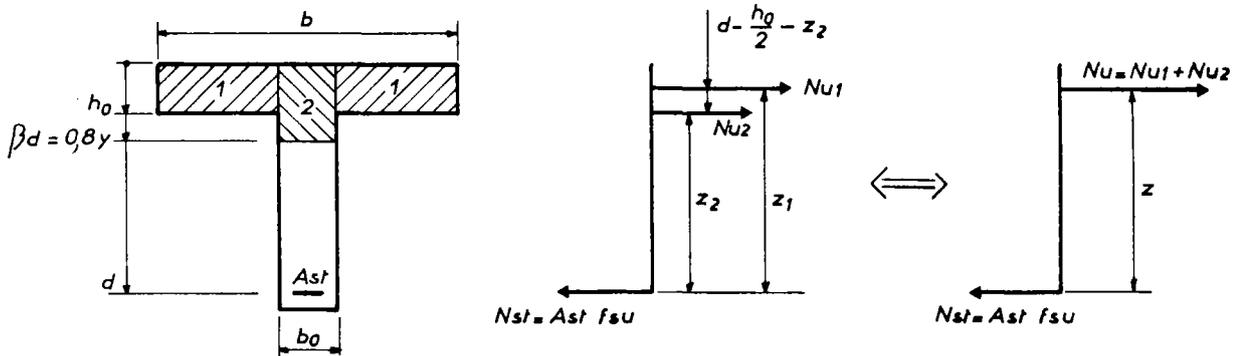


Les courbes enveloppes à l'E.L.U. ont été déterminées au § 2.5.1. du chapitre 1.

7.6.2. Epure d'arrêt des armatures inférieures (moment positif)

a - principe de calcul des moments résistants (section en T)

En supposant que le béton de la nervure intervient, on veut déterminer le moment résistant  $M_{U,R}$  d'une section d'armatures  $A_{st}$  fixée (1)



effort normal repris par le débord de la table :  $N_{u1} = (b - b_0) h_0 f_{bu}$

effort normal repris par la nervure :  $N_{u2} = \beta d b_0 f_{bu}$

L'équilibre des efforts normaux s'écrit :

$$N_{st} = N_{u1} + N_{u2}$$

$$A_{st} f_{su} = (b - b_0) h_0 f_{bu} + \beta d b_0 f_{bu}$$

soit : 
$$\beta = \frac{A_{st} f_{su} - (b - b_0) h_0 f_{bu}}{b_0 d f_{bu}}$$

Le bras de levier  $z_2$  s'écrit :

$$z_2 = d (1 - 0,5 \beta)$$

A la résultante des efforts de compression  $N_u = N_{u1} + N_{u2}$  correspond un bras de levier  $z$  :

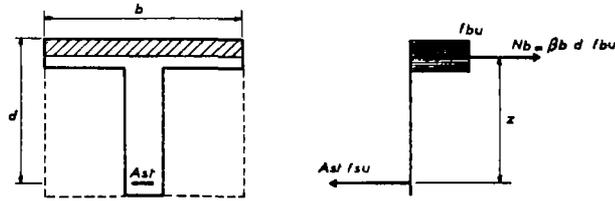
$$z = \frac{N_{u1} z_1 + N_{u2} z_2}{N_u}$$

Le moment résistant de la section, calculé au point de passage de  $N_u$  s'écrit :

$$M_{U,R} = A_{st} f_{su} z$$

(1) les armatures supérieures, dimensionnées au moment négatif, jouent le rôle d'armatures comprimées pour le moment positif. Elles ne sont pas prises en compte car elles ont peu d'influence sur la valeur du moment résistant.

Si  $M_{u,r}$  ainsi calculé est inférieur au moment résistant de la table de compression  $M_{b,T}^{(1)}$ , il n'y a pas besoin de faire intervenir le béton de la nervure. L'expression du moment résistant se simplifie car on est ramené au cas d'une section rectangulaire de largeur  $b$ .



équilibre des efforts normaux :  $\beta d b f_{bu} = A_{st} f_{su}$

soit :  $\beta = \frac{A_{st} f_{su}}{b d f_{bu}}$

bras de levier :  $z = d (1 - 0,5 \beta)$

soit en remplaçant  $\beta$  par sa valeur :

$$z = d - \frac{A_{st} f_{su}}{2 b f_{bu}}$$

moment résistant calculé par rapport au point de passage de  $N_b$  :

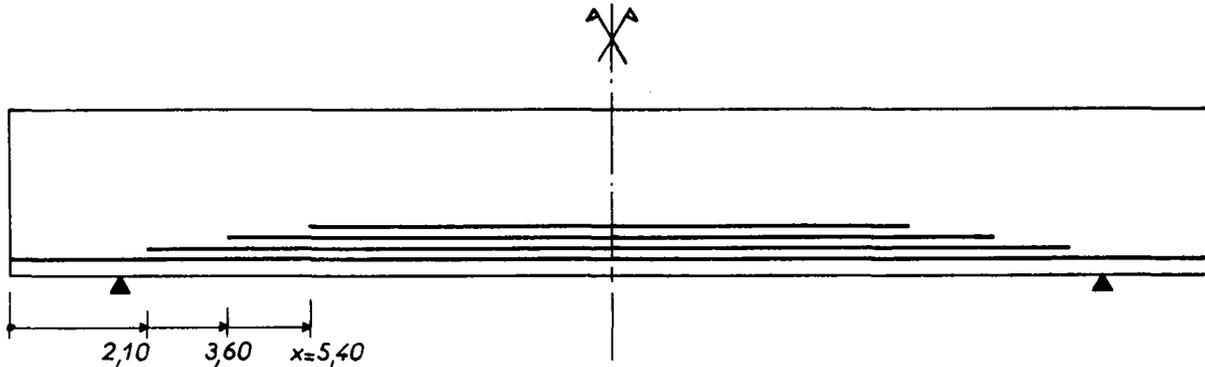
$$M_{u,r} = A_{st} z f_{su}$$

**b - calcul des moments résistants (arrêt lit par lit)**

$A_{st}$	$A_{st}$ (cm <sup>2</sup> )	d (m)	z (m)	$M_{u,r}$ (MN-m)
20 HA 32	160,84	1,08	0,971	$M_{u,r1} = 5,432 > M_{b,T}$
15 HA 32	120,63	1,10	1,023	$M_{u,r2} = 4,291 < M_{b,T}$
10 HA 32	80,42	1,13	1,079	$M_{u,r3} = 3,017 < M_{b,T}$
5 HA 32	40,21	1,15	1,124	$M_{u,r4} = 1,572 < M_{b,T}$

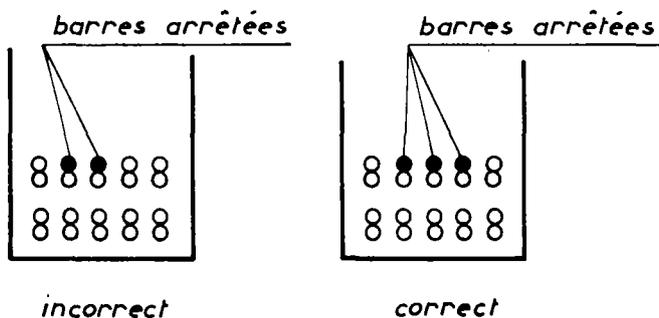
(1) Rappel :  $M_{b,T} = b h_o (d - \frac{h_o}{2}) f_{bu} = 4,895 \text{ MN-m}$  (cf chap. 2 § 1.2.4.)

Sur la courbe enveloppe des moments, représentée au § 7.6.4., on effectue un décalage de  $0,8 h$  ( $0,8 h = 0,8 \times 1,20 = 0,96 \text{ m}$ ). Puis on trace la courbe des moments résistants  $M_{u,r}$  de façon à encadrer au mieux la courbe enveloppe en tenant compte de la longueur d'ancrage forfaitaire  $l_s = 40 \Phi$  ( $l_s = 40 \times 3,2 = 128 \text{ cm}$ ).



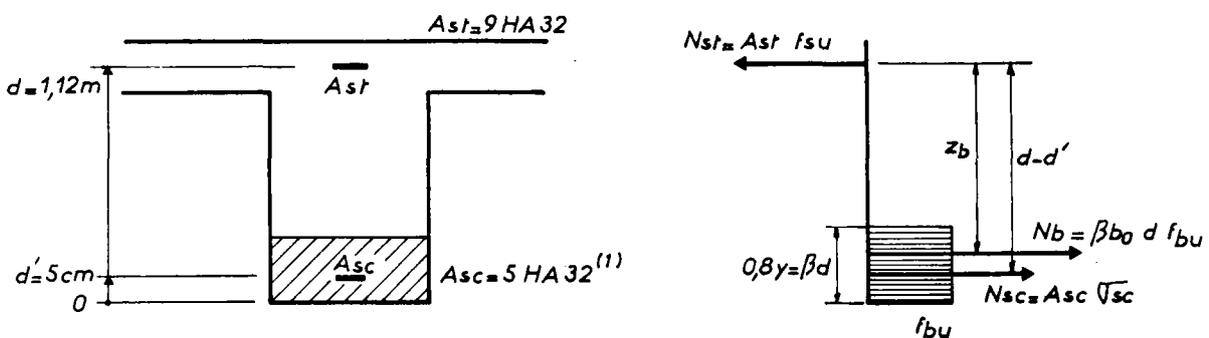
Les barres étant livrées en longueur n'excédant pas 15 mètres, il faudrait en pratique prévoir des recouvrements ou mieux un chaînage. Les barres les plus courtes peuvent être prolongées de manière à servir de couvre-joints aux armatures interrompues. Le cas échéant, des barres supplémentaires de chaînage peuvent être mises en place.

Les arrêts de barres doivent être effectués symétriquement dans la section transversale.



### 7.6.3. Épure d'arrêt des armatures supérieures (moment négatif)

a - moment résistant sur appui ( $x = 2 \text{ m}$ )



(1) les 5 HA 32 résultent de la prise en considération de l'épure d'arrêt des armatures inférieures (cf § précédent). Vis-à-vis du moment négatif, la section d'acier comprimé strictement nécessaire correspond à 5 HA 12.

Supposons  $\epsilon_{sc} > \epsilon_e$  (hypothèse à vérifier ultérieurement).

On a donc  $\sigma_{sc} = f_{su}$

L'équilibre des efforts normaux s'écrit :

$$N_{st} = N_b + N_{sc}$$

$$A_{st} f_{su} = \beta d b_0 f_{bu} + A_{sc} f_{su}$$

$$\text{soit } \beta = \frac{(A_{st} - A_{sc}) f_{su}}{b_0 d f_{bu}} = \frac{(72,38 - 40,21) \times 10^{-4} \times 347,8}{0,5 \times 1,12 \times 11,33} = 0,176$$

$$\beta < \beta_{AB} \quad (1)$$

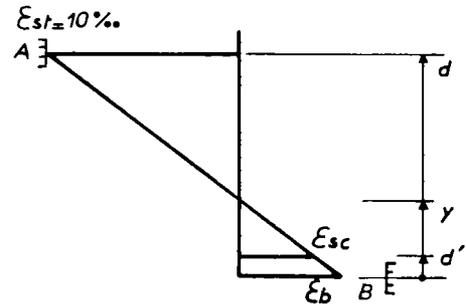
$$(0,170 < 0,207) \quad (2)$$

Le dimensionnement se fait dans le domaine 1 pivot A :

$$\alpha = 1,25 \beta = 0,220$$

On en déduit :

$$\epsilon_{sc} = 10 \text{ ‰} \cdot \frac{(\alpha - \frac{d'}{d})}{1 - \alpha} = 2,26 \text{ ‰} > \epsilon_e = 1,74 \text{ ‰} \quad (2)$$



L'hypothèse de départ est donc vérifiée.

Le moment résistant calculé par rapport au point d'application de  $N_b$  s'écrit :

$$M_{u,r} = N_{st} z_b + N_{sc} (d - d' - z_b)$$

$$M_{u,r} = A_{st} f_{su} z_b + A_{sc} f_{su} (d - d' - z_b)$$

$$\text{avec } z_b = d \left(1 - \frac{\beta}{2}\right) = 1,12 \left(1 - \frac{0,176}{2}\right) = 1,021 \text{ m}$$

$$M_{u,r} = 2,639 \text{ MN-m} \quad (3)$$

**b - moment résistant lorsqu'on supprime un lit d'armatures**

$$A_{st} = 5 \text{ HA } 32 \text{ (} 40,21 \text{ cm}^2 \text{)} \quad d = 1,14 \text{ m}$$

En négligeant le rôle des armatures comprimées, on obtient (cf § 7.6.2.a.) :

$$z = d - \frac{A_{st} f_{su}}{2 b_0 f_{bu}} = 1,019 \text{ m}$$

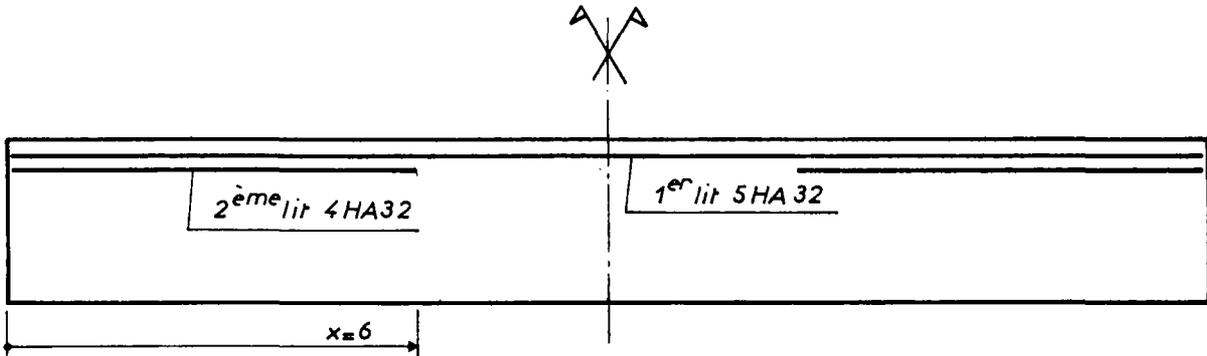
$$M_{u,r} = A_{st} z f_{su} = 1,425 \text{ MN-m}$$

(1)  $\beta_{AB}$  correspond à la limite des domaines 1 et 2.

(2) se reporter à l'annexe projeteur.

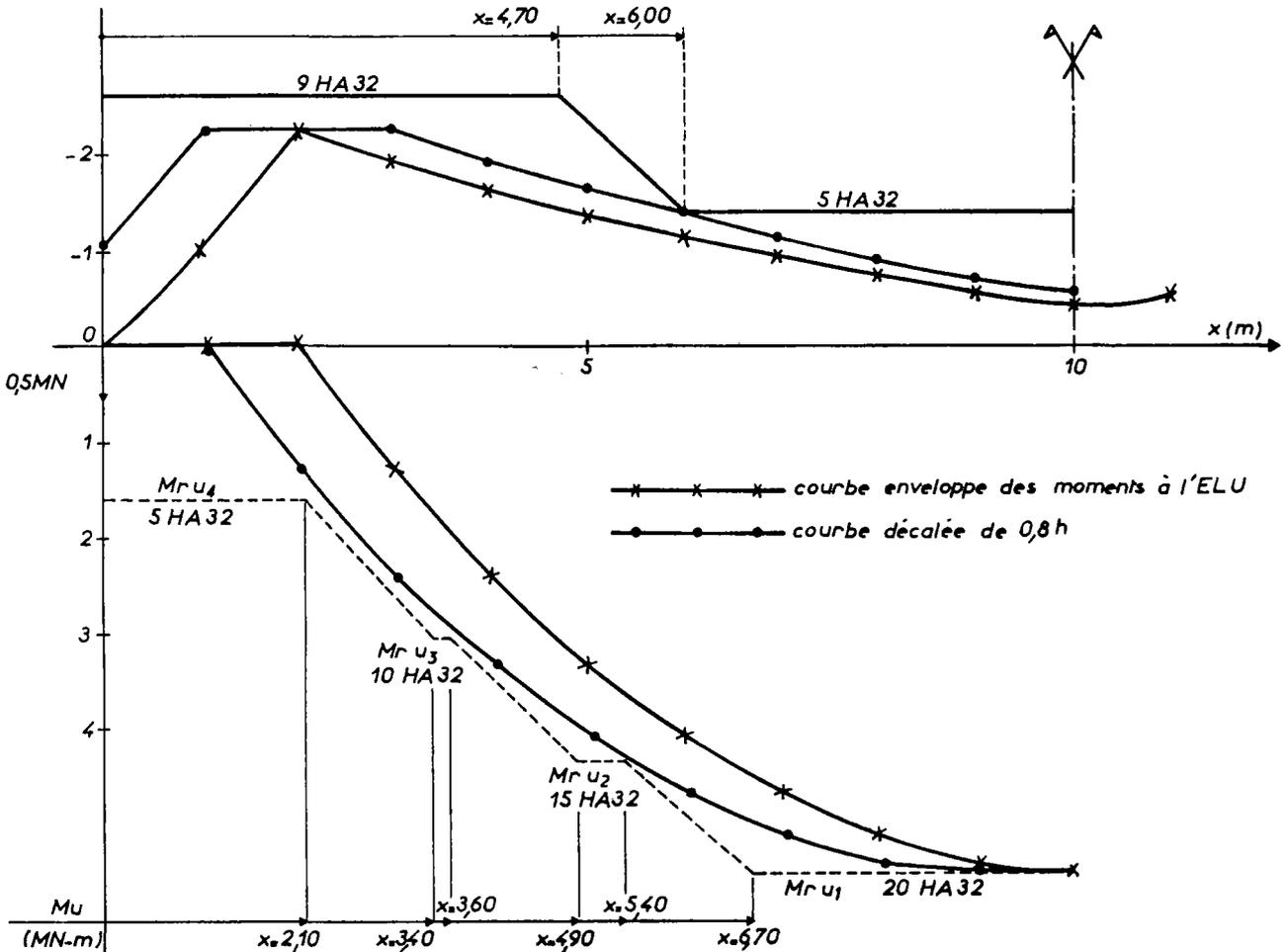
(3) en négligeant les armatures comprimées, on aurait obtenu :  
 $M_{u,r} = 2,28 \text{ MN-m}$

Après décalage de 0,8 h de la courbe enveloppe des moments négatifs (se reporter au § 7.6.4. suivant), on obtient la répartition suivante des armatures supérieures :



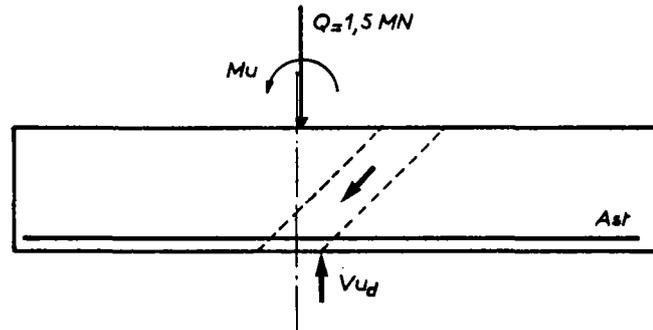
Cette étude ne fait intervenir ni l'ancrage des barres aux abouts, ni les longueurs réelles de livraison des barres.

7.6.4. Courbes enveloppes et épures d'arrêt (courbes correspondant à une seule nervure)



7.6.5. Zone d'application de la réaction d'appui, calcul des armatures inférieures (se reporter au § 6.3.)

Le calcul est effectué pour la poutre complète (deux nervures).



$$A_{st} f_{su} = V_u + \frac{M_u}{0,9 d} \quad \text{avec } M_u < 0$$

$V_u$  est l'effort tranchant maximum : c'est l'effort tranchant à droite de l'appui  $V_{u,d}$  lorsque  $Q$  est placé au droit de l'appui.

$M_u$  est le moment concomitant (cf chapitre 1 § 2.5.1.).

$$\begin{cases} V_G = 0,3693 \text{ MN} \\ V_Q = 1,5 \text{ MN} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_G = - 0,0923 \text{ MN-m} \\ M_Q = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_u = 1,35 \times 0,3693 + 1,5 \times 1,5 \\ V_u = 2,7486 \text{ MN} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_u = - 1,35 \times 0,0923 \\ M_u = - 0,1246 \end{cases}$$

$$A_{st} = \frac{10^4}{347,8} \left( 2,7486 - \frac{0,1246}{0,9 \times 1,10} \right) = 79,03 - 3,62 = 75,41 \text{ cm}^2$$

Cette valeur est inférieure aux 2 x 5 HA 32 prévus à l'épure d'arrêt des armatures inférieures.

**CHAPITRE 4**  
**JUSTIFICATIONS DE CERTAINS ELEMENTS**  
**DE STRUCTURE**

**1 - CALCUL DES DALLES**

**1.1. Généralités**

**1.1.1. Définition**

Une dalle est un élément plan d'épaisseur "h" faible par rapport à ses autres dimensions et qui est chargé perpendiculairement à son plan moyen.

**1.1.2. Procédés de calcul**

En général, la justification des dalles se fait sans tenir compte de leur rôle de table de compression des poutres conformément à l'article A.8.2.2. Cependant, dans les zones où le hourdis associé à une nervure peut être mis en traction du fait de la flexion de cette dernière, il convient de renforcer les armatures du hourdis parallèles à la nervure (se reporter à l'exemple du § 1.2.).

Le calcul des dalles peut s'effectuer (Art. A.3.2,5.) :

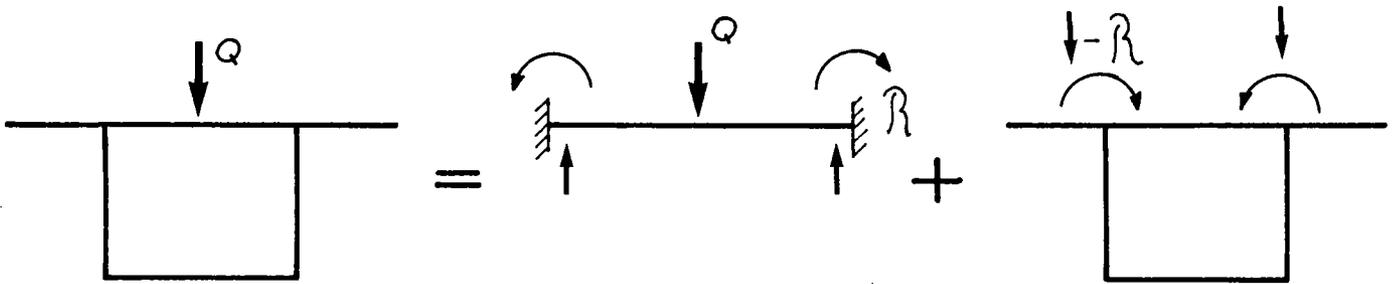
- soit en utilisant un modèle élastique et linéaire (théorie des plaques minces, éléments finis...) ;

- soit en utilisant la méthode des lignes de rupture.

**1.1.2.1. Cas des méthodes élastiques (se reporter aux exemples d'application des § 1.2. et 1.4.).**

Lorsqu'une dalle repose sur des poutres à âme mince et ayant une faible rigidité de torsion, on considère généralement celle-ci comme simplement appuyée sur les poutres, puis on tient compte forfaitement de la continuité de la dalle (Art. A.8.2.3.).

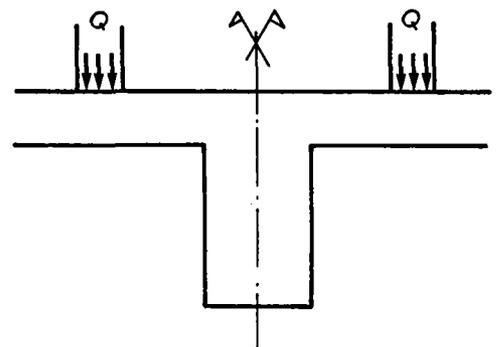
Lorsqu'une dalle repose sur des poutres rigides à la torsion (pont-dalle nervuré, poutres-caissons), on peut, par exemple, considérer la dalle comme parfaitement encastree sur les poutres, puis appliquer à celles-ci les réactions d'encastrement (se reporter à l'exemple d'application du § 1.4.).



Ces différents calculs peuvent être effectués au moyen (1) :

- pour les dalles rectangulaires simplement appuyées :
  - . de l'annexe E.3. du B.A.E.L. 83,
  - . des abaques de PIGEAUD,
  - . des abaques du B.T. n° 1 du Département des Ouvrages d'Art du S.E.T.R.A. de mai 1972 et le complément n° 1 de juillet 1976 donnant les moments de continuité sur entretoise,
  - . des abaques de MOUGIN, annales ITBTP n° 436 de juillet-août 1985 ;
- pour les dalles soumises à diverses conditions d'appui :
  - . des abaques du B.T. n° 1,
  - . des abaques de MARCUS (charges réparties),
  - . des abaques de PÜCHER (charges concentrées) ;

Remarque : Un cas de charge symétrique tel que celui de la figure ci-après équivaut à un encastrement parfait.



- pour les dalles en encorbellement :
  - . des abaques du B.T. n° 1 (épaisseur constante),
  - . des abaques de SCHNEIDER (épaisseur constante),
  - . des abaques de HOMBERG et ROPERS (épaisseur variable),
  - . des abaques du dossier P.S.I.D.P. - E.L. (épaisseur variable).

---

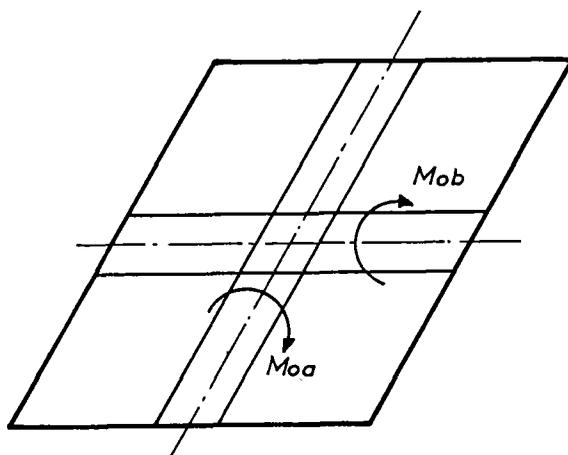
(1) les références figurent dans l'annexe-projeteur.

Lorsqu'on utilise les méthodes élastiques, il est rappelé que conformément à l'article A.2.1,3., le coefficient de POISSON doit être pris égal à :

- 0 pour les calculs à l'E.L.U.
- 0,2 pour les calculs à l'E.L.S.

Les deux valeurs du coefficient de POISSON peuvent être prises en compte lorsqu'on utilise les abaques de HOMBERG-ROPERS, MARCUS, PIGEAUD, MOUGIN et SCHNEIDER. Les abaques du B.T. n° 1 ayant été déterminés à partir d'un coefficient de POISSON de 0,15, les valeurs des sollicitations sont obtenues par excès à l'E.L.U. et par défaut à l'E.L.S.

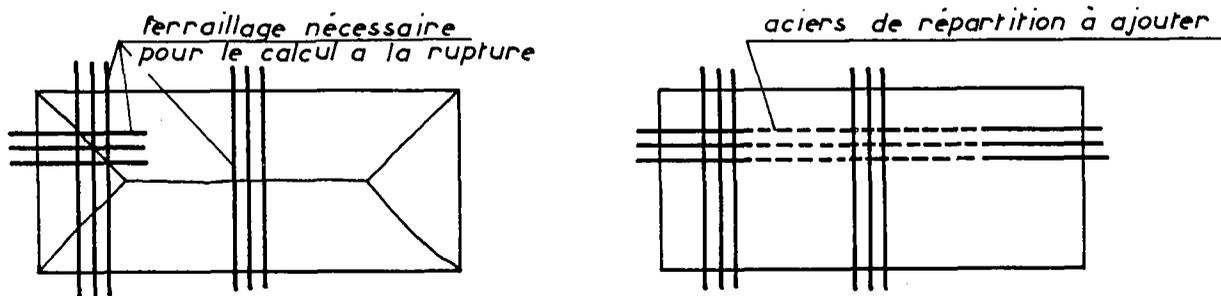
En attendant la parution de nouveaux abaques, il est possible de continuer à utiliser le BT n° 1, les erreurs commises étant suffisamment faibles d'autant que les méthodes de calcul sont pessimistes puisqu'on obtient les sollicitations maximales dans des bandes de largeur unité :



1.1.2.2. Cas de la méthode des lignes de rupture (voir l'exemple d'application du § 1.3.)

Se reporter aux bulletins d'information du C.E.B. n° 50, 56, 57 et 67 et aux annales de l'I.T.B.T.P. n° 257 de mai 1969.

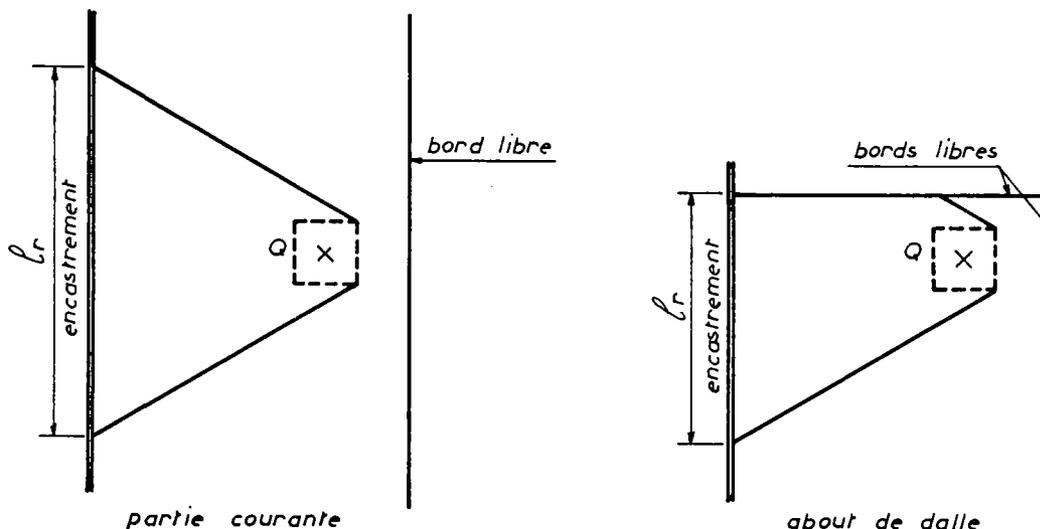
Cette méthode ne peut être utilisée pour les justifications vis-à-vis des états-limites de service. Il est donc nécessaire de prévoir, en plus des armatures principales, des aciers de répartition pour éviter une fissuration excessive, comme le montre l'exemple d'une dalle simplement appuyée sur 4 côtés et soumise à une charge répartie uniforme. :



1.1.2.3. Calculs spécifiques des dalles en encorbellement (se reporter à l'exemple d'application du § 1.5.)

a) abouts des dalles

Aux abouts des dalles, la longueur de répartition des charges est réduite, ce qui augmente d'autant les moments fléchissants et les efforts tranchants. Un calcul exact peut être obtenu avec l'aide des abaques de SCHNEIDER, sinon on se contente de doubler le ferrailage nécessaire en partie courante.



b) Chocs sur les dispositifs de retenue

Conformément aux dispositions de l'article 1<sup>er</sup> du titre II du fascicule 61 du C.P.C. (réédition de 1981), les charges sur les dispositifs de retenue sont fixées par le marché. Le dossier G.C. 77 du D.O.A. du S.E.T.R.A. donne les valeurs à prendre en compte pour les glissières et les barrières de sécurité.

En ce qui concerne le ferrailage d'une dalle en console équipée d'une B.N.4, il y a lieu d'insérer le texte suivant dans les C.C.T.P. sans faire référence aux sollicitations (30 t et 20 t-m) du G.C. 77 :

"Il faut respecter l'épaisseur minimale (1) et le ferrailage minimal (transversal, longitudinal et cadres) de la dalle indiqués dans le dossier G.C. du S.E.T.R.A. (sous-dossier n° 4 et mise à jour de mars 1981)".

Ce ferrailage, considéré comme minimum justifié par l'ancrage de la BN 4, doit être renforcé le cas échéant pour reprendre les efforts dus aux charges permanentes et aux charges d'exploitation lorsque ces dernières sont à prévoir sur la dalle en console. En aucun cas, ce ferrailage minimum ne sera à cumuler avec les aciers de reprise des efforts dus aux charges d'exploitation.

Le ferrailage ainsi défini doit être renforcé au voisinage des montants situés près d'un joint de chaussée ou de trottoir (à une distance de ceux-ci inférieure à la portée de la dalle en console), ceci pour tenir compte du fait que la longueur de diffusion se trouve réduite.

(1) l'épaisseur minimale est de 0,23 m si on utilise des H.A. 14 en nappe supérieure (compte-tenu des enrobages de 3 cm en fibre supérieure, 2 cm en fibre inférieure) et du diamètre du mandrin de cintrage (15 cm d'après le fascicule 65 du C.C.T.G.).

1.1.3. Liste des articles du B.A.E.L. relatifs au calcul des dalles

A.2.1,3 Coefficient de Poisson

A.3.2,5 Dalles

A.4.2. Condition de non-fragilité

A.5.2. Justification des dalles et des poutres-dalles sous sollicitation d'effort tranchant

A.5.3,2 Liaison des membrures d'une poutre avec l'âme

A.5.3,3 Surfaces de reprise

A.6.1,23 Couture des ancrages rectilignes (recouvrements)

A.6.1,25 Ancrage par courbure de barres tendues (non-écrasement du béton)

A.6.1.3 Entraînement des barres isolées

A.7.1. Protection des armatures

A.7.2. Possibilités de bétonnage correct

A.7.4. Poussées au vide

A.8.2. Dalles sur appuis continus

1.1.4. Conclusions à tirer des exemples d'application et règles complémentaires à insérer dans le C.C.T.P.

Les exemples d'application qui suivent montrent que :

- lorsque les armatures des dalles sont dimensionnées à l'E.L.U., leur taux de travail à l'E.L.S. peut atteindre des valeurs trop élevées (cas des dalles minces, cas des dalles soumises à des déformations gênées).

Il y a donc lieu d'insérer dans les C.C.T.P. le texte suivant :

"lorsque la fissuration est considérée comme peu nuisible, le taux de travail des armatures des dalles est limité à l'E.L.S. à  $f_{s\text{sser}} = \frac{3}{4} f_e$ "

- les conditions d'entraînement de l'article A.6.1,3 peuvent être prépondérantes pour le dimensionnement des armatures en chapeau ;

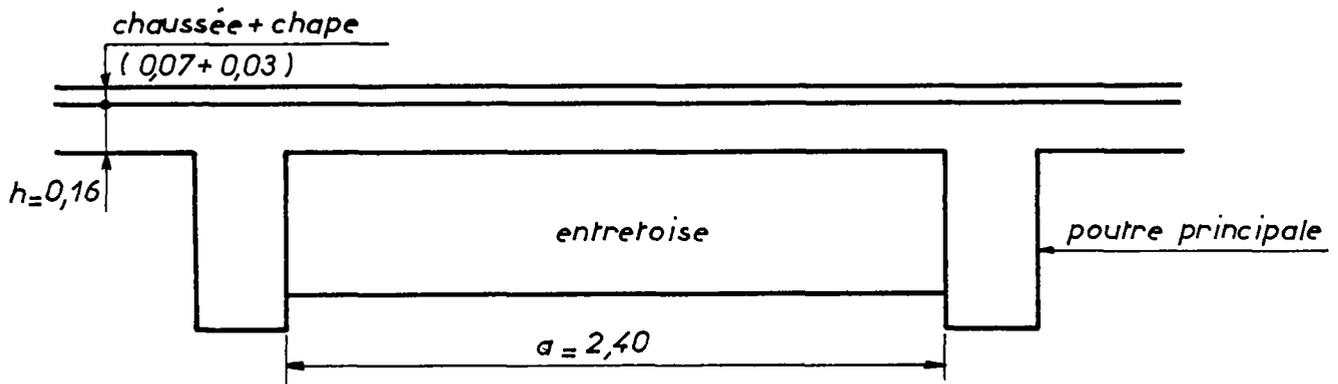
- lorsqu'une dalle en console est équipée d'une B.N. 4, il y a lieu d'insérer dans les C.C.T.P. le texte du § 1.1.2.3.b ci-avant.

1.2. Premier exemple d'application, justification du hourdis d'un tablier à poutres sous chaussée et entretoises

1.2.1. Données

Le calcul concerne la dalle centrale d'un pont à poutres sous chaussée et entretoises dont les caractéristiques géométriques figurent ci-dessous. Dans un but de simplification, une seule charge d'exploitation est prise en compte (la roue Br de 10 t). Les abaques de Pigeaud sont utilisés de façon à pouvoir faire intervenir le coefficient de Poisson  $\nu$  (1).

- Dimensions



$b = 3,00$  m distance entre nus des entretoises.

- matériaux

. béton :

$$\left. \begin{aligned} f_{c28} &= 30 \text{ MPa} & f_{t28} &= 2,4 \text{ MPa} \\ f_{bu} &= \frac{0,85 f_{c28}}{\gamma_b} = \frac{0,85 \times 30}{1,5} = 17 \text{ MPa} \\ f_{bser} &= 0,6 f_{c28} = 0,6 \times 30 = 18 \text{ MPa} \end{aligned} \right\}$$

. armatures (haute-adhérence)

$$\left. \begin{aligned} f_e &= 400 \text{ MPa} \\ f_{su} &= \frac{f_e}{\gamma_s} = 347,8 \text{ MPa} \end{aligned} \right\}$$

Dans le cas de la fissuration préjudiciable :

$$f_{sser} = \min \left\{ \begin{aligned} \frac{2}{3} f_e &= \frac{2}{3} \times 400 = 267 \text{ MPa} \\ 150 \eta &= 150 \times 1,6 = \underline{240} \text{ MPa} \end{aligned} \right.$$

$$\tau_{se,lim} = \psi_s f_{tj} = 1,5 \times 2,4 = 3,6 \text{ MPa}$$

(1) il est également possible d'utiliser les abaques de MOUGIN visés au § 1.1.2. ci-avant.

1.2.2. Sollicitations

Les procédés de calculs approchés utilisés sont ceux visés par l'article A.8.2.3.

1.2.2.1. Moments fléchissants au centre de la dalle supposée simplement appuyée sur ses 4 côtés

a) Sous les charges permanentes (superstructures + poids propre du hourdis)

. poids volumiques		béton	: 24,5 kN/m <sup>3</sup>
		chape	: 23 kN/m <sup>3</sup>
		chaussée	: 24 kN/m <sup>3</sup>

. charge permanente totale :

$$G = 2,40 \times 3,00 (0,16 \times 24,5 + 0,03 \times 23 + 0,07 \times 24) = \underline{45,29 \text{ kN}}$$

. abaques de Pigeaud<sup>(1)</sup> :

$$\varrho = \frac{a}{b} = 0,8 \quad M_1 = 0,044$$

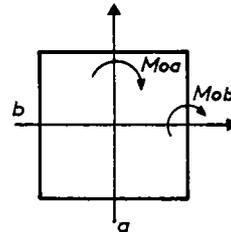
$$\frac{1}{\varrho} = \frac{b}{a} = 1,25 \quad M_2 = 0,026$$

. Moments fléchissants au centre :

$$\left| \begin{array}{l} M_{Oa} = (M_1 + \nu M_2) G \\ M_{Ob} = (\nu M_1 + M_2) G \end{array} \right.$$

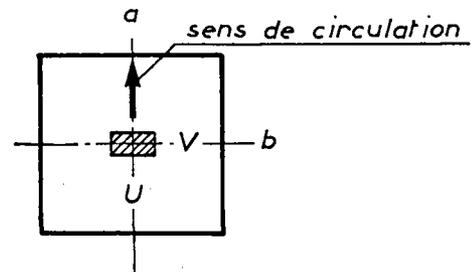
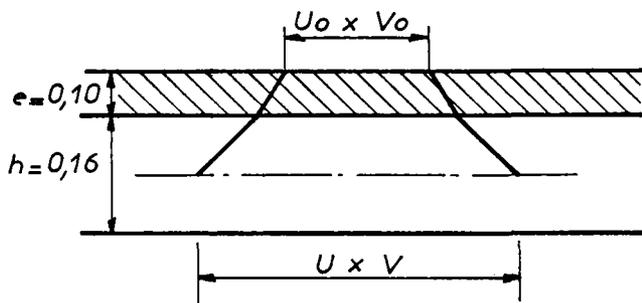
à l'E.L.U. ( $\nu = 0$ )		$M_{Oa} = 1,99 \text{ kNm/m}$
		$M_{Ob} = 1,18 \text{ kNm/m}$

à l'E.L.S. ( $\nu = 0,2$ )		$M_{Oa} = 2,23 \text{ kNm/m}$
		$M_{Ob} = 1,58 \text{ kNm/m}$



b) sous les charges d'exploitation (roue Br)

. Impact de la roue au milieu du feuillet moyen.



(1) il est également possible d'utiliser le tableau de l'annexe E.3. du B.A.E.L.

$$\left| \begin{array}{l} u = u_0 + h + 1,5 e = 0,60 + 0,16 + 1,5 \times 0,10 = 0,91 \text{ m} \\ v = v_0 + h + 1,5 e = 0,30 + 0,16 + 1,5 \times 0,10 = 0,61 \text{ m} \end{array} \right.$$

. abaques de Pigeaud :  $\rho = 0,8$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{u}{a} = \frac{0,91}{2,40} = 0,38 \\ \frac{v}{b} = \frac{0,61}{3,00} = 0,20 \end{array} \right\} \begin{array}{l} M_1 = 0,144 \\ M_2 = 0,125 \end{array}$$

Charge d'exploitation :

- roue Br de 10 t = 98,1 kN
- coefficient de majoration dynamique  $\delta = 1,35$  (charges civiles)
- coefficient de l'annexe D du B.A.E.L.

$$\left| \begin{array}{l} \text{à l'E.L.U. : } 1,07 \\ \text{à l'E.L.S. : } 1,2 \end{array} \right.$$

A l'E.L.U. ( $v = 0$ )

$$M_{Oa} = (0,144 + 0 \times 0,125) 98,1 \times 1,07 \times 1,35 = 20,41 \text{ kNm/m}$$

$$M_{Ob} = (0 \times 0,144 + 0,125) 98,1 \times 1,07 \times 1,35 = 17,71 \text{ kNm/m}$$

A l'E.L.S. ( $v = 0,2$ )

$$M_{Oa} = (0,144 + 0,2 \times 0,125) 98,1 \times 1,2 \times 1,35 = 26,86 \text{ kNm/m}$$

$$M_{Ob} = (0,2 \times 0,144 + 0,125) 98,1 \times 1,2 \times 1,35 = 24,44 \text{ kNm/m}$$

c) moments totaux pondérés

A l'E.L.U. (1,35 G + 1,5 Q)

$$\left| M_{Oa} = 1,35 \times 1,99 + 1,5 \times 20,41 = 33,30 \text{ kNm/m} \right.$$

$$\left| M_{Ob} = 1,35 \times 1,18 + 1,5 \times 17,71 = 28,16 \text{ kNm/m} \right.$$

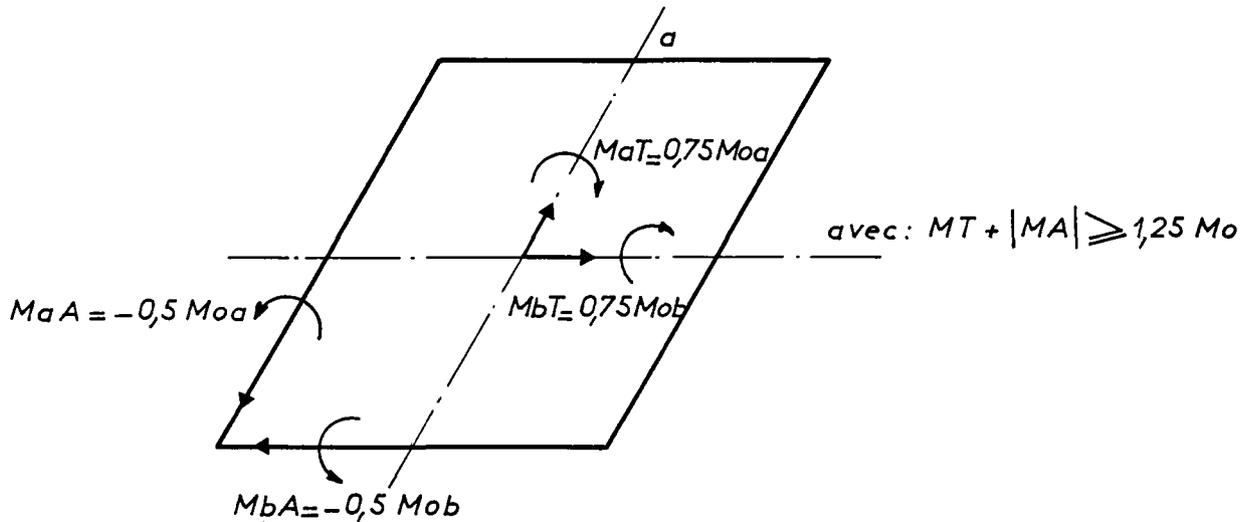
A l'E.L.S. (G + Q)

$$\left| M_{Oa} = 2,23 + 26,86 = 29,09 \text{ kNm/m} \right.$$

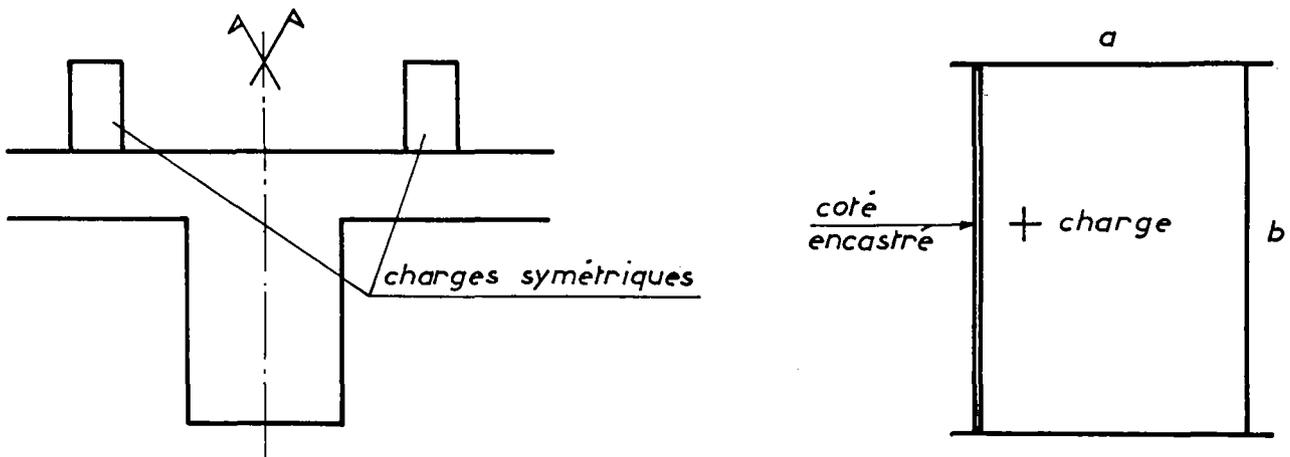
$$\left| M_{Ob} = 1,58 + 24,44 = 26,02 \text{ kNm/m} \right.$$

1.2.2.2. Moments fléchissants de calcul au centre et à l'encastrement

L'article A.8.2,32 permet de tenir compte de l'influence de la continuité (cas d'une dalle centrale) :



Remarques : dans certains cas de chargement, les conditions d'appuis sont différentes de l'encastrement partiel (charges à cheval sur une poutre ou une entretoise). Il faut alors calculer les moments fléchissants d'encastrement par exemple avec les abaques de Pücher (se reporter au Bulletin technique n° 1 du D.O.A. du SETRA relatif aux calculs de hourdis de ponts).



Les moments d'encastrement le long des petits côtés doivent être du même ordre de grandeur que le long des grands côtés ( $M_{bA} = M_{aA}$ ).

moments fléchissants de calcul :

A l'E.L.U.	$M_{aT} = 0,75 M_{oa} = 0,75 \times 33,3 = 24,98 \text{ kNm/m}$
	$M_{bT} = 0,75 M_{ob} = 0,75 \times 28,16 = 21,12 \text{ kNm/m}$
	$M_{aA} = -0,5 M_{oa} = -0,5 \times 33,3 = -16,65 \text{ kNm/m}$
(1)	$M_{bA} = -0,5 M_{ob} = -0,5 \times 28,16 = -14,08 \text{ kNm/m}$

(1) on vérifie :  $M_{bA} \approx M_{aA}$

$$\begin{array}{l|l}
 \text{A l'E.L.S.} & M_{aT} = 0,75 \times 29,09 = 21,82 \text{ kNm/m} \\
 & M_{bT} = 0,75 \times 26,02 = 19,52 \text{ kNm/m} \\
 & M_{aA} = - 0,5 \times 29,09 = - 14,55 \text{ kNm/m} \\
 (1) & M_{bA} = - 0,5 \times 26,02 = - 13,01 \text{ kNm/m}
 \end{array}$$

### 1.2.2.3. Efforts tranchants

#### a) sous les charges permanentes (charges réparties)

Les formules de Pigeaud donnent les efforts tranchants sur les bords de la dalle (G est la charge permanente totale du § 1.2.2.1.) :

$$\text{au milieu du grand côté : } V = \frac{G}{a + 2b} = \frac{45,29}{2,4 + 2 \times 3} = 5,39 \text{ kN/m}$$

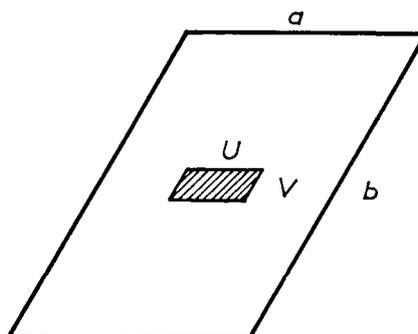
$$\text{au milieu du petit côté : } V = \frac{G}{3b} = \frac{45,29}{3 \times 3} = 5,03 \text{ kN/m}$$

#### b) sous les charges d'exploitation (cas où $u > v$ )

$$\text{charge concentrée à l'E.L.U. : } G = 98,1 \times 1,07 \times 1,35 = 141,71 \text{ kN}$$

$$\text{au milieu de } u : V = \frac{Q}{2u + v} = \frac{141,71}{2 \times 0,91 + 0,61} = 58,32 \text{ kN/m}$$

$$\text{Au milieu de } v : V = \frac{Q}{3u} = \frac{141,71}{3 \times 0,91} = 51,91 \text{ kN/m}$$



#### c) efforts tranchants totaux pondérés

A l'E.L.U. (pas de calcul à l'E.L.S.)

$$\text{le long du grand côté : } V_U = 1,35 \times 5,39 + 1,5 \times 51,91 = 85,14 \text{ kN/m}$$

$$\text{le long du petit côté : } V_U = 1,25 \times 5,03 + 1,5 \times 58,32 = 94,27 \text{ kN/m}$$

(1) on vérifie :  $M_{bA} \approx M_{aA}$

1.2.3. Vérification de non-poinçonnement (article A.5.2,4.)

Il faut vérifier que :  $Q_u < 0,045 u_c h f_{cj}$

avec

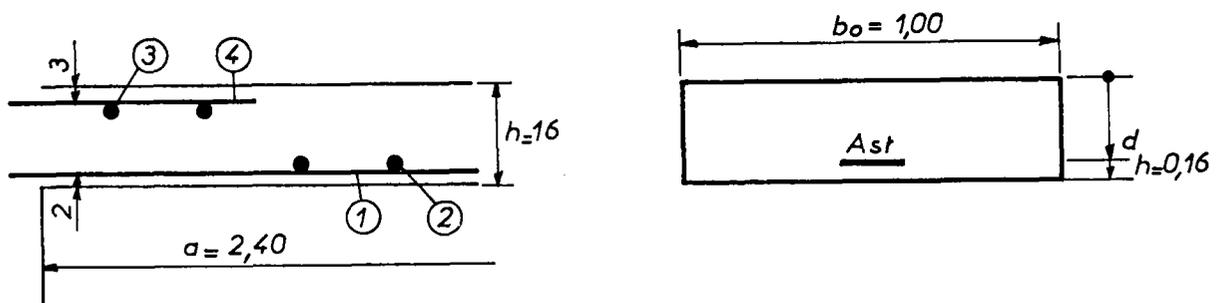
$$\begin{cases} Q_u &= 1,5 \times Q &= 1,5 \times 98,1 \times 1,07 \times 1,35 &= 212,56 \text{ kN} \\ u_c &= 2 (u + v) &= 2 (0,91 + 0,61) &= 3,04 \text{ m} \\ h &= 0,16 \text{ m} \\ f_{cj} &= 30 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$Q_u = 212,56 \text{ kN} < (0,045 \times 3,04 \times 0,16 \times 30) 10^3 = 656,64 \text{ kN}$$

Remarques :

- Dans le cas de forces localisées à proximité du bord libre de la dalle, le poinçonnement se calcule conformément aux dispositions du commentaire \*\* de l'article A.5.2,43.
- Il y a lieu de rappeler qu'il n'est pas nécessaire de mettre des armatures d'effort tranchant conformément à l'article A.5.2,2. (dalle bétonnée sans reprise).

1.2.4 - Détermination et vérification du ferrailage



1.2.4.1. Enrobage (Article A.7.1.)

1er lit des armatures supérieures (aciens 4) : 3 cm

1er lit des armatures inférieures (aciens 1) : 2 cm

1.2.4.2. Ferrailage à l'E.L.U.

aciers (1)	aciers (2)	aciers (3)	aciers (4)
$d = 0,135 \text{ m}$	$d = 0,125 \text{ m}$	$d = 0,118 \text{ m}$	$d = 0,126 \text{ m}$
$M_{aT} = 24,98 \text{ kNm/m}$	$M_{bT} = 21,12 \text{ kNm/m}$	$M_{bA} = - 14,08 \text{ kNm/m}$	$M_{aA} = - 16,65 \text{ kNm/m}$
$\mu = \frac{24,98 \times 10^{-3}}{1 \times 0,135^2 \times 17} = 0,0806$	$\mu = \frac{21,12 \times 10^{-3}}{1 \times 0,125^2 \times 17} = 0,0795$	$\mu = \frac{14,08 \times 10^{-3}}{1 \times 0,118^2 \times 17} = 0,0595$	$\mu = \frac{16,65 \times 10^{-3}}{1 \times 0,128^2 \times 17} = 0,0617$
$\mu < \mu_{AB} = 0,186$ domaine 1 $\sigma_{st} = f_{su}$	idem	idem	idem
$\beta = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,0806} = 0,084$	$\beta = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,0795} = 0,083$	$\beta = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,0595} = 0,061$	$\beta = 1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,0617} = 0,064$
$z = 0,135(1 - 0,5 \times 0,084) = 0,129\text{m}$	$z = 0,125(1 - 0,5 \times 0,083) = 0,12\text{m}$	$z = 0,118(1 - 0,5 \times 0,061) = 0,114\text{m}$	$z = 0,126(1 - 0,5 \times 0,064) = 0,122\text{m}$
$A_{st1} = \frac{24,98 \times 10^{-3} \times 10^4}{0,129 \times 347,8} = 5,57 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A_{st2} = \frac{21,12 \times 10^{-3} \times 10^4}{0,12 \times 347,8} = 5,06 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A_{st3} = \frac{14,08 \times 10^{-3} \times 10^4}{0,111 \times 347,8} = 3,55 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A_{st4} = \frac{16,65 \times 10^{-3} \times 10^4}{0,122 \times 347,8} = 3,92 \text{ cm}^2/\text{m}$
8 HA 10 / m 6,28 cm <sup>2</sup> /m e = 0,125 cm	7 HA 10 / m 5,5 cm <sup>2</sup> /m e = 0,143 m	7 HA 8 / m 3,52 cm <sup>2</sup> /m e = 0,143 m	8 HA 8 / m 4,02 cm <sup>2</sup> /m e = 0,125 m

rappels :  $\mu = \frac{M_U}{b_0 d^2 f_{bu}}$  (domaine 1 si  $\mu \leq \mu_{AB} = 0,186$ )

$\beta = 1 - \sqrt{1 - 2\mu}$  et  $z = d(1 - 0,5\beta)$

$A_{st} = \frac{M_U}{z f_{su}}$

1.2.4.3. Vérification de la condition de non-fragilité (Article A.4.2.)

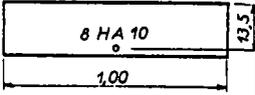
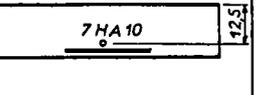
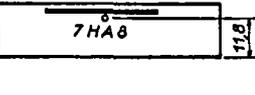
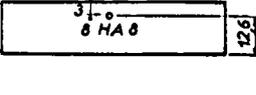
$\frac{A_{st}}{b_0 d} > \frac{0,23 f_{t28}}{f_e}$

ou  $A_{st} > \frac{0,23 b_0 d f_{t28}}{f_e} = \frac{0,23 \times 100 \times 2,4 d}{400} = 0,138 d$

section	1	2	3	4
$A_{st}$ (cm <sup>2</sup> /m)	6,28	5,5	3,52	4,02
d (cm)	13,5	12,5	11,8	12,6
$\frac{0,23 b_0 d f_{t28}}{f_e}$ (cm <sup>2</sup> )	1,86	1,73	1,63	1,74
vérification	oui	oui	oui	oui

Il est donc inutile de vérifier la condition de non-fragilité pour les hourdis de ponts.

1.2.4.4. Vérification en flexion simple à l'E.L.S.

désignation	section 1	section 2	section 3	section 4
	acier 1	acier 2	acier 3	acier 4
				
d (m)	0,135	0,125	0,118	0,126
A <sub>st</sub> (cm <sup>2</sup> )	6,28	5,50	3,52	4,02
y (cm)	4,2	3,8	3,04	3,3
z (m)	0,121	0,112	0,108	0,115
M <sub>ser</sub> (kNm/m)	21,82	19,52	- 13,01	- 14,55
σ <sub>b</sub> (MPa)	8,6	9,2	7,9	7,7
σ <sub>st</sub> (MPa)	286,7	316,9	<u>342,2</u>	314,7

Rappels : Position de l'axe neutre :  $\frac{b_o y^2}{2} - n A_{st} (d - y) = 0$

$$y = \frac{-n A_{st} + \sqrt{n A_{st} (n A_{st} + 2 b_o d)}}{b_o}$$

$$z = d - \frac{y}{3}$$

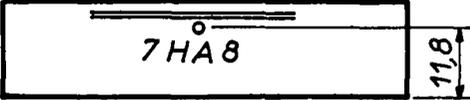
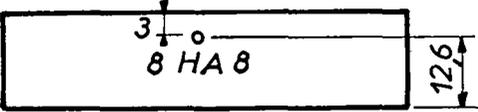
$$\sigma_b = \frac{2 M_{ser}}{b_o y z} < 0,6 f_{c28} = 18 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = \frac{M_{ser}}{z A_{st}} \quad (\text{si fissuration préjudiciable, } f_{sser} = 240 \text{ MPa})$$

remarque : il serait préférable de passer les diamètres des aciers 3 de 8 à 10. En effet le taux de travail de ces armatures est trop élevé à l'E.L.S.

1.2.4.5. Vérification de l'entraînement (article A.6.1,3.)

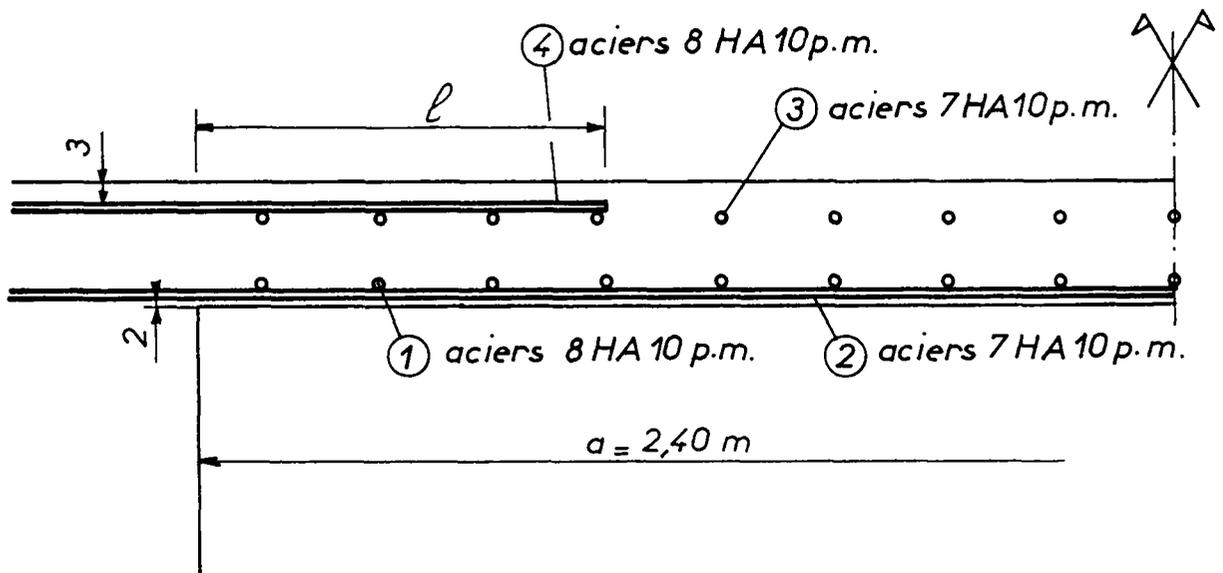
$$\tau_{se} = \frac{V_u}{0,9 d \Sigma u} < \begin{cases} \psi_s f_{tj} = 3,6 \text{ MPa} & \text{aciers en 1<sup>er</sup> lit} \\ 2 \psi_s f_{tj} = 7,2 \text{ MPa} & \text{aciers en 2<sup>ème</sup> lit} \end{cases}$$

Désignation	Section 3	Section 4
	Acier 3	Acier 4
		
$\Sigma u$ (cm)	$\Sigma u = 7 \times 2,51 = 17,6$	$\Sigma u = 8 \times 2,51 = 20,1$
d (cm)	d = 11,8	d = 12,6
$V_u$ (kN/m)	$V_b = 94,27$	$V_u = 85,14$
$\tau_{se}$ (MPa)	$\tau_{se} = \frac{94,27 \times 10^{-3}}{0,9 \times 0,118 \times 0,176} = 5,04$ vérifié	$\tau_{se} = \frac{85,14 \times 10^{-3}}{0,9 \times 0,126 \times 0,201} = 3,73$ non vérifié

Le respect de la contrainte d'entraînement oblige à passer les diamètres des aciers (4) de 8 à 10 .

1.2.4.6. Plan de ferrailage et vérification des dispositions constructives

a) plan de ferrailage



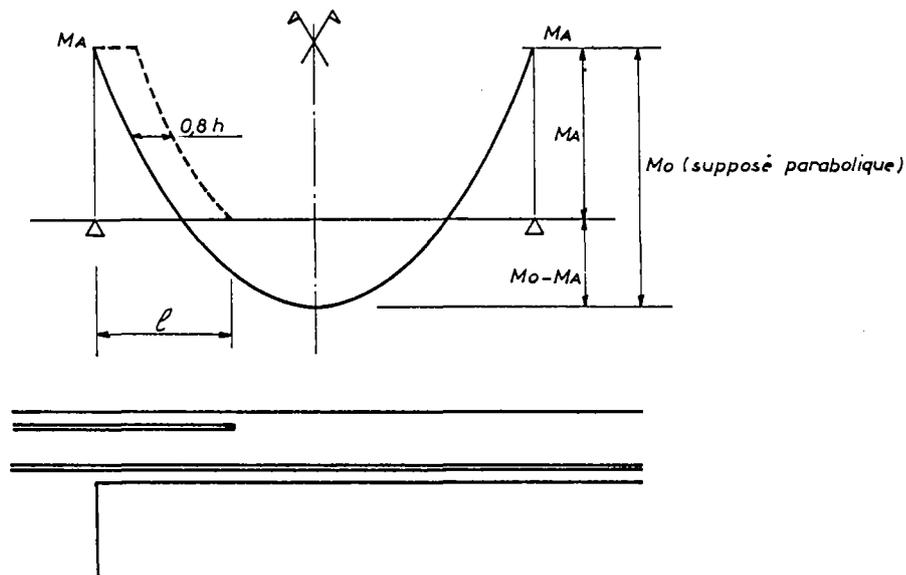
Le plan de ferrailage précédent a été établi en tenant compte des deux remarques ci-avant relatives aux aciers (3) et (4).

Compte-tenu des modifications ainsi apportées, il y a lieu de reprendre les vérifications des § 1.2.4.4. et 1.2.4.5.

sections	3	4
acier	(3) 7 HA 10	(4) 8 HA 10
$A_{st}$ (cm <sup>2</sup> )	5,5	6,28
d (cm)	11,5	12,5
y (cm)	3,61	4,00
z (cm)	10,3	11,2
$M_{ser}$ (kNm/m)	- 13,01	- 14,55
$\sigma_{bc}$ (MPa)	7,00	6,5
$\sigma_{st}$ (MPa)	229,7	206,7
$\sum u$ (cm)	$3,14 \times 7 = 21,98$	$3,14 \times 8 = 25,12$
$V_u$ (KNm/m)	94,27	85,14
$\tau_{se}$ (MPa)	4,14	3,01
$\tau_{se,lim}$ (MPa)	7,2	3,6

b) longueur des armatures en chapeau (aciers (3) et (4))

Cette longueur peut être déterminée en appliquant le décalage de  $0,8 h$  des courbes enveloppes des moments fléchissants visé par l'article A.4.1.5.

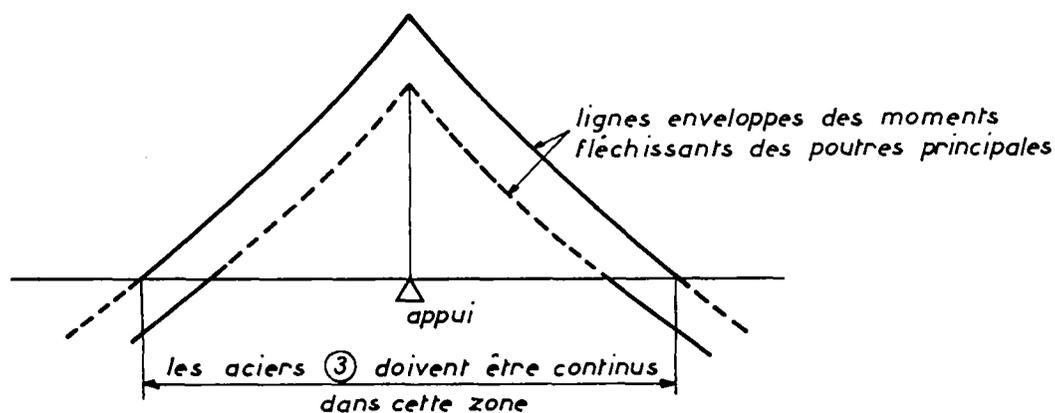


Compte tenu que :  $M_A = - 0,5 M_0$ , il vient :

$$\left| \begin{array}{l} \text{sens petite portée (a)} \quad l_a = 0,146 a + 0,8h \approx \frac{a}{5} \approx 0,50 \text{ m} \\ \text{sens grande portée (b)} \quad l_b = 0,146 b + 0,8h \approx \frac{b}{5} \approx 0,60 \text{ m} \end{array} \right.$$

Remarques :

- La vérification de la couture d'attache de la membrure des poutres ou des entretoises (art. A.5.3,2.) peut conduire à augmenter la longueur des chapeaux.
- Dans les zones où le hourdis peut être mis en traction du fait de la flexion des poutres (zones voisines des appuis intermédiaires), il est rappelé que le commentaire de l'article A.8.2,2 impose de renforcer les armatures du hourdis parallèles aux poutres : les aciers (3) dans ces zones doivent donc être continus.



c) dispositions constructives (articles A.7.2,1, A.8.2,3 et A.8.2,4)

- les pourcentages minimaux très faibles du A.8.2,41. sont amplement vérifiés. Cette vérification est inutile pour les dalles des ponts.
- Le rapport des sections d'armatures dans deux directions perpendiculaires doit être supérieur à 1/3 (charges concentrées) :

$$\frac{7 \text{ HA } 10}{8 \text{ HA } 10} = \frac{5,5}{6,28} = 0,876 > \frac{1}{3} = 0,333$$

- L'écartement des armatures des différentes nappes ne doit pas dépasser les valeurs du tableau de la page suivante, les charges étant concentrées :

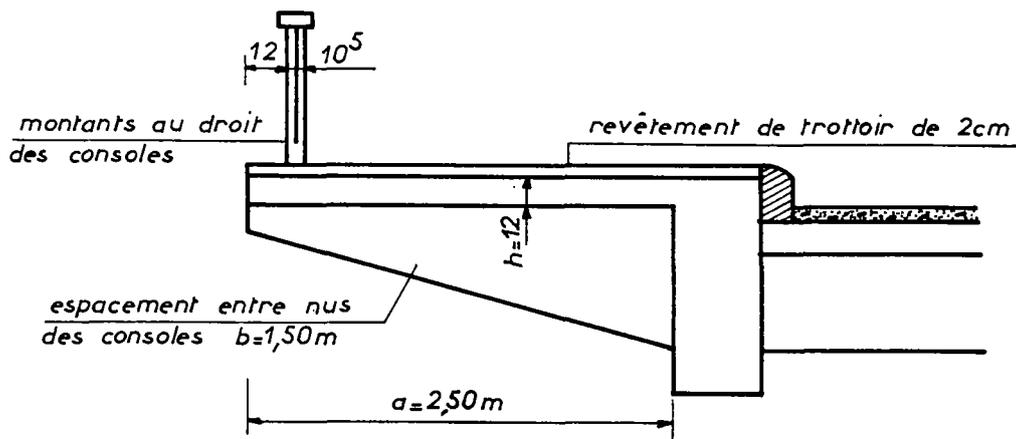
directions	écartements limites	écartement des armatures concernées
direction la plus sollicitée (sens de la petite portée a = 2,40 m)	min $\left[ \begin{array}{l} 2 h = 32 \text{ cm} \\ \underline{22 \text{ cm}} \end{array} \right.$	aciers (1) e = 12,5 cm aciers (4) e = 12,5 cm
Direction perpendiculaire (sens de la grande portée b = 3,00 m)	min $\left[ \begin{array}{l} 3 h = 48 \text{ cm} \\ \underline{33 \text{ cm}} \end{array} \right.$	aciers (2) e = 14,3 cm aciers (3) e = 14,3 cm

- les lits inférieurs sont tous prolongés et ancrés au-delà du contour théorique de la dalle puisque celle-ci est soumise à des charges concentrées.
- La deuxième partie de l'article A.8.2,44 ne joue pas dans les dalles des ponts (moment sur appui > 0,15 moment au centre).
- Le diamètre des armatures (article A.7.2,1.) ne dépasse pas h/10.
- Dans le cas de recouvrement, il est rappelé que conformément à l'article A.6.1,23, la proportion des barres intéressées ne doit pas dépasser 1/3 ou 1/2.

1.3. Deuxième exemple d'application, justification d'un hourdis par la méthode des lignes de rupture (Article A.3.2,5.)

1.3.1. Données

Le calcul concerne la vérification de la charge portante d'une dalle sous trottoir d'un ouvrage ancien.



- dimension : la dalle est supposée encastrée sur trois côtés et libre sur le quatrième :

a = 2,50 m      b = 1,50 m

- matériaux : . béton

$$f_{c28} = 25 \text{ MPa} \quad f_{bu} = 14 \text{ MPa}$$

. armatures (ronds lisses)

$$f_e = 235 \text{ MPa} \quad f_{su} = 204 \text{ MPa}$$

1.3.2. Rappel des principales hypothèses de calcul (se reporter aux bulletins d'information du C.E.B. et aux annales de l'I.T.B.T.P. n° 257)

- une section de béton armé au droit d'une ligne de rupture, ligne charnière, est, au moment de la cassure, en état de plastification complète. Il se crée donc un moment constant le long de la ligne charnière désignée par " $m_n$ " ou " $m'_n$ " suivant que la fissure se trouve sur la face inférieure ou supérieure de la dalle.
- les déformations élastiques sont négligées par rapport aux déformations plastiques. Les lignes de rupture sont des droites et les éléments découpés sont des plans qui tournent autour des lignes charnières et des lignes d'appui.
- théorème n° 1 : la ligne de rupture de deux parties de dalle passe par le point d'intersection de leurs axes de rotation respectifs.
- théorème n° 2 : la ligne de rupture de la dalle est déterminée par les axes de rotation et les rapports entre eux des angles de rotation des différents éléments de dalle (en général plusieurs mécanismes de rupture sont cinématiquement admissibles. Ces familles de mécanismes possibles dépendent de "p" paramètres géométriques  $x_1, x_2 \dots$ ).
- La détermination de la figure de rupture peut être obtenue par la méthode du travail (égalité du travail des forces externes et internes pour un déplacement imposé) :
  - . si on donne à un point de la dalle un déplacement " $\delta$ " compatible avec les liaisons, pour un mécanisme à lignes d'articulation droites (voir plus loin le cas des mécanismes en éventail), l'équation du travail s'écrit :

$$\underbrace{\sum Q_i \delta_i + \iint q_j \delta_j \, dx \, dy}_{\text{travail des forces externes}} = \underbrace{\int m_n \theta \, ds}_{\text{travail des forces internes}} \quad (1)$$

travail des forces externes      travail des forces internes

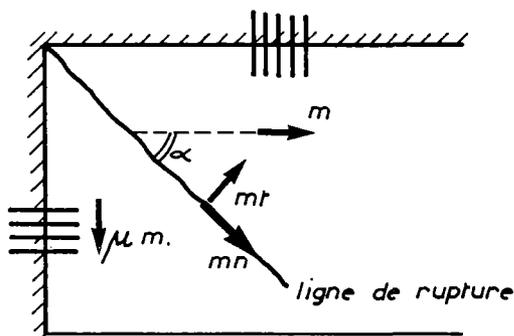
- $\delta_i$  déplacement d'une force concentrée  $Q_i$
- $\delta_j$  déplacement d'une force répartie par unité de surface  $q_j$
- $\theta$  rotation sur une ligne d'articulation
- $m_n$  moment de flexion normal par unité de longueur sur une ligne d'articulation.

. La valeur du moment " $m_n$ " est connue en fonction des moments résistants des différentes nappes d'armatures.

- si le système est "orthotrope", c'est-à-dire qu'il n'y a que deux directions de barres orthogonales dont les moments résistants sont  $m$  et  $\mu m$  :

$$m_n = m \cos^2 \alpha + \mu m \sin^2 \alpha$$

$$m_t = m (1 - \mu) \sin \alpha \cos \alpha$$



- si le système est "isotrope", c'est-à-dire que les moments résistants des deux nappes sont égaux ( $\mu = 1$ ) :

$$m_n = m$$

$$m_t = 0$$

- . L'équation du travail (1) conduit à une relation entre  $m$ , la charge totale  $Q$  et les paramètres géométriques ( $x_1, x_2 \dots$ ) :

$$Q = f(x_1, x_2 \dots m)$$

$$m = f'(x_1, x_2 \dots Q)$$

- . Les valeurs des "p" paramètres géométriques sont ceux qui conduisent au minimum de la fonction "Q" ou au maximum de la fonction "m" (cette détermination peut se faire par approximations numériques successives, ou par résolution d'un système de dérivées partielles).

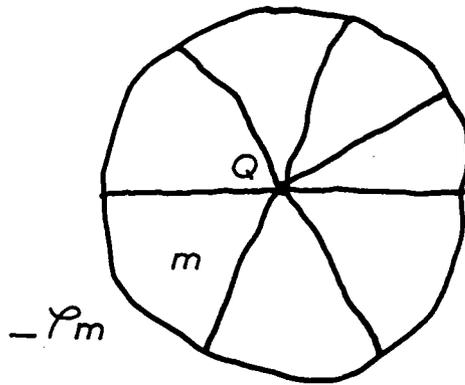
- Lorsqu'une dalle est soumise à des charges concentrées et réparties, le principe de superposition peut être appliqué et est dans le sens de la sécurité.
- Lorsqu'une dalle est soumise à des charges concentrées :

- . celles-ci attirent les lignes de rupture,
- . pour éviter une rupture locale en éventail, il faut que :

$$m + \varphi m > \frac{Q}{2 \pi} \quad (\text{commentaire Art. A.3.2,5})$$

$m$  = moment résistant des lits inférieurs

$\varphi m = m'$  moment résistant des lits supérieurs



- Des ruptures locales en éventail partiel peuvent se produire dans les angles. Il est possible d'en tenir compte en majorant le moment ultime

en fonction du rapport  $\frac{m'}{m}$

1.3.3. Sollicitations

1.3.3.1. Sollicitations sous les charges permanentes

Dalle sous trottoir :  $0,12 \times 1,00 \times 1,00 \times 24,5 = 2,94$

Revêtement de trottoir :  $0,02 \times 1,00 \times 1,00 \times 24 = 0,48$

TOTAL  $g_0 = 3,42 \text{ kN/m}^2$

Pour une dalle encadrée sur trois côtés, libre sur le quatrième et soumise à une charge répartie  $p$ , les annales de l'I.T.B.T.P. n° 257 nous donnent :

$$m = \frac{p a_r b_r}{2 \left( 2 + \frac{b_r}{a_r} + \frac{4 a_r}{b_r} \right)}$$

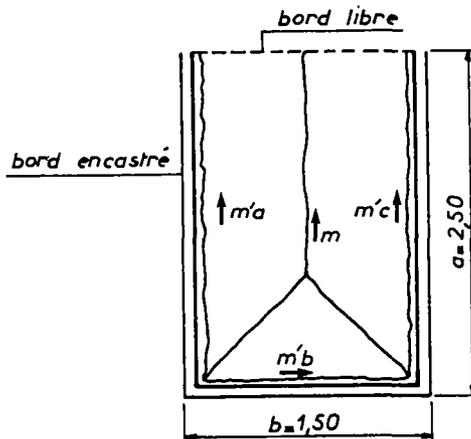
$$a_r = \frac{a}{\sqrt{1 + \lambda}}$$

$$b_r = \frac{2b}{\sqrt{1 + \varphi_a} + \sqrt{1 + \varphi_b}}$$

avec

$$\begin{cases} m'_a = \varphi_a m \\ m'_b = \varphi_b m \\ m'_c = \varphi_c m \end{cases}$$

pour une dalle isotrope.



Nous supposons, pour simplifier, que les moments résistants des lits inférieurs et supérieurs sont égaux dans les deux directions orthogonales (dalle entièrement isotrope) :

$$\psi_a = \psi_b = \psi_c = 1$$

soit  $a_r = \frac{a}{\sqrt{2}}$   $b_r = \frac{b}{\sqrt{2}}$

d'où  $m = \frac{p ab}{4 \left[ 2 + \frac{b}{a} + \frac{4 a}{b} \right]} = \frac{p \times 2,5 \times 1,5}{4 \left[ 2 + \frac{1,5}{2,5} + \frac{4 \times 2,5}{1,5} \right]} = 0,10117 p$

Le moment  $m_{g0}$  développé par la charge permanente répartie  $g_0 = 3,42 \text{ kN/m}^2$  vaut donc pour une bande de 1 mètre de dalle :

$$m_{g0} = 0,10117 \times 3,42 = 0,346 \text{ kNm/m}$$

### 1.3.3.2. Sollicitations sous les charges d'exploitation

Ces charges sont d'une part la charge locale de trottoir de  $450 \text{ kg/m}^2$  et d'autre part la roue de 6 t. Les charges sur les garde-corps, étant transmises directement aux poutres-consoles par l'intermédiaire des montants qui y sont scellés, n'intéressent pas la dalle.

#### a) Cas de la charge répartie ( $450 \text{ kg/m}^2$ )

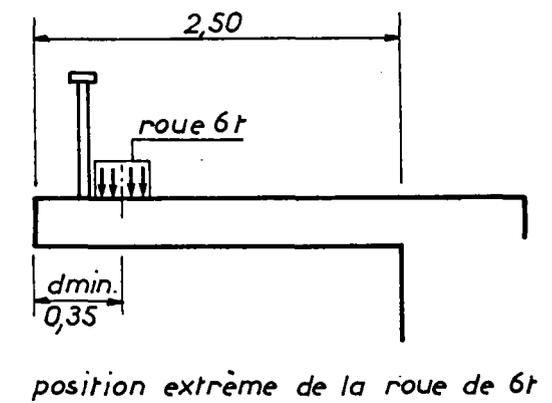
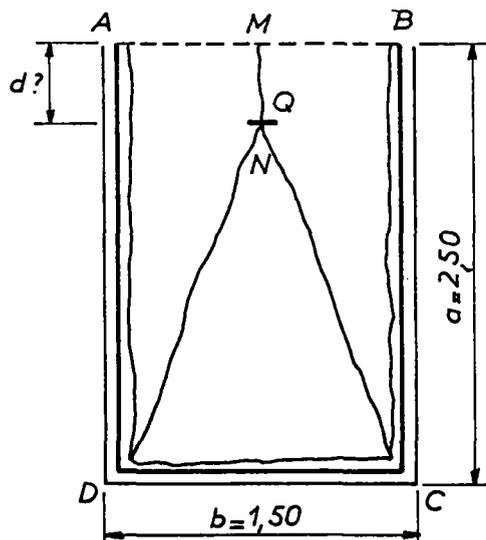
La charge de calcul à l'E.L.U. vaut (annexe D du B.A.E.L.) :

$$q = 450 \times 9,81 \times 10^{-3} \times 1,07 = 4,724 \text{ kN/m}^2$$

La formule ci-avant s'applique :

$$m_q = 0,10117 \times 4,724 = 0,478 \text{ kNm/m}$$

#### b) Cas de la charge concentrée (6 t)



La charge de calcul à l'E.L.U. vaut :

$$Q = 6\,000 \times 9,81 \times 10^{-3} \times 1,07 = 62,98 \text{ kN}$$

Par raison de symétrie, il faut centrer la charge "Q". Il reste donc à déterminer la distance "d" donnant la sollicitation la plus défavorable.

Imprimons à la charnière MN une dénivellation unitaire :

travail des forces extérieures :

$$\tau_{\text{ext}} = Q \times 1 = Q$$

travail des forces internes :

- le long d'une ligne charnière de longueur "l" :

$$\tau_{\text{int}} = m_n \theta l \quad (\text{le travail de } m_t = 0)$$

- le travail interne total vaut donc ( $m_n = m$  dalle isotrope) :

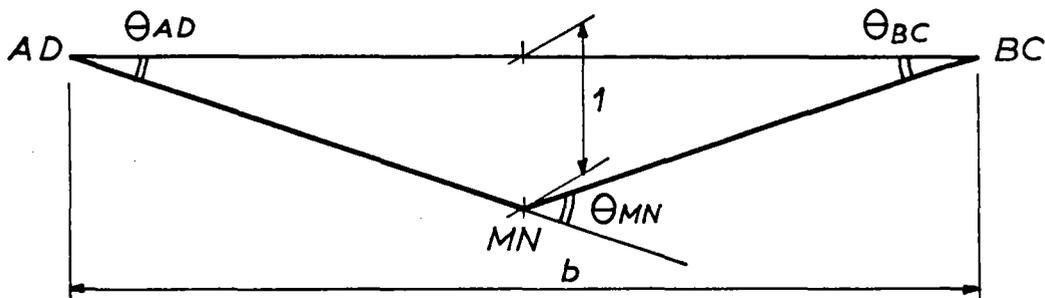
$$\tau_{\text{int}} = m \left[ \theta_{AD} \times AD + \theta_{BC} \times BC + \theta_{DC} \times DC + \theta_{ND} \times ND + \theta_{NC} \times NC + \theta_{MN} \times MN \right]$$

- Calcul des rotations :

$$\theta_{AD} = \theta_{BC} \approx \text{tg } \theta_{AD} = \frac{1}{\frac{b}{2}} = \frac{2}{b}$$

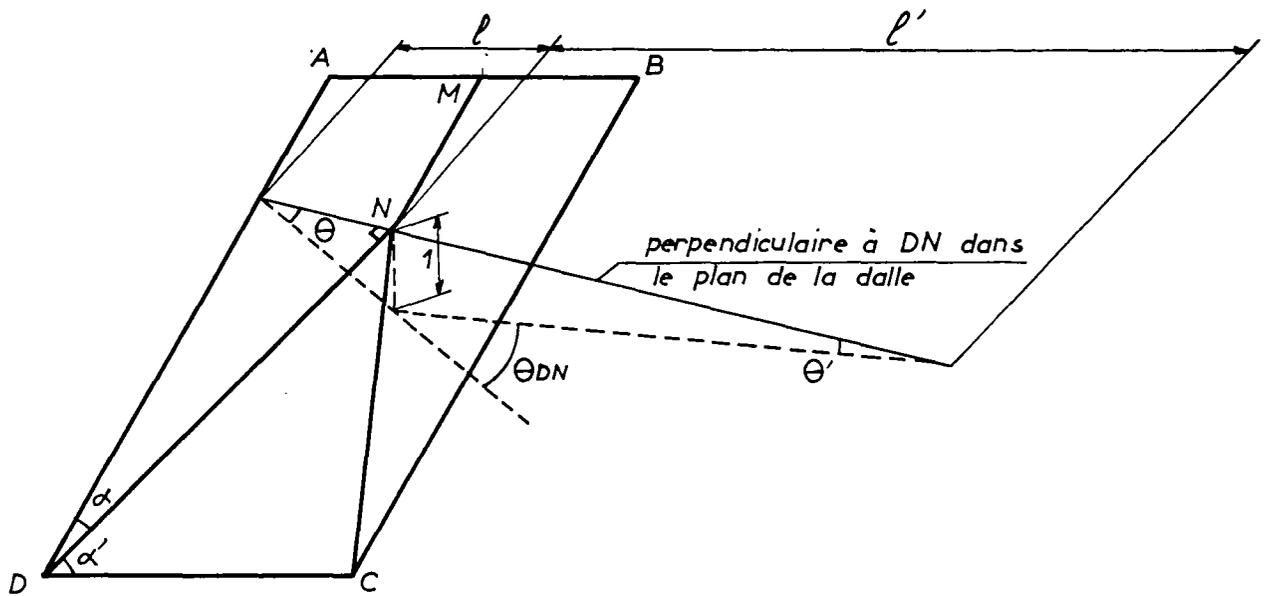
$$AD = BC = a$$

$$\theta_{DC} = \frac{1}{a - d} \quad \text{et} \quad DC = b$$



$$\theta_{MN} = \theta_{AD} + \theta_{BC} = \frac{4}{b}$$

$$MN = d$$



$$\theta_{DN} = \theta_{NC} = \theta + \theta' \approx \text{tg } \theta + \text{tg } \theta' = \frac{1}{1} + \frac{1}{1'}$$

$$\theta_{DN} \times DN = \theta_{NC} \times NC = \frac{DN}{1} + \frac{DN}{1'} = \text{cotg } \alpha + \text{cotg } \alpha'$$

$$\left[ \text{cotg } \alpha + \text{cotg } \alpha' \right] = \left[ \frac{\frac{a-d}{b} + \frac{b}{2(a-d)}}{2} \right] = \left[ \frac{2(a-d)}{b} + \frac{b}{2(a-d)} \right]$$

- valeur de  $\tau_{\text{int}}$  :

$$\tau_{\text{int}} = m \left[ 2 \frac{2}{b} a + \frac{1}{a-d} b + 2 \left[ \frac{2(a-d)}{b} + \frac{b}{2(a-d)} \right] + \frac{4}{b} d \right]$$

après simplification :

$$\tau_{\text{int}} = m \left[ \frac{8a}{b} + \frac{2b}{a-d} \right]$$

- écrivons l'égalité entre  $\tau_{\text{ext}}$  et  $\tau_{\text{int}}$  :

$$Q = 2 m \left[ \frac{4a}{b} + \frac{b}{a-d} \right]$$

Le minimum de Q et le maximum de m sont obtenus lorsque d = 0, or la position extérieure de Q se situe à 0,35 m du bord libre. La valeur de m est donc :

$$m = \frac{Q}{2 \left[ \frac{4a}{b} + \frac{b}{a - d_{\min}} \right]}$$

soit :

$$m = \frac{62,98}{2 \left[ \frac{4 \times 2,5}{1,5} + \frac{1,5}{2,5 - 0,35} \right]} = 4,276 \text{ kNm/m}$$

La roue de 6 t est plus défavorable que la charge de 450 kg/m<sup>2</sup>.

### 1.3.3.3. Sollicitation pondérée

La sollicitation maximale est obtenue en appliquant le théorème de superposition :

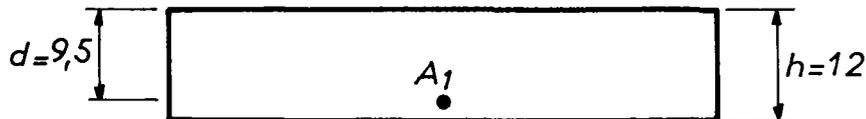
$$m_u = 1,35 m_{g0} + 1,5 m_Q$$

$$m_u = 1,35 \times 0,346 + 1,5 \times 4,276 = 6,881 \text{ kNm/m}$$

$$\text{soit : } m_u = 6,881 \times 10^{-3} \text{ MNm/m}$$

### 1.3.4. Détermination du ferrailage

$$b_0 = 1,00$$



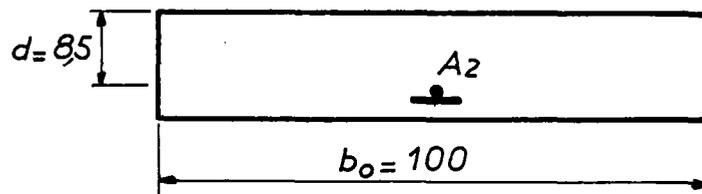
$$\mu = \frac{M_u}{b_0 d^2 f_{bu}} = \frac{6,881 \cdot 10^{-3}}{1 \times 0,095^2 \times 14} = 0,0545 < \mu_{AB} = 0,186 \quad \text{domaine 1 pivot A}$$

Il est possible d'admettre : z = 0,9 d.

$$A_1 = \frac{M_u}{z f_{su}} = \frac{6,881 \cdot 10^{-3} \times 10^4}{0,9 \times 0,095 \times 204} = 3,95 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{soit : } 6 \text{ } \emptyset \text{ } 10 \text{ / m } \quad ( 4,71 \text{ cm}^2/\text{m} )$$

Les aciers en 2<sup>ème</sup> lit doivent présenter le même moment résistant :



$$A_2 = \frac{M_u}{z f_{su}} = \frac{6,881 \times 10^{-3} \times 10^4}{0,9 \times 0,085 \times 204} = 4,41 \text{ cm}^2/\text{m}$$

soit :  $6 \text{ } \Phi \text{ } 10 \text{ / m}$  (4,71 cm<sup>2</sup>/m)

. la résistance de la dalle est assurée si elle est armée haut et bas de 6  $\Phi$  10 par mètre dans les deux directions.

#### 1.3.5. Autres vérifications (pour mémoire)

- vérification du non-poinçonnement
- condition de non-fragilité
- vérification de l'entraînement
- dispositions constructives...

#### 1.4. Troisième exemple, justification du hourdis d'un tablier en dalle nervurée

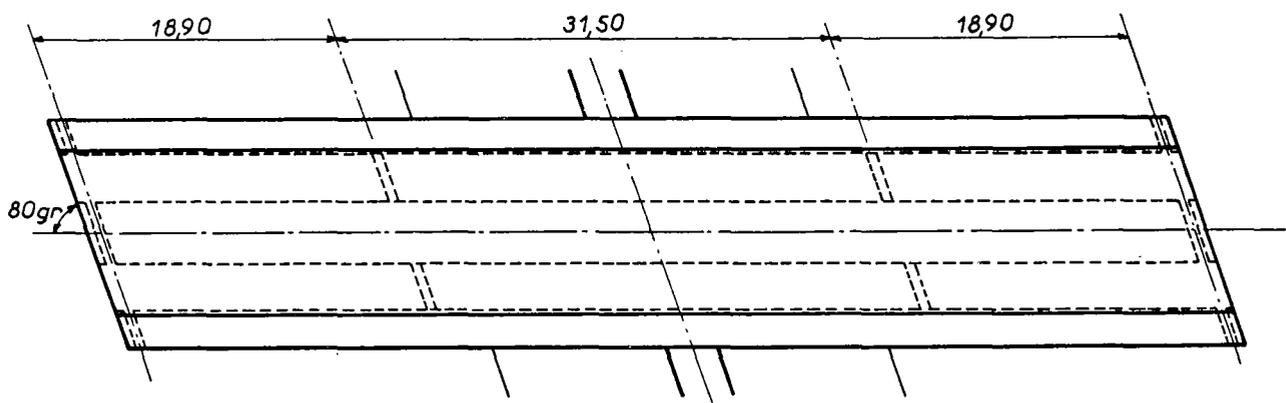
##### 1.4.1. Données

L'exemple d'application étudié ci-après est extrait du dossier pilote P.S.I. D.N. 81 du S.E.T.R.A.

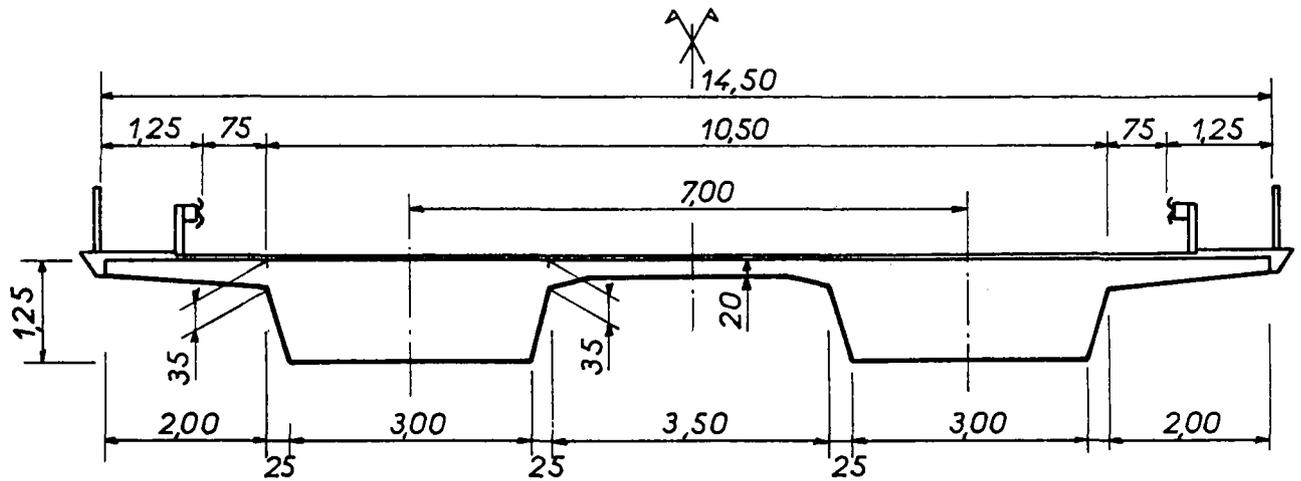
##### - Dimensions :

Les caractéristiques géométriques du tablier en dalle nervurée sont rappelées ci-après.

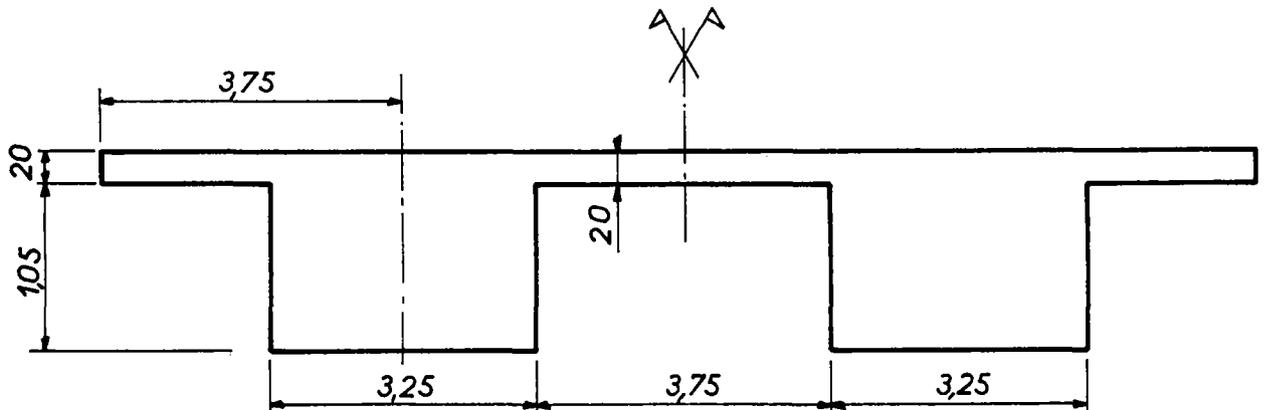
#### VUE EN PLAN



COUPE TRANSVERSALE



SECTION SIMPLIFIEE



- matériaux utilisés

béton

$$f_{c28} = 30 \text{ MPa}$$

$$f_{t28} = 2,4 \text{ MPa}$$

$$f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\gamma_b} = 17 \text{ MPa}$$

$$f_{bser} = 0,6 f_{c28} = 18 \text{ MPa}$$

armatures (à haute-adhérence)

$$f_e = 400 \text{ MPa}$$

$$f_{ser} = \frac{f_e}{\gamma_s} = 347,8 \text{ MPa}$$

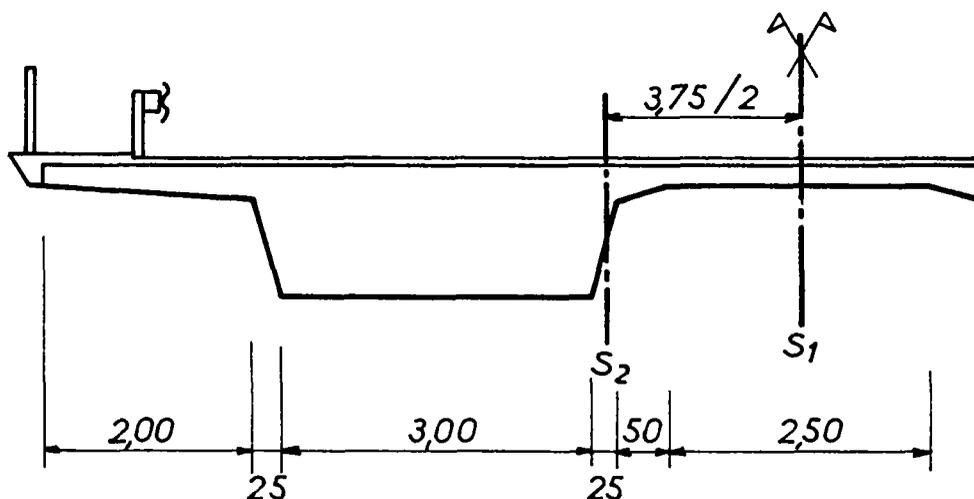
Si la fissuration est préjudiciable :

$$f_{sser} = \min \left| \begin{array}{l} \frac{2}{3} f_e = 267 \text{ MPa} \\ 150 \eta = 150 \times 1,6 = 240 \text{ MPa} \end{array} \right| \quad 240 \text{ MPa}$$

$$\tau_{se,lim} = \psi_s f_{tj} = 1,5 \times 2,4 = 3,6 \text{ MPa}$$

- Sollicitations non pondérées

Les sollicitations du tableau ci-après sont extraites du dossier pilote P.S.I. D.N. 81. Elles ont été calculées en tenant compte d'un coefficient de Poisson  $\nu = 0,15$  mais elles n'incluent pas les coefficients majorateurs de l'annexe D 1.1. du B.A.E.L. 83. Dans un but de simplification, les calculs n'ont pas été repris en faisant intervenir les 2 valeurs de l'article A.2.1,3.



moments transversaux (kNm/m)					
cas de charge / sections	charges permanentes	Bc	Bt	Mc120	Déformations gênées (gradient thermique 10°C)
S1 au centre	2,138	36,42	31,55	36,34	12,75
S2 à l'encastrement	- 9,89	- 53,76	- 53,31	- 66,07	

moments longitudinaux (kNm/m)			
cas de charge / sections	charges permanentes	Br	Bt
S1 au centre	0,32	16,78	17,77

### 1.4.2. Sollicitations pondérées

Les sollicitations prépondérantes sont soulignées deux fois. Le dossier pilote prévoit que le gradient de 10°C est compatible avec les charges routières sans caractère particulier en dérogation avec l'annexe D du B.A.E.L.

Il n'intervient comme action d'accompagnement qu'à l'E.L.S. et uniquement pour les charges routières sans caractère particulier. Le coefficient d'accompagnement  $\psi_{02}$  vaut 1 .

#### 1.4.2.1. Moments transversaux de calcul au centre du hourdis

- sous les charges routières sans caractère particulier :

$$\text{. à l'E.L.U. : } M_{tc,u} = 1,35 \times 2,138 + 1,5 \times 1,07 \times 36,42 = \underline{\underline{61,34}} \text{ kNm/m}$$

$$\text{. à l'E.L.S. : } M_{tc,ser} = (2,138 + 1,2 \times 36,42) + 12,75 \quad (1) = \underline{\underline{58,59}} \text{ kNm/m}$$

- sous les charges militaires :

$$\text{. à l'E.L.U. : } M_{tc,u} = 1,35 \times 2,138 + 1,35 \times 1 \times 36,34 = 51,94 \text{ kNm/m}$$

$$\text{. à l'E.L.S. : } M_{tc,ser} = 2,138 + 1 \times 36,34 = 38,48 \text{ kNm/m}$$

#### 1.4.2.2. Moments longitudinaux au centre du hourdis

Sous les charges routières sans caractère particulier :

$$\text{. à l'E.L.U. : } M_{lc,u} = 1,35 \times 0,32 + 1,5 \times 1,07 \times 17,77 = \underline{\underline{28,95}} \text{ kNm/m}$$

$$\text{. à l'E.L.S. : } M_{lc,ser} = 0,32 + 1,2 \times 17,77 = \underline{\underline{21,64}} \text{ kNm/m}$$

#### 1.4.2.3. Moments transversaux à l'encastrement

- sous les charges routières sans caractère particulier :

$$\text{. à l'E.L.U. : } M_{te,u} = - 1,35 \times 9,89 - 1,5 \times 1,07 \times 53,76 = - 99,64 \text{ kNm/m}$$

$$\text{. à l'E.L.S. : } M_{te,ser} = - 9,89 - 1,2 \times 53,76 = - 74,40 \text{ kNm/m}$$

- sous les charges militaires :

$$\text{. à l'E.L.U. : } M_{te,u} = - 1,35 \times 9,89 - 1,35 \times 1 \times 66,07 = \underline{\underline{-102,55}} \text{ kNm/m}$$

$$\text{. à l'E.L.S. : } M_{te,ser} = - 9,89 - 1 \times 66,07 = \underline{\underline{-75,96}} \text{ kNm/m}$$

---

(1) Gradient thermique de 10°C.

1.4.3. Détermination du ferrailage

1.4.3.1. Ferrailage transversal

dimensionnement des armatures au centre du hourdis	
à l'E.L.U. cas (1)	à l'E.L.S (si fissuration préjudiciable) cas (2)
<p style="text-align: center;"><math>d=17,4</math>      <math>h=20</math> <math>b_0=1,00</math> <math>enrobage = 2\text{ cm}</math>    <math>\phi = 12</math></p>	<p style="text-align: center;"><math>d=17,2</math>      <math>h=20</math> <math>b_0=1,00</math> <math>enrobage = 2\text{ cm}</math>    <math>\phi = 16</math></p>
$M_u = 61,34 \text{ kNm/m} = 61,34 \times 10^{-3} \text{ MNm/m}$ $\mu = \frac{M_u}{b_o d^2 f_{bu}} = \frac{61,34 \times 10^{-3}}{1 \times 0,174^2 \times 17} = 0,119$ $\mu = 0,119 < \mu_{AB} = 0,186$ <b>Domaine 1</b> $\beta = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 0,127$ $z = d (1 - 0,5\beta) = 0,163 \text{ m}$ $A_{st1} = \frac{M_u}{z f_{su}} = \frac{61,34 \times 10^{-3} \times 10^4}{0,163 \times 347,8} = 10,82 \text{ cm}^2/\text{m}$ soit :    10 HA 12 / m = 11,31 cm <sup>2</sup>	$M_{ser} = 58,59 \text{ kNm/m} = 58,59 \times 10^{-3} \text{ MNm/m}$ $\alpha_{AB} = \frac{n f_{bser}}{n f_{bser} + f_{s ser}} = \frac{15 \times 18}{15 \times 18 + 240} = 0,529$ $M_{AB} = \frac{1}{2} b_o d^2 f_{bser} \alpha_{AB} \left(1 - \frac{\alpha_{AB}}{3}\right) = 0,116 \text{ MNm}$ $M_{ser} = 0,05859 \text{ MNm} < M_{AB} = 0,116 \text{ MNm}$ Par défaut, le bras de levier z vaut : $z_{AB} = d \left(1 - \frac{\alpha_{AB}}{3}\right) = 0,142 \text{ m}$ $A_{st2} = \frac{M_{ser}}{z_{AB} f_{s ser}} = \frac{58,59 \times 10^{-3} \times 10^4}{0,142 \times 240} = 17,19 \text{ cm}^2/\text{m}$ soit :    9 HA 16 / m = 18,10 cm <sup>2</sup>

Vérification des contraintes à l'E.L.S. (dans le cas (1))

Données :

$M_{ser}$	$=$	$58,59 \times 10^{-3} \text{ MNm/m}$	$A_{st1}$	$=$	$11,31 \text{ cm}^2$	(10 HA 12)
$b_o$	$=$	$100 \text{ cm}$	$d$	$=$	$17,4 \text{ cm}$	

position de l'axe neutre :

$$\frac{b_o y^2}{2} - n A_{st} (d - y) = 0$$

soit :  $y = 6,17 \text{ cm}$

calcul des contraintes :

$$\sigma_b = \frac{2 M_{ser}}{b_o y (d - \frac{y}{3})} = \frac{2 \times 58,59 \times 10^{-3}}{1 \times 0,0617 (0,174 - \frac{0,0617}{3})} = 12,4 \text{ MPa} < f_{bser} = 18 \text{ MPa}$$
$$\sigma_{st} = \frac{M_{ser}}{A_{st} (d - \frac{y}{3})} = \frac{58,59 \times 10^{-3}}{10^{-4} \times 11,31 (0,174 - \frac{0,0617}{3})} = 337,6 \text{ MPa} !$$

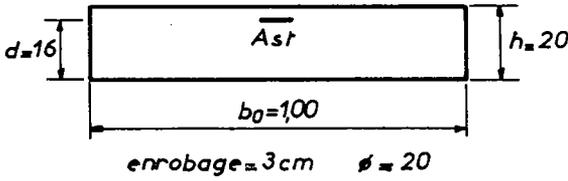
La vérification des contraintes à l'E.L.S. montre comme dans le premier exemple un excès de traction dans les aciers qui est accentué par la prise en compte des effets thermiques. (Cette contrainte serait encore plus élevée si le calcul avait été effectué à l'E.L.U. avec  $u = 0$ ).

Il convient donc de redimensionner le ferrailage à l'E.L.S. en plafonnant la contrainte des aciers à  $\frac{3}{4} f_e = 300 \text{ MPa}$ .

$$A_{st} = 17,19 \times \frac{240}{300} = 13,75 \text{ cm}^2/\text{m}$$

soit : 9 HA 14 / m (13,85 cm<sup>2</sup>) ou 7 HA 16 / m (14,07 cm<sup>2</sup>)

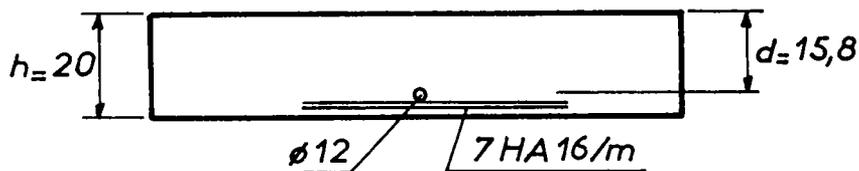
La section ainsi recalculée est proche de celle du dossier pilote (page 157) qui s'élève à 14,89 cm<sup>2</sup>.

dimensionnement des armatures dans la section d'encastrement	
à l'E.L.U.	à l'E.L.S.
 <p> <math>d = 16</math>  <math>h = 20</math>  <math>b_0 = 100</math>  <math>enrobage = 3\text{ cm}</math>   <math>\phi = 20</math> </p>	<p>dimensionnement avec</p> <p><math>f_{s,ser} = 300\text{ MPa}</math></p>
<p> <math>M_u = - 102,55\text{ kNm/m}</math>  <math>\mu = 0,236 &gt; \mu_{AB} = 0,186</math>  <math>\rho_M = \frac{M_u}{M_{ser}} = 1,35</math>   <math>\mu_{lc} = 0,306</math>                      domaine 2 pivot B  <math>\beta = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 0,273</math>  <math>z = d (1 - 0,5\beta) = 0,138\text{ m}</math>  <math>A_{st} = \frac{M_u}{z f_{s,ser}} = \frac{102,55 \times 10^{-3} \times 10^4}{0,138 \times 347,8} = 21,37\text{ m}^2/\text{m}</math>                      soit     7 HA 20 / m = 21,99 cm<sup>2</sup> </p>	<p> <math>M_{ser} = - 75,96\text{ kNm/m}</math>  <math>\alpha_{AB} = 0,529</math>  <math>M_{AB} = 0,1004\text{ MNm} &gt; M_{ser} = 0,07596\text{ MNm}</math>                      par défaut :  <math>z_{AB} = d (1 - \frac{\alpha_{AB}}{3}) = 0,132\text{ m}</math>  <math>A_{st} = \frac{M_{ser}}{z_{AB} f_{s,ser}} = \frac{75,96 \times 10^{-3} \times 10^4}{0,132 \times 300} = 19,18\text{ cm}^2/\text{m}</math>                      non prépondérant                 </p>

**Remarque :** Le diamètre des aciers est limité vis-à-vis de l'épaisseur de la dalle ( $\phi < \frac{h}{10}$ ). La quantité d'armatures est majorée par rapport au dossier-pilote car l'enrobage a été porté de 2 à 3 cm (Art. A.7.1.)

1.4.3.2. Ferrailage longitudinal

En fibre inférieure, des calculs identiques à ceux précédemment développés donnent :



à l'E.L.U. :  $M_U = 28,95 \text{ kNm/m}$   $A_{st} = 5,48 \text{ cm}^2/\text{m}$

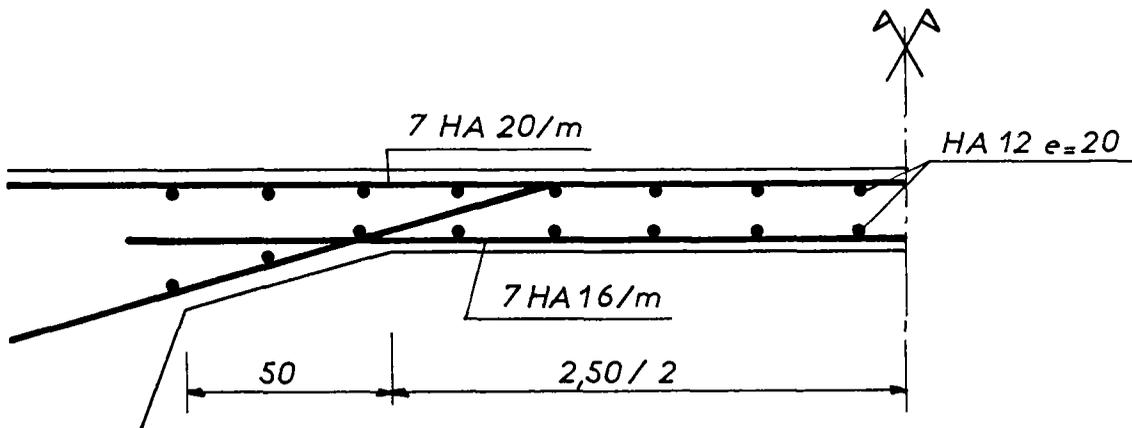
à l'E.L.S. (avec  $f_{s\text{ser}} = 300 \text{ MPa}$ ) :

$M_{\text{ser}} = 21,64 \text{ kNm/m}$   $A_{st} = 5,55 \text{ cm}^2/\text{m}$

soit : 5 HA 12 / m (5,65 cm<sup>2</sup>)

En fibre supérieure, on adopte le même ferrailage conformément au dossier-pilote.

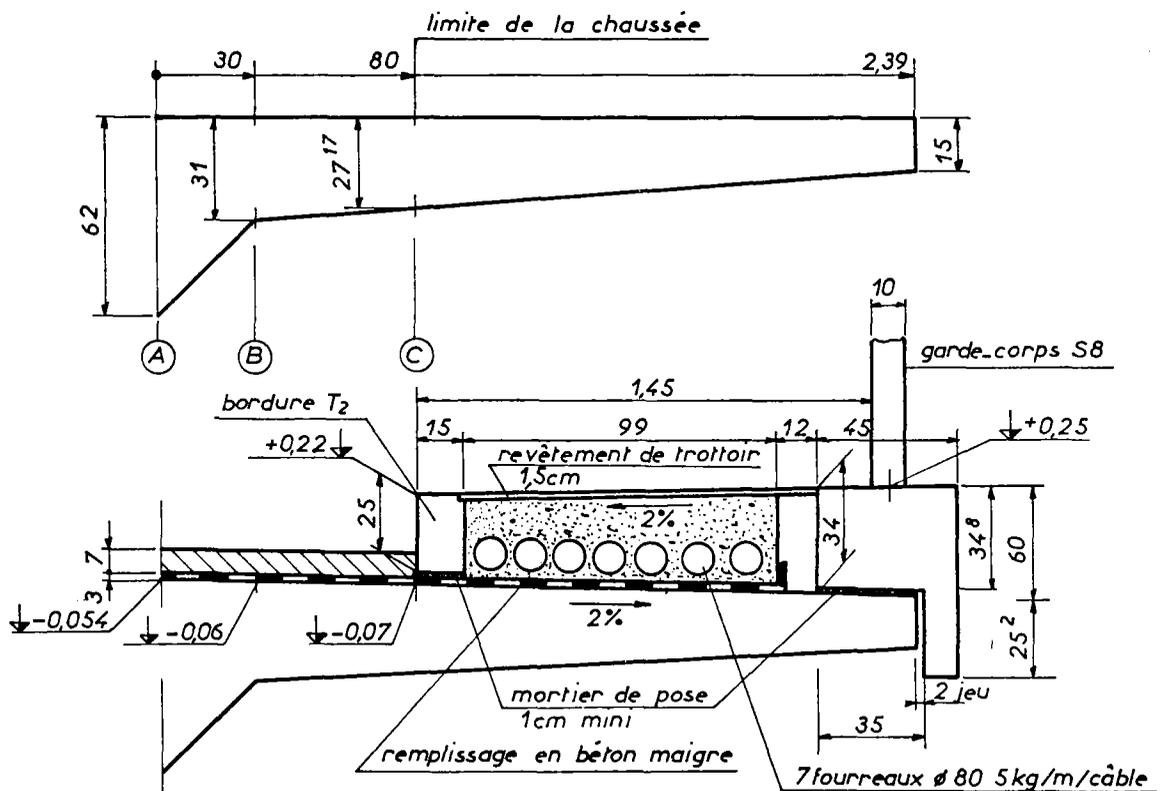
### 1.4.3.3. Schéma de ferrailage



### 1.5. Quatrième exemple, justification d'une dalle en encorbellement

#### 1.5.1. Données

##### - Dimensions



. Béton

$f_{c28} = 30 \text{ MPa}$   
 $f_{t28} = 2,4 \text{ MPa}$   
 $f_{bu} = 17 \text{ MPa}$   
 $f_{bser} = 18 \text{ MPa}$

Armatures

$f_e = 400 \text{ MPa}$   
 $f_{su} = 347,8 \text{ MPa}$

1.5.2. Sollicitations

1.5.2.1. Sollicitations "Go" sous le poids propre de la dalle en encorbellement

Les calculs ont été effectués avec les valeurs probables et une masse volumique de  $2\,500 \text{ kg/m}^3$ , soit  $24\,530 \text{ N/m}^3$ .

Sections	Efforts tranchants N/m	Moments fléchissants Nm/m
C	8 229	5 912
B	11 791	10 893
A	15 213	14 887

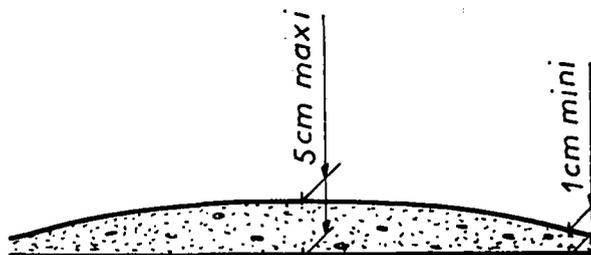
1.5.2.2. Sollicitations "G<sub>1</sub>" sous les actions des superstructures et des accessoires d'équipement

Elles ont été calculées en tenant compte des prescriptions de l'article A.3.1,22. relatives aux actions permanentes pouvant subir des écarts sensibles par rapport à leur valeur moyenne.

Ces variations possibles ont trois origines principales (cf. D.C.C.C.79) :

- 1) les dimensions et masses volumiques (par exemple  $k = 1,03$  et  $0,98$ );
- 2) les imprécisions d'exécution du tablier entraînant :

- . une surépaisseur du mortier de pose des bordures et corniches ( $k = + 5$ ) ;



- . une augmentation de la hauteur des contre-corniches (34 mini, 38 maxi,  $k = 1,12$ ) et du béton de remplissage (27 mini, 31 maxi,  $k = + 1,15$ ) ;
- . une augmentation locale de la charge et du revêtement de chaussée ( $k = 0,8$  et  $k = 1,2$  par exemple) ;

3) les incertitudes sur les réseaux ( $k = 0,8$  et  $k = 1,2$ ).

Dans le cas étudié, les sollicitations sous les actions des superstructures (moments fléchissants et efforts tranchants) subissent des majorations de l'ordre de 15 % lorsqu'on tient compte de ces variations.

Masses et charges

Mortier de pose	:	2 400 kg/m <sup>3</sup>	soit	23 544 N/m <sup>3</sup>
Béton de remplissage	:	2 300 kg/m <sup>3</sup>	soit	22 563 N/m <sup>3</sup>
Garde-corps S8	:	24 kg/m	soit	235 N/m
Câbles sous trottoir	:	5 kg/m	soit	49 N/m
Corniche	:	2 500 kg/m <sup>3</sup>	soit	24 530 N/m <sup>3</sup>

désignation	coefficients de variation k	efforts tranchants (N/m)	bras de levier (m)	moments fléchissants (Nm/m)
<u>section (C)</u>				
Bordure type T <sub>2</sub> 883 N/ml	1,03	909	0,075	68
Mortier de pose (1 cm) 1,00 x 0,15 x 0,01 x 23 544 = 35,3	5 x 1,03	182	0,075	14
Charge sous trottoir : 1,00 x 1,14 x 0,03 x 23 054 = 788,4	1,2	946	0,57	539
Relevé de charge (pris en compte avec la contre-corniche)	-	-	-	-
Béton de remplissage : 5 248 N/ml	1,15 x 1,03	6 216	0,15 + 0,51	4 103
Revêtement de trottoir : 1,00 x 1,11 x 0,015 x 23 054 = 383,8	1,2	461	0,15 + 1,11/2	325
Contre-corniche : 1,00 x 0,12 x 0,34 x 24 530 = 1 000,8	1,12 x 1,03	1 155	1,14 + 0,12/2	1 385
Corniche : 4 360 N/ml	1,03	4 491	1,26 + 0,249	6 777
Mortier de pose (1 cm) : 1 x 0,33 x 0,01 x 23 544 = 77,7	5 x 1,03	400	1,26 + $\frac{0,33}{2}$	570
Garde corps S8 : 235 N/ml	1,03	242	1,50	363
Câbles sous trottoir : 7 x 49 = 343	1,20	412	0,15 + 0,99/2	265
Total section (C)		$V_{G_1(c)} = 15 414$		$M_{G_1(c)} = 14 409$

$$e = \frac{M_{G_1}(c)}{V_{G_1}(c)} = 0,9348 \text{ m}$$

Remarque : Sollicitations non pondérées et coefficients de variation :

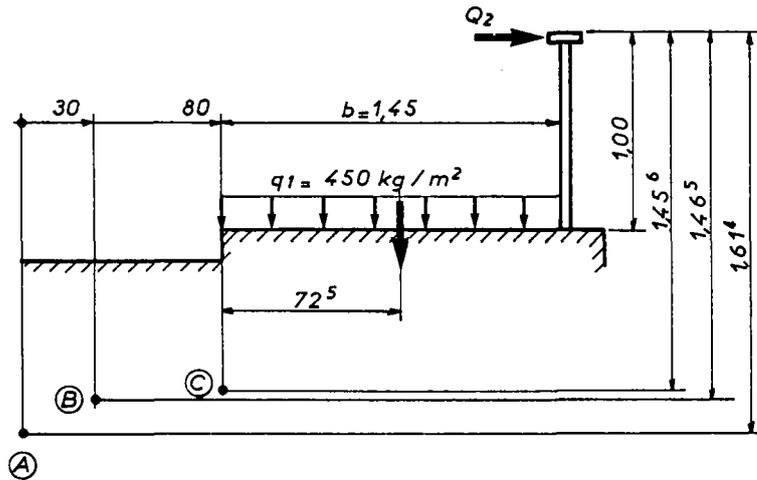
$$V = 13\,355 \text{ N/m} \quad (\Delta = 1,154)$$

$$M = 12\,717 \text{ Nm/m} \quad (\Delta = 1,13)$$

désignation	coefficients de variation k	efforts tranchants (N/ml)	bras de levier (m)	moments fléchissants (Nm/m)
<u>Section (B)</u>				
Chaussée + chape : 1,00 x 0,50 x 0,10 x 23 054 = 1 153	1,20	1 383	0,25	346
Reste des superstructures : (voir section C)		15 414	(0,50 + 0,9348)	22 116
Total section (B)		$V_{G_1}(B) = 16\,797$		$M_{G_1}(B) = 22\,462$
<u>Section (A)</u>				
Chaussée + charge : 1,00 x 0,80 x 0,10 x 23 054 = 1 844	1,20	2 213	0,40	885
Reste des superstructures : (voir section C)		15 414	(0,80 + 0,9348)	26 740
Total section (A)		$V_{G_1}(A) = 17\,627$		$M_{G_1}(A) = 27\,625$

1.5.2.3. Sollicitations sous les charges d'exploitation (sans tenir compte des pondérations (1, 1,07 et 1,2) de l'annexe D du B.A.E.L.)

a) Charges locales de trottoir (article 12 du titre II du fascicule 61 du C.C.T.G.)



Charge locale répartie :

$$q_1 = 450 \text{ kg/m}^2 \quad \text{soit} \quad 4\,415 \text{ N/m}^2$$

$$Q_1 = 1,45 \times 4\,415 = 6\,402 \text{ N}$$

Poussée sur le garde-corps compatible avec la charge locale :

$$Q_2 = 500 (1 + b) = 500 (1 + 1,45) = 1\,225 \text{ N/m} < 2\,500 \text{ N/m}$$

valeur limite

désignation	efforts tranchants (N/m)	bras de levier (m)	efforts normaux (traction) (N/m)	bras de levier (m)	moments fléchissants (Nm/m)
<u>section (C)</u>					
charge locale	6 402	0,725	-	-	4 641
poussée	-	-	1 225	1,456	1 784
total	6 402		1 225		6 425
<u>section (B)</u>					
charge locale	6 402	1,225	-	-	7 842
poussée	-	-	1 225	1,465	1 795
total	6 402		1 225		9 637
<u>section (A)</u>					
charge locale	6 402	1,525	-	-	9 763
poussée	-	-	1 225	1,614	1 977
total	6 402		1 225		11 740

Remarque : L'effort normal de traction très faible sera négligé dans la suite des calculs.

b) Charges de type B sur trottoir et en bordure de chaussée

Les charges placées en bordure de trottoir sont compatibles avec la charge locale de trottoir (150 kg/m<sup>2</sup>) et la poussée sur le garde-corps.

- Coefficient de majoration dynamique

$$\delta = 1 + \frac{0,4}{1 + 0,2 L} = \frac{0,6}{1 + \frac{4 G}{S}}$$

. L = 7 m largeur roulable (ou distance entre plans moyens des poutres de rive).

. G poids total d'une section de couverture de longueur L = 7 m et de toute largeur y compris les superstructures (valeurs probables)..

dalle de couverture = 428 932 N

superstructures (chaussée, chape, trottoirs...) = 299 936 N

G = 728 868 N

. P poids total des essieux du système B qu'il est possible de placer sur la longueur L majorée par les coefficients (b<sub>c</sub> ou b<sub>t</sub>).

Pont de 1ère classe à 2 voies		P <sub>Bc</sub> = 60 000 × 9,81 × 1,10 = <u>647 460 N</u>
		P <sub>Bt</sub> = 8 × 8 000 × 9,81 × 1 = 627 840 N

δ = 1,276

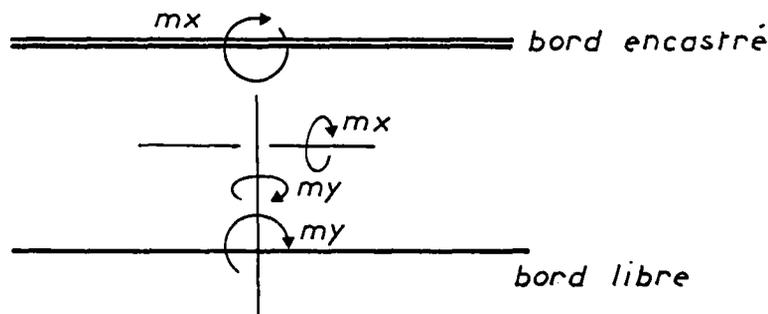
- Moments fléchissants sous B<sub>c</sub>, B<sub>t</sub> et B<sub>r</sub>

. Remarques préliminaires

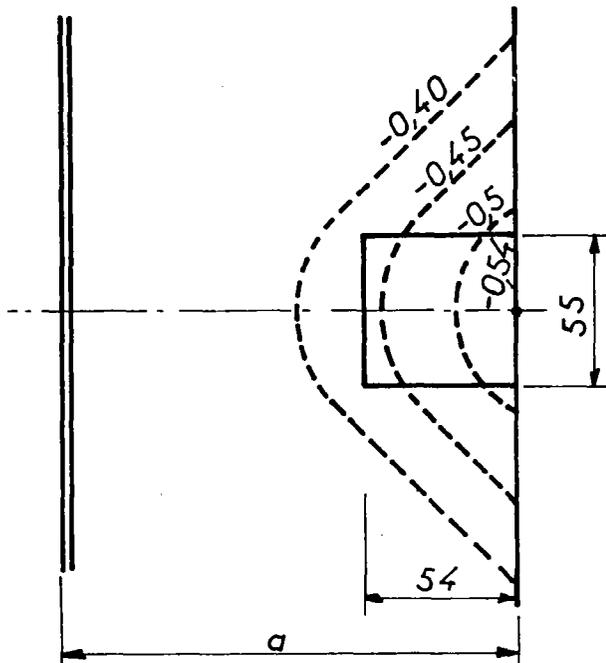
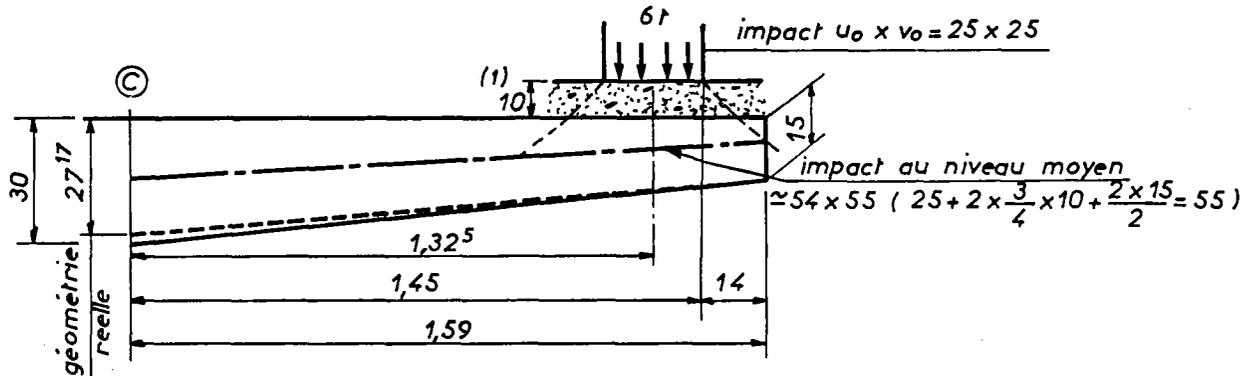
Les abaques du B.T. n° 1 du S.E.T.R.A. traitent le cas des dalles d'épaisseur constante. Ils donnent des résultats sous-estimés dans le cas des dalles d'épaisseur fortement variable comme le montre le calcul ci-après.

De plus, ces abaques ne tiennent pas compte des différentes valeurs du coefficient de Poisson (Art. A.2.1,3.).

Ce dernier point n'intervient pas dans le calcul des moments d'encastrement et de bordure mais joue dans le calcul du moment en partie courante.



- Calcul des moments fléchissants sous la roue de 6 t dans le cas d'une dalle d'épaisseur variable (de 1 à 2) avec l'aide des abaques d'Homberg et Ropers.



mise à l'échelle de l'impact sur l'abaque :

$$a = 1,59 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

$$0,55 : \quad 0,55 \times \frac{5}{1,59} \approx 1,7 \text{ cm}$$

$$0,54 : \quad 0,54 \times \frac{5}{1,59} \approx 1,7 \text{ cm}$$

cote moyenne Z de l'impact :

$$Z = - 0,482$$

Moment à l'encastrement sous la roue de 6 t : (58 860 N).

$$M_e(c) = - 0,482 \times 58 \ 860 = 28 \ 370 \text{ N/m}$$

Le même calcul effectué au moyen de l'abaque n° 4 page 176 du B.T. n° 1 du S.E.T.R.A. donne :

$$M_e(c) = 26 \ 100 \text{ Nm/m (soit une sous-estimation de 8,7 \%)}.$$

Le calcul des moments fléchissants sera donc effectué avec l'aide des abaques du B.T. 1 en tenant compte d'une majoration "K" arrondie à 10 % (sauf pour le moment longitudinal).

(1) Les 10 cm correspondent à l'épaisseur de la chaussée pour permettre une comparaison avec les abaques du B.T. n° 1 du S.E.T.R.A.

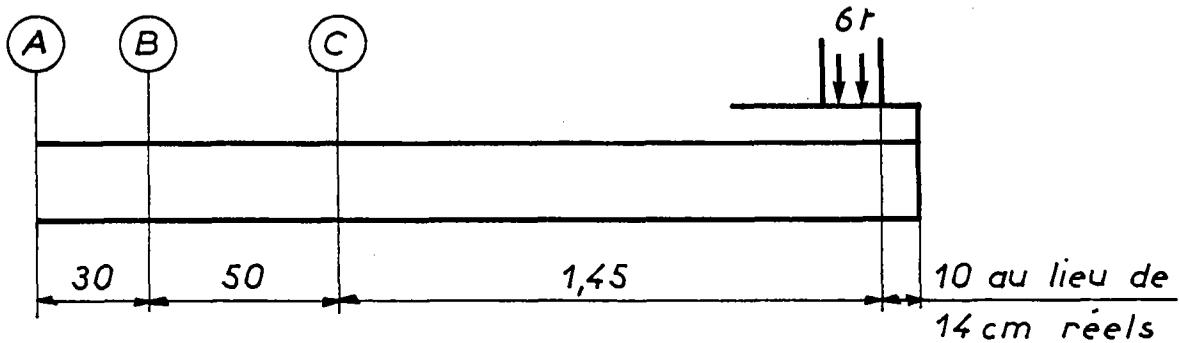
. Calcul des moments fléchissants avec l'aide des abaques du B.T. 1

caractéristiques de la dalle :

$$E = \frac{3}{4} e + \frac{h}{2} = \frac{3}{4} \times 10 + \frac{15}{2} = 15 \text{ cm}$$

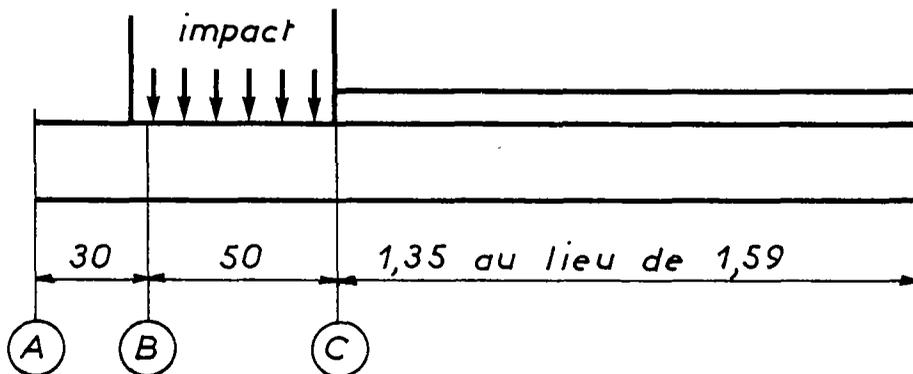
cas de la roue de 6 t :

$$a = \begin{cases} \text{section A :} & 0,30 + 0,50 + 1,45 + 0,10 = 2,35 \text{ m} \\ \text{section B :} & 0,50 + 1,45 + 0,10 = 2,05 \text{ m} \\ \text{section C :} & 1,45 + 0,10 = 1,55 \text{ m} \end{cases}$$



cas de la roue de  $B_r$  et de l'essieu  $B_t$  ( $B_c$  n'est pas prépondérant) :

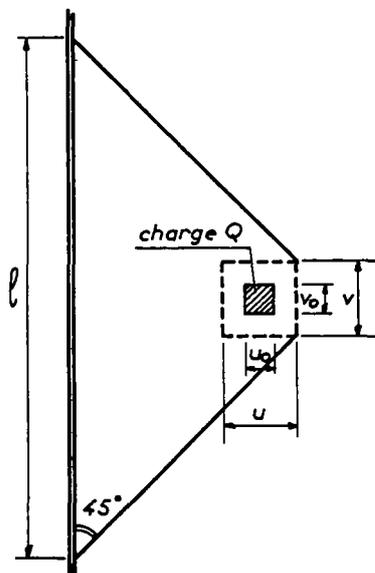
$$a = \begin{cases} \text{section A :} & 0,30 + 0,50 + 1,35 = 2,15 \text{ m} \\ \text{section B :} & 0,50 + 1,35 = 1,85 \text{ m} \\ \text{section C :} & 1,35 = 1,35 \text{ m} \end{cases}$$



cas de charge	(1) moment à l'encastrement (Nm/m)			moment longitudinal (Nm/m) (1)
	$B_t$	$B_r$	6 t	6 t (prépondérant)
coefficients de majoration (1)	$\delta = 1,276$ $b_t = 1$ $K = 1,10$	$\delta = 1,276$ $K = 1,10$	$\delta$ (non) $K = 1,10$	$\delta$ (non)
section A	$24\ 000 \times 1,404 \approx 33\ 700$	$27\ 200 \times 1,404 \approx 38\ 200$	$27\ 200 \times 1,10 \approx 29\ 900$	19 800
section B	$11\ 000 \times 1,404 \approx 15\ 430$	$18\ 800 \times 1,404 \approx 26\ 400$	$26\ 800 \times 1,10 \approx 29\ 500$	
section C			$26\ 100 \times 1,10 \approx 28\ 600$	

- efforts tranchants sous  $B_c$ ,  $B_t$  et  $B_r$

L'effort tranchant est obtenu en admettant une diffusion à  $45^\circ$  des efforts à partir de l'impact au niveau du feuillet :



$$V = \frac{Q}{1}$$

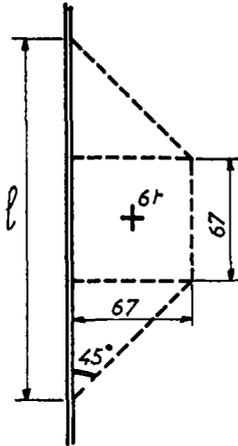
Compte tenu des différents coefficients majorateurs ( $\delta$ ,  $b_t$ ,  $b_c$ ), c'est la roue de 6 t qui crée l'effort tranchant maximal dans la section C et le camion  $B_c$  dans les sections A et B.

(1) sans tenir compte des coefficients de l'annexe D.1.1,1 qui permettent d'obtenir les valeurs nominales des charges d'exploitation (aux E.L.U. et E.L.S.).

. Section C (roue de 6 t)

$$u = u_0 + 2 \times \frac{3 e}{4} + \frac{2 h}{2} = 25 + 2 \times \frac{3}{4} \times 10 + 2 \times \frac{27}{2} = 67 \text{ cm}$$

$$v = v_0 + 2 \times \frac{3 e}{4} + \frac{2 h}{2} = 25 + 2 \times \frac{3}{4} \times 10 + 2 \times \frac{27}{2} = 67 \text{ cm}$$



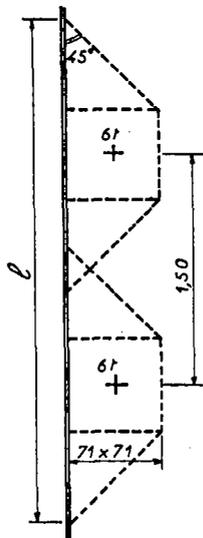
$$l = 3 \times 0,67 = 2,01 \text{ m}$$

$$V_{Q1} = \frac{58\ 860}{2,01} \approx 29\ 300 \text{ N/m}$$

. Sections A et B (convoi B<sub>C</sub>)

$$u = u_0 + 2 \times \frac{3 e}{4} + \frac{2 h}{2} = 25 + 2 \times \frac{3}{4} \times 10 + 2 \times \frac{31}{2} = 71 \text{ cm}$$

$$v = v_0 + 2 \times \frac{3 e}{4} + \frac{2 h}{2} = 25 + 2 \times \frac{3}{4} \times 10 + 2 \times \frac{31}{2} = 71 \text{ cm}$$



$$l = 1,50 + 2 \times \frac{0,71}{2} + 2 \times 0,71 = 3,63 \text{ m}$$

Avec :  $\delta = 1,276$  et  $b_C = 1,2$  (pont de 1ère classe avec 1 voie chargée).

$$V_{Q2} = \frac{2 \times 58\ 860 \times 1,2 \times 1,276}{3,63} \approx 49\ 650 \text{ N/m}$$

1.5.2.4. Sollicitations de calcul à l'E.L.U.

combinaison fondamentale :

$$S_u = 1,35 G_{\max} + G_{\min} + 1,5 Q_1 + 1,3 \sum \psi_{oi} Q_i$$

Les charges de chaussée, trottoirs et garde-corps du titre II du fascicule 61 du C.P.C. sont à majorer par 1,07 pour obtenir les valeurs nominales des charges d'exploitation (annexe D.1.1. du B.A.E.L. 83).

- moments fléchissants

sections	charges permanentes			charges d'exploitation x 1,5 x 1,07 (1,605)			moment total maximal M ( Nm/m)
	G <sub>0</sub>	G <sub>1</sub>	total x 1,35	charges locales	charges en bordure de chaussée	roue 6 t	
A	14 887	27 625	42 512 x 1,35 = 57 391	11 740 x 1,605 = 18 843	38 200 x 1,605 = 61 311	29 900 x 1,605 = 47 990	137 545
B	10 893	22 462	33 355 x 1,35 = 45 029	9 637 x 1,605 = 15 467	26 400 x 1,605 = 42 372	29 500 x 1,605 = 47 348	102 868
C	5 912	14 409	20 321 x 1,35 = 27 433	6 425 x 1,605 = 10 312	X	28 700 x 1,605 = 46 064	73 497
Mt longitudinal	X	X	X	X	X	19 800 x 1,605 = 31 779	31 312

- Efforts tranchants

sections	charges permanentes			charges d'exploitation x 1,5 x 1,07 (1,605)			effort tranchant maximal V <sub>U</sub> (Nm/m)
	G <sub>0</sub>	G <sub>1</sub>	total x 1,35	charges locales	charges en bordure de chaussée	roue 6 t	
A	15 213	17 627	32 840 x 1,35 = 44 334	6 402 x 1,605 = 10 275	49 650 x 1,605 = 79 688	X	134 297
B	11 791	16 797	28 588 x 1,35 = 38 594	6 402 x 1,605 = 10 275	49 650 x 1,605 = 79 688	X	128 557
C	8 229	15 414	23 643 x 1,35 = 31 918	6 402 x 1,605 = 10 275	X	29 300 x 1,605 = 47 027	78 945

1.5.2.5. Sollicitations de calcul à l'E.L.S.

combinaison rare :

$$G_{\max} + G_{\min} + \sum \psi_{oi} Q_i$$

D'après l'annexe D.1.1. les charges de chaussée sont à majorer par 1,2 les charges de trottoir et garde-corps par 1. La roue de 6 t n'est prise en compte qu'à l'E.L.U. (article 12;2. du titre II du fascicule 61 du C.P.C.)

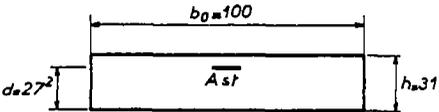
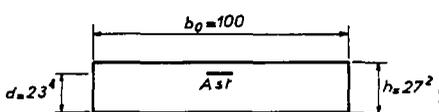
sections	charges permanentes			charges d'exploitation (x 1 ou 1,2)		moment maximal $M_{ser}$ (Nm/m)
	G <sub>o</sub>	G <sub>1</sub>	total	charges locales	charges en bordure de chaussée	
A	14 887	27 625	<u>42 512</u>	11 740 x 1 = <u>11 740</u>	38 200 x 1,2 = <u>45 840</u>	100 092
B	10 893	22 462	<u>33 355</u>	9 637 x 1 = <u>9 637</u>	26 400 x 1,2 = <u>31680</u>	76 672
C	5 912	14 409	<u>20 321</u>	6 425 x 1 = <u>6 425</u>		26 746

1.5.3. Détermination du ferrailage

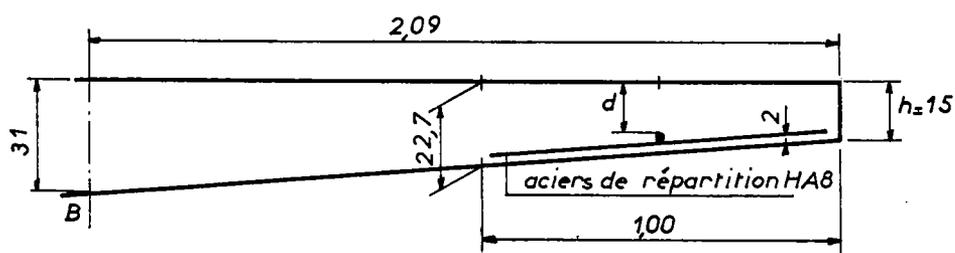
1.5.3.1. Au niveau des sections d'encastrement A, B et C

La hauteur de la section A étant beaucoup plus importante que celle de la section B toute proche, il est donc inutile de dimensionner les armatures en A.

L'enrobage des armatures de l'encorbellement est de 3 cm (article A.7.1.)

sections	section B	section C
désignation		
$M_U$ (MN/m)	$102,868 \times 10^{-3}$	$73,497 \times 10^{-3}$
$d = h - e - \frac{\theta}{2}$	$31 - 3 - \frac{1,6}{2} = 27,2$	$27,2 - 3 - \frac{1,6}{2} = 23,4$
$\mu = \frac{M_U}{b_o d^2 f_{bu}}$	$0,08179 < \mu_{AB} = 0,186$ domaine 1	$0,07896 < \mu_{AB} = 0,186$ domaine 1
$\beta = 1 - \sqrt{1 - 2\mu}$	0,0854	0,0823
$z = d (1 - 0,5\beta)$ (m)	0,26	0,224
$A_{st} = \frac{M_U}{z f_{su}}$	<u>11,38</u> (prépondérant)	9,43 (non prépondérant)
calcul à l'E.L.S. avec $f_{s\text{ser}} = 300 \text{ MPa}$		
$M_{\text{ser}}$ (MN/m)	$74,672 \times 10^{-3}$	$26,746 \times 10^{-3}$
$\alpha_{AB} = \frac{n f_{b\text{ser}}}{n f_{b\text{ser}} + f_{s\text{ser}}}$	0,4737	CALCUL INUTILE
$M_{AB} = b_o d^2 f_{b\text{ser}} \alpha_{AB} \left(1 - \frac{\alpha_{AB}}{3}\right)$ (MN/m)	$265,612 \times 10^{-3} > M_{\text{ser}}$	
$z = d \left(1 - \frac{\alpha_{AB}}{3}\right)$ (m)	0,229	
$A_{st} = \frac{M_{\text{ser}}}{z f_{s\text{ser}}}$ (cm <sup>2</sup> /m)	10,86 (non prépondérant)	
soit	HA 16 e = 0,175 (11,48 cm <sup>2</sup> /m)	

1.5.3.2. Armatures longitudinales ( $M_u = 31,312 \times 10^{-3}$  MNm/m)



$$h_{\text{moyen}} = \frac{22,7 + 15}{2} = 19 \text{ cm}$$

$$d = 19 - 2 - 0,8 - \frac{1,2}{2} = 15,6 \text{ cm}$$

$$\mu = \frac{M_u}{b_o d^2 f_{bu}} = \frac{31,312 \times 10^{-3}}{1 \times 0,156^2 \times 17} = 0,07568 < \mu_{AB} \quad \text{domaine 1}$$

$$\beta = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 0,07879$$

$$z = d (1 - 0,5\beta) = 0,150 \text{ m}$$

$$A_{st} = \frac{M_u}{z f_{su}} = 6,00 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \text{soit HA 12} \quad e = 18 (6,28 \text{ cm}^2/\text{m})$$

1.5.3.3. Ferraillage de l'encorbellement (en partie courante)

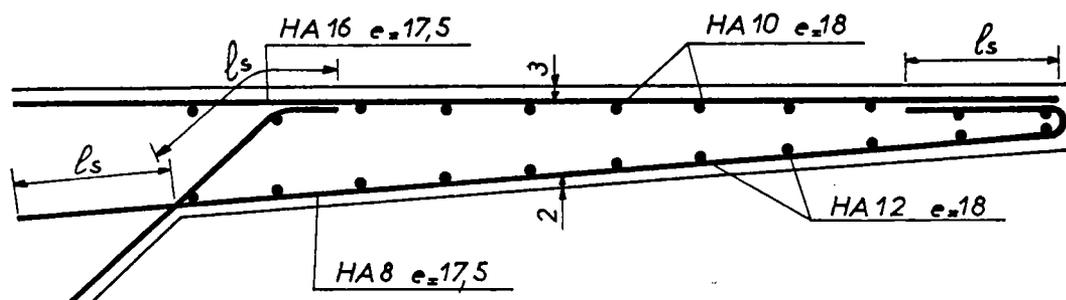
Les armatures dans les directions perpendiculaires sont déterminées par l'application de l'article A.8.2,42.

Armatures longitudinales supérieures :  $\frac{11,48}{3} = 3,82 \text{ cm}^2/\text{m}$

soit HA 10  $e = 18 (4,36 \text{ cm}^2/\text{m})$

Armatures transversales inférieures :  $\frac{6,28}{3} = 2,09 \text{ cm}^2/\text{m}$

soit HA 8  $e = 17,5 (2,87 \text{ cm}^2/\text{m})$





## 2 - CALCUL DES PIÈCES SOUMISES A DES EFFORTS CONCENTRES

(dés d'appui, têtes de piles, sommiers des culées, entretoises, zones d'appui de palées provisoires, articulations...)

### 2.1. Généralités

Les projeteurs se trouvent très souvent confrontés à la justification d'éléments de structures soumis à des efforts concentrés. Il y a lieu de citer par exemple la tête d'une pile au droit des appareils d'appui, sous les emplacements de vérinage et dans la zone des calages provisoires...

Le B.A.E.L. 83 répond en partie au problème posé dans son article A.8.4 (pressions localisées, frettage, articulations), mais il renvoie au chapitre 8 et à l'annexe 4 des règles B.P.E.L. 83 pour la détermination du ferrailage destiné à assurer la diffusion des efforts concentrés (commentaire \* de l'article A.8.4,12.). Or, les justifications du B.P.E.L. se font sous les sollicitations de service et celles du B.A.E.L. sous les sollicitations ultimes.

Le but du présent texte est donc de fournir avec un exemple numérique (§ 2.3) des règles de calcul (§ 2.2) issues des règles B.P.E.L. 83 mais compatibles avec celles modifiées de l'article A.8.4. du B.A.E.L. 83 (pour le calcul des articulations, se reporter à l'article A.8.4,3 du B.A.E.L.)

De plus, ce texte comporte un complément sur les dispositions constructives des dés d'appui (§ 2.4). Les présentes règles de calcul sont donc à viser dans les C.C.T.P.

#### Nota

Les formules, visées à l'article A.8.4. du B.A.E.L. 83, sont dues à M. CAQUOT. Elles concernent la résistance du béton non armé vis-à-vis des efforts concentrés. Les armatures, qui n'interviennent pratiquement pas avant la fissuration, ont pour but d'assurer la sécurité de la pièce vis-à-vis de la ruine, voire d'augmenter la capacité portante (cas des pièces frettées).

Pour tenir compte des résultats des essais entrepris sous l'égide de l'UTI et du SETRA (Annales de l'I.T.B.T.B. n° 439 de novembre 1985 - série béton n° 234) qui révèlent que les règles B.A.E.L. 83 peuvent être dans certains cas assez optimistes, la formule donnant le coefficient K est modifiée comme suit (béton traditionnel) :

$$K = 1 + \left[ 3 - \frac{4}{3} \left( \frac{a_0}{a} + \frac{b_0}{b} \right) \right] \sqrt{\left( 1 - \frac{4}{3} \frac{a_0}{a} \right) \left( 1 - \frac{4}{3} \frac{b_0}{b} \right)} \leq 3,3$$

. Le coefficient 4/3 impose un débord minimal :

$$\left[ \begin{array}{l} \frac{a - a_0}{2} > \frac{a_0}{6} \\ \frac{b - b_0}{2} > \frac{b_0}{6} \end{array} \right]$$

La valeur  $K = 3,3$  correspond à un débord maximal au-delà duquel son influence favorable plafonne,

débord tel que :

$$\left[ \begin{array}{l} \frac{a}{a_0} > 10 \\ \frac{b}{b_0} > 10 \end{array} \right.$$

## 2.2. Règles de calcul

### 2.2.1. Niveau de diffusion (section $S_A$ )

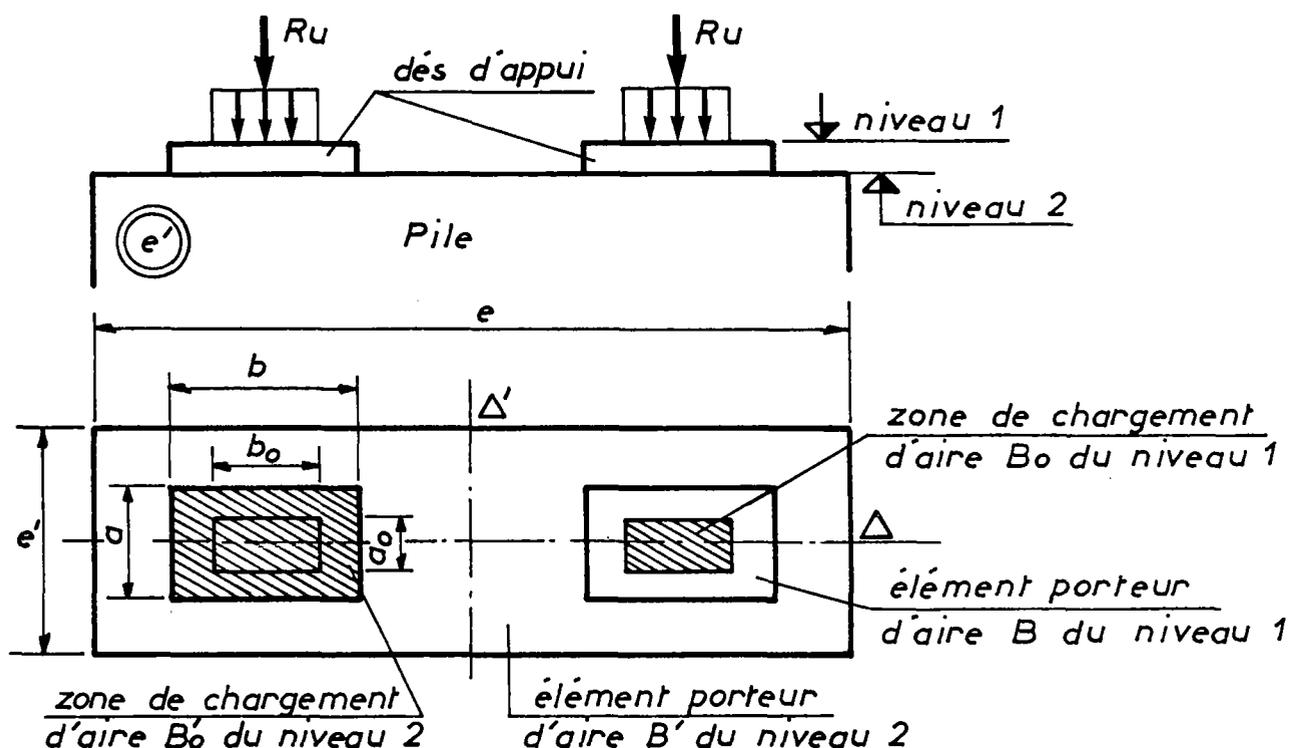


figure 1

Lorsqu'une pièce d'aire B est soumise à une pression uniforme sur une partie de sa surface d'aire  $B_0$  (se reporter à la figure 1 qui matérialise le cas de dés d'appui en tête d'une pile) :

#### 1er cas

si les dimensions en plan de B sont telles que les efforts puissent s'y diffuser sous un angle  $\alpha$  au moins égal à  $\arctg 2/3$  dans les deux plans perpendiculaires  $\Delta$  et  $\Delta'$  (l'article 8.2 du B.P.E.L. autorisant cette simplification du caractère tridimensionnel de la diffusion) et sous réserve que la

condition de débord minimal soit respectée ( $> \frac{a_0}{6}$  et  $> \frac{b_0}{6}$ ) les justifications

sont à effectuer en partant du niveau 1 considéré comme section  $S_A$  (se reporter à la figure 2). Il s'agit par exemple du cas d'un dé d'appui de faible hauteur.

Il y a cependant lieu de vérifier les pressions localisées aux niveaux 1 et 2.

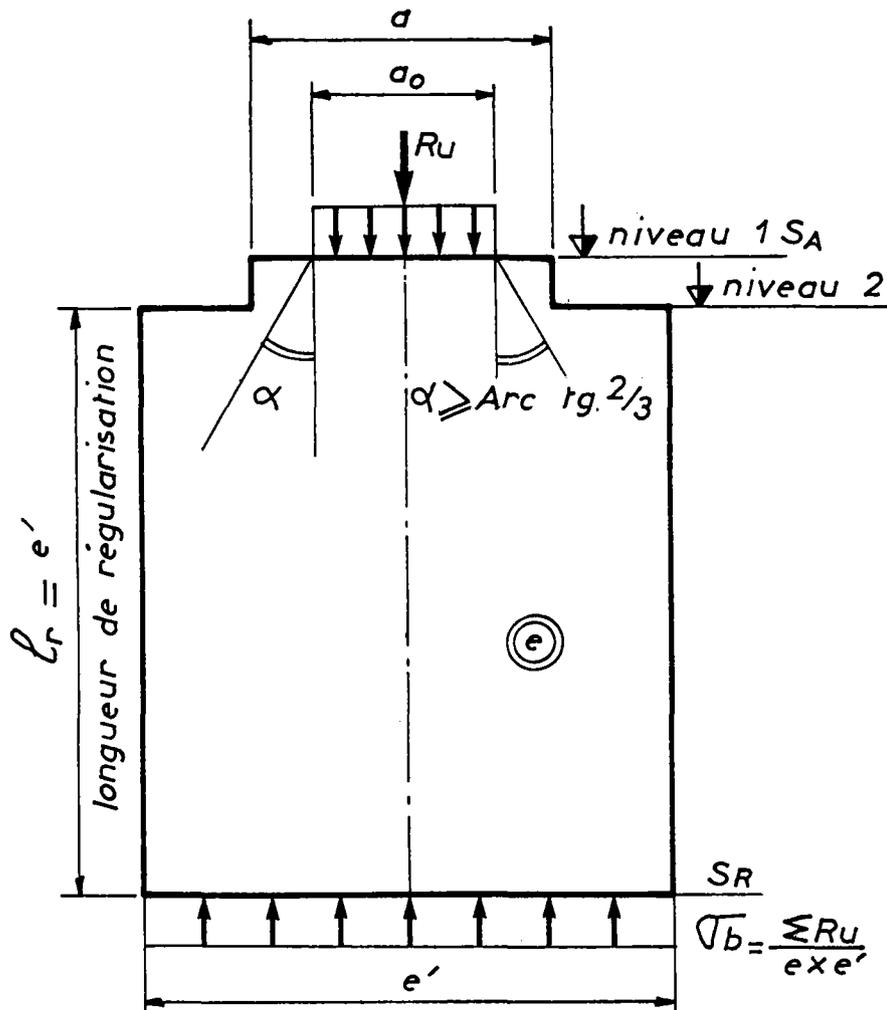


figure 2

2ème cas

Dans le cas contraire, l'élément, si ses dimensions l'autorisent (se reporter à l'article A.8.4.2. frettage), est à considérer comme une pièce frettée. La diffusion des efforts s'effectue alors à partir du niveau 2 considéré comme section  $S_A$  (se reporter à la figure 3). Il s'agit par exemple du cas d'un dé d'appui de hauteur moyenne.

Les vérifications des pressions localisées sont à effectuer uniquement au niveau 2.

Si les dimensions de l'élément ne permettent pas de le considérer comme une pièce frettée (par exemple  $h > 2 a$ ), il faut faire deux études de diffusion, l'une à partir du niveau 1 et l'autre à compter du niveau 2. Il faut également vérifier les pressions localisées à ces deux niveaux.

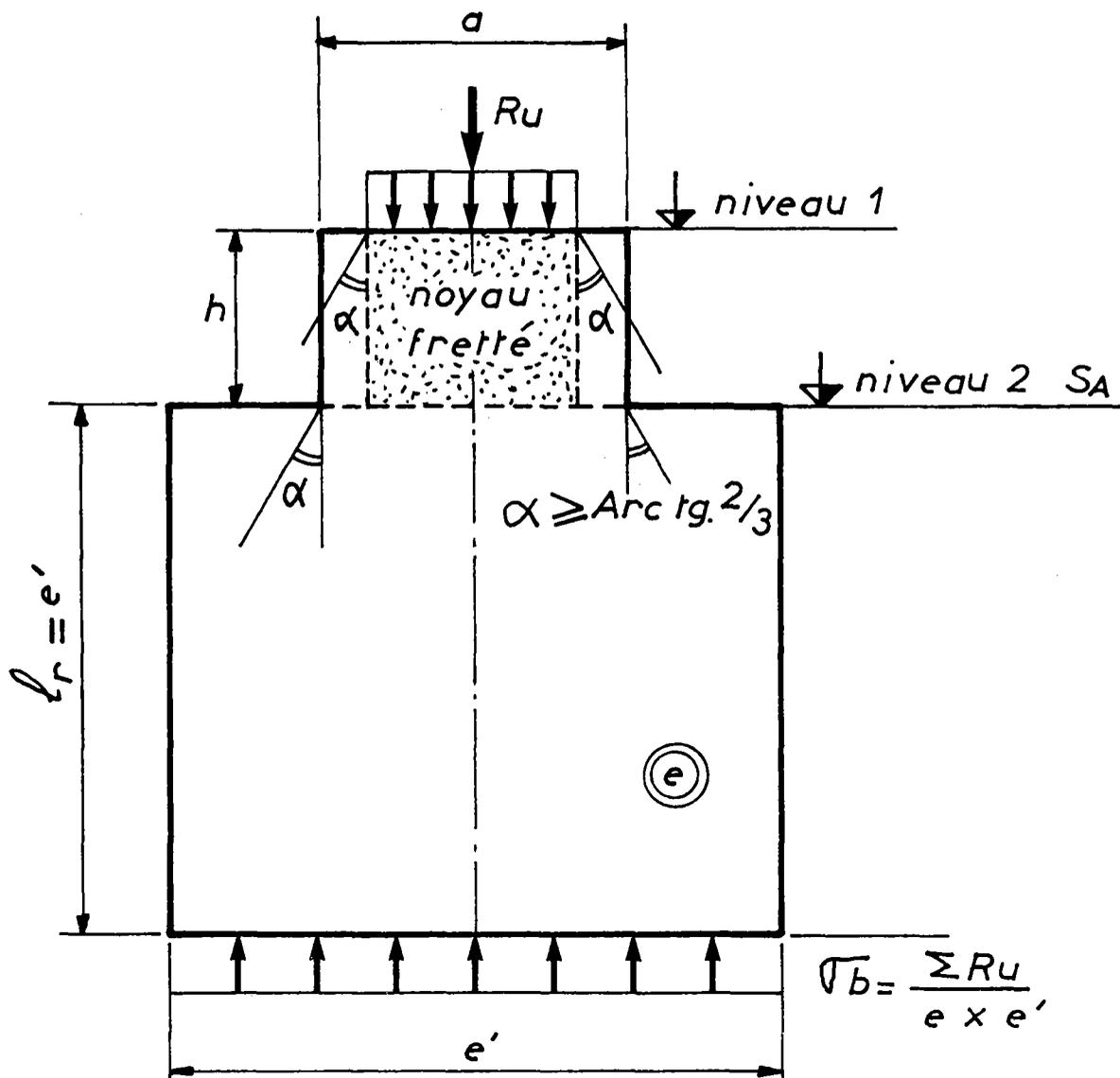


figure 3

**Remarque :** Le recours au frettage est envisageable lorsque la condition de pression localisée ne peut être satisfaite. Il en est ainsi des articulations visées par l'article A.8.4,3 du B.A.E.L.

### 2.2.2. Vérifications à effectuer

Les vérifications à effectuer sont résumées dans le tableau synoptique ci-après. Les unes font directement référence aux articles A.8.4,1 (modifié) et A.8.4.2. du B.A.E.L. et les autres sont issues du cas de la post-tension, lorsque  $S_A$  est section d'about, de l'annexe 4 du B.P.E.L. (zones de première régularisation et équilibre général de diffusion pure).

VERIFICATIONS A L'E.L.U.		
<p>sous les combinaisons d'actions fondamentales</p> $\left  \begin{array}{l} \gamma_b = 1,5 \\ \gamma_s = 1,15 \end{array} \right $ <p>sous les combinaisons d'actions accidentelles</p> $\left  \begin{array}{l} \gamma_b = 1,15 \\ \gamma_s = 1 \end{array} \right $	$f_{bu} = 0,85 \frac{f_{cj}}{\gamma_b}$ $f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$	
vérifications à effectuer dans les plans $\Delta$ et $\Delta'$	formules à appliquer	observations
pressions localisées au niveau 1 (*)	$\sigma_b = \frac{R_u}{B_o} < K f_{bu} \quad \text{avec } K < 3,3$	article A.8.4,1. modifié du B.A.E.L. ( $B_o = a_o b_o$ et $B = a b$ dans le cas des figures du § 2.2.1 ci-dessus) vérifier le débord minimal et introduire 4/3 dans le calcul de K.
pressions localisées au niveau 2 (*)	$\sigma_b = \frac{R_u}{B'_o} < K f_{bu} \quad \text{avec } K < 3,3$	idem ( $B'_o = a b$ et $B' = e e'$ dans le cas des figures du § 2.2.1 ci-dessus. Comme $B'_f$ et $B_o$ n'ont pas même centre de gravité, il faut appliquer le dernier alinéa de l'article A.8.4,1.
élément fretté (2e cas du § 2.2.1) - dimensions	$a > 25 \text{ cm}$ $h < 2 a$ $B_f > B_o$	article A.8.4,2. du B.A.E.L. a : plus petite dimension transversale de la pièce frettée $B_f$ représente l'aire du noyau fretté. ( $B_f < a_o b_o$ dans le cas des figures du § 2.2.1)
- frettage	$\sigma_b = \frac{R_u}{B_f} < f_{bu} \left( 1 + 2 \rho_t \frac{f_e}{f_{cj}} \right)$ <p>avec</p> $\left  \begin{array}{l} f_{cj} > 24 \text{ MPa} \\ \rho_t < 0,04 \end{array} \right $	
- armatures longitudinales	dispositions constructives des pièces comprimées	article A.8.1. du B.A.E.L.

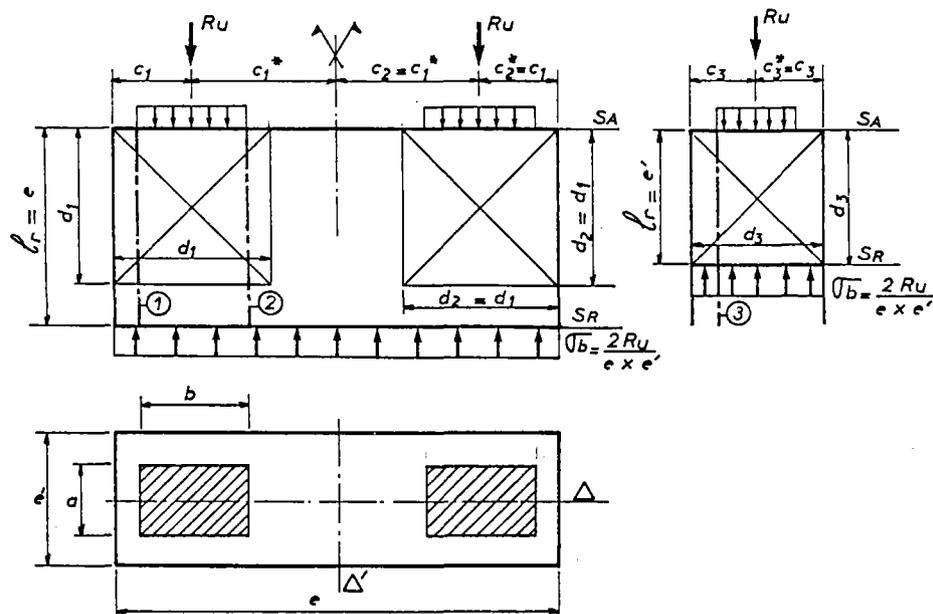


figure 4

<p>zones de première régularisation (cas de la figure 4)</p> <p>dimensions des prismes symétriques</p>	$d_j = 2 \min \begin{cases} c_i \\ c_i^* \end{cases}$	<p>articles 1.1,13 et 1.1,14 de l'annexe 4 du B.P.E.L.</p>
<p>contraintes de compression du béton</p>	<p>suitant le plan <math>\Delta</math> : <math>\sigma_b = \frac{R_u}{d_j e'} \leq 0,9 f_{cj}</math> (1)</p> <p>suitant le plan <math>\Delta'</math> : <math>\sigma_b = \frac{R_u}{d_j e} \leq 0,9 f_{cj}</math> (1)</p>	<p>suitant <math>\Delta</math>, <math>d_j = d_1</math> ou <math>d_2</math></p> <p>suitant <math>\Delta'</math>, les diffusions des efforts se cumulent (<math>\Sigma R_u = 2 R_u</math>) et <math>d_j = d_3</math></p>
<p>contraintes d'éclatement du béton</p>	<p>suitant le plan <math>\Delta</math> :</p> $\sigma_{te} = 0,5 \left(1 - \frac{b}{d_j}\right) \frac{R_u}{d_j e'} \leq 1,7 f_{tj}$ (1) <p>suitant le plan <math>\Delta'</math> :</p> $\sigma_{te} = 0,5 \left(1 - \frac{a}{d_j}\right) \frac{\Sigma R_u}{d_j e} \leq 1,7 f_{tj}$ (1)	<p><u>Remarque</u> : La condition de pression localisée (*) est prépondérante. Il n'est donc pas utile de faire ces deux vérifications de contraintes.</p>
<p>frettage de surface</p>	<p>suitant les 2 plans : <math>A_s &gt; \frac{0,04 R_u}{f_{su}}</math></p>	

(1) pour les combinaisons accidentelles, les contraintes limites sont à majorer dans le rapport : 1,5 / 1,15

vérifications à effectuer dans les plans $\Delta$ et $\Delta'$	formules à appliquer	observations
ferraillage d'éclatement	<p><u>suivant le plan <math>\Delta</math></u> :</p> $\begin{cases} A_{e1} = 0,25 \left(1 - \frac{b}{d_j}\right) \frac{R_u}{f_{su}} \\ A_{e2} = 0,15 \frac{R_u}{f_{su}} \end{cases}$ <p>prendre <math>A_e \geq \max \begin{cases} \max A_{e1} \\ \max A_{e2} \end{cases}</math></p> <p><u>suivant le plan <math>\Delta'</math></u> :</p> $\begin{cases} A_{e1} = 0,25 \left(1 - \frac{a}{d_j}\right) \frac{R_u}{f_{su}} \\ A_{e2} = 0,15 \frac{R_u}{f_{su}} \end{cases}$ <p>prendre <math>A_e \geq \max \begin{cases} \max A_{e1} \\ \max A_{e2} \end{cases}</math></p> <p>dispositions constructives</p>	<p>dans le cas de la figure 4, la charge est en position extrême près d'un parement (<math>k_j = 1</math>)</p> <p>dans le cas contraire, il faut prendre <math>k_j = 1,5</math> et la formule de <math>A_{e1}</math> devient :</p> $A_{e1} = 0,17 \left(1 - \frac{b}{d_j}\right) \frac{R_u}{f_{su}}$ <p>dans le plan <math>\Delta'</math>, ce ferraillage est à placer sous chaque charge</p> <p>se reporter au § 1.2,22 de l'annexe 4 du B.P.E.L.</p>
équilibre général de diffusion pure	<p>suivant le plan <math>\Delta</math> :</p> $l_T = e \quad \text{et} \quad \sigma_b = \frac{\sum R_u}{e e'}$ <p>il faut calculer dans les 2 plans le cisaillement <math>V_x</math> en considérant les plans de coupure (1), (2), (3).</p>	<p>se reporter à l'annexe 4 du B.P.E.L.</p>
cisaillement du béton	<p>suivant le plan <math>\Delta</math>                      suivant le plan <math>\Delta'</math></p> $\tau_d = \frac{2 V_x \max}{e' l_T} \qquad \qquad \tau_d = \frac{2 V_x \max}{e l_T}$ <p style="text-align: center;">(1)</p> <p>vérifier : <math>(\tau_d + \tau) &lt; 2 f_{tj}</math></p>	<p><math>\tau</math> est le cisaillement concomitant éventuel</p>

(1) pour les combinaisons accidentelles, les contraintes limites sont à majorer dans le rapport : 1,5 / 1,15

vérifications à effectuer dans les plans $\Delta$ et $\Delta'$	formules à appliquer	observations
armatures de couture (suivant les 2 plans $\Delta$ et $\Delta'$ )	$A_c > \frac{ V_{xe} _{\max} - N_c}{f_{su}}$ <p>avec : <math>V_{xe,\max} = V_{x,\max} \left[ 1 - \left( \frac{f_{tj}}{2,2 \tau_d} \right)^2 \right]</math></p> <p>si <math>A_c \leq A_s + A_e</math>, il n'est pas nécessaire de placer des aciers complémentaires,</p> <p>si <math>A_c &gt; A_s + A_e</math>, il faut placer <math>A_c - A_s - A_e</math> sur <math>2/3 l_r</math> à partir de <math>S_A</math></p>	<p><math>N_c</math> est l'effort normal concomitant sur le plan de coupure où règne <math>V_{x,\max}</math></p> <p><math>N_c</math> est <math>&gt; 0</math> s'il s'agit d'une compression.</p>

Nota : pour passer des formules du B.P.E.L. à celles du tableau ci-dessus, il faut faire intervenir le rapport  $\rho$  ( $\rho \approx 1,35$ ) entre les sollicitations ultimes et les sollicitations de service et les valeurs de  $\gamma_b$  et  $\gamma_s$  qui dépendent du type de combinaisons.

En prenant par exemple la formule donnant la compression du béton :

$$\sigma_b = \frac{R_{ser}}{d e'} \leq \frac{2}{3} f_{cj}$$

Sous les combinaisons fondamentales :

$$\sigma_b = \frac{R_u}{\rho d e'} \leq \frac{2}{3} f_{cj}$$

$$\sigma_b = \frac{R_u}{d e'} \leq \frac{2}{3} f_{cj} \times \rho = \frac{2}{3} \times 1,35 f_{cj} = 0,9 f_{cj}$$

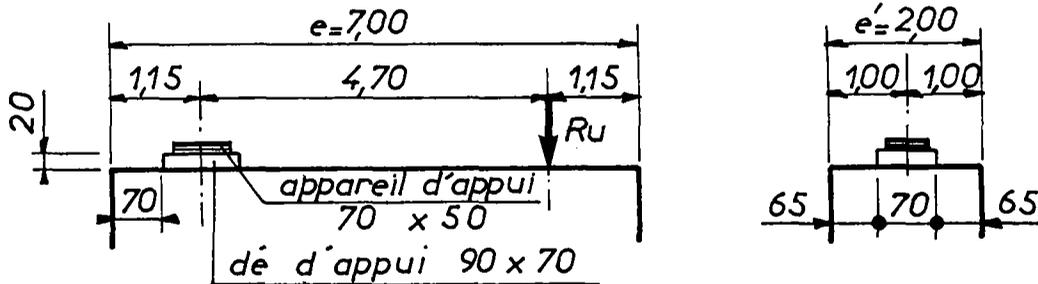
Sous les combinaisons accidentelles (voir remarque (1) du tableau ci-avant) :

$$\sigma_b = \frac{R_u}{d e'} \leq 0,9 f_{cj} \times \frac{1,5}{1,15} = 1,17 f_{cj}$$

2.3. Exemple d'application

2.3.1. Données

Détermination du ferrailage des dés d'appui et de la tête d'une pile d'un ouvrage autoroutier dont les caractéristiques sont les suivantes :



réactions d'appui :  $\left[ \begin{array}{l} \text{charges permanentes} : R_g = 3,5 \text{ MN} \\ \text{charges de chaussée} : R_{qr} = 0,9 \text{ MN} \quad (1) \end{array} \right.$

matériaux : béton  $\left[ \begin{array}{l} f_{cj} = 25 \text{ MPa} \\ f_{tj} = 2,1 \text{ MPa} \end{array} \right.$  acier  $\left[ \begin{array}{l} \text{frettes} f_e = 235 \text{ MPa} \\ \text{autres} f_e = 400 \text{ MPa} \end{array} \right.$

2.3.2. Contraintes limites

béton :  $f_{bu} = 0,85 \frac{f_{cj}}{\gamma_b} = 0,85 \times \frac{25}{1,5} = 14,17 \text{ MPa}$

acier :  $\left. \begin{array}{l} f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 347,83 \text{ MPa} \\ f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{235}{1,15} = 204,3 \text{ MPa} \quad (\text{frettes}) \end{array} \right\}$

2.3.3. Sollicitations

$R_{ser} = 3,5 + 0,9 \times 1,2 = 4,58 \text{ MN}$

$R_u = 1,35 \times 3,5 + 1,5 \times 0,9 \times 1,07 = 6,1695 \text{ MN}$  , soit : 6,17 MN

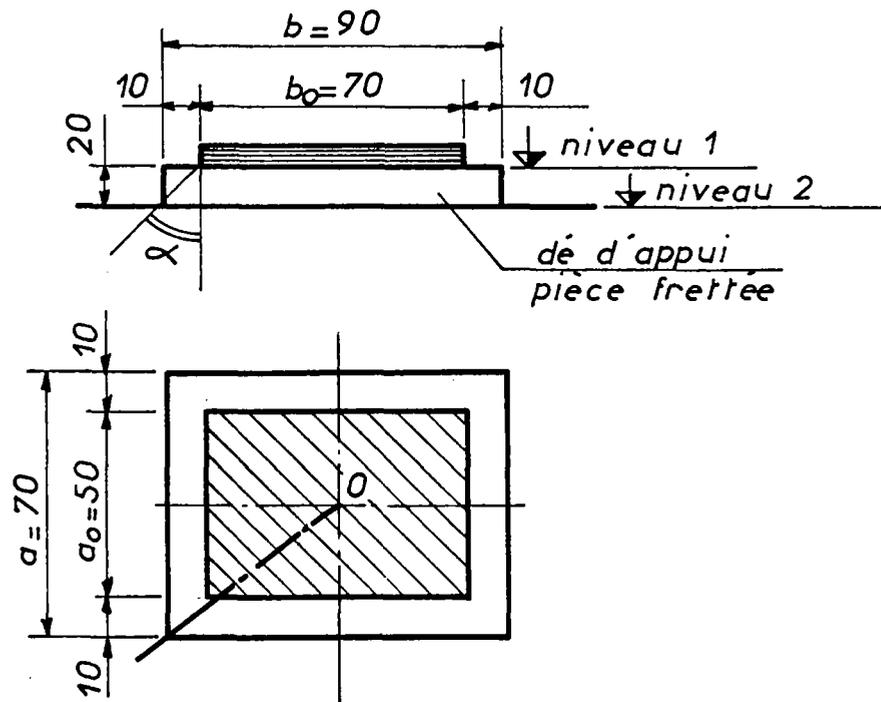
$e = \frac{R_u}{R_{ser}} = \frac{6,17}{4,58} = 1,347$

(1) valeur non majorée par les coefficients du § 0.1.1.1. de l'annexe D du B.A.E.L. .

2.3.4. Dé d'appui

Les dés d'appui sont de hauteur moyenne. Comme les réactions d'appui ne peuvent être diffusées à partir du niveau 1, les dés sont à considérer comme des pièces frettées. Il est à noter que la condition de débord minimal n'est pas respectée dans le sens  $\Delta$  :

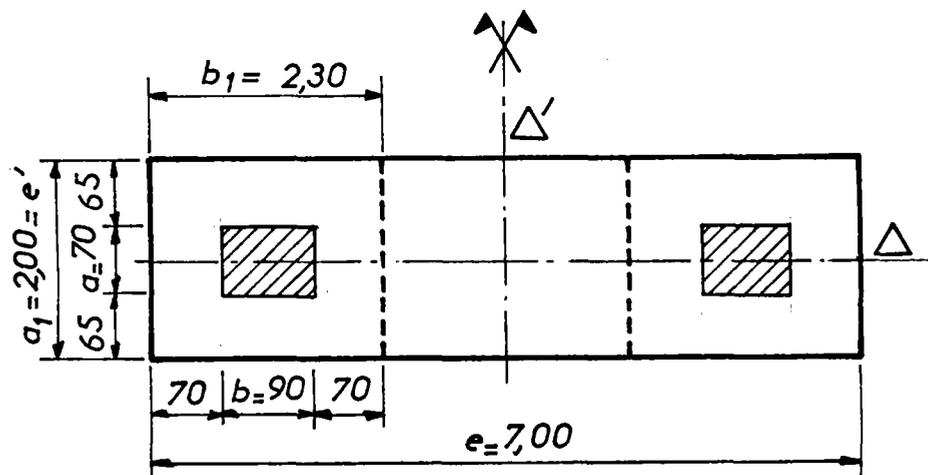
$$\left| \begin{array}{l} \text{sens } \Delta : 10 < \frac{b_0}{6} = \frac{70}{6} = 11,7 \\ \text{sens } \Delta' : 10 > \frac{a_0}{6} = \frac{50}{6} = 8,3 \end{array} \right.$$



2.3.4.1. Pressions localisées au niveau 2 uniquement

La règle de la hauteur de l'élément porteur (la pile) n'intervient pas, le fût de pile étant plein.

Les surfaces  $B'_0 = a b$  et  $B' = e e'$  n'ayant pas le même centre de gravité, il faut remplacer  $B'$  par le contour intérieur  $B_1 = b_1 a_1$  qui n'est pas homothétique de  $B'_0$ .



On vérifie la condition de débord minimal :

$$\left| \begin{array}{l} \text{sens } \Delta : 70 > \frac{b}{6} = \frac{90}{6} = 15 \\ \text{sens } \Delta' : 65 > \frac{a}{6} = \frac{70}{6} = 11,7 \end{array} \right.$$

$$K = 1 + \left[ 3 - \frac{4}{3} \left( \frac{a}{a_1} + \frac{b}{b_1} \right) \right] \sqrt{\left( 1 - \frac{4}{3} \frac{a}{a_1} \right) \left( 1 - \frac{4}{3} \frac{b}{b_1} \right)}$$

$$K = 1 + \left[ 3 - \frac{4}{3} \left( \frac{70}{200} + \frac{90}{230} \right) \right] \sqrt{\left( 1 - \frac{4}{3} \times \frac{70}{200} \right) \left( 1 - \frac{4}{3} \times \frac{90}{230} \right)} = 2,016$$

$$\sigma_b = \frac{R_u}{a b} = \frac{6,17}{0,7 \times 0,9} = \underline{9,79} \text{ MPa} < K f_{bu} = 2,016 \times 14,17 = \underline{28,57} \text{ MPa}$$

Le poids du dé d'appui ( $3,2 \times 10^{-3}$  MN) a été négligé dans le calcul.

#### 2.3.4.2. Frettage et armatures du dé d'appui

$$\text{dimensions : } \left[ \begin{array}{l} a = 0,70 \text{ m} > 0,25 \text{ m} \\ h = 0,20 \text{ m} < 2 a = 1,40 \text{ m} \\ B_f = a_o \times b_o = 0,50 \times 0,70 = 0,35 \text{ m}^2 \end{array} \right.$$

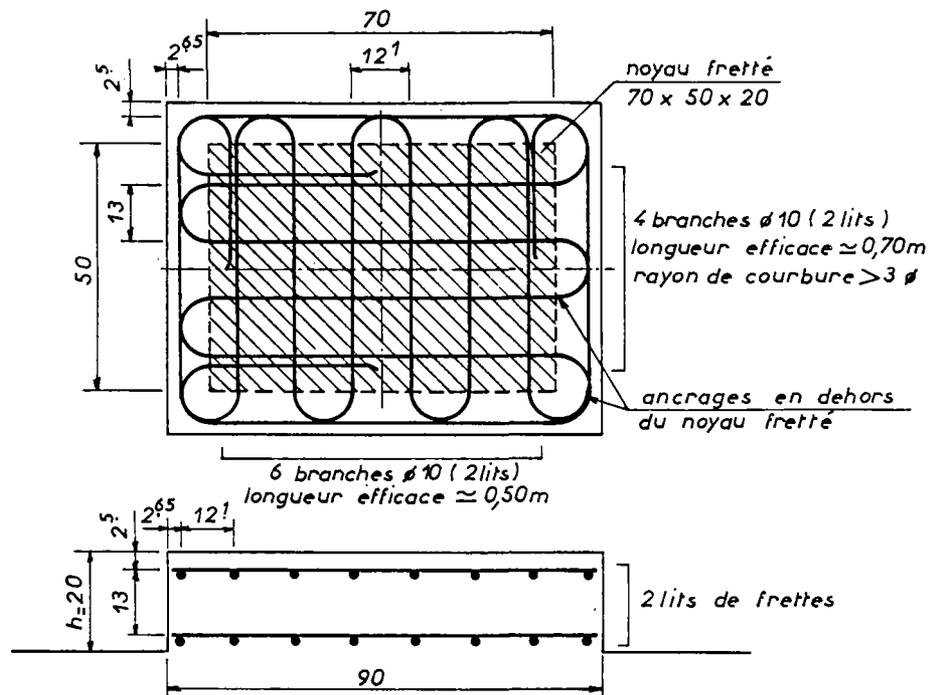
calcul de  $e_t$  : (frettes en acier Fe E235 et béton  $f_{cj} = 25 \text{ MPa} > 24 \text{ MPa}$ )

$$\sigma_b = \frac{R_u}{B_f} < f_{bu} \left( 1 + 2 e_t \frac{f_e}{f_{cj}} \right)$$

$$\text{soit : } e_t > \frac{1}{2} \frac{f_{cj}}{f_e} \left( \frac{R_u}{B_f f_{bu}} - 1 \right) < 0,04 \quad (\text{valeur limite})$$

$$e_t = \frac{1}{2} \frac{25}{235} \left( \frac{6,17}{0,5 \times 0,7 \times 14,17} - 1 \right) = \underline{0,013} < \underline{0,04}$$

Volume des frettes :



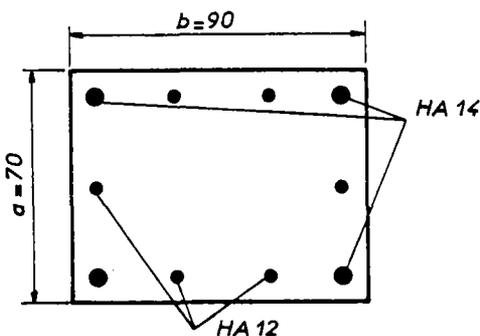
volume à mettre en place :

$$B_f h \rho_t = 70 \times 50 \times 20 \times 0,013 = \underline{910} \text{ cm}^3$$

volume des frettes :

$$2 \times 0,782 \left[ 4 \times 70 + 6 \times 50 \right] = 907,1 \text{ cm}^3 \approx \underline{910} \text{ cm}^3$$

2.3.4.3. Armatures longitudinales du dé



Les dispositions constructives des pièces comprimées imposent :

$$4 \text{ cm}^2/\text{ml de parement} : 4 (0,9 + 0,7)2 = 12,8 \text{ cm}^2$$

$$0,2 \% B : \frac{0,2}{100} \times 90 \times 70 = 12,6 \text{ cm}^2$$

De plus l'espacement des armatures longitudinales ne doit pas dépasser :  $a + 10$  ou  $40 \text{ cm}$

d'où la disposition retenue : (12,95 cm<sup>2</sup>)

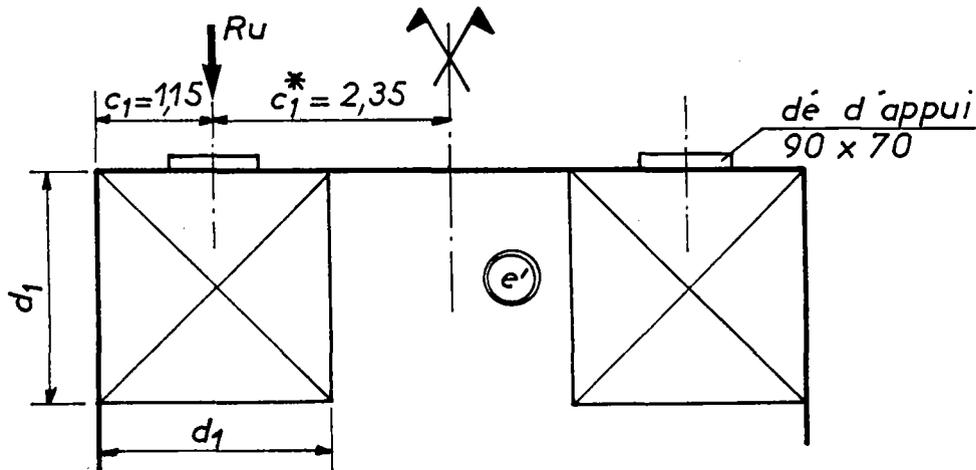
- 4 HA 14 aux angles
- 6 HA 12 répartis le long des parois

Les deux lits de frettes assurent le rôle d'armatures transversales dont l'espacement  $s_t = 13 \text{ cm} < 15 \phi_1 = 15 \times 1,2 = 18 \text{ cm}$ .

2.3.4.4. Ferraillage de la tête de pile suivant le plan A  
(zones de première régularisation et d'équilibre général)

a) Zone de première régularisation

- dimensions du prisme



$$d_1 = 2 \text{ min} \left| \begin{array}{l} c_1 = 1,15 \\ c_1^* = 2,35 \end{array} \right. \text{ soit } d_1 = 2,30 \text{ m}$$

- contraintes du béton (pour mémoire)

compression :

$$\sigma_b = \frac{R_u}{d_1 e'} = \frac{6,17}{2,30 \times 2} = \underline{1,34} \text{ MPa} < 0,9 f_{cj} = 0,9 \times 25 = \underline{22,5} \text{ MPa}$$

éclatement :

$$\sigma_{te} = 0,5 \left(1 - \frac{b}{d_1}\right) \frac{R_u}{d_1 e'} = 0,5 \left(1 - \frac{0,90}{2,30}\right) \frac{6,17}{2,30 \times 2,00} = \underline{0,41} \text{ MPa}$$

$$\sigma_{te} < 1,7 f_{tj} = 1,7 \times 2,1 = \underline{3,57} \text{ MPa}$$

- ferraillage du prisme

fretage de surface :

$$A_s \geq 0,04 \frac{R_u}{f_{su}} = \frac{0,04 \times 6,17 \times 10^4}{204,3} = 12,1 \text{ cm}^2$$

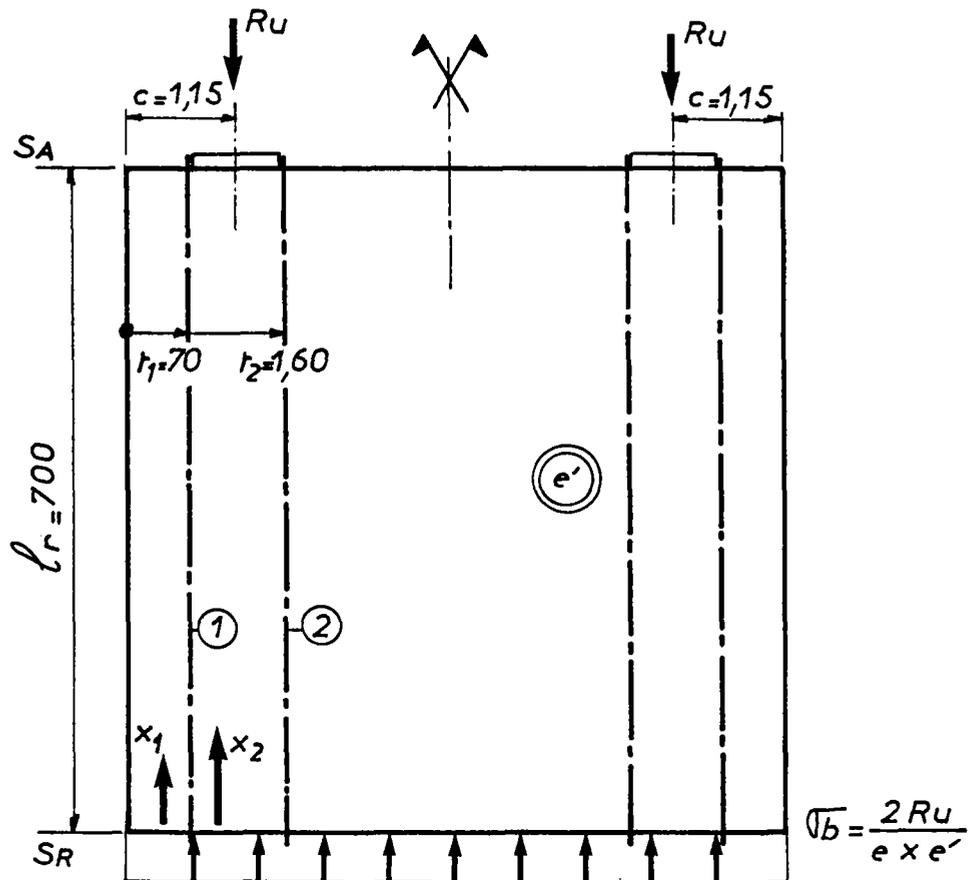
armatures d'éclatement :

$$A_{e1} = 0,25 \left(1 - \frac{b}{d_1}\right) \frac{R_u}{f_{su}} = 0,25 \left(1 - \frac{0,9}{2,30}\right) \frac{6,17 \times 10^4}{347,83} = 26,99 \text{ cm}^2$$

$$A_{e2} = 0,15 \frac{R_u}{f_{su}} = \frac{0,15 \times 6,17 \times 10^4}{347,8} = 26,61 \text{ cm}^2$$

$$A_e = \max \left| \begin{array}{l} A_{e1} \\ A_{e2} \end{array} \right. \text{ soit : } \underline{26,99} \text{ cm}^2$$

b) Equilibre général



- sollicitations

compression au niveau de la section  $S_R$  :

$$\sigma_b = \frac{2 R_u}{e e'} = \frac{2 \times 6,17}{7 \times 2} = \underline{0,881 \text{ MPa}}$$

le long de la coupure (1) :

$$X_1 = \sigma_b e' t_1 = 0,881 \times 2,00 \times 0,70 = 1,233 \text{ MN}$$

$$V_{1x} = - X_1 = - 1,233 \text{ MN}$$

$$M_{1x} = - X_1 \frac{t_1}{2} = - 0,432 \text{ MNm}$$

$$N_{1x} = 0 \text{ MN}$$

le long de la coupure (2) :

$$X_2 = \sigma_b e' t_2 = 0,881 \times 2,00 \times 1,60 = 2,819 \text{ MN}$$

$$V_{2x} = R_u - X_2 = 3,351 \text{ MN}$$

$$M_{2x} = R_u (t_2 - c_1) - X_2 \frac{t_2}{2} = 0,521 \text{ MNm}$$

$$N_{2x} = 0 \text{ MN}$$

- cisaillement du béton ( $\tau$  concomitant à  $\tau_d$  est nul)

$$\tau_d = \frac{2 V_{x, \max}}{e' l_r} = \frac{2 \times 3,351}{2,00 \times 7,00} = \underline{0,48} \text{ MPa} < 2 f_{tj} = 2 \times 2,1 = \underline{4,2} \text{ MPa}$$

- armatures de couture ( $N_c = 0$ )

$$V_{xe, \max} = V_{x, \max} \left[ 1 - \left( \frac{f_{tj}}{2,2 \tau_d} \right)^2 \right] = 3,351 \left[ 1 - \left( \frac{2,1}{2,2 \times 0,48} \right)^2 \right] < 0$$

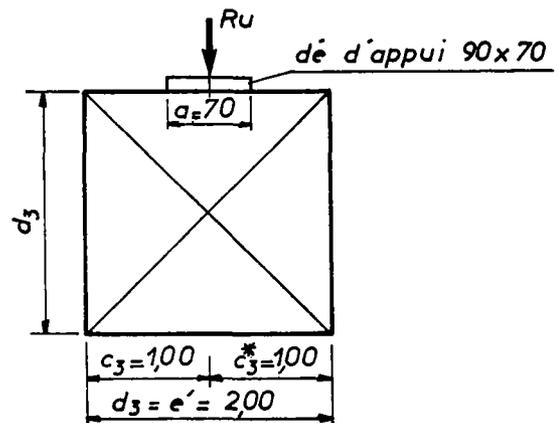
Il n'est donc pas nécessaire de placer des armatures de couture complémentaires.

### 2.3.4.5. ferraillage de la tête de pile suivant le plan A'

a) Zone de première régularisation

- dimensions du prisme

$$d_3 = 2 \text{ mini} \begin{cases} c_3 = 1,00 \\ c_3^* = 1,00 \end{cases} \text{ soit : } d_3 = \underline{2,00} \text{ m}$$



- contraintes du béton (pour mémoire)

Les prismes des deux appuis se superposent, il y a donc lieu d'en tenir compte.

compression :

$$\sigma_b = \frac{2 R_u}{d_3 e} = \frac{2 \times 6,17}{2,00 \times 7,00} = \underline{0,881} \text{ MPa} < 0,9 f_{cj} = \underline{22,5} \text{ MPa}$$

éclatement :

$$\sigma_{te} = 0,5 \left( 1 - \frac{a}{d_3} \right) \frac{2 R_u}{d_3 e} = 0,5 \left( 1 - \frac{0,70}{2,00} \right) \frac{2 \times 6,17}{2,00 \times 7,00} = \underline{0,29} \text{ MPa}$$

$$\sigma_{te} = 0,29 \text{ MPa} < 1,7 f_{tj} = \underline{3,57} \text{ MPa}$$

- ferraillage du prisme (pour un dé d'appui)

frettage de surface :

$$A_s \geq 0,04 \frac{R_u}{f_{su}} = 12,1 \text{ cm}^2 \quad (\text{déjà calculé ci-avant})$$

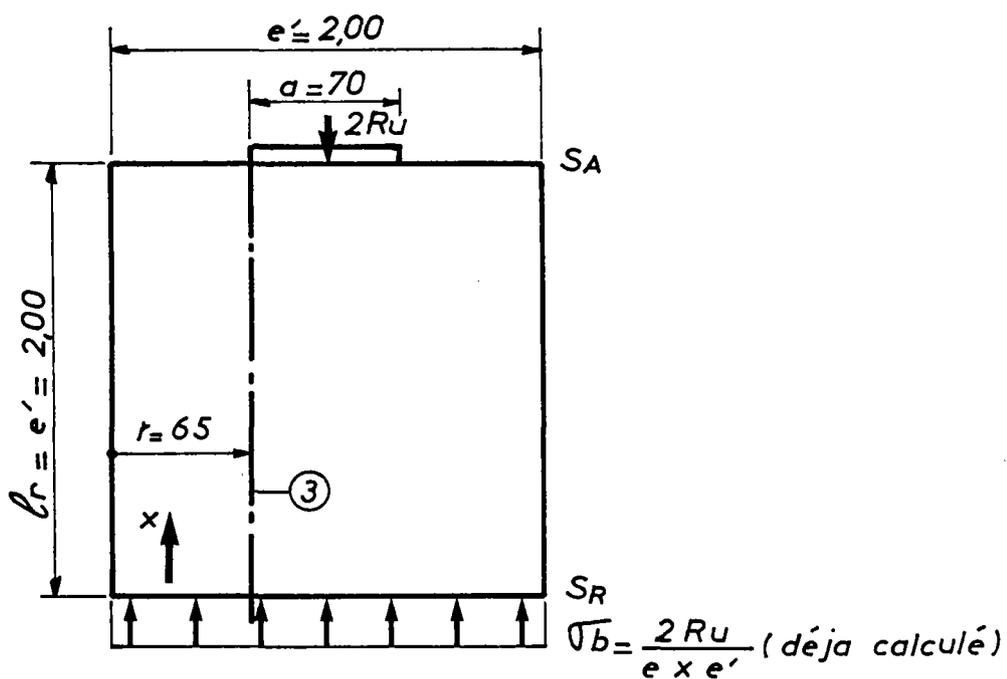
armatures d'éclatement :

$$A_{e1} = 0,25 \left(1 - \frac{a}{d_3}\right) \frac{R_u}{f_{su}} = 0,25 \left(1 - \frac{0,70}{2,00}\right) \frac{6,17 \times 10^4}{347,83} = \underline{28,83 \text{ cm}^2}$$

$$A_{e2} = 0,15 \frac{R_u}{f_{su}} = \frac{0,15 \times 6,17 \times 10^4}{347,83} = \underline{26,61 \text{ cm}^2}$$

$$A_e = \max \begin{cases} A_{e1} \\ A_{e2} \end{cases} \quad \text{soit : } \underline{28,83 \text{ cm}^2}$$

b) Equilibre général (pour les deux dés d'appui)



- sollicitations

Le long de la coupure (3) ( $\sigma_b = 0,881 \text{ MPa}$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} X = \sigma_b \cdot e \cdot t = 0,881 \times 7,00 \times 0,65 = 4,009 \text{ MN} \\ V_x = - X = - 4,009 \text{ MN} \\ M_x = - X \frac{t}{2} = - 1,303 \text{ MNm} \\ N_x = 0 \text{ MN} \end{array} \right.$$

- cisaillement du béton ( $\tau$  concomitant à  $\tau_d$  est nul)

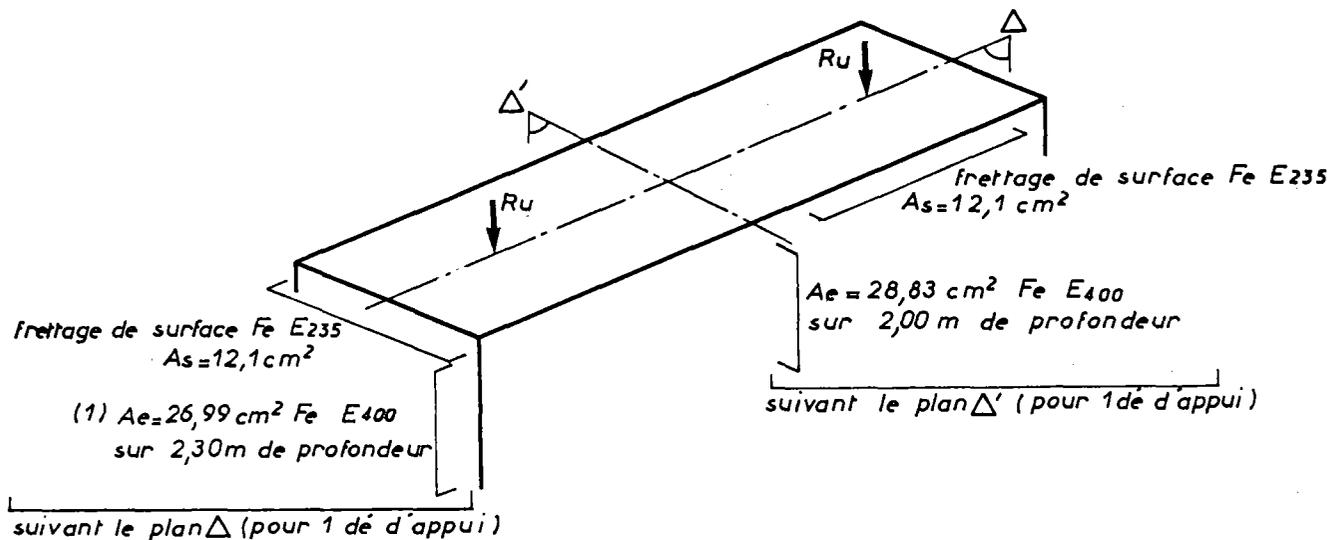
$$\tau_d = \frac{2 V_{x, \max}}{e l_r} = \frac{2 \times 4,009}{7,00 \times 2,00} = \underline{0,57} \text{ MPa} < 2 f_{tj} = \underline{4,2} \text{ MPa}$$

- armatures de couture (pour les deux dés)

$$V_{xe, \max} = V_{x, \max} \left[ 1 - \left( \frac{f_{tj}}{2,2 \tau_d} \right)^2 \right] = 4,009 \left[ 1 - \left( \frac{2,1}{2,2 \times 0,57} \right)^2 \right] < 0$$

Il n'est donc pas nécessaire de placer des armatures de couture complémentaires.

#### 2.3.4.6. Schéma de ferrailage de la tête de pile



A ce ferrailage ainsi calculé, il convient d'ajouter le ferrailage des emplacements de vérinage qui se calcule par les mêmes méthodes avec les réactions dues aux charges permanentes ( $1,35 R_g$ ).

Cet ensemble d'armatures vient en complément du ferrailage du fût de pile.

(1) ce ferrailage règne sur toute la longueur ( $e = 7,00 \text{ m}$ ) de la pile pour armer les deux prismes symétriques en formant chaînage.

## 2.4. Dispositions constructives des dés d'appui

### 2.4.1. Généralités

Le calcul des appareils est visé par le bulletin technique n° 4 (édition de décembre 1974) du SETRA (appareils d'appui en élastomère fretté). L'exécution des dés d'appui et la pose des appareils d'appui sont visées par le recueil des règles de l'art de la Direction des Routes (édition d'octobre 1978) élaboré par le L.C.P.C. et le S.E.T.R.A. (environnement des appareils d'appui en élastomère fretté).

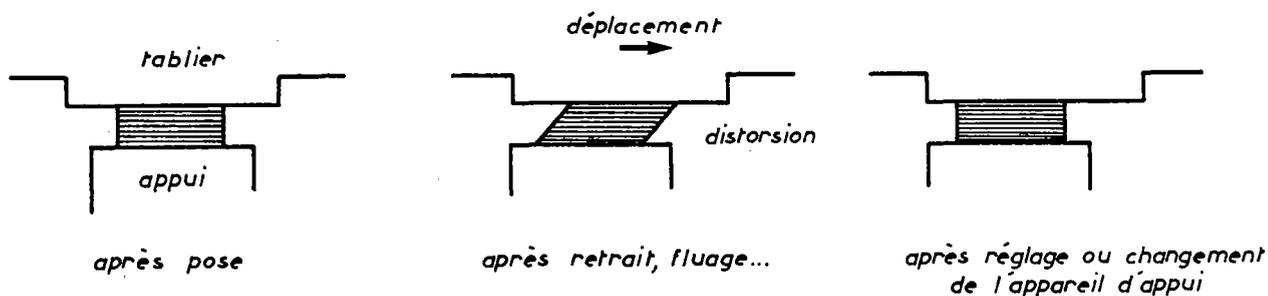
L'attention des projeteurs est attirée sur la nécessité de bien différencier dans ces documents les problèmes posés par les ouvrages d'art courants de ceux posés par les grands ouvrages. En effet pour ces derniers, certaines méthodes de pose (la méthode de la boîte à sable par exemple) sont à éviter à cause des risques de déformation du contreplaqué placé sur le sable sous le poids d'une forte épaisseur de béton frais.

### 2.4.2. Dispositions à respecter

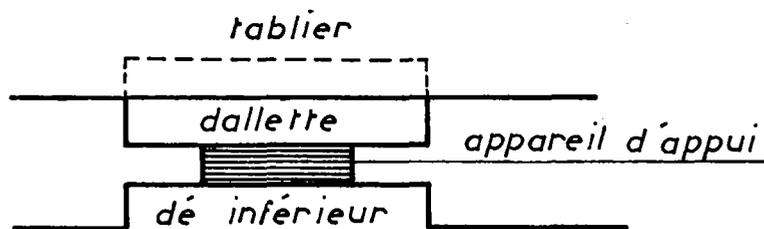
Au niveau des têtes des appuis (couronnement des piles et sommiers des culées, toutes les dispositions doivent être prises pour permettre la pose, l'accès, le réglage, voire le changement des appareils d'appui aussi bien pendant l'exécution que pendant la durée de vie de l'ouvrage concerné.

Les dimensions des dés d'appui, des emplacements de vérinage et de calage de sécurité et celles de la tête d'appui doivent donc être déterminées en conséquence :

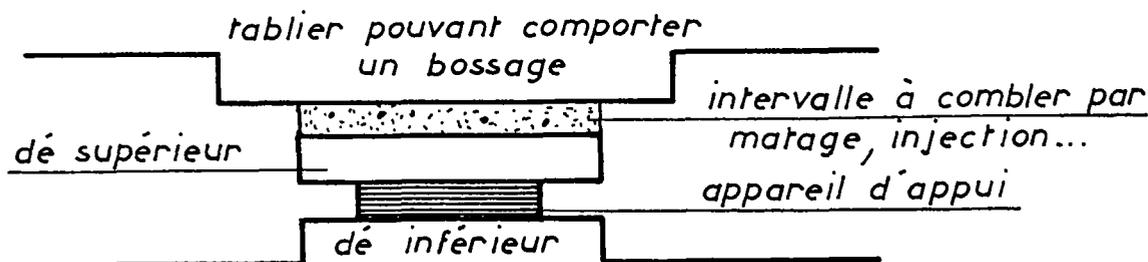
- tout point du bord latéral d'un appareil d'appui, d'un vérin ou d'une cale de sécurité doit être situé à au moins :
  - . 5 cm du parement latéral du dé (à porter à 10 cm si le dé dépasse 10 cm de hauteur),
  - . 10 cm du parement vertical le plus voisin de l'ouvrage.
- les dimensions sont à augmenter le cas échéant :
  - . si certaines dispositions l'exigent (appareils d'appui glissants, poutres préfabriquées...),
  - . pour tenir compte d'un réglage ultérieur ou d'un changement d'appareil d'appui,
  - . pour respecter la condition de débord minimal.



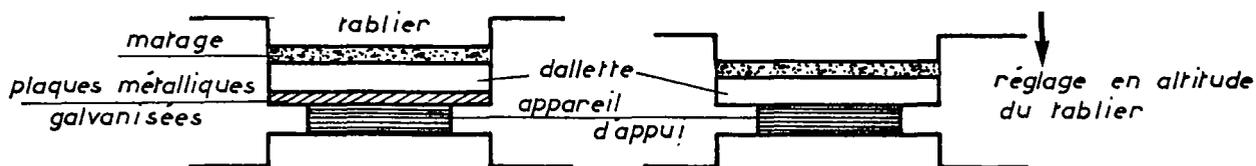
- la distance libre à prévoir pour permettre le vérinage et la visite des appareils d'appui est au minimum de 15 cm. Cette distance peut être légèrement réduite (10/12 cm) si des considérations d'aspect l'exigent. Elle est à augmenter lorsque les appareils d'appui sont placés très en retrait de la face avant des appuis et/ou sont de grandes dimensions (cas des grands ouvrages) pour permettre l'accès du personnel d'inspection et d'entretien (accès à plat-ventre > 45 cm - accès à quatre pattes > 80 cm).
- le dé d'appui inférieur doit avoir une hauteur d'au moins 5 cm (mise en place de deux lits de frettes de directions perpendiculaires).
- dans le cas des appareils d'appui posés avant bétonnage, le dé d'appui supérieur doit avoir une hauteur au moins égale à :
  - . 2 cm s'il est coulé en place (méthode de la boîte à sable),
  - . 4 cm s'il est réalisé avec l'aide d'une dalle préfabriquée de hauteur supérieure à 6 cm.



- dans le cas des appareils d'appui posés après bétonnage, le dé d'appui supérieur doit avoir une hauteur au moins égale à l'épaisseur de la dalle préfabriquée ou de la plaque métallique à laquelle s'ajoute la hauteur nécessaire au matage (> 4 cm) ou à l'injection de l'intervalle entre le dessous du tablier et le dessus du dé.



- dans les deux cas visés ci-dessus, s'il est nécessaire de se réserver la possibilité d'un réglage ultérieur en altitude (en service ou pendant la construction), il faut prévoir en sus par exemple des plaques en acier galvanisé amovibles :



### 3 - CALCUL DES DEFORMATIONS

#### 3.1. Données

Ce cas est tiré d'un dossier du D.O.A. du S.E.T.R.A. relatif à un pont en béton armé à poutres sous chaussée en travée indépendante de 23,40 m de portée.

<u>matériaux</u> :	béton	[	$f_{c28} = 30 \text{ MPa}$
			$f_{t28} = 24 \text{ MPa}$
	acier de type 1		$f_e = 400 \text{ MPa}$

#### 3.2 Généralités (Article A.4.6.)

##### 3.2.1. Déformations

Les déformations verticales ou flèches sont calculées à partir de l'expression de leur dérivée seconde :

$$v'' = \frac{d\alpha}{dx} = \frac{1}{r} = \frac{\epsilon_{bc} + \epsilon_s}{d}$$

avec	$\alpha$	= rotation
	$r$	= rayon de courbure de la déformée à l'abscisse $x$
	$\epsilon_{bc}$	= raccourcissement relatif du béton sur la fibre extrême comprimée, à l'abscisse $x$
	$\epsilon_s$	= allongement relatif des armatures tendues à l'abscisse $x$
	$d$	= hauteur utile de la section

Les déformations sous charges permanentes sont calculées dans l'hypothèse de la construction de la travée complète sur cintre et servent à prévoir la contreflèche à donner en chaque point.

Les déformations sous charges permanentes et charges d'exploitation sont calculées uniquement aux appuis, en vue du dimensionnement des appareils d'appui et du souffle du joint de chaussée.

##### 3.2.2. Evaluation de $\epsilon_{bc}$ :

###### a) $\epsilon_{bq}$ sous les charges d'exploitation

$$\epsilon_{bq} = \frac{\sigma_{bq}}{E_{ij}} \quad E_{ij} = 11000 f_{cj}^{1/3}$$

On tient compte du fait que les charges d'exploitation sont appliquées sur un béton âgé.

Pour les grandes valeurs de "j" (Art. A.2.1,2.), on a :

$$f_{cj} = 1,1 f_{c28}$$

Avec  $f_{c28} = 30$  MPa, on trouve  $E_{ij} = 35283$  MPa arrondi à 35000 MPa.

Dans l'expression ci-dessus, " $\sigma_{bg}$ " désigne la contrainte de compression de la fibre extrême due aux charges d'exploitation non pondérées (solllicitation de calcul vis-à-vis des états-limites de service de l'article A.3.3,3.). Cette contrainte peut être calculée avec la valeur conventionnelle du coefficient d'équivalence  $n = 15$ .

b)  $\epsilon_{bg}$  sous les charges permanentes :

S'agissant d'une section en T (pont à poutres sous chaussée) il peut être admis de calculer la contrainte de compression de la fibre extrême sous les actions permanentes " $\sigma_{bg}$ " avec la valeur conventionnelle du coefficient d'équivalence  $n = \frac{E_s}{E_b} = 15$  (voir commentaire \*\*\*\* de l'article A.4.6,12.).

La valeur de  $E_{vj}$ , tenant compte à la fois du fluage et du retrait, il n'est donc pas nécessaire de cumuler les effets du retrait et du fluage. Ainsi, lorsque " $\sigma_{bg}$ " est faible, la déformée par retrait " $\epsilon_r$ " est prépondérante et lorsque " $\sigma_{bg}$ " est forte, la déformée par fluage devient prépondérante.

Dans le cas étudié :

- le raccourcissement dû au retrait vaut  $\epsilon_r = 2 \times 10^{-4}$  (ouvrage situé en dehors du quart Sud-Est de la France conformément à l'article A.2.1,22)

- le module de déformation différé du béton vaut :

$$E_{vj} = 3700 f_{cj}^{1/3} = 3700 \times 30^{1/3} = 11496 \text{ arrondi à } \underline{11500} \text{ MPa}$$

- le poids propre est appliqué sur un béton relativement jeune et le poids des équipements sur un béton âgé. Dans un but de simplification on ne tient compte que d'une seule valeur du module  $E_{vj}$ .

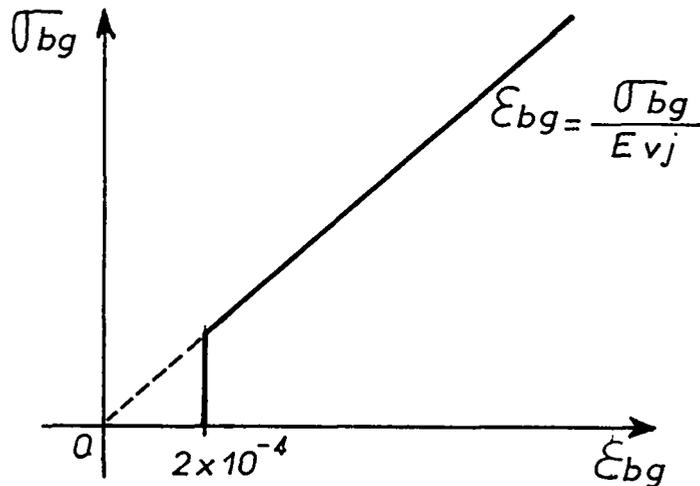
- si  $\sigma_{bg} < E_{vj} \epsilon_r = 11\,500 \times 2 \times 10^{-4} = 2,30$  MPa, on prend :

$$\epsilon_{bg} = 2 \times 10^{-4}$$

- si  $\sigma_{bg} > 2,30$  MPa, on prend :

$$\epsilon_{bg} = \frac{\sigma_{bg}}{E_{vj}} = \frac{\sigma_{bg}}{11\,500}$$

- ces règles peuvent être matérialisées par la courbe suivante :



### 3.2.3. Evaluation de $\epsilon_s$

#### a) $\epsilon_{sq}$ sous les charges d'exploitation

$$\epsilon_{sq} = \frac{\sigma_{sq}}{E_s} \quad \text{avec} \quad E_s = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$$

Dans cette expression, " $\sigma_{sq}$ " désigne la contrainte de traction des armatures calculée avec  $n = 15$ .

#### b) $\epsilon_{sg}$ sous les charges permanentes

Il y a lieu de tenir compte de l'effort d'adhérence exercé par le béton tendu en supposant que la fissuration complète se produit sous la charge permanente seule :

$$\epsilon_{sg} = \frac{\sigma_{sg}}{E_s} - \frac{f_{tj}}{2 E_s \rho_f} \quad \text{avec} \quad \rho_f > \frac{f_{tj}}{\sigma_{sg}}$$

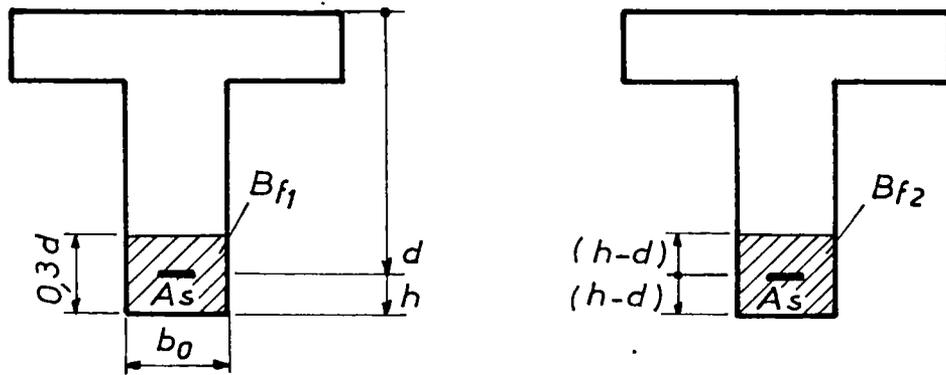
Dans ces expressions :

-  $\sigma_{sg}$  est la contrainte de traction des aciers calculée avec  $n = 15$ ,

-  $f_{tj}$  la résistance caractéristique du béton à la traction :

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj} = 0,6 + 0,06 \times 30 = \underline{2,4} \text{ MPa}$$

-  $\rho_f$  le rapport de fissuration  $\frac{A_s}{B_f}$



dans le cas de la figure

$A_s$  est la section des armatures tendues

$$B_f = \max \begin{cases} B_{f1} = b_0 \times 0,3 d \\ B_{f2} = b_0 \times 2 (h - d) \end{cases}$$

- La condition  $\rho_f = \frac{A_s}{B_f} > \frac{f_{tj}}{\sigma_{sg}}$  sous-entend la fissuration complète de la zone tendue.

### 3.3. Caractéristiques des sections et contraintes

sections		0,00 l	0,125 l	0,25 l	0,375 l	0,5 l
d (m)		1,430	1,409	1,405	1,387	1,387
$A_{st}$ (cm <sup>2</sup> )			193	289,5	386	386
$\rho_f$ ( $B_{f1}$ le plus défavorable)			0,037	0,060	0,08	0,08
$y_1$ (m)			0,3166	0,4024	0,4684	0,4684
$I_1$ (m <sup>4</sup> )			$42,178 \times 10^{-2}$	$57,683 \times 10^{-2}$	$69,285 \times 10^{-2}$	$69,285 \times 10^{-2}$
charges permanentes	$M_g$ (MNm)	0	2,5678	4,4082	5,4756	5,8585
	$\sigma_{bg}$ (MPa)	0	1,93	3,08	3,70	3,96
	$\sigma_{sg}$ (MPa)	0	100,0	115,0	109,0	116,0
charges d'exploitation non pondérées (1)	$M_q$ (MNm)	0	2,6591	4,5584	5,6980	6,0779
	$\sigma_{bq}$ (MPa)	0	2,00	3,18	3,85	4,11
	$\sigma_{sq}$ (MPa)	0	103,0	119,0	113,0	121,0

(1) les coefficients majorateurs de l'annexe D.1.1 du B.A.E.L. ne sont pas pris en compte.

Il y a lieu de vérifier que :

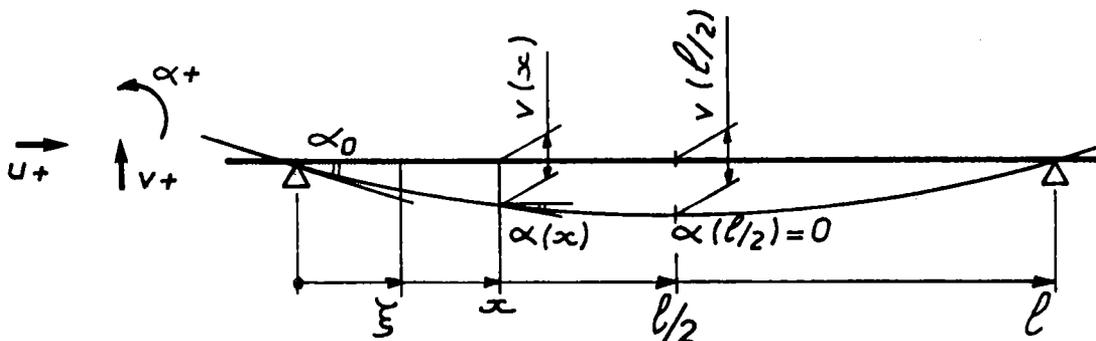
$$e_f = \frac{A_s}{B_f} > \frac{f_{tj}}{\sigma_{sg}} \quad \text{avec :} \quad f_{tj} = 2,4 \text{ MPa}$$

Au niveau de la section 0,125 l (la plus défavorable en dehors de l'appui) :

$$e_f = 0,037 > \frac{2,4}{100} = 0,024 \quad (\text{vérifié})$$

### 3.4. Déformations sous charges permanentes - contreflèches

La fonction  $\frac{d\alpha}{dx} = \frac{\epsilon_{bg} + \epsilon_{sg}}{d}$  représente les rotations angulaires par unité de longueur de fibre moyenne.



La rotation dans une section d'abscisse (x) vaut :

$$\alpha(x) = \alpha_0 + \int_0^x d\alpha$$

Par symétrie :  $\alpha(l/2) = 0 = \alpha_0 + \int_0^{1/2} d\alpha$

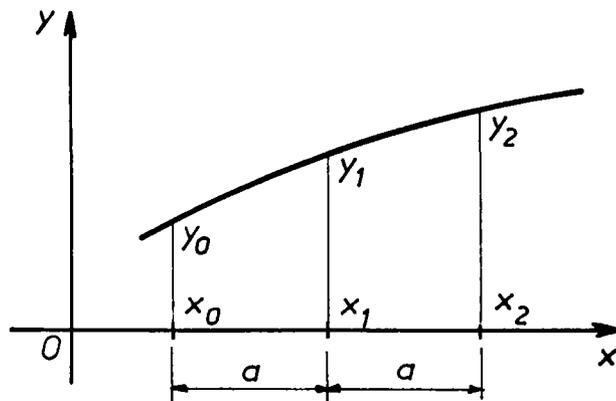
soit :

$$\alpha_0 = - \int_0^{1/2} \frac{d\alpha}{dx} dx$$

La flèche dans une section d'abscisse (x) vaut :

$$v(x) = \int_x^0 \alpha(\zeta) d\zeta = \alpha_0 x + \int_0^x \frac{d\alpha}{d\zeta} (x - \zeta) d\zeta$$

Pour les intégrations, on utilise les formules suivantes :



$$\int_{x_0}^{x_1} y \, dx = \frac{a}{3} (1,25 y_0 + 2 y_1 - 0,25 y_2) \quad \text{ou} \quad \frac{a}{2} (y_0 + y_1)$$

$$\int_{x_0}^{x_2} y \, dx = \frac{a}{3} (y_0 + 4 y_1 + y_2)$$

Dans le cas présent, la travée indépendante ayant une portée  $l = 23,40 \text{ m}$

$$a = \frac{l}{8} = 2,925 \text{ m}$$

sections	0 l	0,125 l	0,25 l	0,375 l	0,5 l
$10^4 \frac{\sigma_{bg}}{E_v} = 10^4 \frac{\sigma_{bg}}{11\,500}$	0	1,678	2,678	3,217	3,443
$10^4 \epsilon_{bg} \quad (1)$	2,0 (1)	2,0 (1)	2,678	3,217	3,443
$\frac{f_{tj}}{2 \varrho_f} \quad (\text{MPa})$	/		32,4	20,0	15,0
$10^4 \epsilon_{sg} \quad \text{avec :}$ $\epsilon_{sg} = \frac{1}{E_s} (\sigma_{sg} - \frac{f_{tj}}{2 \varrho_f})$	0	3,380	4,750	4,700	5,050
$10^7 (\frac{\epsilon_{bg}}{d} + \epsilon_{sg}) = 10^7 \frac{d\alpha}{dx} \quad (\text{cm}^{-1})$	13,986	38,183	52,868	57,080	61,233
$10^3 \alpha_g \quad (\text{radians})$	- 5,4795	- 4,8638	- 3,3385	- 1,73037	0
flèche $v_g \quad (\text{cm})$	0	- 1,54	- 2,58	- 3,59	- 3,69
contre-flèche (cm)	0	+ 1,54	+ 2,58	+ 3,59	+ 3,69

(1) lorsque  $\sigma_{bg} < 2,3 \text{ MPa}$ ,  $\epsilon_{bg} = 2 \times 10^{-4}$  (cf § 3.2.2.b)

3.5 Rotations de la section d'appui

3.5.1. Sous charges permanentes (voir § 3.4 ci-avant)

$$10^3 \alpha_g = - 5,4795 \text{ rds}$$

3.5.2. Sous charges d'exploitation (non pondérées)

$$\frac{d\alpha}{dx} = \frac{\epsilon_{bq} + \epsilon_{sq}}{d}$$

sections	0 1	0,125 1	0,25 1	0,375 1	0,5 1
$10^4 \epsilon_{bq} = 10^4 \frac{\sigma_{bq}}{E_{ij}} = 10^4 \frac{\sigma_{bq}}{35\ 000}$	0	0,571	0,908	1,100	1,174
$10^4 \epsilon_{sq} = 10^4 \frac{\sigma_{sq}}{E_s} = 10^4 \frac{\sigma_{sq}}{2 \times 10^5}$	0	5,150	5,950	5,650	6,050
$10^7 \left( \frac{\epsilon_{bq} + \epsilon_{sq}}{d} \right) = 10^7 \frac{d\alpha}{dx} \text{ (cm}^{-1}\text{)}$	0	40,6033	48,8114	48,6662	52,0836
$10^3 \alpha_q \text{ (radians)}$	- 4,941				0

3.5.3. Rotations totales

Sous charges permanentes :  $\alpha_g = - 5,4795 \times 10^{-3} \text{ rds (1)}$

Sous charges permanentes et d'exploitation (non pondérées) :  
 $\alpha_g + \alpha_q = - 10,4205 \times 10^{-3} \text{ rds}$

---

(1) le calcul de la rotation sous charges permanentes, en supposant la section non fissurée, donne le résultat suivant :

$$\alpha_g = - \int_0^{1/2} \frac{M(x) dx}{E_{vj} I_1} = - 6,757 \times 10^{-3} \text{ rds}$$

3.6. Déplacements horizontaux des appuis

Les appuis étant constitués par des plaques d'élastomère fretté identiques pour les deux lignes d'appui, les déplacements se répartissent également entre ces deux lignes.

Les déplacements sont dus à l'allongement de la fibre inférieure, c'est-à-dire celui des armatures longitudinales et aux variations thermiques. Un appui subit donc un déplacement horizontal égal à :

$$u = \int_{0,5 \text{ l}}^0 \epsilon_s dx \pm \lambda t \frac{1}{2}$$

3.6.1. Déplacements dus aux charges permanentes et d'exploitation (non pondérées)

sections	0 l	0,125 l	0,250 l	0,375 l	0,5 l
$10^4 \epsilon_{sg}$	0	3,380	4,750	4,700	5,05
$u_g = \int_{0,5 \text{ l}}^0 \epsilon_{sg} dx \text{ (cm)}$	0,457				0
$10^4 \epsilon_{sq}$	0	5,150	5,950	5,650	6,050
$u_g = \int_{0,5 \text{ l}}^0 \epsilon_{sq} dx \text{ (cm)}$	0,596				

3.6.2. Déplacements dus aux variations thermiques

Le coefficient de dilatation du béton armé vaut :

$$\lambda = 10^{-5}$$

Les variations de température valent (Art. A.3.1,33.):

$$+ 30^\circ\text{C et } - 40^\circ\text{C}$$

Dans le présent calcul, il n'est pas nécessaire de faire intervenir la température variable de  $\pm 10^\circ\text{C}$ .

Les déplacements dus aux variations thermiques valent :

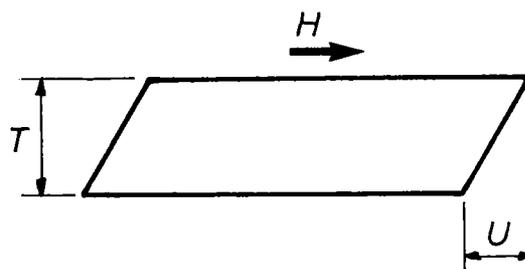
$$u_{t>0} = + 30 \times 10^{-5} \times 1 \text{ 170} = + \underline{0,351} \text{ cm}$$

$$u_{t<0} = - 40 \times 10^{-5} \times 1 \text{ 170} = - \underline{0,468} \text{ cm}$$

### 3.6.3. Déplacements dus au freinage (non pondérés)

La travée repose sur 6 appareils d'appui en élastomère fretté dont les caractéristiques sont les suivantes :

$$\left[ \begin{array}{l} a = 200 \text{ mm} \\ b = 500 \text{ mm} \\ t = 8 \text{ mm} \quad (3 \text{ feuillets } T = 24 \text{ mm}) \\ G = 0,8 \text{ MPa} \end{array} \right.$$



Le déplacement est donné par la relation suivante (se reporter au B.T. n° 4 du D.O.A. du SETRA, édition de 1974) :

$$u_f = \pm \frac{H T}{2 G a b}$$

sous freinage B :  $H_B = \frac{1}{6} 30\,000 \times 9,81 \times 10^{-6} = 49\,050 \times 10^{-6} \text{ MN}$

sous freinage A :  $H_A = \frac{1}{6} 7\,848 \times 9,81 \times 10^{-6} = 12\,831 \times 10^{-6} \text{ MN}$

soit :

$$u_{fB} = \pm \frac{49\,050 \times 10^{-6} \times 24 \times 10^{-3}}{2 \times 0,8 \times 200 \times 10^{-3} \times 500 \times 10^{-3}} = \pm 7,3575 \times 10^{-3} = \pm \underline{0,735} \text{ cm}$$

$$u_{fA} = \pm \frac{12\,831}{49\,050} \times 0,735 = \pm \underline{0,192} \text{ cm}$$

### 3.7. Déplacements et rotations extrêmes des appuis

#### 3.7.1. Déplacements extrêmes des appuis

La détermination des appareils d'appui se fait aux états-limites de service conformément aux prescriptions du B.T. n° 4 de la D.O.A. du SETRA.

$$\text{combinaisons} \left\{ \begin{array}{l} G + T \\ \quad \quad \quad (1) \\ G + Q_T + 0,6 T \end{array} \right.$$

#### a) Ouvrage à vide

- charges permanentes + température < 0 :

$$u_1 = u_g + u_{t<0} = 0,457 - 0,468 = - 0,011 \text{ cm}$$

- charges permanentes + température > 0 :

$$u_2 = u_g + u_{t>0} = 0,457 + 0,351 = 0,808 \text{ cm}$$

(1) les charges d'exploitation sans caractère particulier du titre II du fascicule 61 du CPC doivent être majorées par 1,2 conformément à l'annexe 0 du BAEL et au BT n° 4. Les calculs de  $u_g$  et  $u_f$  ont été effectués sous des actions non majorées. Mais comme les déplacements sont directement proportionnels aux actions, il suffit de majorer par 1,2 les déplacements.

b) Ouvrage en charge

- charges permanentes + charges A + freinage A + température > 0 :

$$u_3 = u_g + 1,2 u_q + 1,2 u_{fA} + 0,6 u_{t>0}$$

$$u_3 = 0,457 + 1,2 \times 0,596 + 1,2 \times 0,192 + 0,6 \times 0,351 = \underline{1,613 \text{ cm}}$$

- charges permanentes + retrait + charges B (supposées placées à l'extrémité de la travée:  $u_q \approx 0$ ) + freinage B + température < 0 :

$$u_4 = u_g + 1,2 u_q + 1,2 u_{fB} + 0,6 u_{t<0}$$

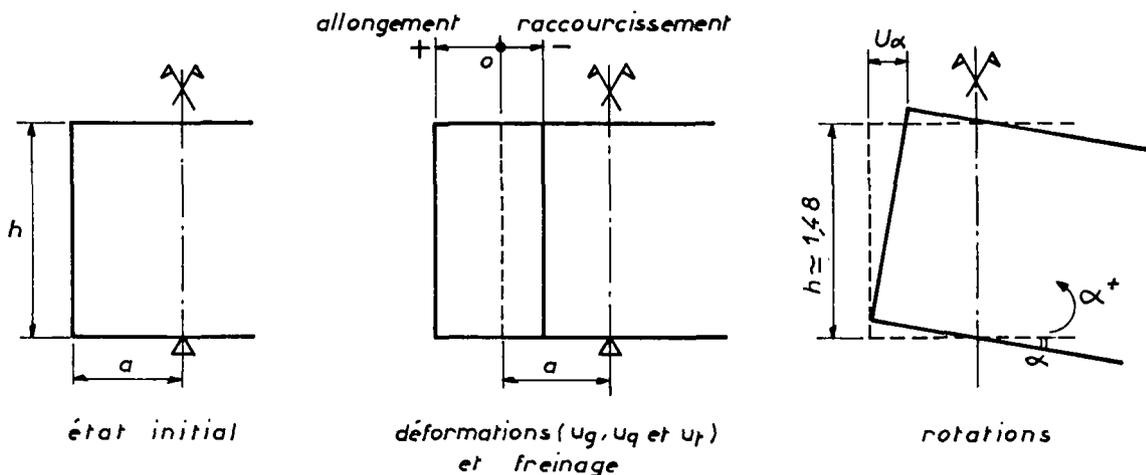
$$u_4 = 0,457 + 1,2 \times 0 - 1,2 \times 0,735 - 0,6 \times 468 = - \underline{0,706 \text{ cm}}$$

3.7.2. Rotations extrêmes des appuis

- charges permanentes + charges A + défaut de pose :

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_g + 1,2 \alpha_q + \alpha_0 = (- 5,4795 - 1,2 \times 4,941 - 3) 10^{-3} \\ &= - \underline{14,4087 \times 10^{-3} \text{ rd}} \end{aligned}$$

3.8. Déplacements du joint de chaussée



déplacement de l'about du tablier sous les rotations :

$$u_\alpha = h \sin \alpha + a (1 - \cos \alpha)$$

Comme  $\alpha$  est petit, il vient :

$$u_\alpha = h \alpha$$

3.8.1. Déplacements partiels pour un bord de joint (non pondérés)

sous charges permanentes :

$$U_g = h \alpha_g + u_g = - 148 \times 5,4795 \times 10^{-3} + 0,457 = - 0,354 \text{ cm}$$

sous charges d'exploitation :

$$U_q = h \alpha_q + 1,2 u_q = - 148 \times 4,941 \times 10^{-3} + 0,596 = - 0,135 \text{ cm}$$

sous température :

$$U_{t>0} = u_{t>0} = + 0,351 \text{ cm}$$

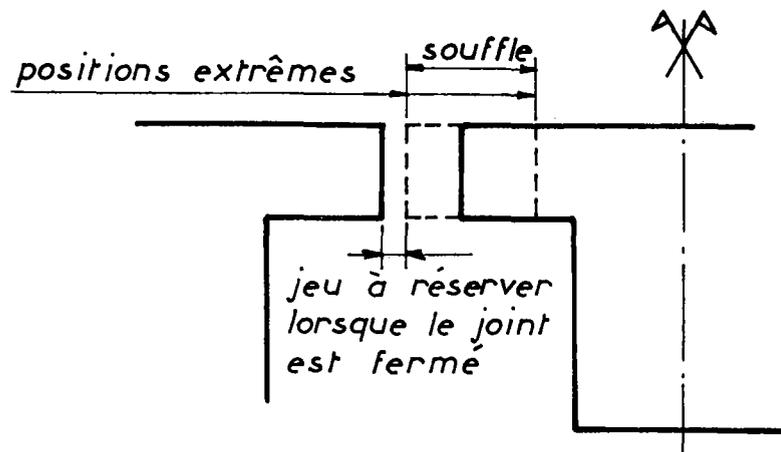
$$U_{t<0} = u_{t<0} = - 0,468 \text{ cm}$$

sous freinage :

$$U_{fB} = \pm 0,735 \text{ cm}$$

$$U_{fA} = \pm 0,192 \text{ cm}$$

3.8.2. Déplacements extrêmes au niveau des culées et souffle du joint



Les déplacements extrêmes sont obtenus sous les combinaisons suivantes :

- fermeture maximale du joint (un seul camion Bc freinant sur la travée et placé à l'extrémité opposée de celle-ci  $u_q \approx 0$ ) :

$$U_{>0} = u_g + 0,6 u_{t>0} + 1,2 u_q + 1,2 u_{fB}$$

$$U_{>0} = - 0,354 + 0,6 \times 0,351 + 1,2 \times 0 + 1,2 \times 0,735 = \underline{0,739} \text{ cm}$$

- ouverture maximale du joint (plusieurs camions Bc sur la travée qui sont supposés produire les mêmes déformations que la charge A avec un seul camion freinant) :

$$U_{<0} = u_g + 0,6 u_{t<0} + 1,2 u_q - 1,2 u_{fB}$$

$$U_{<0} = - 0,354 - 0,6 \times 0,468 - 1,2 \times 0,135 - 1,2 \times 0,735 = - \underline{1,679} \text{ cm}$$

d'où le souffle du joint :  $0,739 + 1,679 = 2,418 \text{ cm}$ , soit 2,5 cm.

### 3.8.3. Déplacements extrêmes au niveau d'une pile et souffle du joint

Les déplacements calculés en 3.8.2. ci-dessus s'ajoutent mais le freinage ne s'exerce que sur une des travées ( $\pm 1,2 \times 0,735$ ) d'où le souffle du joint :

$$2 \times 2,418 - 2 \times 1,2 \times 0,735 \times 1 = \underline{3,072} \text{ cm, soit } \underline{3,1} \text{ cm}$$

4 - CONCEPTION ET CALCUL DES CONSOLES COURTES (Annexe E.6. du B.A.E.L.)

4.1. Généralités

L'annexe E.6. du B.A.E.L. 83 doit être rendue contractuelle par le marché si nécessaire.

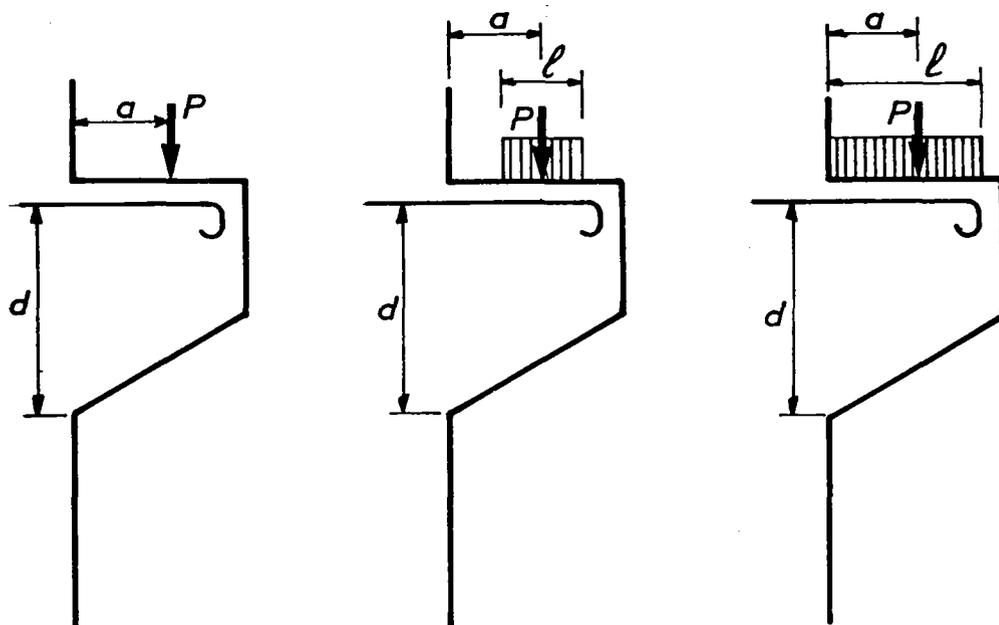
L'application aux "consoles courtes" des règles de calcul et des dispositions constructives des poutres (en console) a été à l'origine de très nombreux désordres, voire même de ruptures brutales.

Les règles de conception du B.A.E.L. 83 sont issues des recherches effectuées au centre d'essai des structures de SAINT-REMY-LES-CHEVREUSES, puis codifiées dans les annales de l'I.T.B.T.P. (n°317 de mai 1974).

Il est à noter que d'autres méthodes de calcul peuvent être utilisées conformément aux dispositions de l'article E.6.2,7.

4.2. Définition

Les consoles doivent être considérées comme "consoles courtes" si elles vérifient les conditions suivantes :



*P: résultante*

fig 1.a  
charge ponctuelle

fig 1.b  
charge répartie

fig 1.c  
charge répartie

conditions  $d > a$   
à respecter :

$d > a$  et  $d > l$

$d > l$

Les consoles courtes peuvent être de hauteur constante ou variable.

### 4.3 Règles de calculs

#### 4.3.1 Généralités

Les consoles courtes sont justifiées exclusivement aux états-limites ultimes.

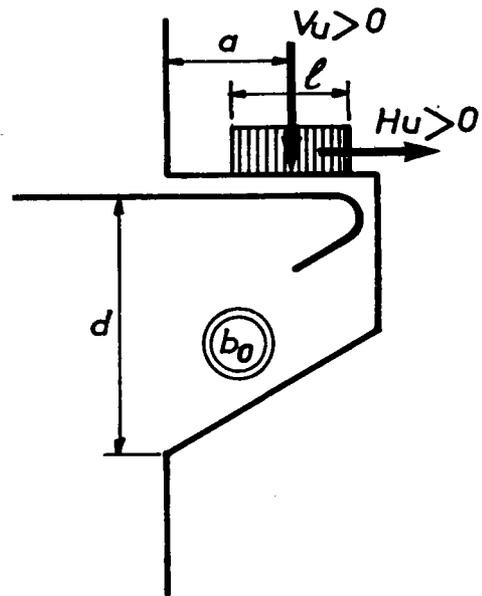
Sur le schéma ci-contre, on désigne par :

$V_U$  = la charge ponctuelle ou la résultante de la charge répartie calculée avec les combinaisons de l'E.L.U.

$H_U$  = l'effort horizontal éventuel calculé avec les combinaisons de l'E.L.U.

$H_U$  n'est pris en compte que s'il crée un effet de traction dans les armatures ( $H_U$  dirigé vers l'extérieur comme indiqué sur le schéma).

Les effets horizontaux ont généralement pour origine les effets du retrait, de la variation uniforme de température, du freinage... Ils sont calculés avec les combinaisons d'actions du chapitre 1 § 2.3.1.



$a$  = distance de  $V_U$  à la section d'encastrement

$l$  = la longueur sur laquelle est appliquée la charge répartie éventuelle

$d$  = la hauteur utile

$b_0$  = l'épaisseur de la console.

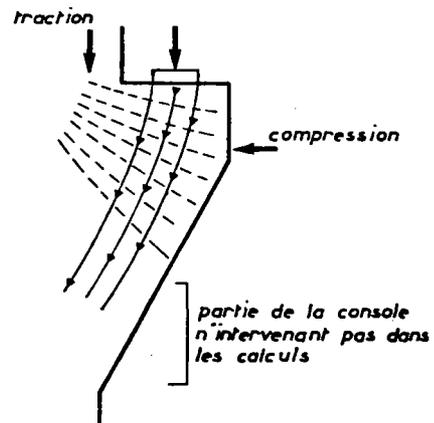
On appelle :

(1)

$M_U = V_U a$  le moment de flexion conventionnel à l'E.L.U. dans la section d'encastrement.

$$\delta = \text{minimum} \left| \frac{d}{a} \right| \leq 4$$

Cette relation conduit à plafonner la hauteur utile  $d$  ( $d \leq 4 a$ ). En effet, les essais montrent que pour des consoles de très grande hauteur, le calcul des aciers à partir de la hauteur totale de la section est beaucoup trop optimiste.



(1) La valeur de "a" doit être évaluée avec précision : une légère sous-estimation de "a" conduit à une erreur importante sur la valeur de  $M_U$  et par conséquent à une section d'armatures très insuffisante.

$$\tau_u = \frac{V_u}{b_o d^*} \quad \text{la contrainte tangente conventionnelle}$$

avec  $d^* = \text{minimum} \begin{cases} d \\ 4 a \\ 4 a + 2 l \end{cases}$  pour une charge ponctuelle  
pour une charge répartie (1)

#### 4.3.2 Limitation de la contrainte tangente conventionnelle

##### 4.3.2.1. Sous combinaison fondamentale

###### a - Cas de la fissuration peu nuisible

sans effort horizontal $H_u$	$\tau_u \leq \text{minimum} \begin{cases} 0,03 (2 + \delta) f_{cj} \\ 4 \text{ MPa} \end{cases}$	$f_{cj}$ est plafonné
avec effort horizontal $H_u$ ( $H_u > 0$ )	$\tau_{u1} = \frac{\tau_u}{1 - \frac{V_u}{0,6 H_u}} \leq \text{mini} \begin{cases} 0,03 (2 + \delta) f_{cj} \\ 4 \text{ MPa} \end{cases}$	à 30 MPa

###### b - Cas de la fissuration préjudiciable ou très préjudiciable

Bien que le B.A.E.L. 83 ne distingue pas les différentes conditions de fissuration dans son annexe E.6., il est recommandé de réduire la contrainte limite tangente dans les cas où la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable. Par analogie avec la justification des poutres sous sollicitations d'effort tranchant (Art. A.5.1,21.), on peut adopter un coefficient réducteur de 0,75 sur les valeurs limites du tableau précédent.

L'alinéa suivant peut être rendu contractuel par le marché :

"Dans le cadre de la justification des consoles courtes dont la fissuration est jugée préjudiciable ou très préjudiciable, la contrainte tangente conventionnelle est limitée à la valeur de l'article E.6.2,2. du fascicule 62 - titre 1<sup>er</sup> - section I, minorée de 25 % ."

(1) Le B.A.E.L. (Art. E.6.2,1.) donne la valeur de  $d^*$  dans les deux cas suivants : charge concentrée et charge uniformément répartie depuis la section d'encastrement. La relation  $d^* = 4 a + 2 l$  résulte d'une interpolation linéaire entre ces deux cas. En particulier, dans le cas de la figure 1.c, on retrouve :  $d^* = \text{mini} (d ; 4 l)$ .

#### 4.3.2.2 Sous combinaison accidentelle

La limitation de la contrainte tangente ne fait l'objet d'aucune règle particulière du B.A.E.L. dans le cas d'actions accidentelles. Il est cependant possible de considérer un coefficient de sécurité  $\gamma_b$  plus faible, ce qui revient à compléter l'article E.6.2.2. du B.A.E.L. par l'alinéa suivant (1) :

"Dans le cadre de la justification des consoles courtes soumises à des sollicitations accidentelles, la contrainte tangente conventionnelle est limitée à la valeur de l'article E.6.2,2. du fascicule 62 - titre 1er - section I, majorée de 30 % " .

#### 4.3.3. calcul des armatures

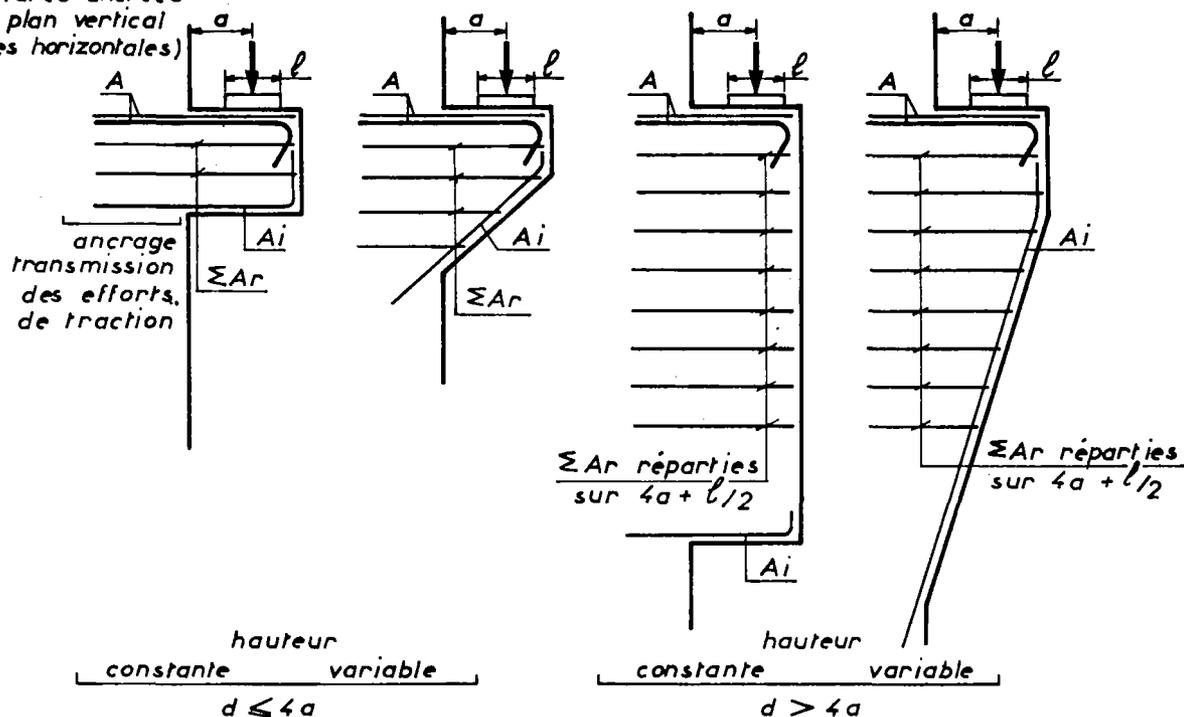
##### 4.3.3.1 Généralités

Les consoles courtes comportent :

- des armatures supérieures tendues de section  $A$  ancrées pour assurer la transmission des efforts au-delà de la section d'encastrement ;
- des armatures parallèles au parement inférieur de section  $A_i$  ancrées totalement au-delà de la section d'encastrement ;
- le cas échéant des armatures réparties de section  $\Sigma A_r$  ancrées totalement au-delà de la section d'encastrement.

Ces armatures sont disposées de la manière suivante :

*A (armatures ancrées dans un plan vertical et boucles horizontales)*



(1) Cet alinéa est à inclure le cas échéant dans les C.C.T.P.

4.3.3.2 armatures supérieures tendues

4.3.3.2.1 Notations

$$- f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s} \quad \text{avec} \quad \left| \begin{array}{ll} \gamma_s = 1,15 & \text{pour les combinaisons fondamentales} \\ \gamma_s = 1 & \text{pour les combinaisons accidentelles} \end{array} \right.$$

- z : bras de levier conventionnel pour le calcul des armatures supérieures.

$$- z = \text{minimum} \quad \left| \begin{array}{l} 0,7 d (1 + 0,1 \delta) \\ 2,4 a (0,4 + 0,1 \delta) \end{array} \right.$$

- A<sub>1</sub> : section d'armatures supérieures dans le cas où aucun effort horizontal ne s'exerce sur la console courte.

4.3.3.2.2 calcul des armatures supérieures A

a - Cas de fissuration peu nuisible

(1)

Si aucun effort horizontal ne s'exerce sur la console courte :

$$A = A_1 = \frac{M_u}{z f_{su}}$$

Si un effort horizontal de traction s'exerce sur la console courte :

$$A = A_1 + \frac{H_u}{f_{su}} = \frac{M_u}{z f_{su}} + \frac{H_u}{f_{su}}$$

b- Cas de la fissuration préjudiciable ou très préjudiciable

Ces cas ne sont pas traités dans le règlement B.A.E.L. 83 dans son annexe E.6. Il est cependant recommandé d'adopter dans les relations du paragraphe précédent un coefficient minorateur k sur la valeur de f<sub>su</sub> :

$$k = 3/2 \frac{f_{s\text{ser}}}{f_e} \quad (2)$$

(1) Il est rappelé qu'un effort horizontal, créant une compression dans les armatures supérieures, n'est pas pris en compte dans les calculs.

(2) En effet les relations de l'annexe E.6 du B.A.E.L. ont été établies à partir des règles énoncées dans les annales ITBP, règles conformes au CCBA 68 pour lequel la contrainte des aciers est limitée à 2/3 f<sub>e</sub>.

L'alinéa suivant peut être rendu contractuel par le marché :

Dans le cadre de la justification des consoles courtes dont la fissuration est jugée préjudiciable ou très préjudiciable, la section des armatures supérieures tendues est fixée par les articles E.6.2,2. et E.6.2,6 du fascicule 62 - titre 1<sup>er</sup> - section I, dans lesquels  $f_e/\gamma_s$  est minoré par les coefficients k du tableau suivant :

condition de fissuration nuance des armatures	fissuration préjudiciable	fissuration très préjudiciable
Fe E 215	1	0,75
Fe E 235	0,95	0,70
Fe E 400	0,90	0,65

4.3.3.2.3 calcul des armatures inférieures  $A_i$

$$A_i = \frac{A_1}{10}$$

4.3.3.2.4 calcul des armatures réparties  $A_r$

On calcule :

$$\lambda = \frac{1}{4} \left( \delta + 12 \frac{\tau_u}{f_{cj}} - 1 \right)$$

On remplace  $\tau_u$  par  $\tau_{u1}$  s'il existe un effort horizontal  $H_u$

si  $\lambda < \frac{1}{10}$  il n'y a pas besoin d'armatures réparties :  $\sum A_r = 0$

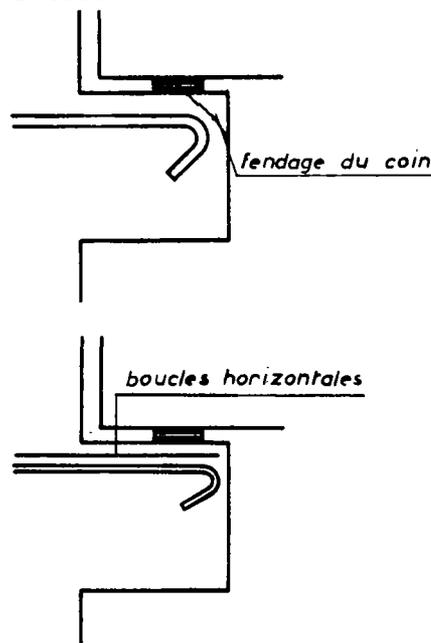
si  $\lambda > \frac{1}{10}$   $\sum A_r = \left[ \lambda - \frac{1}{10} \right] A_1$

à répartir sur toute la hauteur de la console, sauf pour les consoles très hautes ( $d > 4 a$ ) où la répartition s'effectue sur une hauteur  $4 a + 1/2$  à partir des armatures A .

#### 4.4 Dispositions constructives

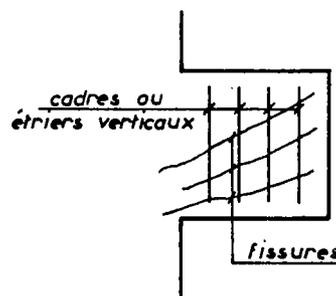
Les différents cas de pathologie rencontrés dans les consoles courtes sont souvent dus à des dispositions constructives incorrectes.

Sur la figure ci-contre, l'appui est placé trop près du bord dans une zone non armée, les armatures supérieures étant uniquement constituées de barres de gros diamètre ancrées dans des plans verticaux.



Il est préférable de remplacer les armatures de gros diamètre avec ancrage disposé dans le plan vertical par des armatures bouclées à plat. Il convient en outre de s'assurer que la surface d'appui est à l'intérieur des boucles.

On observe parfois une fissuration excessive qui a pour origine une insuffisance, ou une absence de cadres verticaux.



Ces cadres sont nécessaires car ils ont pour rôle :

- de résister aux efforts de torsion éventuels dus aux imperfections géométriques de la pièce (la charge n'est pas rigoureusement centrée sur le plan médian de la console), ou dus à la dissymétrie des charges.

Dans ce dernier cas, les armatures de torsion doivent être calculées conformément à l'article A.5.4 du B.A.E.L. (se reporter également au chapitre 3 § 5).

- d'assurer la couture vis-à-vis des efforts d'adhérence des armatures supérieures ancrées par courbure dans les plans verticaux :

- de rigidifier la cage d'armatures

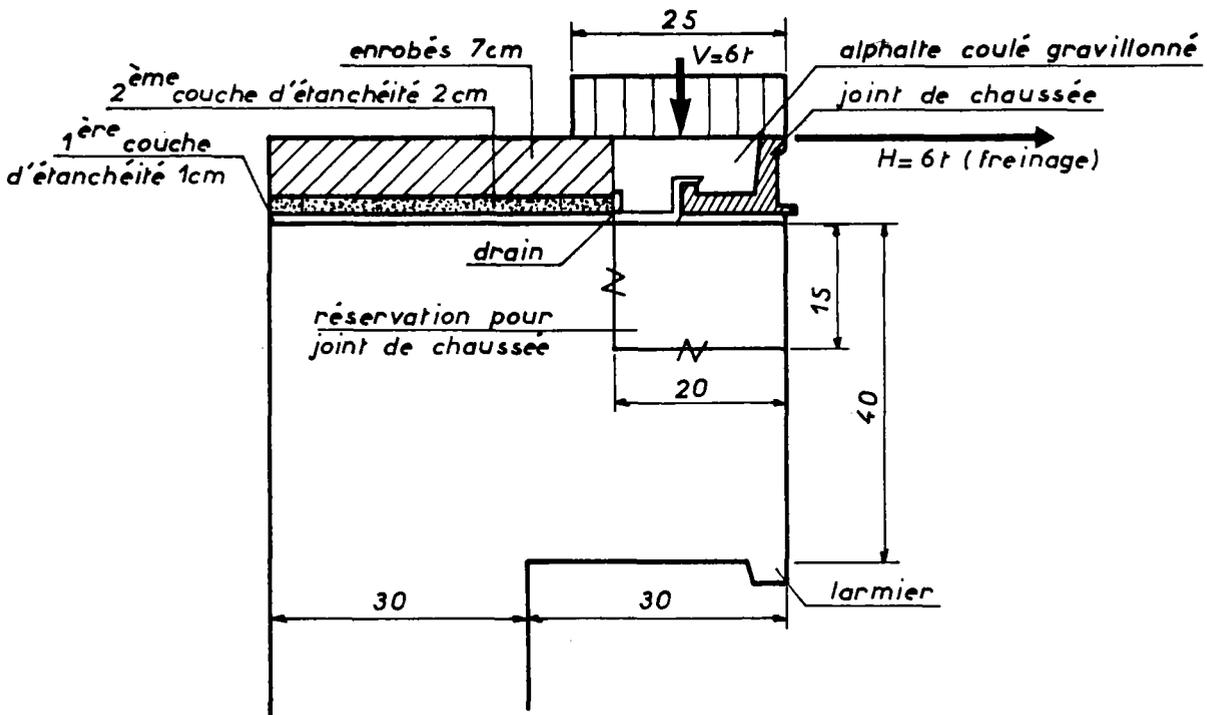
- de transmettre les charges à la partie supérieure de la console (cadres suspendes) lorsque celles-ci sont appliquées en partie inférieure.

Les reprises de bétonnage au niveau de la section d'encastrement des consoles courtes doivent être prohibées.

4.5 exemple d'un corbeau de garde-grève

4.5.1 Données

Reprenons l'exemple de la culée du chapitre 3 § 5.2. et déterminons le ferrailage du corbeau. Parmi les charges de type B, c'est la roue de Bc de 6 t (impact 25 x 25) qui est déterminante vis-à-vis du ferrailage. On admet en outre que la roue exerce un effort horizontal de 6 t (freinage) en direction du tablier.



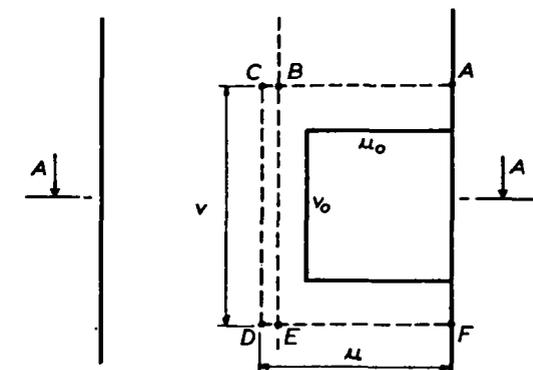
4.5.2. Calcul des sollicitations

a - Effet de la roue de 6 t

L'impact de la roue est diffusé au travers de la chaussée jusqu'à la face supérieure de la console courte :

$$u = u_0 + 3/4 e = 25 + 3/4 \times 10 = 32,5 \text{ cm}$$

$$v = v_0 + 1,5 e = 25 + 1,5 \times 10 = 40 \text{ cm}$$

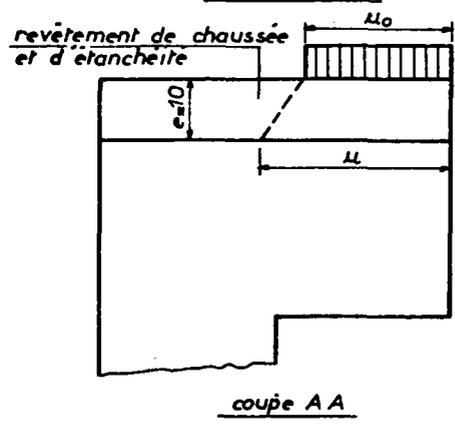


vue de dessus

Seule la partie de la charge directement appliquée à la console intervient dans le calcul de console courte (aire A B E F de la vue de dessus).

$$V = \frac{A B E F}{A C D F} \times 6 \text{ t} = \frac{30}{32,5} \times 6 = 5,538 \text{ t}$$

Nous admettons la même diffusion pour l'effort horizontal : H = 5,538 t

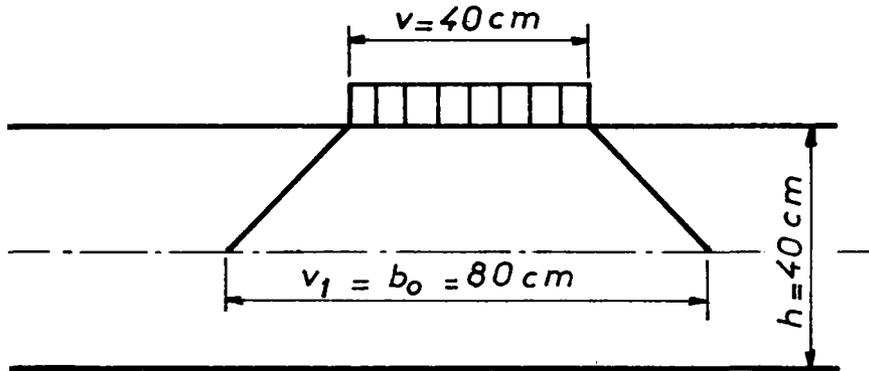


coupe AA

b - Largeur  $b_0$  de la console

On admet que la largeur de la console correspond à la longueur de l'impact  $v_1$  de la roue de 6 t au niveau du feuillet moyen de la console.

$$v_1 = v + h = 40 + 40 = 80 \text{ cm}$$



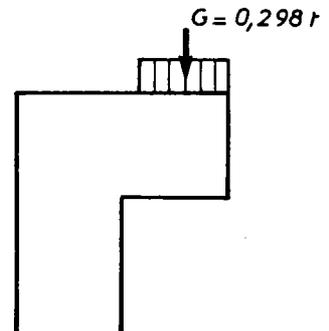
c - Charge permanente (poids propre de la console et poids du complexe étanchéité enrobé).

charge uniformément répartie :

$$g = 0,10 \times 2,4 + 0,40 \times 2,5 = 1,24 \text{ t/m}^2$$

résultante G sur la largeur  $b_0$  de la console :

$$G = 1,24 \times 0,30 \times 0,80 = 0,298 \text{ t}$$



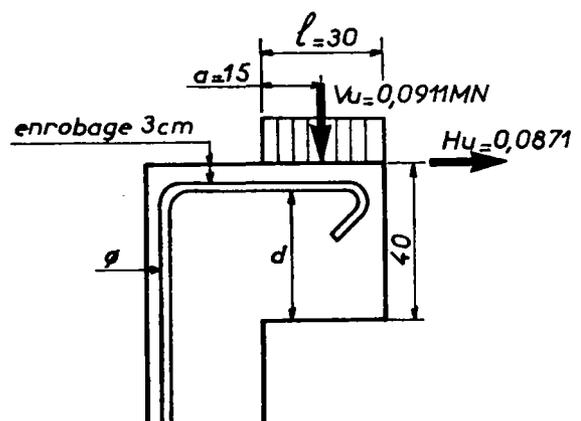
d - Sollicitations à l'E.L.U.

$$V_u = 1,35 \times 0,298 + 1,5 \times 1,07 \times 5,538 = 9,291 \text{ t} = \underline{0,0911 \text{ MN}}$$

$$H_u = 1,5 \times 1,07 \times 5,538 = 8,888 \text{ t} = \underline{0,0871 \text{ MN}}$$

La hauteur utile peut être évaluée à :

$$d = 40 - 3 - \frac{\emptyset}{2} \approx 36 \text{ cm}$$



#### 4.5.3. Calcul des aciers de console courte

##### a - Vérification de la console courte

Il s'agit d'une console courte car :

$$d \geq a \quad (36 > 15) \quad \text{et} \quad d \geq l \quad (36 > 30)$$

$$M_U = V_U a = 0,0911 \times 0,15 = 0,0137 \text{ MN.m}$$

$$\delta = \text{minimum} \left| \begin{array}{l} \frac{d}{a} = \frac{0,36}{0,15} = \underline{2,4} \\ 4 \end{array} \right.$$

##### b - Vérification de la contrainte tangente ( $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ )

$$d^* = \text{minimum} (d ; 4 l) = \text{minimum} (0,36 ; 4 \times 0,30) = \underline{0,36 \text{ m}}$$

$$\tau_U = \frac{V_U}{b_0 d} = \frac{0,0911}{0,80 \times 0,36} = \underline{0,316 \text{ MPa}}$$

$$\tau_{U1} = \frac{\tau_U}{1 - 0,6 \frac{H_U}{V_U}} = \frac{0,316}{1 - 0,6 \times \frac{0,0871}{0,0911}} = \underline{0,742 \text{ MPa}}$$

On vérifie :

$$\tau_{U1} = 0,742 < \text{minimum} \left| \begin{array}{l} 0,03 (2 + \delta) f_{c28} = 0,03 (2 + 2,4) 25 = \underline{3,30 \text{ MPa}} \\ 4 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

##### c - Calcul des armatures supérieures (Fe E 400 : $f_{su} = f_e / \gamma_s = 347,8 \text{ MPa}$ )

Le bras de levier vaut :

$$z = \text{mini} \left| \begin{array}{l} 0,7 d (1 + 0,1 \delta) = 0,7 \times 0,36 (1 + 0,1 \times 2,4) = 0,312 \text{ m} \\ 2,4 a (0,4 + 0,1 \delta) = 2,4 \times 0,15 (0,4 + 0,1 \times 2,4) = \underline{0,230 \text{ m}} \end{array} \right.$$

$$A_1 = \frac{M_U}{z f_{su}} = \frac{0,0137 \times 10^4}{0,230 \times 347,8} = 1,71 \text{ cm}^2$$

A ceci, s'ajoute la reprise de l'effort horizontal  $H_U$  :

$$A = A_1 + \frac{H_U}{f_{su}} = 1,71 + \frac{0,0871 \times 10^4}{347,8} = 1,71 + 2,50 = \underline{4,21 \text{ cm}^2}$$

d - Calcul des armatures inférieures

$$A_i = \frac{A_1}{10} = \underline{0,171 \text{ cm}^2}$$

e - Calcul des armatures réparties

$$\lambda = \frac{1}{4} \left( \delta + 12 \frac{\tau_{u1}}{f_{c,j}} - 1 \right) = \frac{1}{4} \left( 2,4 + 1,2 \times \frac{0,742}{25} - 1 \right) = 0,439$$

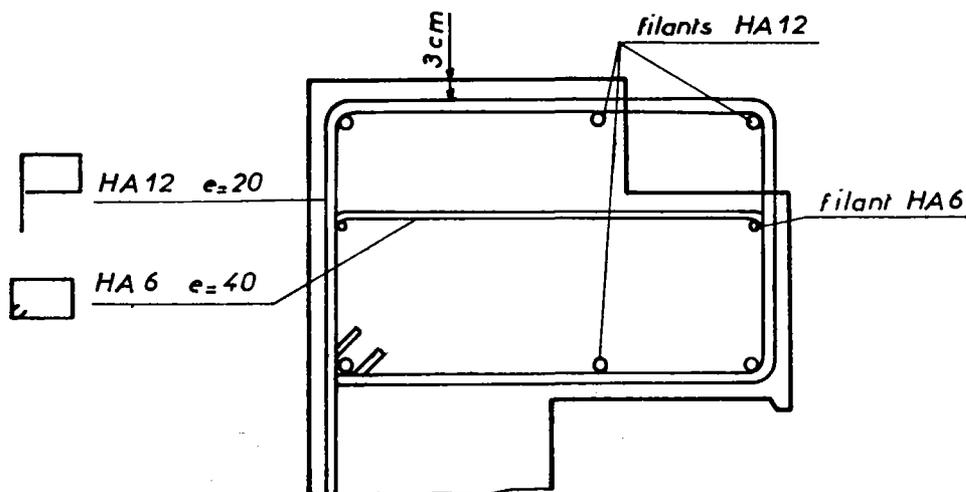
Il faut des armatures réparties car  $\lambda > \frac{1}{10}$

$$\Sigma A_r = \left( \lambda - \frac{1}{10} \right) A_1 = (0,439 - 0,1) 1,71 = \underline{0,580 \text{ cm}^2}$$

4.5.4 ferraillage et dispositions constructives

Les sections d'acier ont été calculées pour une largeur de 80 cm. Pour une largeur de 1 m, les sections à mettre en place sont les suivantes :

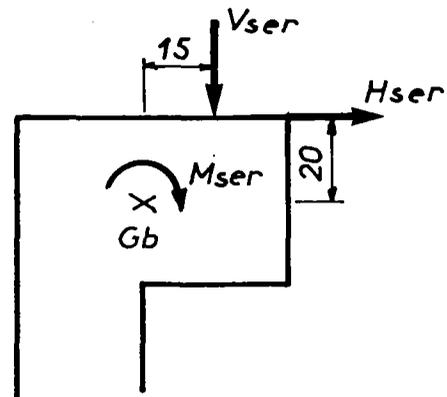
armatures supérieures A	armatures inférieures A <sub>i</sub>	armatures réparties $\Sigma A_r$
5,30 cm <sup>2</sup> /m	0,21 cm <sup>2</sup> /m	0,73 cm <sup>2</sup> /m
HA 12 e = 20	cadre HA 6 e = 40	



Nota : le ferraillage spécifique du joint de chaussée s'ajoute au présent ferraillage.

Vérification de la condition de non-fragilité (cf chap 2 § 3)

La pièce est soumise à la flexion composée avec traction. Les sollicitations calculées à l'E.L.S. ont les valeurs suivantes :



$$V_{ser} = 0,298 + 1,2 \times 5,538 = 6,944 \text{ t} = 0,0681 \text{ MN}$$

$$H_{ser} = -1,2 \times 5,538 = -6,646 \text{ t} = -0,0652 \text{ MN}$$

Le moment calculé par rapport à  $G_b$  vaut :

$$M_{ser} = V_{ser} \times 0,15 + H_{ser} \times 0,20 = 0,0681 \times 0,15 + 0,0652 \times 0,20$$

$$M_{ser} = 0,0233 \text{ MN-m}$$

La section d'encastrement est soumise à :

un moment de flexion  $M_{ser} = 0,0233 \text{ MN-m}$

un effort normal de traction  $N_{ser} = -0,0652 \text{ MN}$

$$e_b = \frac{M_{ser}}{N_{ser}} = -0,357 \text{ m}$$

$$e_b \leq - (d - v_s) \quad -0,357 \leq - (0,36 - 0,20) = -0,16$$

La section est partiellement comprimée. L'effort normal de fissuration  $N_f$  vaut :

$$N_f = \frac{-\frac{b_o h f_{t28}}{6 e_b}}{1 - \frac{h}{b_o}} = \frac{-1 \times 0,40 \times 2,1}{1 + \frac{6 \times 0,357}{0,40}} = -0,132 \text{ MN}$$

$$A_{st} = \frac{N_f}{f_e} \left( \frac{e_b + d - \frac{h}{2}}{0,9 d} - 1 \right) = \frac{-0,132 \times 10^4}{400} \left( \frac{-0,357 + 0,36 - 0,20}{0,9 \times 0,36} - 1 \right)$$

$$A_{st} = 5,31 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Avec HA 12  $e = 20$  ( $5,65 \text{ cm}^2/\text{m}$ ), la condition de non-fragilité est satisfaite.

ANNEXE PROJETEUR

S O M M A I R E

1. Contraintes limites de compression du béton
2. Caractéristiques et contraintes limites de traction des armatures usuelles
3. Moments relatifs limites de compression  $\mu_{1c}$
4. Valeurs de  $\alpha_{AB}$  : profondeur de l'axe neutre à l'E.L.S.
5. Contraintes tangentes limites
6. Contraintes limites d'adhérence  $\tau_{s,lim}$
7. Contraintes limites d'entraînement  $\tau_{se,u}$
8. Ancrages droits des armatures Fe E 400
9. Ancrages totaux des cadres, étriers et épingles
10. Formules donnant la longueur développée des cadres, étriers et épingles
11. Diamètres minimaux des mandrins de cintrage
12. Sections nominales et périmètres nominaux des armatures
13. Programmes de calcul existants au SETRA et adaptés à la réglementation BAEL 83
14. Extrait de la norme P18-011  
Classification des environnements agressifs
15. Carte sismique

1. Contraintes limites de compression du béton

désignation			E.L.U.		E.L.S.
classe de résistance	f <sub>c28</sub> (MPa)	f <sub>t28</sub> (MPa)	f <sub>bu</sub> = $\frac{0,85 f_{c28}}{\gamma_b}$ (MPa)		f <sub>bser</sub> = 0,6 f <sub>c28</sub> (MPa)
			combinaison fondamentale γ <sub>b</sub> = 1,5	combinaison accidentelle γ <sub>b</sub> = 1,15	
B.16	16	1,56	9,07	11,83	9,60
B.20	20	1,80	11,33	14,78	12,00
B.25	25	2,10	14,17	18,48	15,00
B.30	30	2,40	17,00	22,17	18,00
B.35	35	2,70	19,83	25,87	21,00
B.40	40	3,00	22,67	29,57	24,00

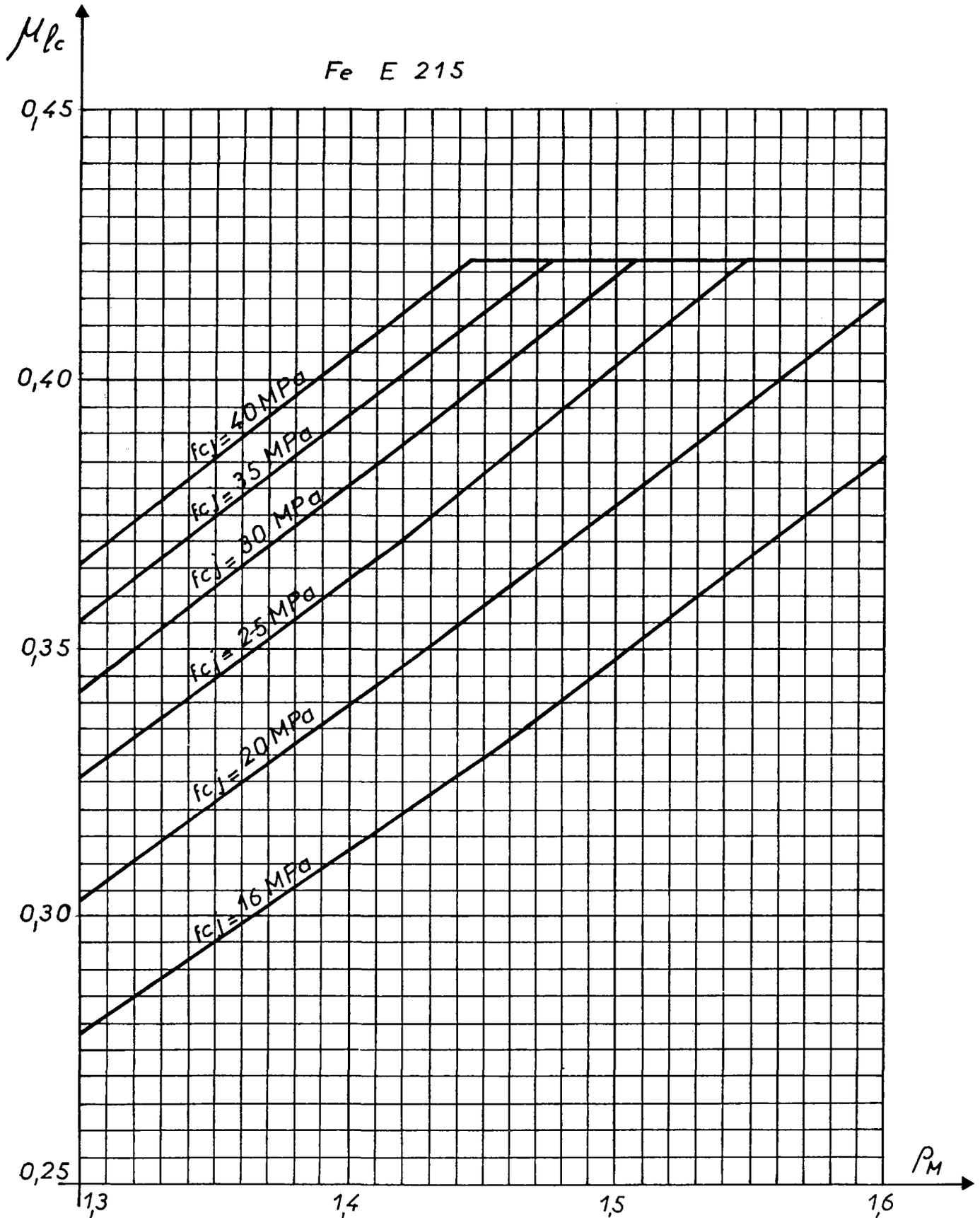
2. Caractéristiques et contraintes limites de traction des armatures usuelles

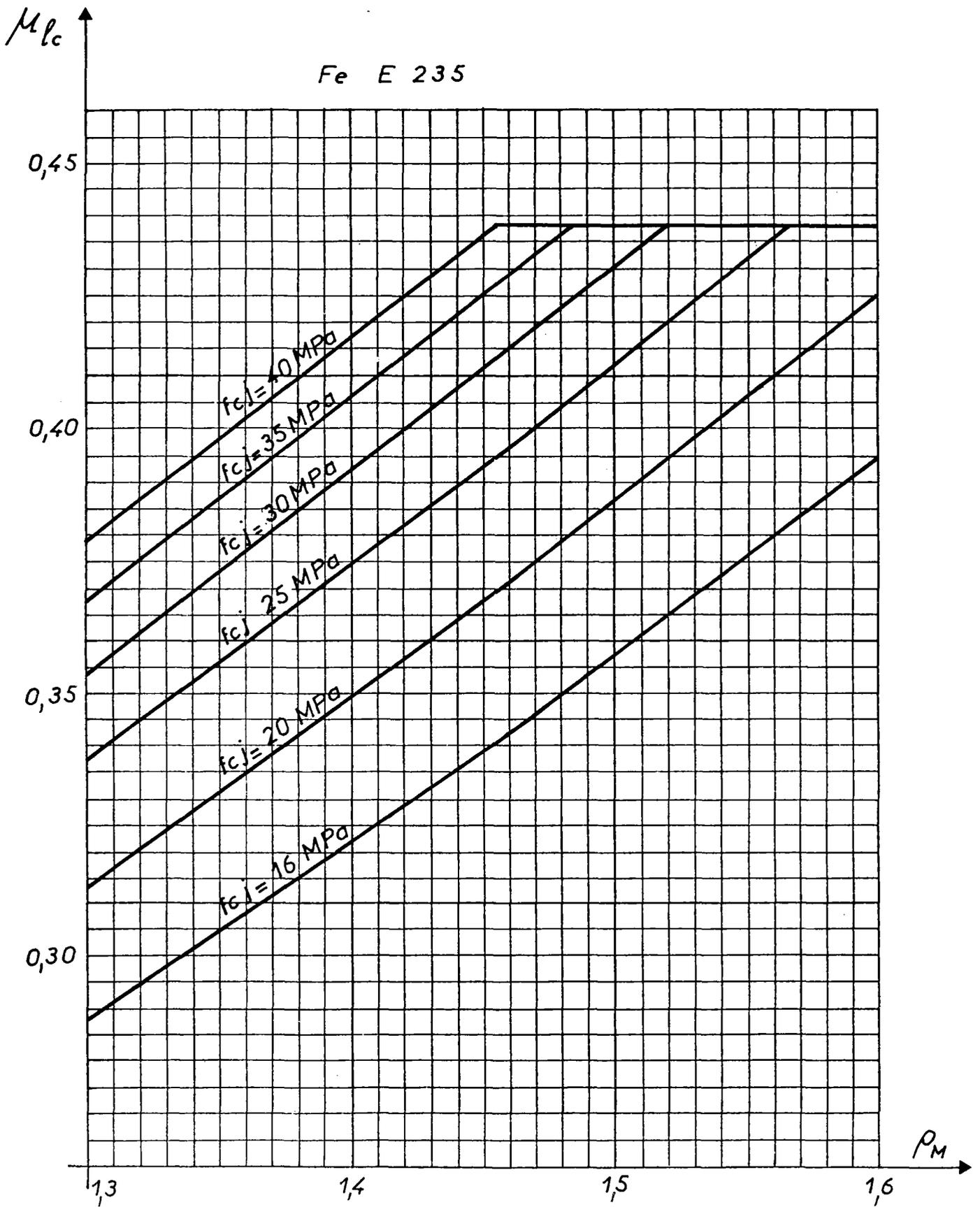
désignation			ronds lisses		armatures H.A.
			Fe E 215	Fe E 235	Fe E 400
f <sub>e</sub> (MPa)			215	235	400
coefficient de fissuration η			1	1	1,6
coefficient de scellement Ψ <sub>0</sub>			1	1	1,5
E.L.U.	combinaison fondamentale γ <sub>s</sub> = 1,15	f <sub>su</sub> (MPa)	187,00	204,3	347,8
		10 <sup>3</sup> ε <sub>e</sub>	0,9348	1,0215	1,7391
E.L.S.	combinaison accidentelle γ <sub>s</sub> = 1	f <sub>su</sub> (MPa)	215	235	400
		10 <sup>3</sup> ε <sub>e</sub>	1,0750	1,1750	2,0000
fissuration préjudiciable f <sub>sser</sub> = mini(2/3 f <sub>e</sub> , 150 η)		f <sub>sser</sub> (MPa)	143,3	150	240
fissuration très préjudiciable f <sub>sser</sub> = Mini (0,5 f <sub>e</sub> , 110 η)		f <sub>sser</sub> (MPa)	107,5	110	176

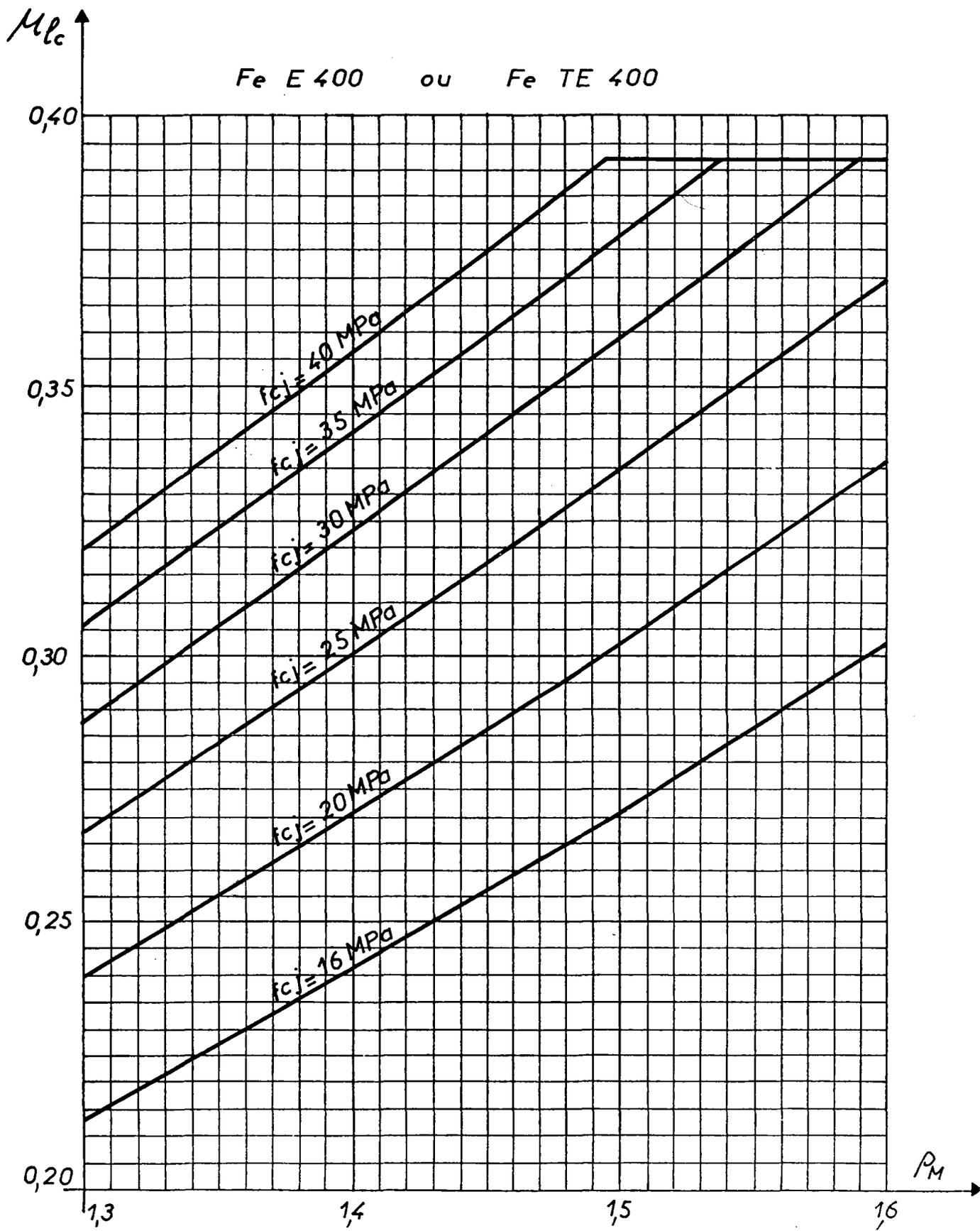
### 3. Moments relatifs limites de compression $\mu_{lc}$

$\mu_{lc}$  est défini au § 3.2.1 du chapitre 2 et dépend de  $\rho_M = \frac{M_u}{M_{ser}}$  et  $f_{cj}$ .

Rappel : Les moments relatifs  $\mu_{lc}$  ne sont applicables qu'aux sections rectangulaires.







4. Valeurs de  $\alpha_{AB}$  : profondeur de l'axe neutre à l'E.L.S.

$$\text{Valeurs de } \alpha_{AB} = \frac{n f_{bser}}{n f_{bser} + f_{s,ser}} \quad (\text{cf chapitre 2 } \S 2.2.2.2.)$$

E.L.S	$f_{c28}$ (MPa)						
	16	20	25	30	35	40	
Fe E 215 $f_{s,ser} = 143,3$ MPa	0,501	0,557	0,611	0,653	0,687	0,715	fissuration préjudicia- ble
Fe E 235 $f_{s,ser} = 150$ MPa	0,490	0,545	0,600	0,643	0,677	0,706	
Fe E 400 $f_{s,ser} = 240$ MPa	0,375	0,429	0,484	0,529	0,568	0,600	
Fe E 215 $f_{s,ser} = 107,5$ MPa	0,573	0,626	0,677	0,715	0,746	0,770	fissuration très préjudicia- ble
Fe E 235 $f_{s,ser} = 110$ MPa	0,567	0,621	0,672	0,711	0,741	0,766	
Fe E 400 $f_{s,ser} = 176$ MPa	0,450	0,506	0,561	0,605	0,642	0,672	

5. Contraintes tangentés limites

Contraintes limites du béton vis-à-vis des sollicitations tangentés (combinaison fondamentale), cas courant des poutres où les armatures d'âme sont droites (cf. chapitre 3 § 2.2).

$\tau_{u,lim}$ dans le cas où les armatures d'âme sont droites (MPa)	$f_{c28}$ (MPa)					
	16	20	25	30	35	40
fissuration peu nuisible $\tau_{u,lim} = \text{mini}(0,13 f_{cj}; 4 \text{ MPa})$	2,08	2,60	3,25	3,90	4,00	4,00
fissuration préjudiciable ou très préjudiciable $\tau_{u,lim} = \text{mini}(0,10 f_{cj}; 3 \text{ MPa})$	1,60	2,00	2,50	3,00	3,00	3,00

6. Contraintes limites d'adhérence  $\tau_{s,lim}$

$\tau_{s,lim} = 0,6 \Psi_s^2 f_{tj}$ (MPa)	$f_{c28}$ (MPa)					
	16	20	25	30	35	40
ronds lisses $\Psi_s = 1$	0,94	1,08	1,26	1,44	1,62	1,80
armatures HA $\Psi_s = 1,5$	2,11	2,43	2,84	3,24	3,65	4,05

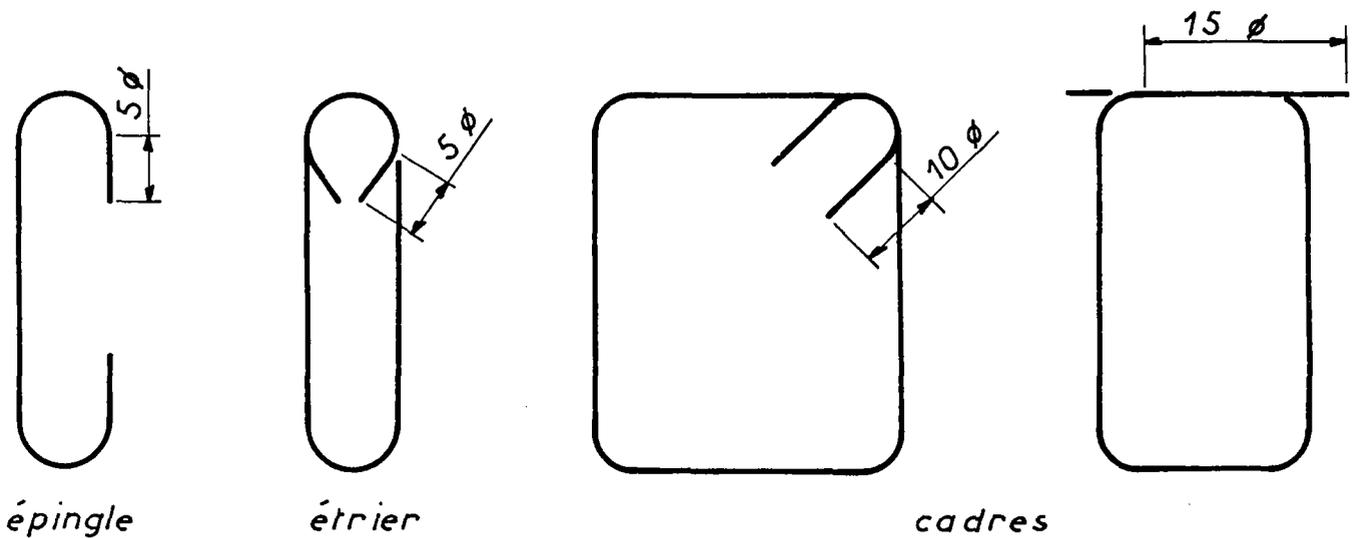
7. Contraintes limites d'entraînement  $\tau_{se,u}$  (cf. chapitre 3 § 4)

$\tau_{se,u} = \Psi_s f_{tj}$ (MPa)	$f_{c28}$ (MPa)					
	16	20	25	30	35	40
ronds lisses $\Psi_s = 1$	1,56	1,80	2,10	2,40	2,70	3,00
armatures HA $\Psi_s = 1,5$	2,34	2,70	3,15	3,60	4,05	4,50

8. Ancrages rectilignes des armatures Fe E 400

diamètre des barres $\emptyset$  (mm)	$l_s = \frac{\emptyset f_e}{4 \tau_{s,lim}}$ (cm)						longueur d'ancrage forfaitaire  $l_s = 40 \emptyset$ (cm)
	$f_{c28}$ (MPa)						
	16	20	25	30	35	40	
5	24	21	18	15	14	12	20
6	28	25	21	19	16	15	24
8	38	33	28	25	22	20	32
10	47	41	35	31	27	25	40
12	57	49	42	37	33	30	48
14	66	58	49	43	38	35	56
16	76	66	56	49	44	40	64
20	95	82	70	62	55	49	80
25	118	103	88	77	68	62	100
32	152	132	113	99	88	79	128
40	190	165	141	123	110	99	160

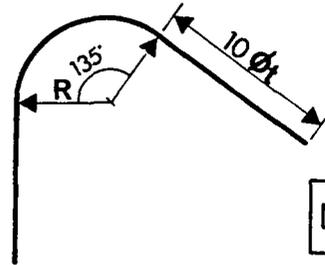
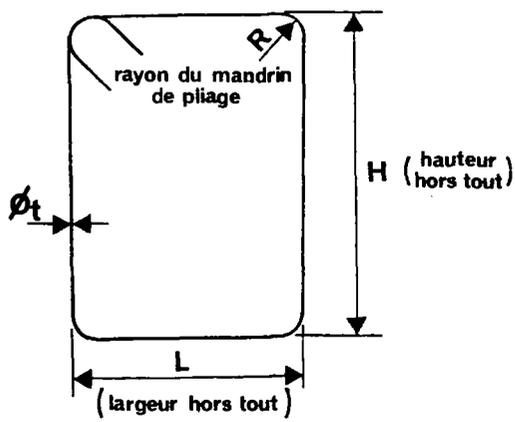
9. Ancrages totaux des cadres, étriers et épingle (Art. A.6.1,255)



Nota : Il n'est pas nécessaire de vérifier les conditions de non écrasement du béton.

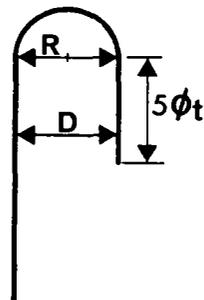
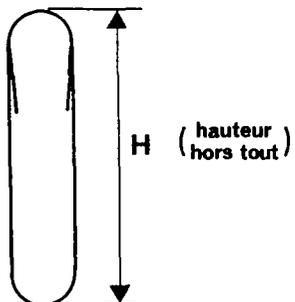
10. Formules donnant la longueur développée des cadres, étriers et épingles

CADRES



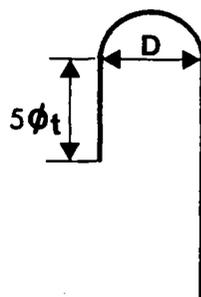
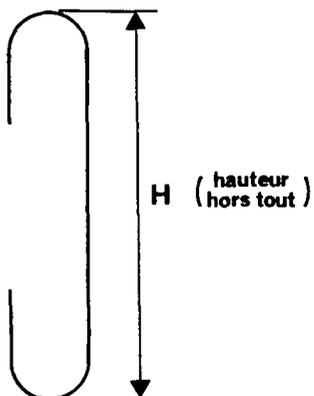
$$l = 2(H + L) + 1,426 R + 16,713 \phi_t$$

ETRIERS



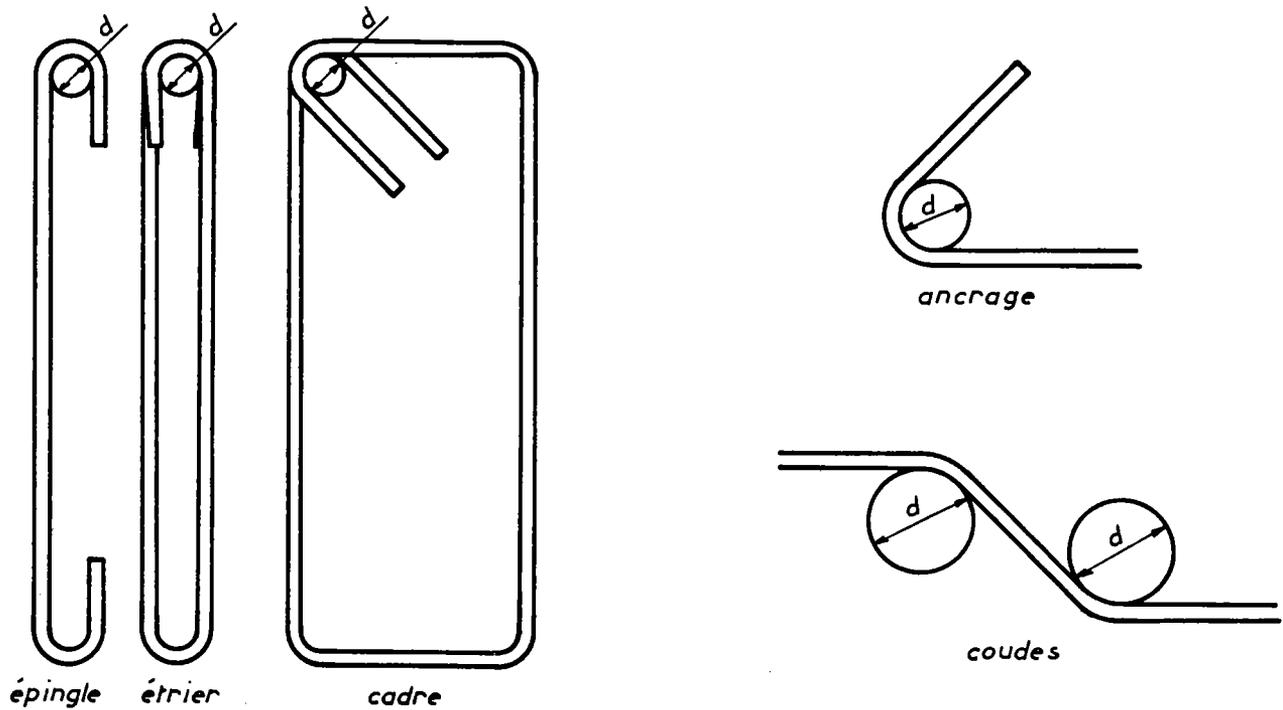
$$l = 2 H + 2,713 D + 10,713 \phi_t$$

EPINGLES



$$l = H + 2,142 D + 11,142 \phi_t$$

11. Diamètres minimaux des mandrins de cintrage (d) en mm



11.1. Ronds lisses : Fe E 215 et Fe E 235 de diamètre Ø

diamètre nominal de l'armature (mm)	4	5	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
cas général $d = 5 \text{ } \emptyset$	20	25	30	40	50	60	70	80	100	125	160	200
cadres, étriers et épingles $d = 3 \text{ } \emptyset$	12	15	18	24	30	36	42	48	sans objet			

	Fe E 215	Fe E 235
aptitude au pliage-dépliage des armatures en attente	NON	OUI
aptitude au soudage à l'arc	NON	OUI

11.2. Armatures à haute-adhérence Fe E 400, Fe TE 400, Fe E 500 et Fe TE 500

"d" doit être supérieur ou égal aux valeurs du tableau ci-dessous tiré du fascicule 65, art. 33.1.3. :

diamètre nominal de l'armature (mm)		4	5	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
épingles étriers et cadres	Fe E 400 & Fe TE 400	20	20	20	30	40	50	70	100	sans objet			
	Fe E 500 & Fe TE 500	30	30	40	50	70	70	100	150				
ancrages	toutes	40	50	70	70	100	100	150	150	200	250	300	400
coudes	nuances	sans objet				150	200	200	250	300	400	500	500

Des valeurs inférieures de "d" peuvent être admises sur proposition de l'entrepreneur sous réserve d'essais de convenance. Dans tous les cas, d doit être au moins égal au diamètre des mandrins utilisés pour les essais d'homologation et définis par les normes NF A 35-016 et NF A 35-019 dont est extrait le tableau suivant :

		essai de pliage simple à 180°		essai de pliage-dépliage	
		diamètre de la barre "Ø"	diamètre du mandrin "d"	diamètre de la barre "Ø"	diamètre du mandrin "d"
barres	Fe E 400	Ø < 12	2,5 Ø	Ø < 12	5 Ø
		12 < Ø < 16	3 Ø	12 < Ø < 16	6 Ø
				16 < Ø < 25	8 Ø
				25 < Ø < 50	10 Ø
H.A.	Fe E 500	Ø < 12	3,5 Ø	Ø < 12	6 Ø
		12 < Ø < 16	4,5 Ø	12 < Ø < 16	8 Ø
				16 < Ø < 25	10 Ø
				25 < Ø < 50	12 Ø
fils	Fe TE 400	Ø < 12	2,5 Ø	Ø < 12	5 Ø
		12 < Ø < 16	3 Ø	12 < Ø < 16	6 Ø
H.A.	Fe TE 500	Ø < 12	3,5 Ø	Ø < 12	6 Ø
		12 < Ø < 16	4,5 Ø	12 < Ø < 16	8 Ø

Rappel des stipulations du fascicule 65 du C.C.T.G.

Le pliage et dépliage des armatures à haute-adhérence en attente est interdit sauf justifications et essais de convenance (cf. fascicule 65, art. 33.1.3, commentaire \*\*\*).

Le pointage à l'arc est interdit.

Le soudage à l'arc des armatures à haute-adhérence n'est autorisé que pour les armatures de qualité soudable (l'aptitude au soudage figure dans la fiche d'identification de l'armature).

12. Sections nominales et périmètres nominaux des armatures

diamètre des barres (en mm)	SECTIONS NOMINALES (en cm <sup>2</sup> )										Poids d'une barre au ml (en kg)
	NOMBRE DE BARRES										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
5	0,196	0,393	0,589	0,785	0,982	1,178	1,374	1,571	1,767	1,963	0,154
6	0,283	0,570	0,850	1,130	1,410	1,700	1,980	2,260	2,540	2,830	0,222
8	0,503	1,010	1,510	2,010	2,510	3,020	3,520	4,020	4,520	5,030	0,394
10	0,785	1,570	2,360	3,140	3,930	4,710	5,500	6,280	7,070	7,850	0,616
12	1,131	2,260	3,390	4,520	5,650	6,790	7,920	9,050	10,180	11,310	0,887
14	1,539	3,080	4,620	6,160	7,700	9,240	10,780	12,320	13,850	15,390	1,208
16	2,010	4,020	6,030	8,040	10,050	12,060	14,070	16,080	18,100	20,110	1,578
20	3,142	6,280	9,420	12,570	15,710	18,850	21,990	25,130	28,270	31,420	2,466
25	4,909	9,820	14,730	19,630	24,540	29,450	34,360	39,270	44,180	49,090	3,853
32	8,042	16,080	24,130	32,170	40,210	48,250	56,300	64,340	72,380	80,420	6,313
40	12,570	25,130	37,700	50,270	62,830	75,400	87,960	100,530	113,100	125,660	9,865

diamètre des barres (en mm)	PERIMETRES NOMINAUX (en cm)									
	NOMBRE DE BARRES									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	1,57	3,10	4,70	6,30	7,90	9,40	11,00	12,60	14,10	15,70
6	1,88	3,80	5,70	7,50	9,40	11,30	13,20	15,10	17,00	18,80
8	2,51	5,00	7,50	10,10	12,60	15,10	17,60	20,10	22,60	25,10
10	3,14	6,30	9,40	12,60	15,70	18,80	22,00	25,10	28,20	31,40
12	3,77	7,50	11,30	15,10	18,80	22,60	26,40	30,20	33,90	37,70
14	4,40	8,80	13,20	17,60	22,00	26,40	30,80	35,20	39,60	44,00
16	5,03	10,10	15,10	20,10	25,10	30,20	35,20	40,20	45,20	50,30
20	6,28	12,60	18,80	25,10	31,40	37,70	44,00	50,30	56,50	62,80
25	7,85	15,70	23,60	31,40	39,30	47,10	55,00	62,80	70,70	78,50
32	10,05	20,10	30,20	40,20	50,30	60,30	70,40	80,40	90,50	100,50
40	12,57	25,13	37,70	50,26	62,83	75,40	87,96	100,53	113,10	125,66

13. Programmes de calcul existants au SETRA et adaptés à la réglementation  
BAEL 83

TITRE	OBJET
C.D.S.	<p>Système de calcul des sections pleines ou creuses de contour quelconque soumise à la flexion simple, à la flexion composée déviées ou non, au cisaillement et à la torsion. Ce système est utilisable pour le calcul à l'E.L.U. comme à l'E.L.S. des sections :</p> <ul style="list-style-type: none"><li>— en béton armé</li><li>  en béton précontraint</li><li>— en métal</li></ul> <p>Le programme de calcul est disponible sur micro-ordinateur (16 bits).</p>
S.T.A.B.	<p>Programme de calcul des structures à l'état - limite ultime de stabilité de forme (piles de grande hauteur, pylônes de ponts à haubans...).</p>
P.S.I.- B.A.E.L.	<p>Dossier pilote relatif aux dalles continues de béton armé d'épaisseur constante.</p>
M.R.B.- B.A.E.L.	<p>Programme électronique relatif au calcul des plaques d'inertie constante (ouvrages courbes, très biais...).</p>
P.I.P.O. E.L.	<p>Dossier pilote relatif aux portiques ouverts en béton armé.</p>
P.I.C.F. E.L.	<p>Dossier pilote relatif aux cadres fermés en béton armé.</p>
P.P.E.L.	<p>Dossier pilote relatif aux piles et palées pour ouvrages standardisés.</p>

14. Extrait de la norme P18-011

CLASSIFICATION DES ENVIRONNEMENTS AGRESSIFS

a) agressivité des solutions en fonction de leur concentration en agents agressifs et de leur pH : eaux stagnantes ou à faible courant, climat tempéré, pression normale.				
Degré d'agressivité	A1 faiblement agressif	A2 (1) moyennement agressif	A3 (2) fortement agressif	A4 très fortement agressif
Mesures de protection	Pas de mesures particulières. Le béton fabriqué suivant les règles de l'art doit être compact par ses qualités intrinsèques	Adaptation de la composition et de la mise en oeuvre aux conditions du milieu (dosage en ciment, catégorie de ciment, E/C, cure, adjuvants)	Adaptation de la composition et de la mise en oeuvre aux conditions du milieu avec action spécifique sur la nature et le dosage en ciment, le rapport E/C.	Nécessité d'une protection externe (enduits, peinture) ou interne (imprégnation).
Agents agressifs	Concentration en mg/l			
CO <sub>2</sub> agressif*	15 à 30	30 à 60	60 à 100	> 100
SO <sub>4</sub> <sup>--</sup>	250 à 600	600 à 1 000 (3)	1 000 à 6 000	> 6 000
Mg <sup>++</sup>	100 à 300	300 à 1 500	1 500 à 3 000	> 3 000
NH <sub>4</sub> <sup>+</sup>	15 à 30	30 à 60	60 à 100	> 100
pH	6,5 à 5,5	5,5 à 4,5	4,5 à 4	< 4
1) Les zones d'immersion totale en eau de mer correspondent à un milieu de degré A2. 2) Dans le cas de l'eau de mer, les zones de marnage correspondent à un milieu de degré A3. 3) La limite est fixée à 3 000 mg/l pour l'eau de mer.				
b) Cas de l'eau douce				
T.A.C.**	< 1 mé/l	-	-	-
c) Agressivité des sols en fonction de la teneur en SO <sub>4</sub> <sup>--</sup>				
% SO <sub>4</sub> <sup>--</sup> dans le sol sec***	0,24 - 0,6	0,6 - 1,2	1,2 - 2,4	> 2,4
mg/l de SO <sub>4</sub> <sup>--</sup> extrait du sol****	1 200 à 2 300	2 300 à 3 700	3 700 à 6 700	> 6 700

(\*) CO<sub>2</sub> agressif = excès de CO<sub>2</sub> dissous par rapport au CO<sub>2</sub> nécessaire au maintien en solution des hydrocarbonates de Ca et Mg.

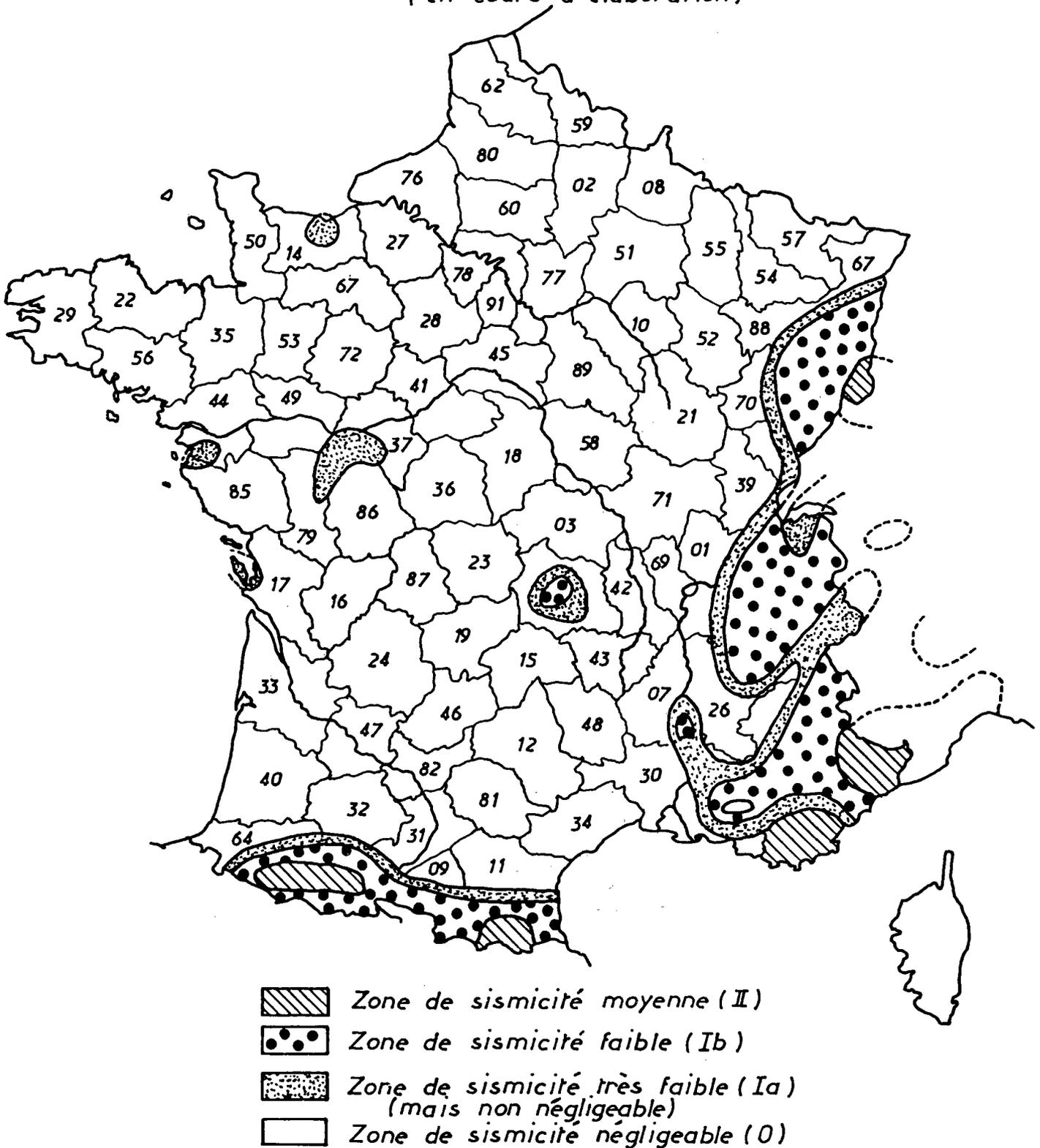
(\*\*) T.A.C. titre alcalimétrique complet (norme NF T 90-036)  
1 mé = 5 degrés français = 2,8 degrés allemand.

(\*\*\*) Extraction par HCl à chaud.

(\*\*\*\*) Extraction par l'eau : rapport eau/sol = 2/1.

## 15\_ CARTE SISMIQUE

ZONAGE DE LA FRANCE POUR L'APPLICATION  
DES NOUVELLES REGLES PARASISMIQUES DE CONSTRUCTION  
( en cours d'élaboration )



---

*Ce document est propriété de l'Administration, il ne pourra être utilisé ou reproduit, même partiellement sans l'autorisation du SETRA.*

---

© 1987 SETRA - Dépôt légal : Avril 1987 - N° ISBN 2-11-085627 0

---