



MINISTÈRE DE L'URBANISME DU LOGEMENT ET DES TRANSPORTS

Direction des Routes

**GUIDE D'EMPLOI
DU RÉGLEMENT FRANÇAIS
DE
BÉTON PRÉCONTRAIT AUX ÉTAT-LIMITES
BPEL 83**

Exemples d'application aux ponts



SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES
DES ROUTES ET AUTOROUTES

LABORATOIRE CENTRAL
DES PONTS ET CHAUSSEES



GUIDE D'EMPLOI
DU RÈGLEMENT FRANÇAIS
DE
BÉTON PRÉCONTRAIT AUX ÉTATS-LIMITES
BPEL 83

Exemples d'application aux ponts

NOVEMBRE 1985

Ont assumé la rédaction de ce document :

MR CHAUSSIN

Mlle MAHUT

Ont participé à son élaboration :

MR LEBLANC

Mme LEBLAIS

MR PUJOL

MR GUILLET

SÉTRA : DEPARTEMENT DES OUVRAGES D'ART

Sommaire

PREMIER CHAPITRE : ACTIONS ET SOLLICITATIONS

1 - Principes généraux	5
2 - Valeurs représentatives des actions à prendre en compte sur les ouvrages routiers	6
3 - Calcul des sollicitations	10
4 - Sollicitations de calcul	16

DEUXIEME CHAPITRE : PRECONTRAINTE

I - Principe du calcul de la tension	21
1 - Tension à l'origine	21
2 - Pertes instantanées	21
3 - Pertes différées	22
II - Exemple : Pont à nervures	24

TROISIEME CHAPITRE : JUSTIFICATION DES CONTRAINTES NORMALES

I - Généralités	37
1 - Justifications aux ELS	37
2 - Justifications aux ELU	45
II - Premier exemple : pont-caisson construit par encorbellement	54
III - Deuxième exemple : pont à poutres	117
IV - Troisième exemple : pont à nervures	143

QUATRIEME CHAPITRE : JUSTIFICATION DES CONTRAINTES TANGENTES

I - Généralités	169
1 - Justifications aux ELS	169
2 - Justifications aux ELU	174
II - Exemple : pont-caisson	179

CINQUIEME CHAPITRE : DIFFUSION DE LA PRECONTRAINT

I - Généralités	185
1 - Le problème et son importance pratique	185
2 - Etude du phénomène par le calcul	186
3 - Méthode simplifiée de calcul	187
4 - Conception des zones d'ancrage	190
II - Premier exemple : Pont à nervures - Ferrailage d'about	191
III - Deuxième exemple : Pont-caisson - Effet d'entraînement	209

SIXIEME CHAPITRE : MODALITES D'APPLICATION

1 - Prise en compte des valeurs caractéristiques de la précontrainte	213
2 - Choix fondamentaux	216
3 - Aides au calcul	218

PREMIER CHAPITRE

ACTIONS ET SOLLICITATIONS

1 - Principes généraux

La terminologie et les principes de base sont empruntés aux Directives Communes de 1979 relatives au calcul des constructions (circulaire n° 79-25 du 13 Mars 1979)

On désigne par :

- actions les forces et les déformations imposées à une construction.
- sollicitations les efforts internes qui en résultent et que l'on évalue par des méthodes d'analyse appropriées.

Les actions sont introduites dans les calculs avec différentes valeurs représentatives :

. des valeurs caractéristiques notées F_k d'une façon générale et Q_k dans le cas particulier des actions variables. Ce sont des valeurs qui présentent une probabilité faible mais non nulle, acceptée a priori, d'être atteintes ou dépassées du côté défavorable au cours d'une durée définie, la durée de référence.

. d'autres valeurs, de la forme $\gamma_{F2} Q_k$, pour les actions variables et dites :

- valeurs de combinaison $\psi_0 Q_k$
- valeurs fréquentes $\psi_1 Q_k$
- valeurs quasi-permanentes $\psi_2 Q_k$

Il convient d'avoir présent à l'esprit que chacune de ces valeurs représentatives se dédouble en fait en une valeur maximale et une valeur minimale, cette dernière étant pratiquement toujours nulle, sauf pour les actions permanentes, ce qui justifie que, pour les actions variables, seule soit explicitée la valeur maximale.

Pour dimensionner une structure, on doit généralement considérer des ensembles de plusieurs actions appliquées de façon simultanée.

Les combinaisons correspondantes se présentent sous la forme :

$$\sum_i \gamma_{F1i} \gamma_{F2i} F_{ki}$$

- Les coefficients $\gamma_{F1} \geq 1$ permettent de couvrir les possibilités de dépassement des valeurs caractéristiques.

- Les coefficients $\gamma_{F2} \leq 1$, qui s'identifient en fait aux coefficients ψ , prennent en compte la probabilité extrêmement réduite d'occurrence simultanée de plusieurs actions variables affectées de leurs valeurs caractéristiques. Dans une combinaison donnée, seuls les γ_{F2} relatifs aux actions permanentes et à l'une des actions variables considérée comme action de base pourront atteindre la valeur 1.

2 - Valeurs représentatives des actions à prendre en compte sur les ouvrages routiers

Les actions se classent en trois grandes catégories :

- . les actions permanentes
- . les actions variables
- . les actions accidentelles

2.1 - Les actions permanentes

2.1.1 - Le poids propre

La charge probable de poids propre g est évaluée à partir des dessins de coffrage et d'une masse volumique habituellement estimée à $2,5 \text{ t/m}^3$ pour le matériau "béton précontraint", tout au moins lorsqu'on fait usage d'agrégats traditionnels. Si l'on utilise des agrégats légers, des indications sur la masse volumique sont données en annexe 5 au B.P.E.L.

Il y aurait lieu, en principe, de considérer, pour la charge de poids propre deux valeurs caractéristiques g_1 et g_2 encadrant la valeur probable g , mais, sauf circonstances spéciales (notamment pièces minces pour lesquelles les imprécisions d'exécution possibles sont élevées en valeur relative) on se contente de la définir par sa valeur probable g qui a alors le caractère de valeur nominale.

2.1.2 - Le poids des équipements fixes

Pour ces charges, il convient encore, théoriquement, d'évaluer des valeurs caractéristiques g'_1 et g'_2 encadrant la valeur probable g' compte tenu des imprécisions d'exécution et des éventualités de modifications ultérieures.

En ce qui concerne les chapes et revêtements de chaussée, on opère systématiquement de la façon suivante :

- ou bien on définit, outre ces charges g'_c , un éventuel rechargement $\Delta g'_c$ et l'on considère :

$$g'_{1c} = 1,20 (g'_c + \Delta g'_c)$$

$$g'_{2c} = 0,80 g'_c$$

- ou bien, partant simplement de g'_c , on prend en compte :

$$g'_{1c} = 1,40 g'_c$$

$$g'_{2c} = 0,80 g'_c$$

En ce qui concerne les autres équipements, il y a lieu de définir dans le marché les valeurs caractéristiques à prendre en compte : pour les canalisations, les DC 79 conseillent, lorsqu'un plan de pose à long terme est établi, de tabler sur des variations de $\pm 20\%$ par rapport aux poids globaux extrêmes prévus.

2.1.3 - La précontrainte

a - Pour les justifications aux états-limites de service (ELS) elle est, en règle générale représentée par deux valeurs caractéristiques P_1 et P_2 encadrant la valeur probable P_m , avec :

$$P_1 = 1,02 P_0 - 0,8 \Delta P$$

$$P_2 = 0,98 P_0 - 1,2 \Delta P$$

$$P_m = P_0 - \Delta P$$

expressions dans lesquelles P_0 symbolise la précontrainte "à l'origine" et P la perte.

On a donc :

$$P_1 = (1 + \lambda) P_m$$

$$P_2 = (1 - \lambda) P_m$$

L'ouverture relative λ de la "fourchette" de précontrainte est couramment de l'ordre de 0,10 lorsqu'on raisonne sur la valeur finale de la précontrainte (elle est bien entendu plus faible en situation d'exécution puisqu'alors seule une fraction des pertes est effectuée).

Toutefois, le marché peut déroger à la règle générale en prescrivant de ne représenter la précontrainte que par sa seule valeur probable P_m . Ceci n'est envisageable que dans la mesure où il impose corrélativement que soient prises, tant au niveau de la conception qu'au niveau de l'exécution, des précautions particulières pour que la valeur probable soit bien obtenue dans l'ouvrage ce qui implique notamment, dans le cas de la post-tension :

- de prévoir, à l'étude, des dispositions (conduits vides, par exemple) permettant de mettre en place, pendant le chantier, des câbles complémentaires au cas où les frottements s'avèreraient plus importants que prévu.
- d'effectuer des mesures du coefficient de transmission pour apprécier effectivement les frottements.
- d'établir un programme de travaux cohérent, qui ménage des délais suffisants pour déterminer et effectuer les corrections éventuellement nécessaires.

b - Pour les justifications vis à vis des états-limites ultimes (ELU), seule la valeur probable P_m de la précontrainte est à considérer, d'éventuels écarts par rapport à cette valeur n'ayant pratiquement aucune incidence sur la sécurité à rupture.

2.1.4 - Les déformations permanentes imposées à la construction

Elles comprennent :

a - Les déformations volontairement imposées en cours d'exécution (dénivellements d'appui par exemple) qu'on définit, sauf indication contraire du marché, par leurs seules valeurs probables.

b - Les déplacements différentiels d'appuis (et pour certains modes de construction - poussage par exemple - les écarts d'implantation par rapport à leur position théorique) pour lesquels le marché doit fixer des modalités de prise en compte.

c - Les déformations de retrait

Elles ne développent en général que des sollicitations négligeables dans les tabliers, hormis le cas d'ouvrages non librement dilatables (structures en portiques par exemple). Sauf prescription contraire du marché, on calcule leurs effets à partir des valeurs probables :

$$\epsilon_r = 3 \times 10^{-4} \text{ dans le quart Sud-Est de la France}$$

$$\epsilon_r = 2 \times 10^{-4} \text{ dans le reste de la France.}$$

2.2 - Les actions variables sur les tabliers de ponts routiers

2.2.1 Charges d'exploitation sans caractère particulier

Le fascicule 61, titre II définit des valeurs nominales :

- Q_r pour les charges de chaussée des systèmes A et B ainsi que leurs effets annexes (freinage, forces centrifuges)

- Q_t pour les charges sur trottoirs, passerelles piétons et garde-corps.

Les valeurs caractéristiques à prendre en compte dans les calculs s'obtiennent en multipliant les valeurs précédentes par les coefficients suivants :

	ELU	ELS
Q_r	1,07	1,2
Q_t	1,07	1,0

2.2.2 - Charges d'exploitation de caractère particulier

Les valeurs nominales Q_{rp} définies par le document SETRA d'Octobre 81 intitulé "Transports Exceptionnels" (qui se substitue à l'article 10 du fascicule 61, titre II) et par l'article 9 du fascicule 61, titre II pour ce qui concerne les charges militaires sont à considérer comme des valeurs caractéristiques.

2.2.3 - Vent

Les valeurs caractéristiques de l'action du vent, tant en situation d'exécution qu'en situation d'exploitation sont réputées égales aux valeurs nominales données à l'article 14 du fascicule 61, titre II.

Il est rappelé qu'en exploitation, les effets du vent et des charges de chaussée ou de trottoir sont considérés comme non cumulables.

2.2.4 - Actions de la température climatique

Il convient de distinguer les variations uniformes de température et les gradients de température, phénomènes qu'on peut, par simplification, considérer comme indépendants l'un de l'autre :

a - Variations uniformes de température

Reprenant les indications des DC 79, l'annexe 8 au B.P.E.L. définit, pour les écarts de température par rapport à la température de construction, les valeurs caractéristiques suivantes :

$$\Delta T_{\max} = + 30^{\circ}\text{C} \text{ dont } 10^{\circ}\text{C} \text{ sont considérés comme rapidement variables}$$

$$\Delta T_{\min} = - 40^{\circ}\text{C} \text{ dont } 10^{\circ}\text{C} \text{ sont considérés comme rapidement variables}$$

Les effets des 10°C correspondant aux variations journalières sont à calculer à partir du module instantané E_i du béton (tout au moins lorsqu'on est en phase de comportement élastique de la structure) ; ceux de la partie complémentaire qui correspond aux variations saisonnières sont à évaluer à partir du module à long terme E_v .

b - Gradients thermiques

La circulaire du 8 Octobre 83 transmettant les règles BPEL précise la valeur caractéristique de la différence de température à prendre en compte entre fibres extrêmes des tabliers hyperstatiques :

$$\Delta \theta = 12^{\circ}\text{C}$$

étant entendu qu'on suppose l'extrados plus chaud que l'intrados, la variation de température linéaire sur la hauteur du tablier et les effets du gradient calculables à partir du module instantané puisque correspondant à des cycles journaliers.

2.2.5 - Actions en cours d'exécution

Sauf en ce qui concerne le vent dont la valeur W_e (à considérer comme caractéristique) est fixée par le fascicule 61 titre II, il appartient au marché de définir des valeurs caractéristiques :

- $Q_{ec \min}$ et $Q_{ec \max}$ pour les charges d'exécution connues (en grandeur et position), selon qu'elles ont un caractère favorable ou défavorable. Ces actions sont introduites dans les calculs comme des charges permanentes.
- Q_{ea} pour les charges d'exécution aléatoires. La définition de ces charges n'a généralement d'intérêt que pour des vérifications très spécifiques (équilibre statique des fléaux par exemple ; les combinaisons particulières qui interviennent alors ne sont pas traitées dans le présent texte).
- ΔT_e pour les variations uniformes de température et $\Delta \theta_e$ pour les gradients thermiques en situation d'exécution. Dans cette situation transitoire, des valeurs réduites, de l'ordre de la moitié des valeurs ΔT et $\Delta \theta$ définies pour la situation d'exploitation, sont généralement envisageables.

2.3 - Les actions accidentelles

Pour les ponts, seuls sont définis en annexe 8 les chocs de bateaux et les chocs de véhicules sur les appuis. Ces actions n'intéressent donc pas directement les éléments précontraints.

Dans certaines zones, il peut y avoir lieu de faire intervenir l'effet des séismes. Les valeurs représentatives des actions correspondantes sont à fixer par le marché.

3. Calcul des sollicitations

Sauf pour les vérifications de stabilité de forme, le modèle retenu, d'une façon générale, pour le calcul des sollicitations est le modèle élastique et linéaire.

Ce modèle, presque toujours utilisé conjointement avec l'hypothèse implicite que la rigidité des pièces ne dépend que de leur section brute supposée non fissurée, est bien adapté au calcul des sollicitations de service dans les ouvrages construits en une seule phase et dimensionnés selon les règles des classes I ou II.

Il devient criticable lorsqu'on sort de ce domaine relativement restreint, notamment :

- dans le cas des ouvrages hyperstatiques construits en plusieurs phases selon des schémas statiques évolutifs. Le fluage du béton entraîne alors une redistribution progressive des efforts dont il faut tenir compte.
- lorsque la fissuration provoque une diminution de la rigidité (structures calculées aux ELS en classe III). Ceci est généralement sans grande conséquence pour l'évaluation des efforts dus aux charges dans la mesure où les rapports entre déformabilités des différents éléments structuraux ne sont pas fondamentalement modifiés. Par contre, l'effet des déformations imposées (gradients thermiques par exemple) est alors surestimé mais c'est dans le sens de la sécurité.

- pour le calcul des efforts aux ELU. Aux effets de la fissuration viennent s'ajouter ceux de la plastification des matériaux.

Pour tenir compte de ces phénomènes différents aménagements ont été apportés au modèle linéaire.

3.1 - Redistribution par fluage

Selon le degré de finesse de l'étude, on peut tenir compte des effets du fluage :

- Soit de façon globale, en décalant du côté des compressions les contraintes limites inférieures du béton au voisinage de l'intrados de :

. 1,5 MPa pour les tabliers construits par encorbellement, à voussoirs coulés en place

. 1,0 MPa pour les tabliers à voussoirs préfabriqués

. 0,5 MPa pour les ouvrages coulés sur cintre auto-lanceur et les ouvrages poussés.

Il s'agit donc de vérifier, aux ELS, que sous l'effet des sollicitations calculées dans l'hypothèse d'un comportement parfaitement élastique de la structure, les contraintes limites ainsi modifiées sont bien respectées.

- soit par le biais d'une estimation forfaitaire des sollicitations de fluage S_{ff} selon la formule :

$$S_{ff} = \frac{1}{2} (S_2 - S_1)$$

dans laquelle S_1 et S_2 représentent les sollicitations développées tant par le poids propre que par la précontrainte dans la structure supposée se comporter de façon linéairement élastique, compte tenu des phases successives de construction pour S_1 , en considérant, au contraire que l'ouvrage est réalisé d'emblée selon son schéma statique final pour S_2 .

- soit enfin en procédant à un calcul "scientifique" basé sur les hypothèses de la visco-élasticité linéaire (incluant donc le principe de superposition). L'annexe 1 au BPEL définit la fonction de fluage, de même que deux modèles non linéaires (retour de fluage et temps équivalent). Ces derniers sont malheureusement incompatibles avec la double hypothèse de distribution linéaire et des déformations et des contraintes dans les sections droites, et seule la visco-élasticité linéaire a servi de base, jusqu'à présent, à l'établissement de logiciels opérationnels pour le calcul des redistributions d'efforts par fluage.

Quelle que soit la façon dont on évalue les sollicitations S_{ff} développées par le fluage, il est légitime, compte tenu de la précision que l'on peut attendre des calculs, de ne raisonner que sur les valeurs probables P_m de la précontrainte et g du poids propre.

En fait, l'ouvrage devant respecter les conditions imposées aux contraintes tant dès sa mise en service que quelques dizaines d'années plus tard, il y a lieu de considérer que S_{ff} peut ne pas exister. Pour une section donnée, S_{ff} n'intervient donc que dans l'un des deux extrema de sollicitations.

3.2 - Adaptation par plastification (ELU)

Lorsqu'on a affaire à une structure hyperstatique, l'atteinte du moment résistant $M_{lim u}$ dans une section n'entraîne pas nécessairement la ruine de la structure. Il se forme une rotule plastique dans la section en cause, ce qui réduit le degré d'hyperstaticité du système, mais ne l'empêche pas d'équilibrer des suppléments de charge selon un schéma différent, moins hyperstatique que le schéma initial. La ruine ne survient que quand l'épuisement successif d'un certain nombre de liaisons surabondantes a transformé la structure totale ou l'une de ses parties en mécanisme.

Encore faut-il que la ductilité des premières sections plastifiées soit suffisante pour leur permettre d'absorber les rotations nécessaires pour que les rotules suivantes se développent.

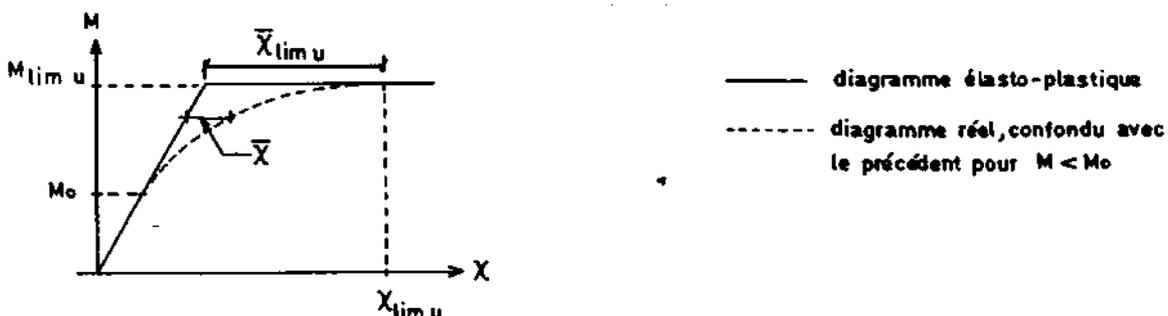
C'est pourquoi l'article 6.3.1 du BPEL offre la possibilité de superposer à la distribution des sollicitations calculées dans l'hypothèse élastique une distribution fixe d'auto-contraintes sous la réserve expresse que soit vérifiée la ductilité des premières rotules.

En termes plus clairs, il est possible, dans le cas simple d'une poutre continue sur appuis simples, de décaler d'une quantité arbitraire l'ordonnée des lignes enveloppes du moment fléchissant au droit des appuis intermédiaires à condition de justifier que les rotations correspondantes des rotules plastiques ne dépassent pas :

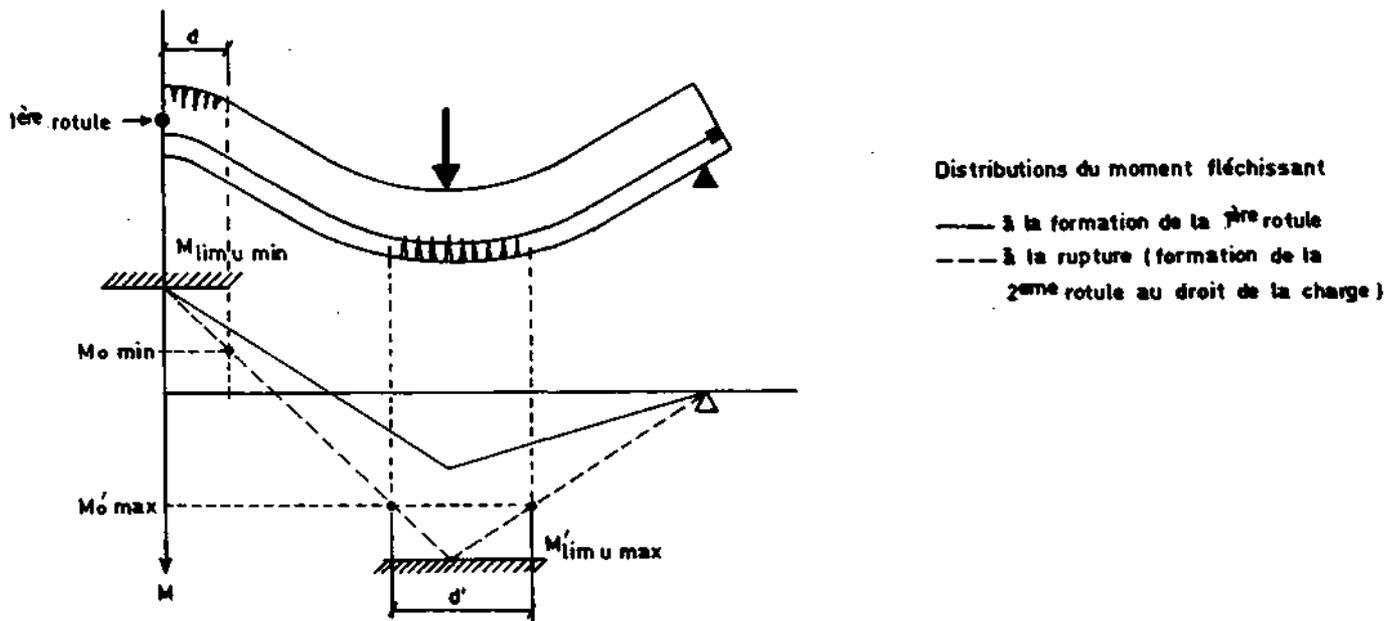
$$\Delta \alpha_{lim} = \chi_{lim u} \frac{h}{3} \quad \textcircled{1}$$

formule dans laquelle $\chi_{lim u}$ représente la courbure limite de calcul de la section plastifiée et h sa hauteur totale et qui se justifie de la façon suivante.

Admettons, comme loi moment-courbure, une loi élasto-plastique selon le schéma ci-dessous.



Selon cette modélisation les rotations anélastiques Δ_{α} se trouvent concentrées dans les rotules plastiques où la courbure est théoriquement infinie. En réalité, les déformations anélastiques intéressent, de part et d'autre de chacune de ces rotules, toute une zone de longueur d , à l'intérieur de laquelle les différentes sections présentent un excédent de courbure $\bar{\chi}$ par rapport à leur courbure élastique, le moment fléchissant y prenant des valeurs comprises entre M_0 et $M_{lim u}$.



Si l'on admet que $\bar{\chi} = k (M - M_0)^2$, que M varie linéairement entre M_0 et $M_{lim u}$ sur la longueur d et enfin que les caractéristiques des sections sont sensiblement constantes sur cette longueur, on a :

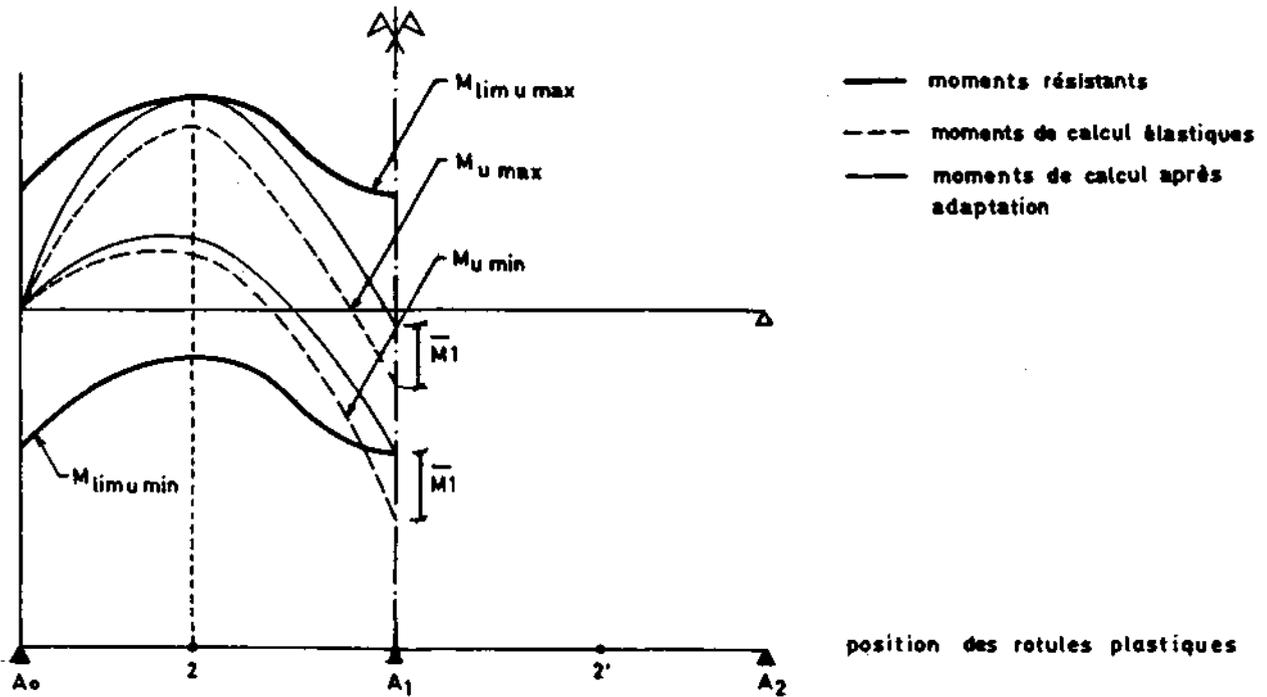
$$\Delta_{\alpha} = \int_0^d \bar{\chi}(x) dx = \int_0^d k (M_{lim u} - M_0)^2 \left(1 - \frac{x}{d}\right)^2 dx = \frac{d}{3} \bar{\chi}_{lim u}$$

La formule ① réglementaire revient donc à admettre, en assimilant $\bar{\chi}_{lim u}$ à $\chi_{lim u}$ que d est de l'ordre de h .

Dans l'hypothèse d'un comportement élasto-plastique, les rotations des rotules sont généralement faciles à calculer.

Prenons l'exemple d'une poutre continue sur appuis simples. La comparaison des courbes enveloppes des moments fléchissants (calculées dans l'hypothèse d'un fonctionnement élastique) $M_u min$ et $M_u max$ d'une part et des courbes de moments résistants $M_{lim u} min$ et $M_{lim u} max$ d'autre part montre au projecteur quels décalage minimaux \bar{M}_i il convient d'imposer aux moments sur appuis pour ramener le premier fuseau à l'intérieur du second.

D'où la position des rotules plastiques.

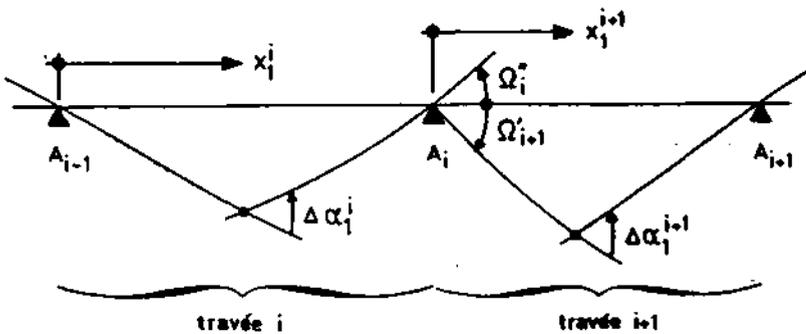


La poutre étant censée se comporter élastiquement en dehors de ses rotules, les formules de Bresse permettent de calculer les rotations Ω'_i et Ω''_i aux extrémités d'une travée i comportant des rotules plastiques en des sections d'abscisses x^i_j (2 au maximum pour $0 < x^i_j < l_i$) :

$$\Omega'_i = - \int_0^{l_i} \chi(x) \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) dx - \sum_j \Delta\alpha_j \left(1 - \frac{x^i_j}{l_i}\right)$$

$$\Omega''_i = \int_0^{l_i} \chi(x) \frac{x}{l_i} dx + \sum_j \Delta\alpha_j \frac{x^i_j}{l_i}$$

Dans ces formules, $\chi(x)$ représente la courbure élastique dans la section d'abscisse x et $\Delta\alpha_j$ la rotation de la rotule d'abscisse x^i_j .



$M^+ \curvearrowright$
 $\Omega^+, \Omega'', \Delta\alpha^+ \curvearrowright$

Par ailleurs :

$$\chi(x) = \frac{M(x)}{EI} = \frac{1}{EI} \left[\mu(x) + (M_{i-1} + \bar{M}_{i-1}) \frac{(l-x)}{l_i} + (M_i + \bar{M}_i) \frac{x}{l_i} \right]$$

$\mu(x)$ désignant le moment fléchissant dans la travée i supposée indépendante

M_i le moment sur appui A_i calculé dans l'hypothèse élastique

\bar{M}_i le moment d'auto-contrainte introduit au droit de A_i .

Il en résulte :

$$\Omega'_i = \omega'_i - a_i (M_{i-1} + \bar{M}_{i-1}) - b_i (M_i + \bar{M}_i) - \sum_j \Delta \alpha_j \left(1 - \frac{x^i_j}{l_i} \right)$$

$$\Omega''_i = \omega''_i + b_i (M_{i-1} + \bar{M}_{i-1}) + c_i (M_i + \bar{M}_i) + \sum_j \Delta \alpha_j \frac{x^i_j}{l_i}$$

où ω'_i et ω''_i sont les rotations élastiques d'extrémité de la travée i supposée indépendante

a_i , b_i et c_i les coefficients de souplesse habituels de la travée i .

La rotation $\Delta \Omega_i$ de l'éventuelle rotule plastique sur appui i vaut donc :

$$\Delta \Omega_i = \Omega'_{i+1} - \Omega''_i = \omega'_{i+1} - \omega''_i - b_i (M_{i-1} + \bar{M}_{i-1}) - (c_i + a_{i+1})(M_i + \bar{M}_i) - b_{i+1} (M_{i+1} + \bar{M}_{i+1}) - \sum_j \Delta \alpha_j \left(1 - \frac{x^{i+1}_j}{l_{i+1}} \right) - \sum_j \Delta \alpha_j \frac{x^i_j}{l_i}$$

Comme la répartition de moments élastiques M_i respecte :

$$b_i M_{i-1} + (c_i + a_{i+1}) M_i + b_{i+1} M_{i+1} = \omega'_{i+1} - \omega''_i$$

on en déduit :

$$b_i \bar{M}_{i-1} + (c_i + a_{i+1}) \bar{M}_i + b_{i+1} \bar{M}_{i+1} = -\Delta \Omega_i - \sum_j \Delta \alpha_j \left(1 - \frac{x^{i+1}_j}{l_{i+1}} \right) - \sum_j \Delta \alpha_j \frac{x^i_j}{l_i} \quad (2)$$

Ces équations où les \bar{M}_j sont connus permettent en général de calculer les rotations des $(k-1)$ premières rotules ($\Delta \Omega_j$ pour les rotules sur appui, $\Delta \alpha_j$ pour les rotules en travée) avant apparition de la k^e qui provoque la ruine.

4 - Sollicitations de calcul

Elles résultent de combinaisons d'actions $\sum_i \gamma_{F1i} \gamma_{F2i} F_{ki}$ et se présentent donc sous la forme :

$$\gamma_{F3} S \left(\sum \gamma_{F1i} \gamma_{F2i} F_{ki} \right)$$

où γ_{F3} est un coefficient ≥ 1 destiné à couvrir les incertitudes sur les sollicitations provenant de la simplification des schémas de calcul, des imperfections d'exécution et des effets de phénomènes négligés.

Dans la mesure où le calcul est basé sur une analyse linéaire γ_{F3} peut être aggloméré avec les autres coefficients.

4.1 - Sollicitations de calcul vis à vis des ELU

a - Combinaisons fondamentales

Elles sont définies par :

$$S \left(\gamma_p P_m + 1,35 G_{max} + G_{min} + \gamma_{Q1} Q_{1k} + \sum_{i>1} 1,3 \psi_{oi} Q_{ik} \right)$$

G_{max} représente l'ensemble des actions permanentes défavorables

G_{min} l'ensemble des actions permanentes favorables

Q_{1k} la valeur caractéristique de l'action de base

$\psi_{oi} Q_{ik}$ la valeur de combinaison d'une action d'accompagnement

γ_p vaut généralement 1 et exceptionnellement 1,35. La valeur 1,35 n'est à retenir que lorsque la précontrainte intervient exclusivement comme action, sans que les armatures correspondantes participent à la résistance vis à vis des sollicitations que l'on a calculées et à condition, bien sûr, que cette valeur 1,35 soit plus défavorable que 1.

γ_{Q1} vaut 1,5 en général
1,35 pour les charges d'exploitation de caractère particulier.

b - Combinaisons accidentelles

Très rarement à considérer dans le cas des tabliers, elles sont de la forme :

$$S \left(P_m + F_p + G_{max} + G_{min} + \psi_{11} Q_{1k} + \sum_{i>1} \psi_{2i} Q_{ik} \right)$$

4.2 - Sollicitations de calcul vis à vis des ELS

Selon leur fréquence d'occurrence, les combinaisons sont classées en :

a - Combinaisons rares

$$S (P_d + G_{\max} + G_{\min} + Q_{1k} + \sum_{i>1} \psi_{0i} Q_{ik})$$

b - Combinaisons fréquentes

$$S (P_d + G_{\max} + G_{\min} + \psi_{11} Q_{1k} + \sum_{i>1} \psi_{2i} Q_{ik})$$

c - Combinaisons quasi-permanentes

$$S (P_d + G_{\max} + G_{\min} + \sum \psi_{2i} Q_{ik})$$

Ainsi rangées par ordre d'agressivité décroissante, toutes ces combinaisons sont à considérer dans la mesure où leur sont associés des critères de vérification différents, ce qui est le cas pour la flexion. En revanche, pour les justifications vis à vis des sollicitations tangentées, seules les combinaisons rares sont à prendre en compte.

4.3 - Récapitulation des combinaisons de calcul pour les ponts routes

Compte tenu des valeurs fixées pour les coefficients en annexe 8 au BPEL, les différentes combinaisons à prendre en compte sont récapitulées dans les tableaux qui suivent étant entendu que :

- les actions de la température climatique ne sont généralement pas à considérer vis à vis des ELU.

- les coefficients indiqués s'appliquent, pour ce qui est des charges d'exploitation sur les ponts routes, à leurs valeurs nominales Q_r , Q_t et Q_{rp} telles qu'elles résultent directement de l'application du fascicule 61, titre II et non pas à leurs valeurs caractéristiques (voir 2.2.1).

- les cases (ou lignes) hachurées correspondent à des actions (ou des combinaisons d'action) en général sans intérêt pour le calcul des tabliers.

- dans chaque combinaison, la valeur soulignée correspond à l'action de base.

les notations utilisées sont les suivantes :

- G_{max} valeur caractéristique maximale de l'ensemble des charges permanentes défavorables
- G_{min} valeur caractéristique minimale de l'ensemble des charges permanentes favorables
- Q_r valeur nominale des charges de chaussée sans caractère particulier
- Q_t valeur nominale des charges de trottoir
- Q_{rp} valeur caractéristique (= nominale) des charges d'exploitation de caractère particulier
- ΔT valeur caractéristique des variations uniformes de température
- $\Delta \theta$ valeur caractéristique du gradient thermique
- W valeur caractéristique (=nominale) de l'action du vent
- $Q_{ec \ max}$ valeur caractéristique maximale des charges d'exécution connues défavorables
- $Q_{ec \ min}$ valeur caractéristique minimale des charges d'exécution connues favorables
- Q_{ea} valeur caractéristique des charges d'exécution aléatoires
- ΔT_e valeur caractéristique des variations de température
- $\Delta \theta_e$ valeur caractéristique du gradient thermique
- W_e valeur caractéristique de l'action du vent

} en situation
d'exécution

COMBINAISONS EN SITUATION D'EXPLOITATION									
	P	G _{max}	G _{min}	Q _r	Q _t	Q _{rp}	ΔT	Δθ	w
ELU	P _m	1,35	1	<u>1,6</u> *	<u>1,6</u> *	0	0	0	0
	P _m	1,35	1	0	0	<u>1,35</u>	0	0	0
	P _m	1,35	1	0	0	0	0	0	<u>1,5</u>
ELS rare	P _d	1	1	<u>1,2</u>	<u>1</u>	0	0,6	0,5	0
	P _d	1	1	0	0	<u>1</u>	0,6	0,5	0
	P _d	1	1	0	0	0	0,6	<u>1</u>	0
	P _d	1	1	ψ ₀ **	ψ ₀ **	0	<u>1</u>	0,5	0
	P _d	1	1	0	0	0	0,6	0,5	<u>1</u>
ELS fréquent	P _d	1	1	<u>0,72</u> ***	<u>0,6</u>	0	0	0	0
	P _d	1	1	0	0	0	0	<u>0,5</u>	0
	P _d	1	1	0	0	0	<u>0,5</u>	0	0
	P _d	1	1	0	0	0	0	0	<u>0,2</u>
ELS quasi permanent	P _d	1	1	0	0	0	0	0	0

* $1,6 \approx 1,5 \times 1,07$ (voir 2.2.1)

** la valeur ψ_0 est éventuellement à définir par le marché, la combinaison ne présentant d'intérêt que pour les ouvrages non librement dilatables (arcs très surbaissés par exemple).

*** $0,72 = 0,6 \times 1,2$ pour les ponts de première classe .

$0,48 = 0,4 \times 1,2$ pour les ponts de deuxième classe .

$0,24 = 0,2 \times 1,2$ pour les ponts de troisième classe .

COMBINAISONS EN SITUATION D'EXECUTION									
	P	G _{max}	G _{min}	Q _{ec max}	Q _{ec min}	Q _{ea}	ΔT _e	Δθ _e	w _e
ELU	P _m	1,35	1	1,35	1	<u>1,5</u>	0	0	1,3
	P _m	1,35	1	1,35	1	1,3	0	0	<u>1,5</u>
ELS	P _d	1	1	1	1	<u>1</u>	0,6	0,5	1
	P _d	1	1	1	1	1	1	0,5	1
	P _d	1	1	1	1	1	0,6	<u>1</u>	1

DEUXIEME CHAPITRE

PRECONTRAINTE

I

Principe du calcul de la tension

Le calcul des pertes de tension dans une armature de précontrainte se présente sous une forme :

- volontairement simple et très proche des pratiques antérieures pour ce qui est de la post-tension.

- beaucoup plus sophistiquée en pré-tension ce qui se justifie par le fait que, d'une part, les éléments correspondants sont souvent fabriqués en très grande série (ce qui permet d'amortir les frais d'études) et que, d'autre part, leur simplicité autorise à des raffinements de calcul inenvisageables dans le cas de structures soumises à de multiples phases de chargement et de mises en tension.

Nous ne développons ci-après que le cas de la post-tension, étant précisé que le calcul des tensions est effectué sous charges probables.

1- Tension à l'origine (σ_{po})

Le BPEL rend définitives les limitations suivantes :

$$\sigma_{po} \leq \left\{ \begin{array}{l} T_0, \text{ valeur fixée par l'agrément ou l'autorisation du procédé} \\ 0,80 f_{prg} \\ 0,90 f_{peg} \end{array} \right\} \text{ pour les fils et torons}$$

$$0,70 f_{prg} \quad \text{pour les barres}$$

2 - Pertes instantanées

Elles comprennent les pertes

- par frottement $\Delta\sigma_f$
- par recul d'ancrage $\Delta\sigma_g$
- par déformation instantanée du béton $\Delta\sigma_e$

Le calcul de $\Delta\sigma_f$ et $\Delta\sigma_g$ est inchangé, les coefficients de frottement étant définis, sauf cas particulier, par l'annexe 3 au BPEL, le recul d'ancrage g par la notice technique accompagnant l'agrément (ou l'autorisation) du procédé.

$\Delta\sigma_e$ est évalué par :

$$\Delta\sigma_e = E_p \sum R \frac{\Delta\sigma_{e_i}}{E_{ij}}$$

$\Delta\sigma_{b_j}$ désignant la variation de contrainte au niveau du barycentre du groupe d'armatures dont on calcule la tension

et k un coefficient égal à :

1/2 pour les variations de contraintes induites par la mise en tension du groupe d'armatures en cause.

1 pour les variations de contraintes dues aux actions permanentes appliquées postérieurement à cette phase de mise en tension.

Les pertes instantanées valent ainsi :

$$\Delta\sigma_i = \Delta\sigma_\varphi + \Delta\sigma_g + \Delta\sigma_e$$

et la tension initiale :

$$\sigma_i = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_i$$

3 - Pertes différées

Elles comprennent les pertes par :

- retrait du béton $\Delta\sigma_r$
- fluage du béton $\Delta\sigma_{fl}$
- relaxation des aciers $\Delta\sigma_p$

Les pertes par retrait se calculent par la formule classique :

$$\Delta\sigma_r = E_p \varepsilon_r [1 - r(j)]$$

où j est l'âge du béton au moment de la mise en tension et r(t) la fonction d'évolution du retrait avec le temps.

Les pertes par fluage sont évaluées par :

$$\Delta\sigma_{fl} = (\sigma_b + \sigma_n) \frac{E_p}{E_{ij}}$$

σ_b et σ_n représentant les contraintes du béton au niveau du barycentre des armatures de précontrainte, sous l'effet des actions permanentes :

. contrainte finale en ce qui concerne σ_b

. contrainte maximale (le plus souvent obtenue en situation de construction) pour σ_n

Cette formule forfaitaire permet ainsi de tenir compte des déformations irréversibles de fluage affectant un béton soumis à des contraintes importantes aux jeunes âges.

Enfin, l'expérience accumulée sur le comportement des aciers de précontrainte a conduit à une modification sensible de la formulation des pertes par relaxation :

$$\Delta\sigma_p = \frac{6}{100} \rho_{1000} \left(\frac{\sigma_i}{f_{prg}} - \mu_0 \right) \sigma_i$$

où ρ_{1000} est la valeur spécifiée de la relaxation isotherme à 1000 heures sous une tension initiale de $0,7 f_{pr}$, cette valeur de ρ_{1000} étant exprimée en %.

(en ce qui concerne les fils et torons ρ_{1000} vaut 2,5 pour les TBR et 8 pour les RN).

et μ_0 un coefficient valant 0,43 pour les armatures TBR et 0,30 pour les RN.

Cette formule, qui n'est qu'une approximation linéaire de la formule exponentielle plus exacte donnée en annexe 2, permet une estimation de $\Delta\sigma_p$ à 50 ans, terme conventionnel de la relaxation (dont on sait, en fait qu'elle se poursuit bien au-delà).

Pour tenir compte de la simultanéité de ces différents phénomènes, la perte différée finale est prise égale à :

$$\Delta\sigma_d = \Delta\sigma_r + \Delta\sigma_{fe} + \frac{5}{6} \Delta\sigma_p$$

étant admis que j jours après la mise en tension, $\Delta\sigma_{dj}$ peut être évaluée à :

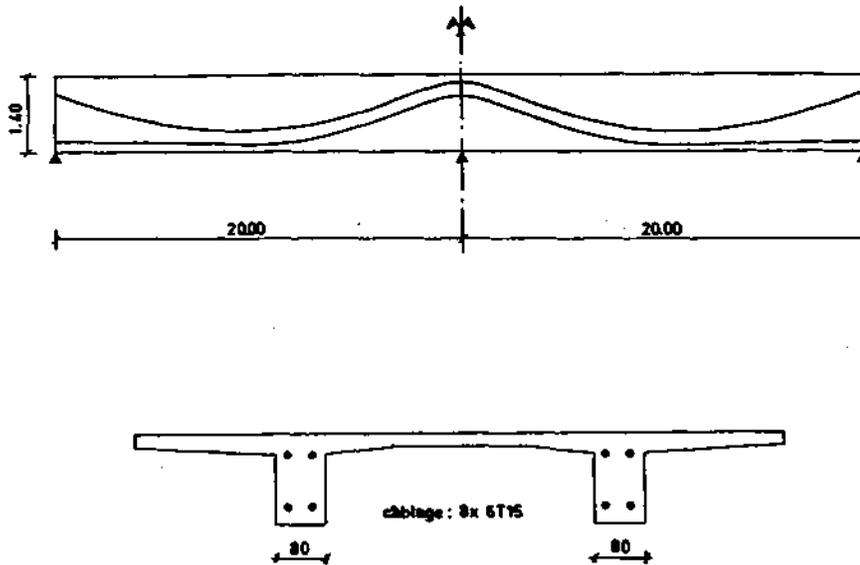
$$\Delta\sigma_{dj} = r(j) \Delta\sigma_d$$

où $r(t)$ est la loi d'évolution du retrait déjà signalée.

II

Exemple : Pont à nervures1 - Présentation générale

L'ouvrage considéré est un pont à nervures, à deux travées symétriques, coulé sur cintre. Ses principales caractéristiques sont définies au troisième chapitre, paragraphe IV.



On se propose d'étudier la variation de tension dans le câble moyen défini comme le barycentre des deux nappes de câbles 6 T 15 situées dans chaque nervure.

1.1 - Caractéristiques des armatures et du procédé

Toron T 15 standard 1770

$$A = 139 \text{ mm}^2$$

$$E_p = 190\,000 \text{ MPa}$$

$$F_{prg} = 246 \text{ kN}$$

$$f_{prg} = 1770 \text{ MPa}$$

$$F_{peg} = 220 \text{ kN}$$

$$f_{peg} = 1583 \text{ MPa}$$

$$f = 0,20$$

$$\varphi = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$$

$$g = 6 \text{ mm}$$

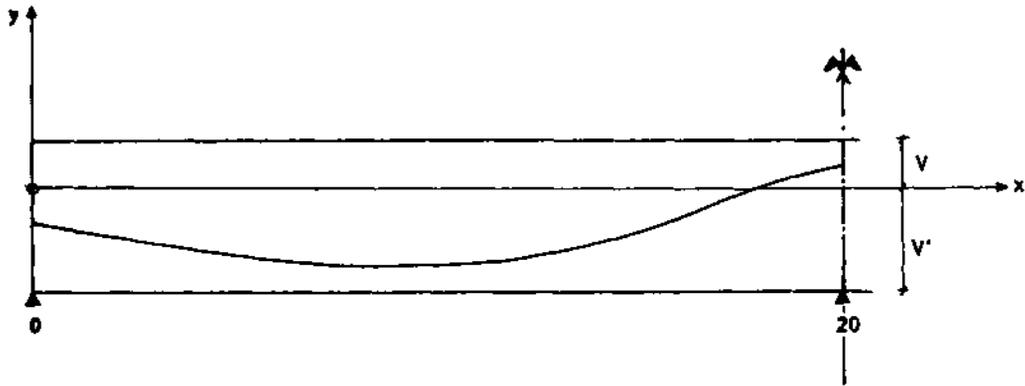
$$P_{1000} = 2,5$$

$$\mu_o = 0,43$$

1.2. - Tracé du câble moyen

L'excentricité y du câble moyen est définie par :

$$\begin{array}{ll}
 0 \leq x \leq 1,68152 \text{ m} & y = - 0,3285 - 0,0733615 x \\
 1,68152 \leq x \leq 8,6155 \text{ m} & y = - 0,70075 - 0,0036615 x + \frac{1}{210} (x-9)^2 \\
 8,6155 \leq x \leq 15,825 \text{ m} & y = - 0,733 + \frac{1}{105} (x-9)^2 \\
 15,825 \leq x \leq 19,025 \text{ m} & y = - 0,2894 + 0,13 (x - 15,825) \\
 19,025 \leq x \leq 20,00 \text{ m} & y = 0,19 - \frac{1}{15} (x-20)^2
 \end{array}$$



1.3. - Données générales

. phasage de construction

à 15 jours : mise en tension des câbles

à 28 jours : pose des superstructures

. caractéristiques du béton

résistance à la compression : $f_c 15 = 24 \text{ MPa}$ $f_c 28 = 30 \text{ MPa}$

valeur du retrait final : $\epsilon_r = 2 \times 10^{-4}$

. Evolution de la contrainte du béton au niveau du centre de gravité des armatures sous l'effet de la "variation" des actions permanentes.

x/l		0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
excentricité	(cm)	-32,85	-47,47	-59,63	-67,99	-72,53	-72,35	-64,73	-49,49	-26,67	-0,67	19
à 15 jours : effet du poids propre et de la précontrainte	$\Delta\sigma_{b15}$ (MPa)	3,21	3,37	3,41	3,38	3,34	3,23	2,81	2,17	1,75	2,01	2,26
à 28 jours : pose des super-structures (valeur probable 3,3 t/ml).	$\Delta\sigma_{b28}$ (MPa)	0	-0,28	-0,59	-0,82	-0,91	-0,91	-0,52	-0,16	0,10	0,01	-0,43
contrainte finale	σ_b (MPa)	2,87	2,60	2,17	1,78	1,59	1,65	1,75	1,76	1,75	1,85	1,45
contrainte maximale	σ_M (MPa)	3,21	3,37	3,41	3,38	3,34	3,23	2,81	2,17	1,75	2,01	2,26

2 - Tension à l'origine

La contrainte maximale à l'origine est limitée à

$$\sigma_{p0} = \inf \begin{cases} 0,8 f_{prg} = 1416 \text{ MPa} \\ 0,9 f_{peg} = 1425 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\sigma_{p0} = 1416 \text{ MPa}$$

3 - Pertes de tension instantanées

3.1 - Pertes par frottement

La tension du câble dans une section située à une distance x de l'origine s'obtient, compte tenu des pertes par frottement, à partir de l'expression

$$\sigma_{p0}(x) = \sigma_{p0} e^{-f\alpha - \varphi x}$$

avec f : coefficient de frottement de l'armature contre sa gaine ($f = 0,20$)
 φ : coefficient de perte relative de tension par unité de longueur
($\varphi = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$)

La variation de la déviation angulaire du câble entre deux sections distantes de x peut être déterminée par

$$\Delta\alpha = k \Delta x \quad \text{avec } k = \frac{d^2y}{dx^2}$$

La variation de tension due aux pertes par frottement entre deux sections situées à des distances x et $x + \Delta x$ de l'origine est donc définie par

$$\Delta\sigma_p(\Delta x) = \sigma_p(x) \left[1 - e^{-\Phi \cdot \Delta x} \right] \quad \text{avec} \quad \Phi = f R + \varphi$$

Compte tenu de l'expression analytique du tracé du câble moyen, on obtient :

$0 \leq x \leq 1,68152 \text{ m}$	$k = 0$	$\Phi = 2 \times 10^{-3}$
$1,68152 \leq x \leq 8,6155 \text{ m}$	$k = \frac{1}{105}$	$\Phi = 3,90 \times 10^{-3}$
$8,6155 \leq x \leq 15,825 \text{ m}$	$k = \frac{2}{105}$	$\Phi = 5,81 \times 10^{-3}$
$15,825 \leq x \leq 19,025 \text{ m}$	$k = 0$	$\Phi = 2 \times 10^{-3}$
$19,025 \leq x \leq 20,00 \text{ m}$	$k = \frac{2}{15}$	$\Phi = 28,67 \times 10^{-3}$

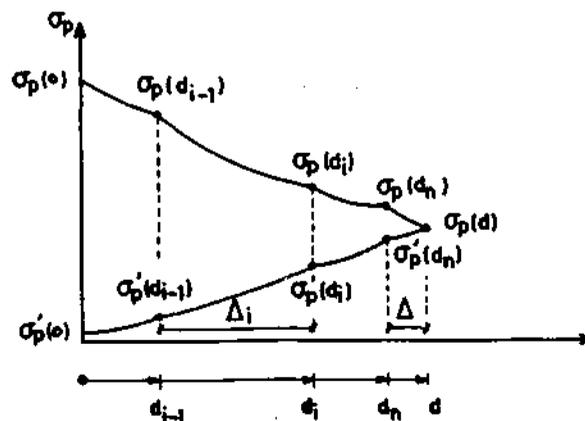
$x \text{ (m)}$	0	1,68152	8,6155	15,825	19,025	20,00
$\sigma_p(x) \text{ (MPa)}$	1416	1411,25	1373,59	1317,25	1308,84	1272,76
$\Delta\sigma_p(x) \text{ (MPa)}$	0	5	42	99	107	143

3.2 - Pertes par rentrée d'ancrage

3.2,1 - Méthode de calcul

L'effet du recul d'ancrage g s'étend sur une longueur d telle que

$$g E_p = \int_0^d \Delta\sigma_p(x) dx$$



Si l'on désigne par k_j (en $m-1$) le coefficient de perte par frottement entre les deux sections situées à une distance respective d_{j-1} et d_j de l'origine, on a sur le tronçon de longueur Δ_j correspondant à $d_{j-1} \leq x \leq d_j$

$$(1) \quad \sigma_p(x) = \sigma_p(d_{i-1}) e^{-R_i(x-d_{i-1})}$$

$$(2) \quad \sigma_p'(x) = \sigma_p'(d_i) e^{-R_i(d_i-x)}$$

L'application de la relation (1) donne par récurrence

$$\sigma_p(d_i) = \sigma_p(0) e^{-(R_1 \Delta_1 + R_2 \Delta_2 + \dots + R_i \Delta_i)}$$

$$\sigma_p(d) = \sigma_p(0) e^{-(R_1 \Delta_1 + R_2 \Delta_2 + \dots + R_m \Delta_m + R_{m+1} \Delta)}$$

Par ailleurs, d étant la longueur sur laquelle se fait sentir l'effet de la rentrée du cône, on a :

$$(3) \quad \sigma_p'(d) = \sigma_p'(d)$$

A la distance d_n de l'origine, la relation (2) se traduit par

$$\sigma_p'(d_m) = \sigma_p'(d) e^{-R_{m+1}(d-d_m)}$$

ou encore d'après (3)

$$\sigma_p'(d_m) = \sigma_p'(d) e^{-R_{m+1}(d-d_m)}$$

$$\sigma_p'(d_m) = \sigma_p(0) e^{-(R_1 \Delta_1 + \dots + R_m \Delta_m + R_{m+1} \Delta)} e^{-R_{m+1} \Delta}$$

$$\sigma_p'(d_m) = \sigma_p(0) e^{-(R_1 \Delta_1 + \dots + R_m \Delta_m)} e^{-2R_{m+1} \Delta}$$

Par suite, en posant

$$\begin{cases} \lambda_0 = 1 \\ \lambda_i = e^{-(R_1 \Delta_1 + \dots + R_i \Delta_i)} \end{cases} \quad \text{donc} \quad \begin{aligned} e^{-R_i \Delta_i} &= \frac{\lambda_i}{\lambda_{i-1}} \\ e^{-(R_i \Delta_i + R_{i+1} \Delta_{i+1} + \dots + R_j \Delta_j)} &= \frac{\lambda_j}{\lambda_{i-1}} \end{aligned}$$

Il vient

$$\begin{cases} \sigma_p(d_i) = \lambda_i \sigma_p(0) \\ \sigma_p'(d_m) = \lambda_m \sigma_p(0) e^{-2R_{m+1} \Delta} \\ \sigma_p'(d_j) = \sigma_p'(d_m) \frac{\lambda_m}{\lambda_j} = \sigma_p(0) e^{-2R_{m+1} \Delta} \frac{\lambda_m^2}{\lambda_j} \end{cases}$$

Soit

$$\begin{aligned}
 J_i &= \int_{d_{i-1}}^{d_i} \sigma_p(x) dx = \frac{\sigma_p(d_{i-1})}{R_i} [1 - e^{-R_i \Delta_i}] \\
 &= \frac{\sigma_p(d_{i-1}) - \sigma_p(d_i)}{R_i} \\
 &= \sigma_p(0) \frac{(\lambda_{i-1} - \lambda_i)}{R_i}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J &= \int_{d_m}^d \sigma_p(x) dx = \frac{\sigma_p(d_m)}{R_{m+1}} [1 - e^{-R_{m+1} \Delta}] \\
 &= \frac{\sigma_p(d_m) - \sigma_p(d)}{R_{m+1}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J'_i &= \int_{d_{i-1}}^{d_i} \sigma'_p(x) dx = \frac{\sigma'_p(d_i)}{R_i} [1 - e^{-R_i \Delta_i}] \\
 &= \frac{\sigma'_p(d_i) - \sigma'_p(d_{i-1})}{R_i} = \sigma_p(0) e^{-2R_{m+1} \Delta} \lambda_m^2 \frac{1}{R_i} - \frac{1}{\lambda_i - \lambda_{i-1}} \\
 &= \sigma_p(0) \frac{\lambda_{i-1} - \lambda_i}{R_i} e^{-2R_{m+1} \Delta} \frac{\lambda_m^2}{\lambda_{i-1} \lambda_i} \\
 &= J_i \cdot e^{-2R_{m+1} \Delta} \frac{\lambda_m^2}{\lambda_{i-1} \lambda_i}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J' &= \int_{d_m}^d \sigma'_p(x) dx = \frac{\sigma'_p(d)}{R_{m+1}} [1 - e^{-R_{m+1} \Delta}] \\
 &= \frac{\sigma'_p(d) - \sigma'_p(d_m)}{R_{m+1}} = \frac{\sigma_p(d_m) e^{-R_{m+1} \Delta}}{R_{m+1}} [1 - e^{-R_{m+1} \Delta}] \\
 &= J \cdot e^{-R_{m+1} \Delta}
 \end{aligned}$$

$$\text{Posons } A = \sum_1^m J_i$$

$$A' = \sum_1^m J'_i e^{2R_{m+1} \Delta} = \sum_1^m J_i \frac{\lambda_m^2}{\lambda_{i-1} \lambda_i}$$

$$U = e^{-R_{m+1} \Delta}$$

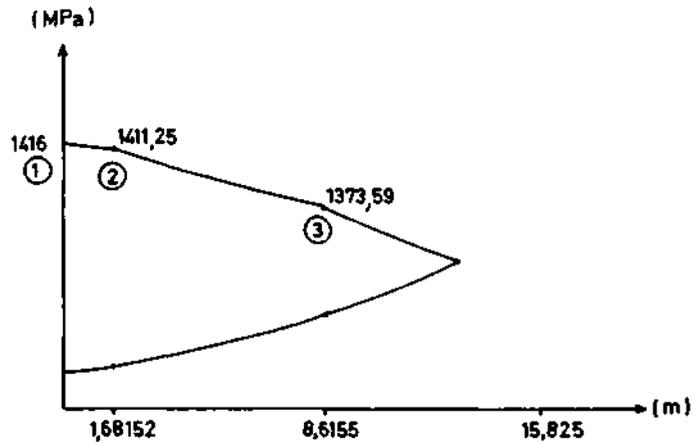
$$\text{On a } J - J' = \frac{\sigma_p(d_m)}{R_{m+1}} [1 - U]^2$$

$$\text{Donc } E_p g = A - U^2 A' + \frac{\sigma_p(d_m)}{R_{m+1}} [1 - U]^2$$

$$U^2 \left[\frac{\sigma_p(d_m)}{R_{m+1}} - A' \right] - 2U \left[\frac{\sigma_p(d_m)}{R_{m+1}} \right] + \frac{\sigma_p(d_m)}{R_{m+1}} + A - E_p g = 0$$

3.2,2 - Evaluation des pertes par rentrée d'ancrage

Admettons à priori que $8,6155 \text{ m} \leq d \leq 15,825 \text{ m}$



$$J_1 = \frac{1416 - 1411,25}{2 \times 10^{-3}} = 2,3750 \times 10^3$$

$$J_2 = \frac{1411,25 - 1373,59}{3,9 \times 10^{-3}} = 9,6564 \times 10^3$$

$$A = J_1 + J_2 = 12,0314 \times 10^3$$

$$A' = J_1 \frac{\lambda_2^2}{\lambda_0 \lambda_1} + J_2 \frac{\lambda_2^2}{\lambda_1 \lambda_2}$$

$$\text{avec } \lambda_0 = 1$$

$$\lambda_1 = e^{-2 \times 10^{-3} \times 1,68152}$$

$$\lambda_2 = e^{-[2 \times 10^{-3} \times 1,68152 + 3,9 \cdot 10^{-3} (8,6155 - 1,68152)]}$$

$$A' = 11,6412 \times 10^3$$

$$\frac{\sigma_p(d_2)}{k_3} = \frac{1373,59}{5,81 \times 10^{-3}} = 236,4182 \times 10^3$$

$$E_p g = 190\,000 \times 6 \times 10^{-3} = 1,140 \times 10^3 \quad (\text{car } g = 6 \text{ mm})$$

L'équation du second degré en $U = e^{-R_3 \Delta}$ s'écrit donc
 $224,7770 U^2 - 2 \times 236,4182 U + 247,3096 = 0$

Ses racines sont égales à $U_1 = 0,9742$

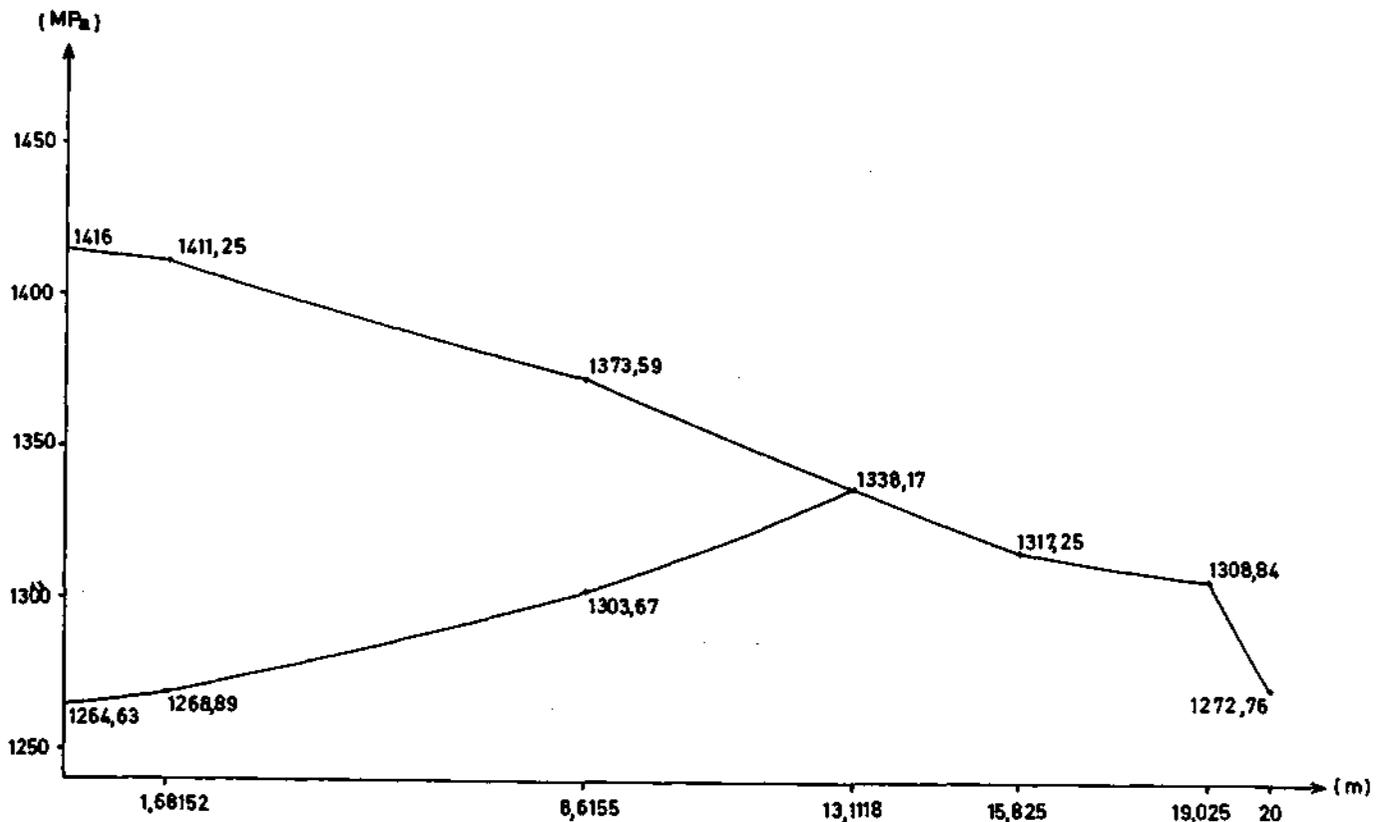
$U_2 = 1,1294$

de la valeur de $U_1 = e^{-R_3 \Delta} = 0,9742$ on déduit $\Delta = 4,4963$ m

d'où $d = 8,6155 + 4,4963 = \underline{13,1118}$ m

L'hypothèse $8,6155 \leq d \leq 15,825$ m est donc bien vérifiée

On détermine ensuite à partir de la relation (2) la valeur de la tension du câble en toute section de la zone qui subit l'effet de la rentrée du cône d'ancrage.



3.3 - Pertes par raccourcissement instantané du béton

Elles sont évaluées par la formule :

$$\Delta\sigma_e = E_p \sum k \frac{\Delta\sigma_{b_j}}{E_{i_j}} \quad (E_{i_j} = 11000 \sqrt[3]{f_{c_j}})$$

où $\Delta\sigma_{b_j}$ désigne la variation de contrainte au centre de gravité des armatures sous l'effet des diverses actions permanentes appliquées au jour j

et k un coefficient multiplicateur égal à

- $\frac{1}{2}$ pour les variations de contrainte dues à la précontrainte et aux actions permanentes appliquées simultanément
- 1 pour les variations de contrainte dues aux actions permanentes appliquées ultérieurement.

Pour l'ouvrage considéré, on prendra donc en compte

- avec $k = \frac{1}{2}$, la variation de contrainte à 15 jours due à la mise en tension des câbles et à l'effet du poids propre
- avec $k = 1$, la variation de contrainte à 28 jours due à la mise en place des superstructures

$$\Delta\sigma_e = \Delta\sigma_{e_{15}} + \Delta\sigma_{e_{28}}$$

$$\Delta\sigma_e = \frac{1}{2} \frac{E_p}{E_{i_{15}}} \Delta\sigma_{b_{15}} + 1 \frac{E_p}{E_{i_{28}}} \Delta\sigma_{b_{28}}$$

$\Delta\sigma_{b_{15}}$ et $\Delta\sigma_{b_{28}}$ sont données en 1.3

$$E_{i15} = 11000 \sqrt[3]{24} = 31.700 \text{ MPa} \quad \text{donc} \quad \frac{E_p}{E_{i15}} = 5,99$$

$$E_{i28} = 11000 \sqrt[3]{30} = 34.200 \text{ MPa} \quad \text{donc} \quad \frac{E_p}{E_{i28}} = 5,56$$

x/l	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\Delta\sigma_{e\text{E}}$ (MPa)	9,62	10,08	10,22	10,12	10,00	9,66	8,41	6,49	5,25	6,01	6,78
$\Delta\sigma_{e28}$ (MPa)	0	-1,54	-3,27	-4,57	-5,06	-4,50	-2,90	-0,86	0,54	0,05	-2,37
$\Delta\sigma_e$ (MPa)	9,62	8,54	6,95	5,55	4,94	5,16	5,51	5,63	5,79	6,06	4,41

4 - Tension initiale

Elle est définie par :

$$\sigma_{pi}(x) = \sigma_{po} - \Delta\sigma_{\varphi} - \Delta\sigma_g - \Delta\sigma_e$$

$\Delta\sigma_{\varphi}$: perte par frottement

$\Delta\sigma_g$: perte par recul d'ancrage

$\Delta\sigma_e$: perte par raccourcissement instantané du béton

$$\Delta\sigma_{\varphi} + \Delta\sigma_g + \Delta\sigma_e = \Delta\sigma_i$$

x/l	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
σ_{po} (MPa)	1416	1416	1416	1416	1416	1416	1416	1416	1416	1416	1416
$\sigma_{po} - \Delta\sigma_{\varphi}$ (MPa)	1416	1409,50	1398,55	1387,68	1376,90	1362,59	1346,85	1331,29	1316,79	1311,53	1272,76
$\sigma_{po} - \Delta\sigma_{\varphi} - \Delta\sigma_g$ (MPa)	1264,63	1270,47	1280,42	1290,44	1300,55	1314,20	1329,56	1331,26	1316,79	1311,53	1272,76
$\Delta\sigma_i$ (MPa)	160,99	154,07	142,53	131,11	120,39	106,96	91,95	90,34	105,00	110,53	147,65
σ_{pi} (MPa)	1255,01	1261,93	1273,47	1284,89	1295,61	1309,04	1324,05	1325,66	1311,00	1305,47	1268,35
P_i (8x6 T15) (MN)	8,37	8,42	8,50	8,57	8,64	8,73	8,83	8,84	8,75	8,71	8,46

5 - Pertes différées

5.1 - Pertes par retrait du béton

Elles ont pour expression

$$\Delta\sigma_2 = \varepsilon_2 [1 - r(j)] E_p$$

avec . $\varepsilon_2 = 2 \times 10^{-4}$ (hypothèse hors quart Sud-Est de la France)

. j = âge du béton lors de sa mise en précontrainte

. $r(t)$ = loi d'évolution du retrait

$$r(j) = \frac{j}{j + 9 r_m} \quad (j \text{ en jours, } r_m \text{ en cm})$$

r_m : rayon moyen de la pièce

D'après le commentaire ** du paragraphe 2.1,5 du règlement, on adoptera comme rayon moyen de la pièce la demi-épaisseur d'une nervure

soit $r_m = 40 \text{ cm}$

La mise en tension ayant lieu à $t = 15$ jours, on a

$$r(15) = \frac{15}{15 + 9 \times 40} = 0,04$$

$$\text{d'où } \Delta\sigma_2 = 190\,000 \times 2 \times 10^{-4} [1 - 0,04]$$

$$\Delta\sigma_2 = 36,48 \text{ MPa}$$

5.2 - Pertes par fluage du béton

La perte finale de tension due au fluage du béton est prise égale à

$$\Delta\sigma_{pe} = (\sigma_b + \sigma_m) \frac{E_p}{E_{ij}}$$

σ_b étant la contrainte finale et σ_m la contrainte maximale supportées par le béton au niveau du centre de gravité des armatures

j l'âge du béton lors de sa mise en précontrainte

La mise en tension étant effectuée à 15 jours, les valeurs de σ_b et σ_m étant récapitulées en 1.3, il vient :

x/l	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\Delta\sigma_{fl}$ (MPa)	36,45	35,73	33,42	30,93	29,54	29,21	27,28	23,50	21,01	23,09	22,25

5.3 - Pertes par relaxation des aciers

L'expression de la perte finale de tension due à la relaxation des armatures soumises à une tension initiale $\sigma_{pi}(x)$ est

$$\Delta\sigma_p = \frac{6}{100} \rho_{1000} \left(\frac{\sigma_{pi}(x)}{f_{prg}} - \mu_0 \right) \sigma_{pi}(x)$$

$$f_{prg} = 1770 \text{ MPa}$$

$$\rho_{1000} = 2,5$$

$$\mu_0 = 0,43 \text{ (aciers TBR)}$$

x/l	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Rappel: σ_{pi} (MPa)	1255,01	1261,93	1273,47	1284,89	1295,61	1309,04	1324,05	1325,66	1311,00	1305,47	1268,35
$\Delta\sigma_p$ (MPa)	52,54	53,56	55,30	57,04	58,69	60,79	63,17	63,42	61,09	60,23	54,53

6 - Tension finale

La perte différée totale est prise égale à

$$\Delta\sigma_d = \Delta\sigma_r + \Delta\sigma_{pe} + \frac{5}{6} \Delta\sigma_p$$

La tension finale probable est alors définie par

$$\sigma_{pm} = \sigma_{po} - \Delta\sigma_p \quad \text{avec} \quad \Delta\sigma_p = \Delta\sigma_i + \Delta\sigma_d$$

x/l	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
σ_{po} (MPa)	1416	1416	1416	1416	1416	1416	1416	1416	1416	1416	1416
P_o (MN)	9,45	9,45	9,45	9,45	9,45	9,45	9,45	9,45	9,45	9,45	9,45
$\Delta\sigma_i$ (MPa)	160,99	154,07	142,53	131,11	120,39	106,96	91,95	90,34	105,00	110,53	147,65
σ_{pi} (MPa)	1255,01	1261,93	1273,47	1284,89	1295,61	1309,04	1324,05	1325,66	1311,00	1305,47	1268,35
P_i (MN)	8,37	8,42	8,50	8,57	8,64	8,73	8,83	8,84	8,75	8,71	8,46
$\Delta\sigma_r$ (MPa)	36,48	36,48	36,48	36,48	36,48	36,48	36,48	36,48	36,48	36,48	36,48
$\Delta\sigma_{fl}$ (MPa)	36,45	35,73	33,42	30,93	29,54	29,21	27,28	23,50	21,01	23,09	22,25
$\frac{5}{6} \Delta\sigma_p$ (MPa)	43,78	44,63	46,08	47,53	48,91	50,66	52,64	52,85	50,91	50,19	45,44
$\Delta\sigma_d$ (MPa)	116,71	116,84	115,98	114,94	114,93	116,35	116,40	112,83	108,40	109,76	104,17
σ_{pm} (MPa)	1138,30	1145,09	1157,49	1169,95	1180,68	1207,70	1207,65	1212,83	1202,60	1195,71	1164,18
$P_{m\infty}$ (MN)	7,59	7,64	7,72	7,81	7,88	8,06	8,06	8,09	8,02	7,98	7,77

TROISIEME CHAPITRE

JUSTIFICATION DES CONTRAINTES NORMALES

I

Généralités

Comme vis à vis de toute sollicitation, il y a lieu de procéder, en ce qui concerne les sollicitations normales, à deux catégories de justifications :

- aux ELU pour s'assurer de la résistance de la structure
- aux ELS pour vérifier la convenance vis à vis des conditions d'exploitation et de durabilité

Alors qu'aux ELS on se limite au domaine de fonctionnement élastique des matériaux, on admet, aux ELU la plastification des sections.

1 - Justifications aux ELS

Les matériaux étant alors censés se comporter élastiquement, le principe des justifications est extrêmement simple : il suffit de calculer les contraintes qui apparaissent dans les sections sous l'effet des sollicitations de calcul et de vérifier qu'elles ne dépassent pas les contraintes limites réglementaires.

1.1 - Classes de vérification

Selon les exigences sur les contraintes limites de traction, les justifications sont rangées en 3 classes soumises, par contre, aux mêmes limites en compression.

Cette différenciation entre classes par le biais des tractions apparaît comme parfaitement logique du fait qu'un des risques majeurs des constructions précontraintes est celui de la corrosion sous tension des armatures, lié au risque de fissuration du béton, lui même en relation avec l'importance des contraintes de traction (mais la corrélation entre ces différents phénomènes - traction, fissuration, corrosion - est loin d'être aussi rigide qu'on pourrait l'imaginer).

Les zones les plus délicates à cet égard sont évidemment celles qui entourent les câbles et c'est pourquoi le BPEL a défini, à l'intérieur de chaque section droite, une section d'enrobage, encadrant les armatures de précontrainte, et soumise à des exigences renforcées.

1.2 - Contraintes limites de compression

Communes aux trois classes, elles dépendent de la valeur de calcul P_d de la précontrainte retenue pour le projet qui peut être :

$$\textcircled{a} \quad P_d = \begin{cases} P_1 \\ \text{ou} \\ P_2 \end{cases} \quad (\text{r\`egle g\`enerale})$$

$$\textcircled{b} \quad P_d = P_m \quad \text{si le march\`e le prescrit (voir 1^e partie, 2.1.3)}$$

1.2.1 - Cas où c'est la règle (a) qui est appliquée

Les contraintes limites de compression sont alors :

Situation d'exécution	Situation d'exploitation		
	Combinaisons		
	rares	fréquentes	quasi-permanentes
0,6 f_{cj} *	0,6 f_{cj}	0,6 f_{cj}	0,5 f_{cj}

* Deux exceptions à la valeur 0,6 f_{cj} en situation d'exécution sont à signaler :

- vers le bas, pour les éléments fabriqués sur chantier lorsque $j \leq 3$ jours, auquel cas on se limite à 0,55 f_{cj}

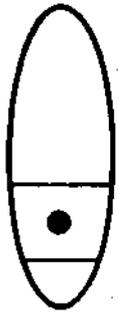
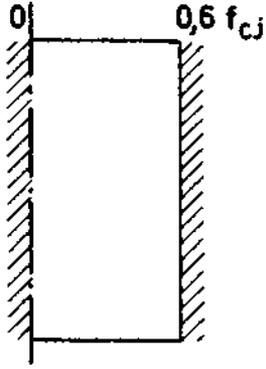
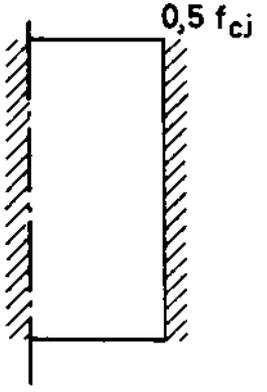
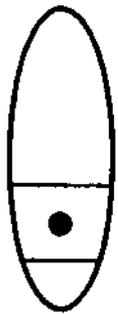
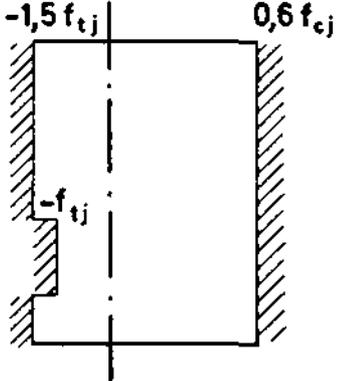
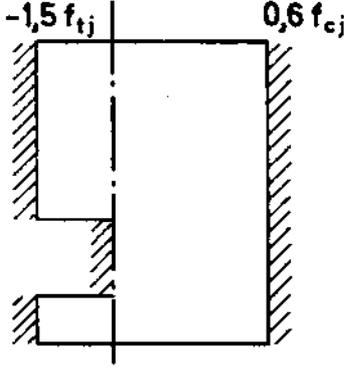
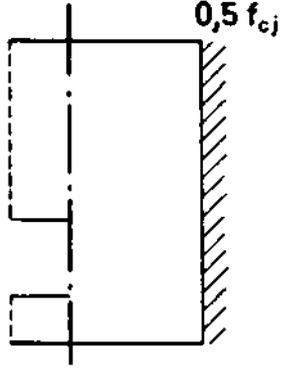
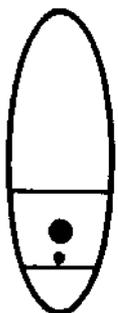
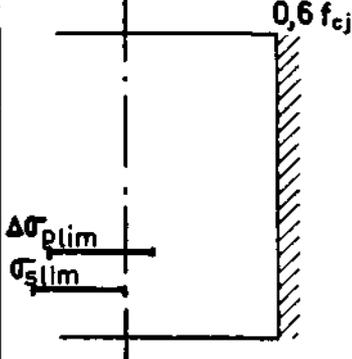
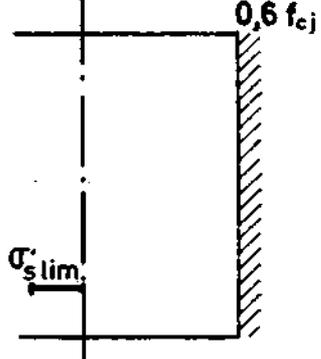
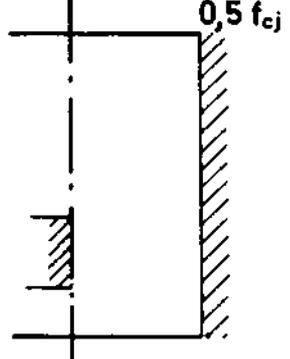
- vers le haut pour les pièces fabriquées industriellement faisant l'objet d'une procédure d'homologation avec contrôle auquel cas la décision correspondante peut fixer une valeur supérieure à 0,6 f_{cj} (mais de toute façon inférieure à $2/3 f_{cj}$).

1.2.2 - Cas de la règle (b)

Les valeurs définies en 1.2.1 sont alors frappées du coefficient minorateur 0,9.

1.3 - Contraintes limites de traction

Elles sont récapitulées dans le tableau ci-après qui donne également les contraintes limites de compression lorsque la précontrainte est représentée par ses deux valeurs caractéristiques (règle (a)), étant précisé qu'en situation d'exécution, les contraintes limites ont même expression que les contraintes limites en situation d'exploitation sous combinaisons rares.

Classes	Sections	Combinaisons		
		Rares	Fréquentes	Quasi-permanentes
I				
II				
III				
		$\Delta\sigma_{plim} = 0,10 f_{prg}$ $\sigma_{slim} = \begin{cases} 2/3 f_e \\ 150 \eta \end{cases}$	$\sigma'_{slim} = 60 \text{ MPa}$	

En classe I, aucune décompression du béton n'est tolérée : c'est la précontrainte totale.

En classe II, on admet des tractions modérées dans le béton.

En classe III, enfin, les contraintes de traction du béton ne sont plus limitées. En revanche, la fissuration est maîtrisée par un plafonnement sévère des tensions dans les armatures passives et des surtensions dans les armatures précontraintes, toutes ces grandeurs étant calculées sur la section fissurée. C'est le domaine de la précontrainte partielle.

Aussi bien en classe II qu'en classe III, un minimum d'armatures passives longitudinales assure la limitation de l'ouverture des fissures, donc leur réversibilité, même sous combinaisons rares, et par voie de conséquence leur refermeture quasi-totale sous combinaisons fréquentes, au droit de la section d'enrobage, par l'exigence, à ce niveau :

- d'un retour à des contraintes positives du béton en classe II.
- de limitations draconiennes (60 MPa) des contraintes dans les armatures passives, donc des allongements ($0,3 \times 10^{-3}$) en classe III.

1.4 - Calcul des contraintes en classe I et II

Les contraintes sont alors calculées sur les sections non fissurées :

- nettes lorsqu'elles sont dues aux actions permanentes
- homogènes lorsqu'elles sont générées par les actions variables, le coefficient d'équivalence étant pris forfaitairement égal à $n_i = 5$.

1.5 - Calcul des contraintes en classe III

1.5.1 - Principe du calcul en section fissurée

Dans la mesure où les armatures peuvent être considérées comme adhérentes au béton, les hypothèses du calcul sont les suivantes :

- conservation de la planéité des sections droites
- élasticité des matériaux (avec les modules $E_p = E_s = nE_b$)
- non intervention du béton tendu
- non glissement des matériaux

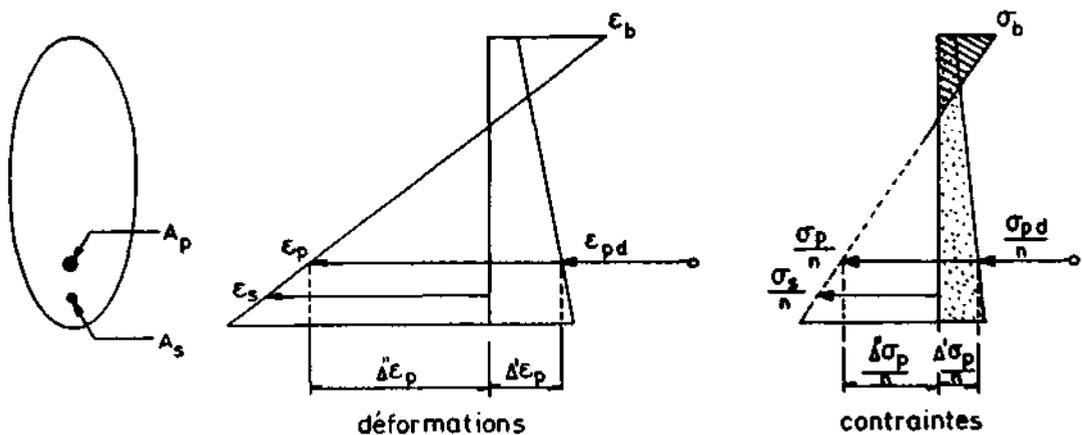
Dans l'ouvrage en charge, la première hypothèse entraîne que les déformations du béton sont linéaires sur la hauteur de la section, la quatrième que les déformations des aciers passifs sont alignées sur le diagramme linéaire en question.

Pour interpréter correctement les déformations au niveau des armatures de précontrainte, il faut passer par l'intermédiaire du diagramme de déformations que présente la section lorsque la structure n'est soumise qu'à ses charges permanentes (état dans lequel on a calculé la tension σ_{pd} des armatures de précontrainte et donc leur allongement $\epsilon_{pd} = \frac{\sigma_{pd}}{E_p}$).

L'allongement total, en charge, ϵ_p des armatures de précontrainte apparait alors comme la somme de trois termes :

- leur allongement "à vide" : ϵ_{pd}
- un premier complément d'allongement $\Delta\epsilon'_p$ accompagnant le retour à 0 de la déformation du béton adjacent (donc égal au raccourcissement $\epsilon_{bpd} = \frac{\sigma_{bpd}}{E_b}$ = $n \frac{\sigma_{bpd}}{E_p}$ que présente ce béton dans l'état "à vide").
- un deuxième complément de déformation $\Delta''\epsilon_p$ que l'on lit directement sur le diagramme linéaire des déformations de la section en charge.

Compte tenu des deuxième et troisième hypothèses, on en déduit très simplement la distribution des contraintes en charge.



Ces contraintes peuvent se regrouper en deux catégories :
a - celles dont la distribution s'identifie à une distribution de contraintes en béton armé aux ELS ($\sigma_b, \Delta\sigma_p, \sigma_s$)

b - les autres ($\sigma_{pd}, \Delta\sigma'_p$)

Si l'on est capable de définir la sollicitation qu'équilibre, l'ensemble des contraintes de la catégorie a, on est donc ramené à un problème classique de béton armé.

Pour ce faire, il suffit d'exprimer l'équilibre des efforts dans la section.

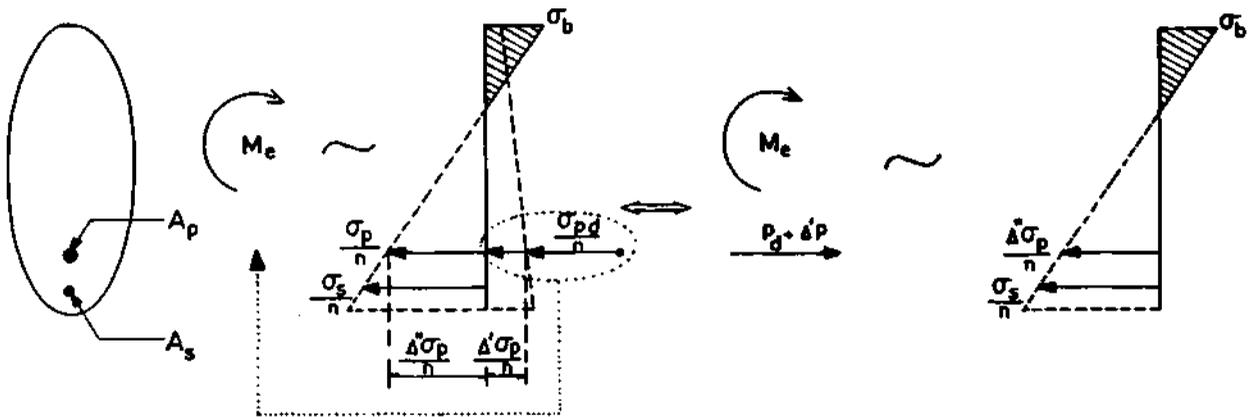
Les contraintes béton (σ_b) étant comptées algébriquement positives lorsqu'elles sont de compression et les contraintes acier ($\sigma_{pd}, \Delta\sigma'_p, \Delta\sigma''_p, \sigma_s$) algébriquement positives lorsqu'elles sont de traction, cet équilibre s'écrit :

$$\text{ou : } \begin{aligned} \text{Sys } \{ M_e \} &\sim \text{Sys } \{ \sigma_b dB, -A_p (\sigma_{pd} + \Delta\sigma'_p + \Delta''\sigma_p), -A_s \sigma_s \} \\ \text{Sys } \{ M_e, A_p (\sigma_{pd} + \Delta\sigma'_p) \} &\sim \text{Sys } \{ \sigma_b dB, -A_p \Delta''\sigma_p, -A_s \sigma_s \} \end{aligned}$$

soit encore :

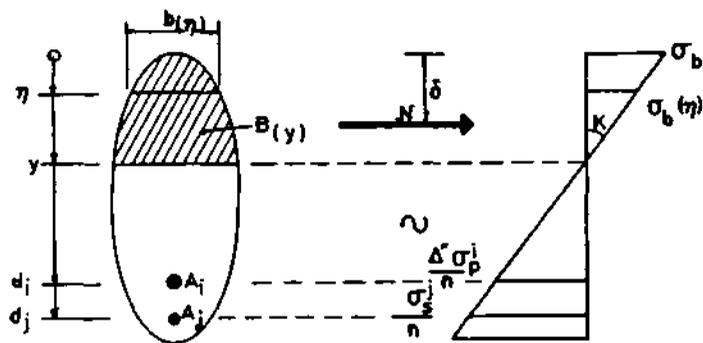
$$\text{Sys } \{ M_e, P_d + \Delta'P \} \sim \text{Sys } \{ \sigma_b dB, -A_p \Delta''\sigma_p, -A_s \sigma_s \}$$

expressions dans lesquelles M_e représente le moment fléchissant développé par les charges extérieures.



Ainsi donc, le diagramme $(\sigma_b, \Delta''\sigma_p, \sigma_s)$ équilibre la sollicitation de flexion composée constituée par le moment extérieur M_e (majoré, le cas échéant, du moment hyperstatique de précontrainte) d'une part et la force $P_d + \Delta'P$ appliquée au niveau des aciers de précontrainte d'autre part (ou les forces $P_d^i + \Delta'P^i$ s'il existe plusieurs niveaux i d'armatures de précontrainte).

Cette sollicitation équivaut à l'application d'une force unique $N = \sum P_d^i + \Delta'P^i$ à la distance δ de la fibre supérieure.



$$\sigma_b(\eta) = K(y - \eta)$$

$$\Delta''\sigma_p^i = nK(d_i - y)$$

$$\sigma_s^j = nK(d_j - y)$$

On détermine le diagramme de contraintes (en fait K et y) en exprimant que le moment de ces contraintes par rapport au point de passage de la force ($\int \mathcal{M}_{\delta B} + \int \mathcal{M}_{\delta A}$) est nul et que leur somme ($N_B + N_A$) est égale à N

$$\begin{aligned}\int \mathcal{M}_B &= \int_0^y K (y-\eta) (\delta-\eta) \rho(\eta) d\eta = K [\delta y B(y) - (y+\delta) S(y) + J(y)] \\ \int \mathcal{M}_A &= \sum_j n K A_j (d_j - y) (d_j - \delta) = n K [\delta y \sum_j A_j - (y+\delta) \sum_j A_j d_j + \sum_j A_j d_j^2] \\ N_B &= \int_0^y K (y-\eta) \rho(\eta) d\eta = K [y B(y) - S(y)] \\ N_A &= \sum_j n K A_j (d_j - y) = n K [y \sum_j A_j - \sum_j A_j d_j]\end{aligned}$$

Dans ces formules, on désigne par :

- $B(y)$ l'aire de la section du béton comprimé
- $S(y)$ son moment statique par rapport à l'horizontale de la fibre supérieure
- $J(y)$ son moment d'inertie par rapport à cette même horizontale.

Les sommations sont étendues à toutes les armatures qu'elles soient passives ou de précontrainte.

Si l'on pose :

$$\begin{aligned}\bar{B}(y) &= B(y) + n \sum A_j \\ \bar{S}(y) &= S(y) + n \sum A_j d_j \\ \bar{J}(y) &= J(y) + n \sum A_j d_j^2\end{aligned} \quad (1)$$

on obtient ainsi :

$$\delta y \bar{B}(y) - (y+\delta) \bar{S}(y) + \bar{J}(y) = 0 \quad (2)$$

équation permettant de calculer y

et

$$N = K [\bar{y} \bar{B}(y) - \bar{S}(y)] \quad (3)$$

équation donnant K

Ainsi donc, le calcul en classe III se fait en deux temps

- (a) Calcul de $\Delta' P_i$ par :
 $\Delta' \sigma_p^i = E_p \Delta' \varepsilon_p^i = n \sigma^i b p d$ et $\Delta' P_i = A_{pi} \Delta' \sigma_p^i$
- (b) Calcul de flexion composée en section fissurée

La résolution des équations (2) et (3) donne K et y d'où :

$$\left. \begin{aligned}\sigma_b &= Ky \\ \Delta'' \sigma_p^i &= nK (d_i - y) \\ \sigma_s^j &= nK (d_j - y)\end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Bien entendu, la surtension totale des armatures de précontrainte au niveau i vaut :

$$\Delta \sigma_p^i = \Delta' \sigma_p^i + \Delta'' \sigma_p^i$$

1.5.2 - Prescriptions réglementaires

Deux particularités réglementaires méritent d'être signalées :

- Alors que la logique voudrait que tout le calcul soit conduit avec une valeur unique n du coefficient d'équivalence le BPEL prescrit d'utiliser la valeur $n_j = 5$ dans la phase (a) ci-dessus définie et la valeur $n_j = 15$ dans la phase (b).

- Dans la partie (b) du calcul, la section A_p des armatures de précontrainte est frappée d'un coefficient minorateur ρ (article 5.2,2), avec :

$\rho = 1$ en pré-tension

$\rho = \frac{1}{2}$ en post-tension lorsque les armatures de précontrainte présentent une adhérence de forme.

$\rho = 0$ en post-tension sans adhérence de forme.

L'attention est attirée sur le fait que le coefficient s'applique à la section et non pas au coefficient d'équivalence.

Ainsi donc ρ intervient dans les expressions (1) où il faut remplacer A_j par $\rho_j A_j$ mais pas dans les expressions (4).

1.6 Ferrailage passif

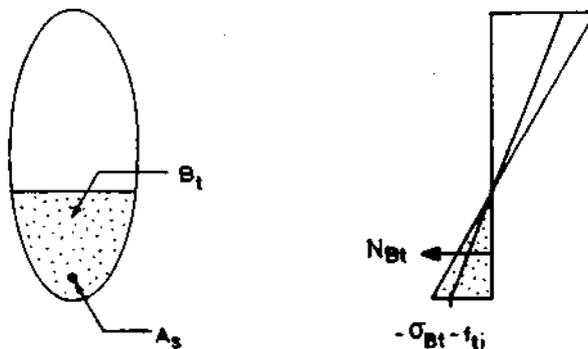
Trois types de considérations conduisent à prévoir des armatures passives longitudinales :

- ferrailage de peau (article 6.1,31) : 3 cm² par mètre de parement, avec un minimum de 0,10% de la section, quelle que soit la classe.

- ferrailage minimum, donné en post-tension par :

$$A_s = \frac{B_t}{1000} + \frac{N_{bt}}{f_e} \frac{f_{tj}}{\sigma_{bt}}$$

Cette condition, applicable aux classes II et III n'est généralement pas déterminante en classe III



- équilibre mécanique des sections fissurées, pour les sections que l'on calcule en classe III.

Ces différentes catégories de ferrailage ne se cumulent pas brutalement : dans la mesure où elles sont implantées dans une même zone, c'est simplement la plus défavorable qu'il s'agit de mettre en place.

2 - Justifications aux ELU

2.1 - Equilibre d'une section à rupture

Dans la mesure où la précontrainte est adhérente au béton, l'expérience montre qu'on peut appréhender correctement le comportement d'une section à l'épuisement de sa résistance en tablant sur les hypothèses suivantes :

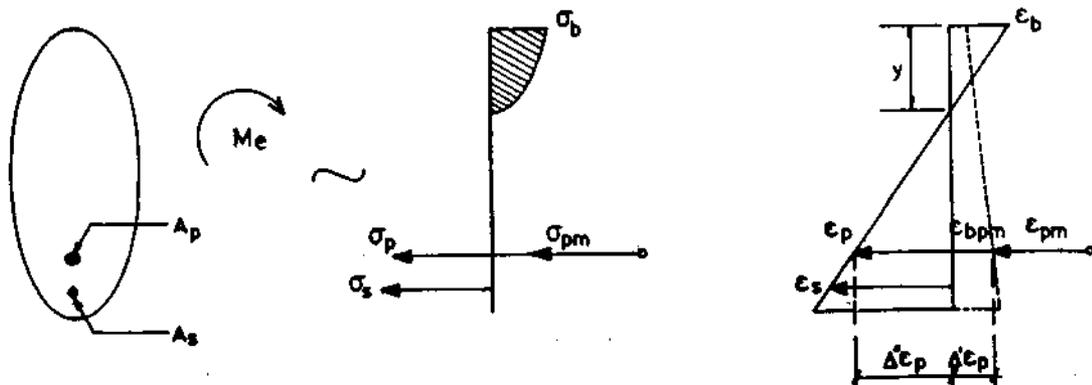
- conservation de la planéité des sections droites
- non intervention du béton tendu
- non glissement des matériaux.

Si l'on prend l'exemple d'une section soumise, de la part des actions extérieures, à une sollicitation de flexion simple (section médiane d'une travée indépendante, pour se fixer les idées), cette section résiste par son béton comprimé sur une hauteur y et par ses aciers tendus à :

- σ_p en ce qui concerne les armatures de précontrainte
- σ_s en ce qui concerne les armatures passives.

Ces contraintes équilibrent le moment extérieur M_e . Avec des notations analogues à celles utilisées en 1.5.1 :

$$\text{Sys} \{ M_e \} \sim \text{Sys} \{ \sigma_b d B, - A_p (\sigma_{pm} + \Delta' \sigma_p + \Delta'' \sigma_p), - A_s \sigma_s \} \quad \textcircled{1}$$



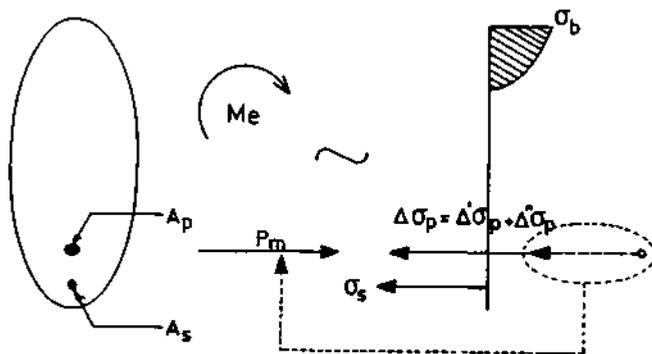
La relation d'équivalence précédente s'écrit encore :

$$\text{soit : } \begin{aligned} \text{Sys} \{ M_e, A_p \sigma_{pm} \} &\sim \text{Sys} \{ \sigma_b d B, - A_p (\Delta' \sigma_p + \Delta'' \sigma_p), - A_s \sigma_s \} \quad \textcircled{2} \\ \text{Sys} \{ M_e, P_m \} &\sim \text{Sys} \{ \sigma_b d B, - A_p (\Delta' \sigma_p + \Delta'' \sigma_p), - A_s \sigma_s \} \end{aligned}$$

Dans la formulation ②, la précontrainte P_m est passée du côté sollicitant, les aciers de précontrainte n'intervenant plus que par leur surtension $\Delta\sigma_p = \Delta\sigma_p + \Delta\sigma_p$ dans la résistance de la section.

C'est cette formulation ② qui sert de base aux justifications réglementaires du fait que la précontrainte P_m , considérée comme une action, est affectée d'un coefficient γ_p dont la formulation ① ne peut rendre compte de façon simple.

Par la suite, nous nous appuyerons donc sur cette formulation ② bien que γ_p prenne systématiquement la valeur 1 lorsque les armatures de précontrainte participent par leur surtension $\Delta\sigma_p$ à la résistance vis à vis des sollicitations normales et qu'alors les relations ① et ② soient strictement équivalentes.



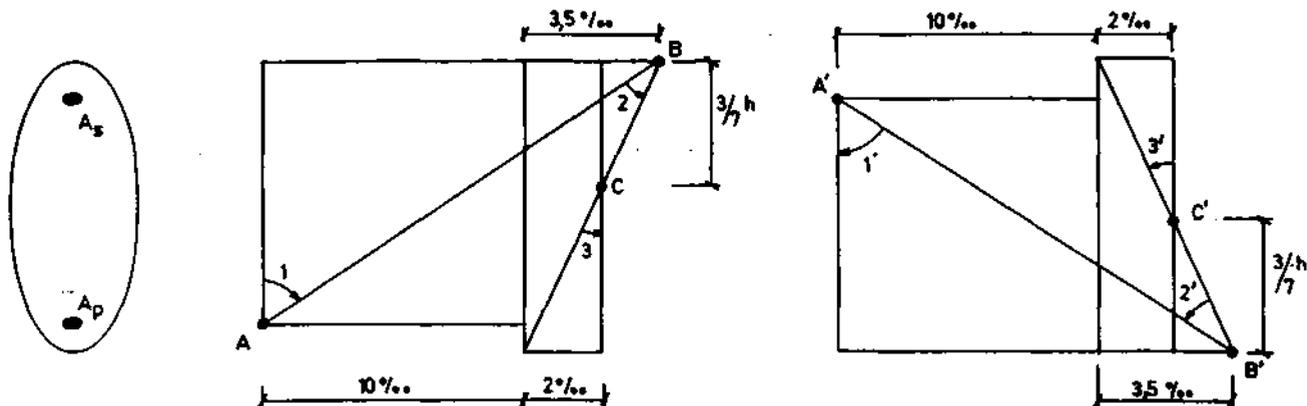
$\Delta\epsilon_p = \epsilon_{b,p,m} = 5\sigma_{b,p,m} / E_p$ est le premier complément de déformation qui accompagne le retour à 0 de la contrainte du béton au niveau des câbles,

$\Delta\sigma_p = 5\sigma_{b,p,m}$ la variation corrélative de tension dans les armatures de précontrainte.

$\Delta\epsilon_p''$ est le deuxième complément de déformation qui apparait directement sur le diagramme des déformations de la section.

2.2 - Caractérisation d'un état-limite ultime

Un ELU est atteint lorsque le diagramme des déformations est un diagramme limite passant par l'un des pivots A, B, C (ou encore A', B' ou C')



Alors, l'un des matériaux constitutifs de la section atteint sa déformation ultime :

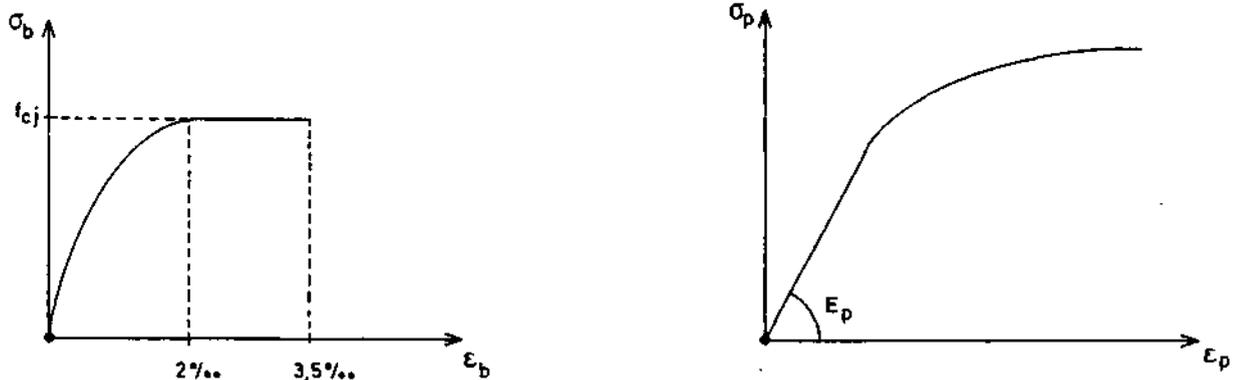
$$\epsilon_{bu} = 3,5\% \text{ (raccourcissement du béton)}$$

$$\Delta''\epsilon_{pu} = 10\% \text{ (allongement des aciers de précontrainte au-delà de la décompression du béton)}$$

$$\epsilon_{su} = 10\% \text{ (allongement des aciers passifs).}$$

2.3 - Comportement des matériaux

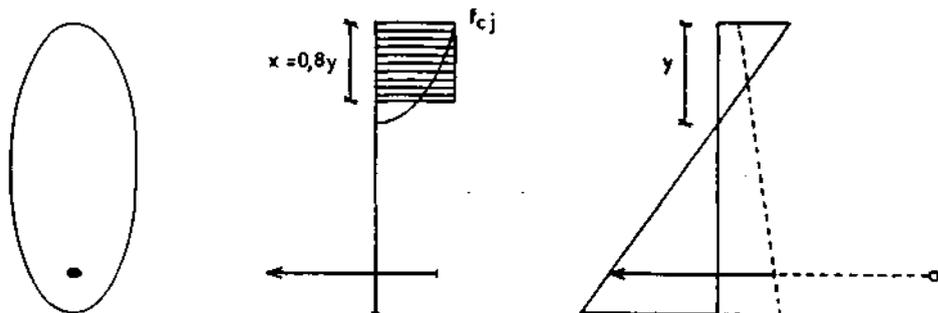
A toute distribution linéaire des déformations sur la hauteur de la section correspond une répartition de contraintes facile à appréhender par l'intermédiaire des diagrammes contraintes-déformations des matériaux.



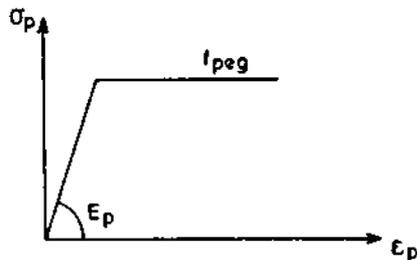
Le comportement des aciers passifs est quant à lui bien représenté par un diagramme élasto-plastique avec palier d'écoulement à f_e .

Lorsqu'on ne dispose pas d'outils de calcul élaborés, différentes simplifications s'avèrent légitimes :

- si le diagramme des déformations de la section est un diagramme limite appartenant à l'un des domaines 1 ou 2 (ou encore 1' ou 2') il est possible de remplacer la distribution réelle des contraintes de compression sur la hauteur y par une distribution rectangulaire simplifiée sur la hauteur $x = 0,8 y$.



- pour les aciers de précontrainte, on peut adopter un diagramme élasto-plastique avec palier d'écoulement à f_{peg} .



2.4 - Principe des justifications

Il s'agit de s'assurer que les sollicitations réglementaires de calcul, que nous désignerons par S_u n'entraînent pas l'apparition d'un état-limite ultime dans la section.

2.4.1 - Sollicitations de calcul

Elles sont définies par :

$$S_u = S \left\{ \gamma_p P_m + 1,35 G_{max} + G_{min} + \gamma_{Q1} Q_{1k} + \sum_{i>1} 1,3 \psi_{oi} Q_{ik} \right\}$$

Même lorsque les charges extérieures n'engendrent que de la flexion simple, ce sont donc, du fait qu'on y a incorporé P_m des sollicitations de flexion composée se caractérisant par deux paramètres, dans la mesure où l'on ne s'intéresse qu'aux composantes donnant des contraintes normales et où l'on a affaire à de la flexion non déviée.

Ces paramètres sont généralement la composante normale de la résultante et le moment résultant en un point.

Si ce point est le centre de gravité G , S_u est donc définie par :

$$\text{En } G \quad \begin{cases} N_u = N_e + \gamma_p (N_{im} + N_{hm}) \\ M_u = M_e + \gamma_p (M_{im} + M_{hm}) \end{cases}$$

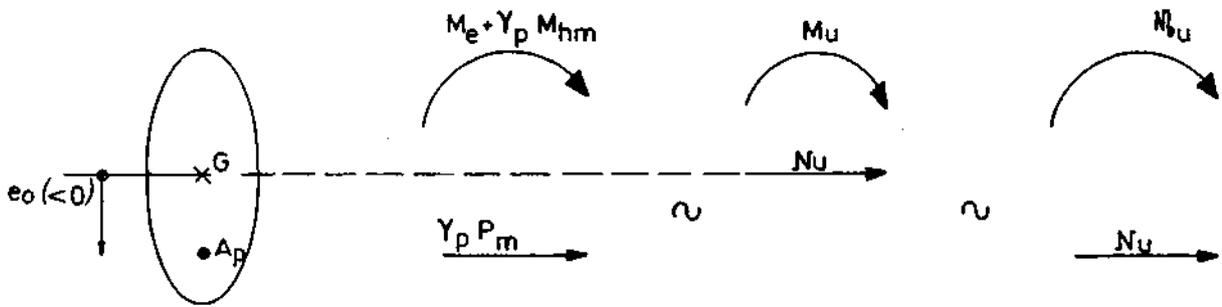
où (N_e, M_e) représentent les efforts développés par les actions extérieures (pondérées par leurs coefficients γ et ψ)

(N_{im}, M_{im}) les efforts isostatiques de précontrainte

(N_{hm}, M_{hm}) les efforts hyperstatiques de précontrainte

Le plus souvent : $N_e = 0$ et $N_{hm} = 0$. Alors :

$$S_u \text{ (en } G) \begin{cases} N_u = N_{im} = \gamma_p P_m \\ M_u = M_e + \gamma_p P_m e_0 + \gamma_p M_{hm} \end{cases}$$



Lorsque, dans une section, les armatures de précontrainte peuvent être considérées comme concentrées en un point, il est souvent commode de prendre les éléments de réduction de S_u par rapport à ce point. En supposant encore $N_e = 0$ et $N_{hm} = 0$:

$$S_u \text{ (en } A_p) \left\{ \begin{array}{l} N_u = \gamma_p P_m \\ M_u = M_e + \gamma_p M_{hm} \end{array} \right.$$

Il convient de remarquer, par ailleurs, qu'en règle générale, pour la justification d'une section, il y a deux sollicitations S_u à prendre en compte :

S_u max qui correspond à l'épuisement de la section par "moments positifs"

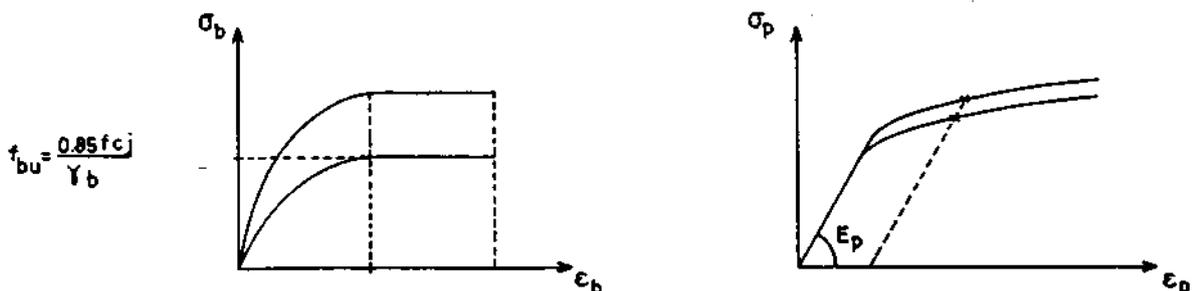
S_u min qui correspond à l'épuisement de la section par "moments négatifs"

2.4.2 - Résistance de la section

Elle est évaluée non pas à partir des diagrammes caractéristiques contraintes-déformations des matériaux, mais de leur diagrammes de calcul obtenus en faisant subir aux premiers des affinités de rapports $\frac{1}{\gamma_m}$

parallèlement :

- à l'axe des contraintes pour le béton (avec, en général, $\chi_b = 1,5$).
- à la droite de Hooke pour les aciers, qu'ils soient passifs ou de précontrainte (et avec $\gamma_m = 1,15$).

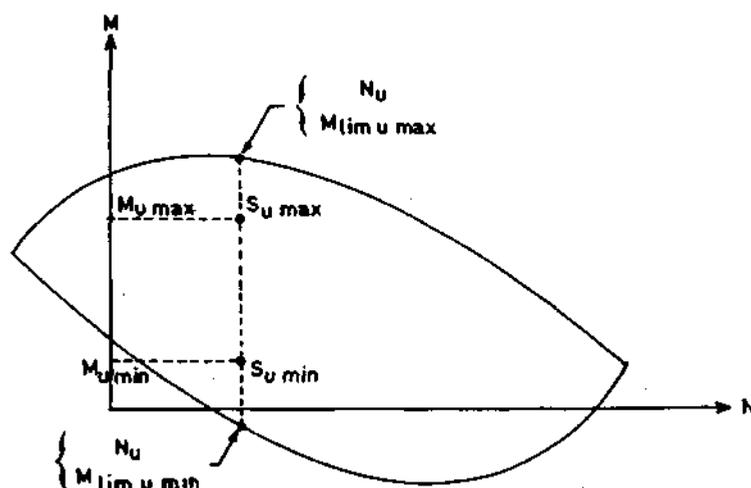


2.4.3 - Conduite des justifications

Pour mener à bien la justification d'une section aux ELU, il n'est guère envisageable, tout au moins lorsqu'on opère manuellement, de calculer directement les déformations et les contraintes qui apparaissent dans la section sous l'effet de S_u car ce calcul devient très complexe dès qu'on s'écarte comme ici du comportement élastique des matériaux (par contre, certains programmes comme le programme CDS du S.E.T.R.A. procèdent à ce calcul direct).

En revanche, il n'y a aucune difficulté à calculer autant de sollicitations limites $S_{u \lim}$ qu'on le désire. Pour obtenir une telle sollicitation de flexion composée qui entraîne l'apparition d'un état-limite ultime dans la section, il suffit de partir d'un diagramme de déformation limite de la section (diagramme passant par l'un des pivots A, B, C, A', B' ou C' définis en 2.2) de remonter aux contraintes par l'intermédiaire des diagrammes contraintes-déformations de calcul et de déterminer la sollicitation $S_{u \lim}$ qui équilibrent ces contraintes.

Si l'on définit les sollicitations par leurs éléments de réduction en G et si on se place dans un plan (N, M), l'ensemble des $S_{u \lim}$ ($N_{u \lim}$, $M_{u \lim}$) dont chacune est représentable par un point de ce plan définit une courbe fermée dite courbe d'interaction effort normal - moment fléchissant.



Cette courbe délimite le domaine de résistance de la section et il suffit de s'assurer que le point représentatif de S_u (N_u , M_u) est bien à l'intérieur de ce domaine.

En pratique, il est hors de question de calculer la courbe d'interaction point par point. Compte tenu de la convexité du domaine, il suffit de déterminer les deux points d'intersection de cette courbe avec la verticale ou l'horizontale passant par S_u et de vérifier que S_u est bien entre ces deux points.

Ainsi, sur la figure ci-dessus a-t-on défini les deux états-limites équilibrant $N = N_u$.
Les moments correspondants sont $M_{lim u min}$ et $M_{lim u max}$
et l'on doit avoir :

$$M_{lim u min} \leq M_u \leq M_{lim u max}$$

En fait, comme on l'a déjà vu, deux sollicitations de calcul sont, en général à considérer :

$$S_u \max \begin{cases} N_u = \gamma_F P_m \\ M_u \max \end{cases} \quad S_u \min \begin{cases} N_u = \gamma_F P_m \\ M_u \min \end{cases}$$

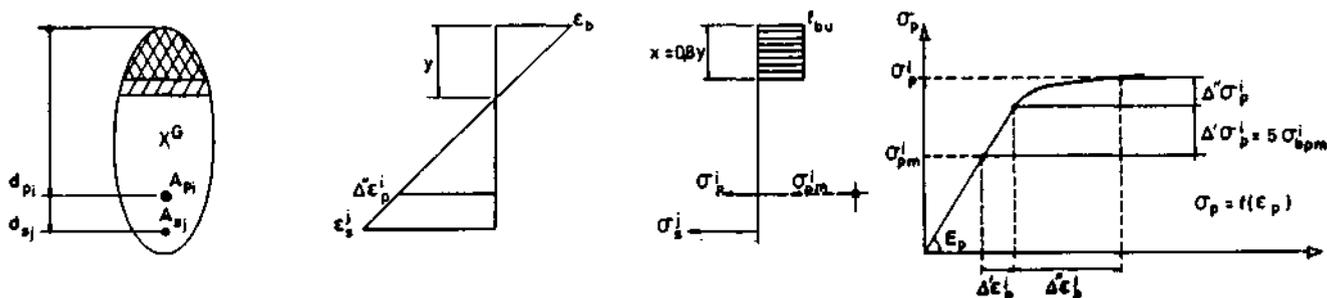
Il y a lieu, dans ces conditions de vérifier :

$$\begin{aligned} M_u \max &\leq M_{lim u max} \\ M_u \min &\geq M_{lim u min} \end{aligned}$$

2.4.4 - Mise en équations du problème

Prenons l'exemple simple de la section médiane d'une travée indépendante qu'on voudrait justifier sous l'effet de $S_u \max (N_u, M_u \max)$.
Comme vu en 2.4.3 ci-dessus, on va chercher la sollicitation limite ($N_u, M_{lim u max}$), point d'intersection le plus haut de la courbe d'interaction avec la verticale $N = N_u$.

Nous admettrons, a priori, que le diagramme limite de déformation de la section correspondant à ce point appartient à l'un des domaines ① ou ② précédemment définis, auquel cas il est légitime d'utiliser pour le béton le diagramme rectangulaire simplifié.



Si l'on définit les sollicitations par leurs éléments de réduction au niveau du centre de gravité G de la section les équations définissant un état limite appartenant à l'un des domaines ① ou ② s'écrivent :

$$M_{lim u} = B(x) f_{bu} - \sum_i A_{pi} (\sigma_p^i - \sigma_{pm}^i) - \sum_j A_{sj} \sigma_s^j \quad \text{①}$$

$$M_{lim u} = B(x) e_B(x) f_{bu} - \sum_i A_{pi} (\sigma_p^i - \sigma_{pm}^i) e_{pi} - \sum_j A_{sj} \sigma_s^j e_{sj} \quad \text{②}$$

$$\frac{\Delta'' \epsilon_{pi}}{\epsilon_b} = \frac{d_{pi} - y}{y} = \frac{0,8 d_{pi}}{x} - 1 \quad \text{③}$$

$$\frac{\epsilon_s^j}{\epsilon_b} = \frac{0,8 d_{sj}}{x} - 1 \quad \text{④}$$

$$\sigma_p^i = f(\epsilon_{pm}^i + \Delta \epsilon_p^i + \Delta'' \epsilon_p^i) \quad \text{⑤}$$

$$\sigma_s = g(\epsilon_s) \quad \text{⑥}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{soit : } \epsilon_b = \underline{\epsilon_{bu}} \\ \text{soit : } \Delta'' \epsilon_p^i = \Delta'' \epsilon_{pu} \text{ ou } \epsilon_s^j = \epsilon_{su} \text{ pour l'acier le plus bas} \end{array} \right. \quad \text{⑦}$$

Dans ces équations B(x) représente l'aire de la surface hachurée, $e_B(x)$ l'excentricité de son centre de gravité par rapport à G, e_{pi} et e_{sj} l'excentricité des différentes armatures par rapport à G.

Si l'on fait, dans ① $M_{lim u} = N_u$ (connu) on obtient ainsi un système comportant autant d'équations que d'inconnues :

$$x, \sigma_p^i, \sigma_s^j, \Delta'' \epsilon_p^i, \epsilon_s^j, \epsilon_b \text{ et } M_{lim u}$$

($M_{lim u}$ n'est alors rien d'autre que le $M_{lim u} \max$ cherché).

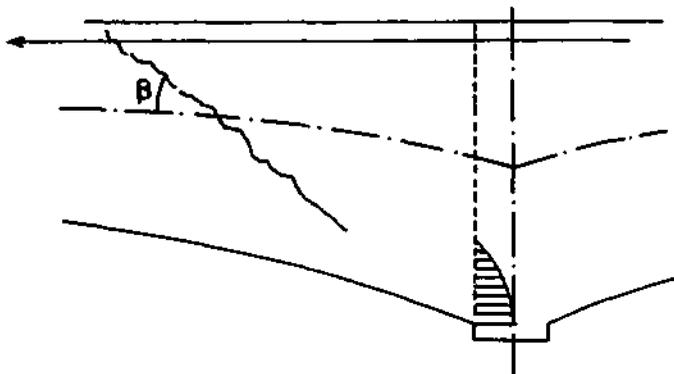
Dans le cas le plus général, on résout ce système par approximations successives ; d'où $M_{lim u} \max$ et la justification consiste à s'assurer que :

$$M_u \max \leq M_{lim u} \max.$$

2.5 - Règle du décalage (article 6.3,33)

Pour tenir compte d'une éventuelle fissuration oblique des âmes sous l'effet des sollicitations tangentielles, une règle du décalage analogue dans son esprit à la règle de l'article A.4.1,5 du BAEL a été introduite sous la forme suivante :

Les armatures de toute nature strictement nécessaires à l'équilibre de la membrure tendue d'une section doivent être prolongée par des aciers susceptibles de reprendre, dans les mêmes conditions d'allongement, le même effort de traction sur une longueur au moins égale à $0,8 h \cotg \beta$ de part et d'autre de la section en question dont h représente la hauteur totale.



II

Premier exemple : pont-caisson construit par encorbellement

A - Justification en classe II, en phase d'exploitation, de la section sur pile et de la section située à mi-travée centrale d'un ouvrage hyperstatique à trois travées construit par encorbellements successifs.

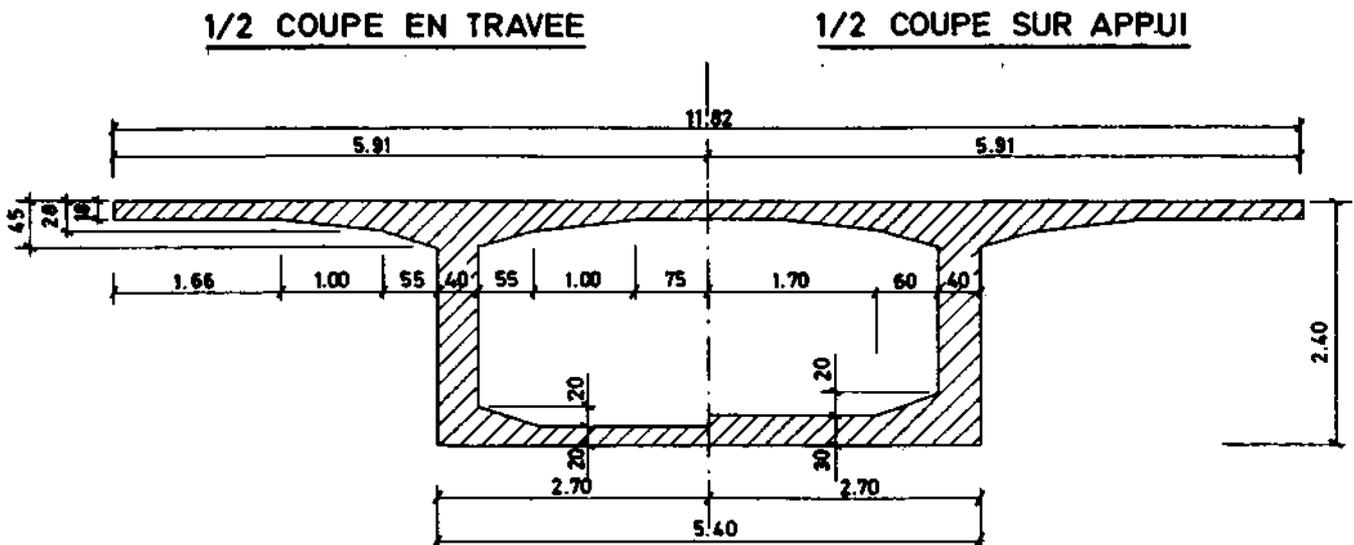
1 - Description de l'ouvrage

L'ouvrage étudié est un pont route continu à trois travées de 31 m, 52 m, 31 m de portée entre axes d'appuis et de 115 m de longueur totale.

Il livre passage à une chaussée de 7,50 m bordée de deux trottoirs de 2,00 m. C'est un pont de 1ère classe sans convoi militaire.

Sa section transversale est de type caisson à hauteur constante égale à 2,40 m et comporte deux âmes verticales de 0,40 m d'épaisseur. L'épaisseur du hourdis inférieur, égale à 0,20 m en travée passe à 0,30 m sur une longueur de 3,40 m de part et d'autre des appuis intermédiaires.

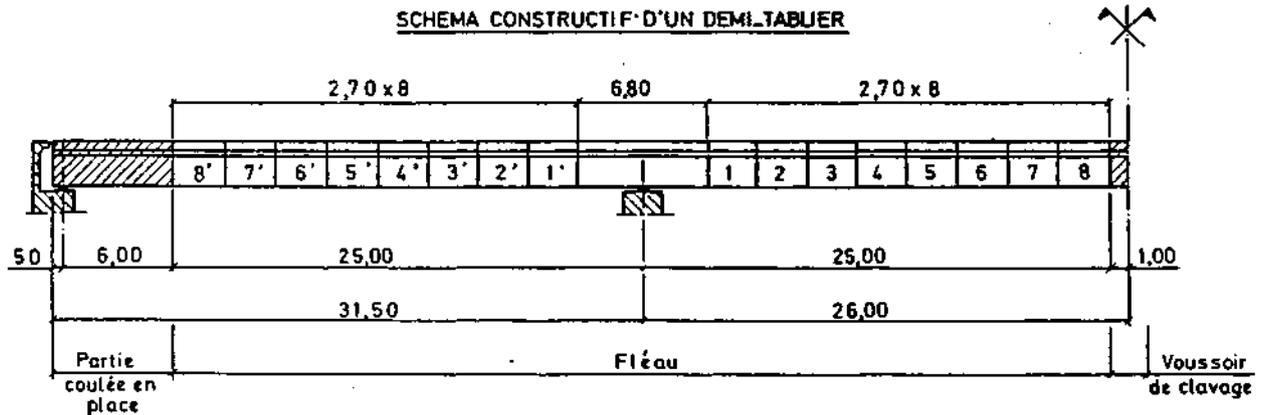
Le tablier est précontraint longitudinalement et armé transversalement.

SECTION TRANSVERSALEMode de construction

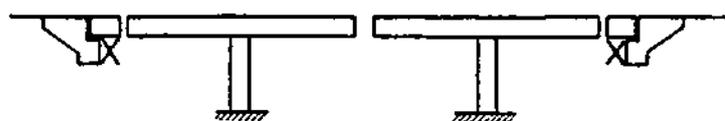
L'ouvrage est construit par encorbellements successifs à partir des piles, à l'aide d'équipages mobiles.

La longueur de chaque fléau est égale à 2×25 m. Les parties coulées en place sur rive ont une longueur de 6,50 m. Les voussoirs sur pile ont une longueur de 6,80 m, les voussoirs courants 2,70 m et le voussoir de clavage 2 m.

La continuité des armatures passives est assurée au droit des joints de voussoirs.



Les différentes phases de la construction de l'ouvrage sont représentées par les schémas suivants :



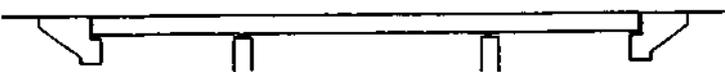
- construction des fléaux provisoirement encastrés sur les piles.

- réalisation des parties coulées en place sur rive.



- clavage des travées de rive

- suppression des encastremets sur piles.



- Clavage de la travée centrale.

2 - Matériaux utilisés

. Béton

Sa résistance caractéristique à la compression à 28 jours est égale à $f_{c28} = 35$ MPa

D'où, d'après l'article 2.1,3, sa résistance à la traction :
 $f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28} = 2,7$ MPa

L'ouvrage étant supposé réalisé dans une région hors du quart Sud-Est de la France, on prendra comme valeur forfaitaire du retrait final $\epsilon_r = 2 \times 10^{-4}$

. Aciers de précontrainte

Les unités de précontrainte utilisées sont des câbles 12 T 13. Les torons de classe 1860, à très basse relaxation (TBR) répondent aux spécifications du Fascicule 4, titre II du CCTG.

Caractéristiques d'un câble 12 T 13 :

$$A = 1116 \text{ mm}^2$$

$$f_{prg} = 1860 \text{ MPa}$$

$$F_{prg} = 2,077 \text{ MN}$$

$$f_{peg} = 1656 \text{ MPa}$$

$$F_{peg} = 1,848 \text{ MN}$$

$$E_p = 190\,000 \text{ MPa}$$

$$P_{4000} = 2,5 \%$$

$$g = 6 \text{ mm}$$

coefficients de frottement $f = 0,20$ $\varphi = 3 \times 10^{-3}$
diamètre de la gaine $\varnothing = 7,1 \text{ cm}$

. Aciers passifs

On utilise des aciers H.A. dont les caractéristiques sont les suivantes :

$$f_e = 400 \text{ MPa}$$

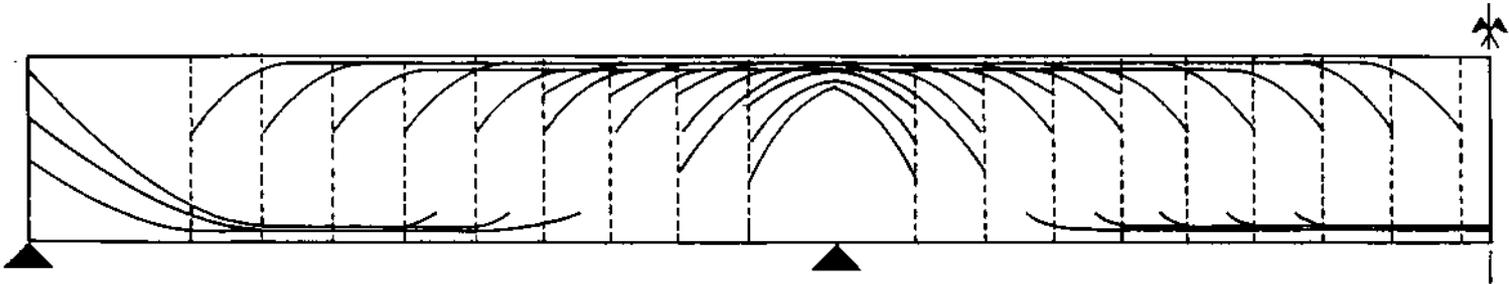
$$E_s = 200\,000 \text{ MPa}$$

3 - Principe de câblage

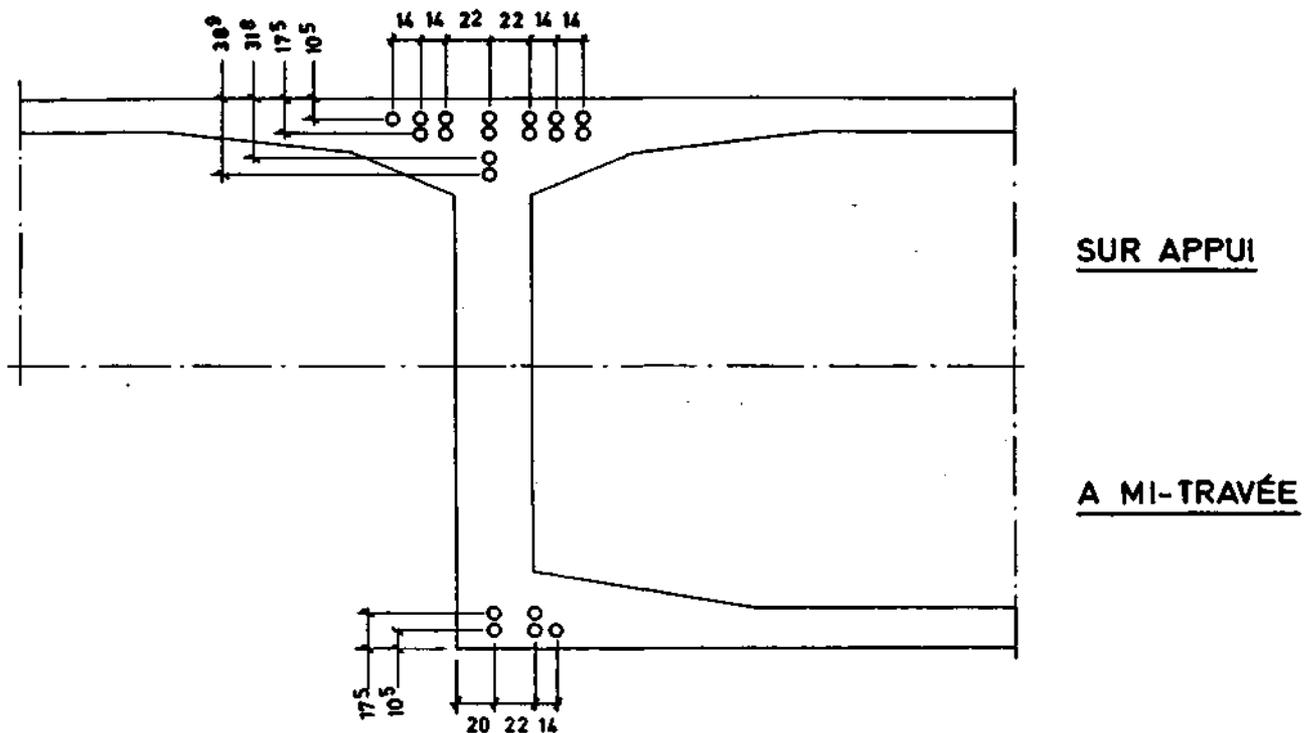
Le câblage de cet ouvrage est constitué de :

- 30 câbles de fléau
- 6 câbles de continuité en travée de rive
- 10 câbles de continuité en travée centrale

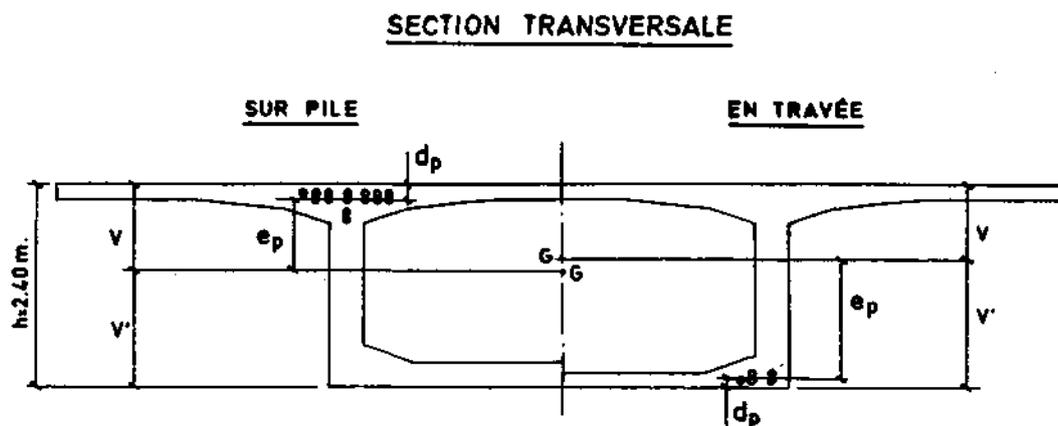
SCHEMA DE CABLAGE



La position transversale des câbles dans la section sur appui et dans la section à mi-travée est représentée par le schéma suivant :



4 - Caractéristiques géométriques des sections



	SECTION BRUTE	SECTION NETTE	Armatures de précontrainte
SECTION SUR PILES	$B_D = 6,011 \text{ m}^2$ $v_D = 0,996 \text{ m}$ $v'_D = 1,404 \text{ m}$ $I_D = 5,278 \text{ m}^4$	$B_n = 5,892 \text{ m}^2$ $v_n = 1,013 \text{ m}$ $v'_n = 1,387 \text{ m}$ $I_n = 5,188 \text{ m}^4$	30 (12 T 13) $A_p = 0,03348 \text{ m}^2$ Distance moyenne à la fibre supérieure $d_p = 0,166 \text{ m}$ excentrement moyen $e_p = 0,847 \text{ m}$
SECTION A MI-TRAVÉE	$B_D = 5,551 \text{ m}^2$ $v_D = 0,903 \text{ m}$ $v'_D = 1,497 \text{ m}$ $I_D = 4,643 \text{ m}^4$	$B_n = 5,511 \text{ m}^2$ $v_n = 0,893 \text{ m}$ $v'_n = 1,507 \text{ m}$ $I_n = 4,567 \text{ m}^4$	10 (12 T 13) $A_p = 0,011160 \text{ m}^2$ Distance moyenne à la fibre inférieure $d_p = 0,133 \text{ m}$ excentrement moyen $e_p = 1,374 \text{ m}$

5 - Evaluation des sollicitations

On se limite à l'étude de la flexion longitudinale dans l'ouvrage, en phase d'exploitation.

L'étude complète d'un projet nécessiterait une évaluation des sollicitations en période de construction et une justification de l'ouvrage vis-à-vis de ces sollicitations tant aux états-limites de service qu'aux états-limites ultimes.

5.1 - Actions extérieures (autres que la précontrainte)

La densité de charge due au poids propre est évaluée à $g = 24,5 \times B$ KN/m (où B, exprimé en m^2 représente l'aire de la section transversale variable le long de l'ouvrage).

Le poids du coffrage suspendu est estimé à $2F = 200$ KN

La densité de charge due aux superstructures a une valeur moyenne probable égale à $g' = 41,2$ KN/m. Les coefficients multiplicateurs permettant d'obtenir les valeurs caractéristiques portées dans les tableaux résultent de l'application des "Directives Communes relatives au calcul des constructions - 1979".

Pour l'évaluation des efforts dûs au gradient thermique, la valeur caractéristique de la différence de température entre fibres extrêmes est prise égale à $\Delta\theta = 12^\circ$ C.

Les charges routières et de trottoirs sont évaluées conformément aux prescriptions du fascicule 61 titre II du C.P.C.

5.2 - Précontrainte

La précontrainte est prise en compte avec ses valeurs caractéristiques maximale P_1 et minimale P_2 pour les vérifications aux états-limites de service, et avec sa valeur probable P_m pour les vérifications aux états-limites ultimes.

ACTIONS				SCHEMAS-STATIQUES		Allure de M le long du pont (en MN m)	SECTION SUR PILE			SECTION A MI-TRAVÉE					
Type d'action	Nature	Valeurs caractéristiques		Commentaires	Renvoi		Valeurs probables	Valeurs maxi	Valeurs mini	Valeurs probables	Valeurs maxi	Valeurs mini			
		pro-bable	maxi			mini									
ACTIONS PERMANENTES	Poids propre	g	g ₁ = g	g ₂ = g	Filaux et parties couléés en place	①	①	M _g	M _{g1}	M _{g2}	M _g	M _{g1}	M _{g2}		
					Pose du voussoir de clavage de la travée centrale	②	②	- 42,42							
					Démontage de l'équipage mobile	③	③	- 5,85							
						④	④	0,92			- 1,46				
								- 47,35	- 47,35	- 47,35	- 1,46	- 1,46	- 1,46		
	Superstructures	g'	g' ₁ = 1,19 g'	g' ₂ = 0,90 g'		④	④	M _{g'}	M _{g'1}	M _{g'2}	M _{g'}	M _{g'1}	M _{g'2}		
			(1)	(1)				- 8,42	- 10,02	- 7,58	5,50	6,55	4,95		
ACTIONS PERMANENTES	Précontraints	P = P ₀ - ΔP	P ₁ = 1,02 P ₀ - 0,8 ΔP	P ₂ = 0,98 P ₀ - 1,2 ΔP	Câbles des filaux et des parties couléés en place	⑤	⑤ (Effort normal en MN)	P _m	P ₁	P ₂	P _m	P ₁	P ₂		
									⑤	39,02	42,22	35,82	13,26	14,27	12,25
					Câbles de continuité de la travée centrale	⑥	⑥	M _{pm}	M _{p1}	M _{p2}	M _{pm}	M _{p1}	M _{p2}		
								32,45	35,09	29,81	- 18,22	- 19,61	- 16,83		
						⑥	⑥	M _{hm}	M _{h1}	M _{h2}	M _{hm}	M _{h1}	M _{h2}		
								6,47	7,00	5,94	6,47	7,00	5,94		
	Adaptation par fluage	f1	f1 ₁ = f1	f1 ₂ = 0	Sous déformation différée : naissance progressive d'efforts dus à une rotation bloquée par réalisation d'une liaison hyperstatique.	⑦	⑦	M _{f1}	M _{f11}	M _{f12}	M _{f1}	M _{f11}	M _{f12}		
								3,63	3,63	0	3,63	3,63	0		
ACTIONS VARIABLES	Gradient thermique	Δθ	Δθ ₁ = Δθ	Δθ ₂ = 0	Echauffement et dilatation du hourdis supérieur	⑧	⑧	M _{Δθ}	M _{Δθ1}	M _{Δθ2}	M _{Δθ}	M _{Δθ1}	M _{Δθ2}		
								8,06	8,06	0	8,06	8,06	0		
ACTIONS VARIABLES	Charges routières (y compris trottoirs et éventuellement trainage)	ELS : charges de chaussée Q _R = 1,2 x valeur nominale ; charges de trottoir Q _T = 1 x valeur nominale		charge routière R = Q _R + Q _T		⑨	⑨	ELS			ELS				
		ELU : charges de chaussée Q _R = 1,07 x valeur nominale ; charges de trottoir Q _T = 1,07 x valeur nominale						charge routière R = Q _R + Q _T			M _{Rmax} = 1,79 ; M _{Rmin} = -12,52			M _{Rmax} = 12,45 ; M _{Rmin} = -2,72	
											ELU			ELU	
								M _{Rmax} = 1,61 ; M _{Rmin} = -11,30			M _{Rmax} = 11,21 ; M _{Rmin} = -2,45				

(1) Les valeurs 1,19 et 0,90 sont des valeurs moyennes qui résultent des coefficients affectés à chaque élément de superstructure - coefficients très variables selon la nature de l'élément considéré.

- 1 - L'action du poids propre des fléaux et des parties coulées en place s'exerce sur une structure isostatique.
- 2 - Le poids du voussoir de clavage est transmis aux extrémités des consoles par l'intermédiaire du coffrage suspendu.
- 3 - Le démontage de l'équipage mobile s'effectue en phase hyperstatique, la structure ayant été rendue continue au moment de la mise en précontrainte des câbles de continuité de la travée centrale.
- 4 - Les superstructures sollicitent la structure continue.
- 5 - Les câbles des fléaux et des parties coulées en place exercent leur action sur une structure isostatique.
- 6 - Les câbles de continuité de la travée centrale produisent leurs effets sur la structure hyperstatique.
- 7 - Dans les structures hyperstatiques construites suivant des schémas statiques successifs différents, l'adaptation par fluage donne progressivement naissance à des efforts dépendant essentiellement de la part de déformation différée qui reste à effectuer après réalisation des liaisons hyperstatiques.
 Avant clavage le béton a effectué sa déformation instantanée et une partie de sa déformation différée sous l'action du poids propre et de la précontrainte des fléaux.
 La continuité introduite au moment du clavage empêche le reste de cette déformation de s'effectuer librement (rotation bloquée). De cette gêne naissent progressivement des efforts internes supplémentaires (moment de fluage).
- 8 - Un gradient thermique uniforme ne crée des efforts que dans les structures hyperstatiques.
 Ses effets sont faciles à appréhender puisque la distribution des dilatactions est linéaire sur la hauteur h d'une section droite. Cette hypothèse amène à considérer la rotation élémentaire $d\omega$ correspondant à un élément de poutre de longueur ds :

$$d\omega = - \frac{\alpha \Delta\theta}{h} ds$$

- avec $\Delta\theta$ = différence de température entre l'intrados et l'extrados
 α = coefficient de dilatation du béton.

Les rotations aux extrémités des travées considérées comme indépendantes se calculent par intégration et permettent d'évaluer les efforts dans la structure continue.

- 9 - Les charges routières s'appliquent sur la structure continue.

6 - Combinaisons d'actions

Les différentes combinaisons d'actions à prendre en compte pour les justifications en phase d'exploitation sont les suivantes :

. Etat-limite de service

combinaisons rares

$$P_d + G + G' + f_l + R$$

$$P_d + G + G' + f_l + R + 0,5 \Delta\theta$$

$$P_d + G + G' + f_l + \Delta\theta$$

combinaisons fréquentes

$$P_d + G + G' + f_l + 0,6 R$$

$$P_d + G + G' + f_l + 0,5 \Delta\theta$$

combinaisons quasi-permanentes

$$P_d + G + G' + f_l$$

. Etat-limite ultime

$$P_m + (1,35 G_{\max} \text{ ou } G_{\min}) + (1,35 G'_{\max} \text{ ou } G'_{\min}) + (1,35 f_{l\max} \text{ ou } f_{l\min}) + 1,5 R$$

Dans le cas d'une poutre précontrainte soumise à la flexion simple sous l'effet des charges extérieures, il est aisé d'obtenir les combinaisons d'actions les plus défavorables en recherchant les valeurs maximum et minimum, au sens algébrique, du moment créé par la totalité des charges extérieures et de la précontrainte. A ces valeurs correspondent les contraintes de flexion les plus élevées respectivement sur la fibre supérieure et sur la fibre inférieure. L'effort normal à prendre en compte dans la combinaison est alors celui de la précontrainte correspondante.

6.1 - Etat-limite de service

6.1.1. Combinaisons rares

Section sur pile

. Recherche de la combinaison donnant la contrainte la moins élevée sur la fibre supérieure de la section sur pile.

Le choix du moment dû aux charges routières est évident

$$M_{R\min} = - 12,52 \text{ NN m}$$

Toutes les actions donnant un moment positif sont à considérer avec leur valeur caractéristique minimale :

$$M_{p2} = 29,81 \text{ MN m}$$

$$M_{h2} = 5,94 \text{ MN m}$$

$$M_{f12} = 0$$

$$M_{\Delta\theta 2} = 0$$

Toutes les actions donnant un moment négatif sont à considérer avec leur valeur maximale :

$$M_{g1} = - 47,35 \text{ MN m}$$

$$M_{g'1} = - 10,02 \text{ MN m}$$

Finalement la combinaison cherchée est la suivante :

$$R1.P \quad \left\{ \begin{array}{l} M = M_{g1} + M_{g'1} + M_{p2} + M_{h2} + M_{f12} + M_{Rmin} \\ N = P_2 \end{array} \right.$$

$$M = - 47,35 - 10,02 + 29,81 + 5,94 + 0 - 12,52 = - 34,14 \text{ MN m}$$

$$N = 35,82 \text{ MN}$$

. Recherche de la combinaison donnant la contrainte la moins élevée sur la fibre inférieure de la section sur pile.

De la même manière que précédemment on obtient qu'il y a lieu de prendre en compte :

$$M_{Rmax} = 1,79 \text{ MN m}$$

$$M_{p1} = 35,09 \text{ MN m}$$

$$M_{h1} = 7,00 \text{ MN m}$$

$$M_{f11} = 3,63 \text{ MN m}$$

$$M_{\Delta\theta 1} = 8,06 \text{ MN m}$$

$$M_{g2} = - 47,35 \text{ MN m}$$

$$-M_{g'2} = - 7,58 \text{ MN m}$$

Comme $0 \leq M_{Rmax} \leq M_{Rmax} + 0,5 M_{\Delta\theta 1} \leq M_{\Delta\theta 1}$, la combinaison à considérer est la suivante :

$$R2.P \quad \begin{cases} M = M_{g2} + M_{g'2} + M_{p1} + M_{h1} + M_{f11} + M_{\Delta\theta1} \\ N = P_1 \end{cases}$$

$$M = - 47,35 - 7,58 + 35,09 + 7,00 + 3,63 + 8,06 = - 1,15 \text{ MN m}$$

$$N = 42,22 \text{ MN}$$

Section en travée

. Recherche de la combinaison donnant la contrainte la moins élevée sur la fibre inférieure de la section en travée.

Le choix du moment dû aux charges routières est évident :

$$M_{Rmax} = 12,45 \text{ MN m}$$

Toutes les actions donnant un moment négatif sont à considérer avec leur valeur minimale

$$M_{p2} = - 16,83 \text{ MN m}$$

$$M_{g2} = - 1,46 \text{ MN m}$$

Toutes les actions donnant un moment positif sont à considérer avec leur valeur maximale

$$M_{f11} = 3,63 \text{ MN m}$$

$$M_{\Delta\theta1} = 8,06 \text{ MN m}$$

$$M_{g'1} = 6,55 \text{ MN m}$$

La précontrainte étant considérée avec sa valeur P_2 , on prend en compte le moment hyperstatique

$$M_{h2} = 5,94 \text{ MN m}$$

Comme $0 \leq M_{\Delta\theta1} \leq M_{Rmax} \leq M_{Rmax} + 0,5 M_{\Delta\theta1}$, la combinaison à considérer est la suivante :

$$R1.T \quad \begin{cases} M = M_{g2} + M_{g'1} + M_{p2} + M_{h2} + M_{f11} + M_{Rmax} + 0,5 M_{\Delta\theta1} \\ N = P_2 \end{cases}$$

$$M = -1,46 + 6,55 - 16,83 + 5,94 + 3,63 + 12,45 + (0,5 \times 8,06) = 14,31 \text{ MN}$$

$$N = 12,25 \text{ MN}$$

. Recherche de la combinaison donnant la contrainte la moins élevée sur la fibre supérieure de la section en travée.

Comme précédemment, il vient :

$$\begin{aligned} M_{Rmin} &= - 2,72 \text{ MN m} \\ M_{p1} &= -19,61 \text{ MN m} \\ M_{g1} &= - 1,46 \text{ MN m} \\ M_{f12} &= 0 \\ N_{\Delta\theta 2} &= 0 \\ M_{g'2} &= 4,95 \text{ MN m} \\ M_{h1} &= 7,00 \text{ MN m} \end{aligned}$$

La combinaison à considérer est donc :

$$R2.T \begin{cases} M = M_{g1} + M_{g'2} + M_{p1} + M_{h1} + M_{f12} + M_{Rmin} \\ N = P_1 \end{cases}$$

$$M = -1,46 + 4,95 - 19,61 + 7,00 + 0 - 2,72 = - 11,84 \text{ MN m}$$

$$N = 14,27 \text{ MN}$$

6.1.2. Combinaisons fréquentes

Section sur pile

$$\text{On a } M_{Rmin} = - 12,52 \text{ MN m} \quad M_{\Delta\theta 1} = 8,06 \text{ MN m}$$

$$M_{Rmax} = 1,79 \text{ MN m} \quad M_{\Delta\theta 2} = 0$$

$$\text{donc } 0,6 M_{Rmin} \leq 0,5 M_{\Delta\theta 2} \leq 0,6 M_{Rmax} \leq 0,5 M_{\Delta\theta 1}$$

La combinaison donnant la contrainte la moins élevée sur la fibre supérieure est donc :

$$F1.P \begin{cases} M = M_{g1} + M_{g'1} + M_{p2} + M_{h2} + M_{f12} + 0,6 M_{Rmin} \\ N = P_2 \end{cases}$$

$$M = -47,35 - 10,02 + 29,81 + 5,94 + 0 - (0,6 \times 12,52) = - 29,13 \text{ MN m}$$

$$N = 35,82 \text{ MN}$$

La combinaison donnant la contrainte la moins élevée sur la fibre inférieure est :

$$F2.P \begin{cases} M = M_{g2} + M_{g'2} + M_{p1} + M_{h1} + M_{f11} + 0,5 M_{\Delta\theta1} \\ N = P_1 \end{cases}$$

$$M = -47,35 - 7,58 + 35,09 + 7,00 + 3,63 + (0,5 \times 8,06) = - 5,18 \text{ MN m}$$

$$N = 42,22 \text{ MN}$$

Section en travée

$$M_{Rmax} = 12,45 \text{ MN m}$$

$$M_{\Delta\theta1} = 8,06 \text{ MN m}$$

$$M_{Rmin} = -2,72 \text{ MN m}$$

$$M_{\Delta\theta2} = 0$$

$$\text{donc } 0,6 M_{Rmin} \leq 0,5 M_{\Delta\theta2} \leq 0,5 M_{\Delta\theta1} \leq 0,6 M_{Rmax}$$

La combinaison donnant la contrainte la moins élevée sur la fibre inférieure est donc :

$$F1.T \begin{cases} M = M_{g2} + M_{g'2} + M_{p2} + M_{h2} + M_{f11} + 0,6 M_{Rmax} \\ N = P_2 \end{cases}$$

$$M = -1,46 + 6,55 - 16,83 + 5,94 + 3,63 + (0,6 \times 12,45) = 5,30 \text{ MN m}$$

$$N = 12,25 \text{ MN}$$

La combinaison donnant la contrainte la moins élevée sur la fibre supérieure est :

$$F2.T \begin{cases} M = M_{g1} + M_{g'2} + M_{p1} + M_{h1} + M_{f12} + 0,6 M_{Rmin} \\ N = P_1 \end{cases}$$

$$M = -1,46 + 4,95 - 19,61 + 7,00 + 0 - (0,6 \times 2,72) = - 10,75 \text{ MN m}$$

$$N = 14,27 \text{ MN}$$

6.1.3 - Combinaison quasi-permanente

Section sur pile

La combinaison donnant la contrainte la moins élevée sur la fibre supérieure est :

$$QP1.P \begin{cases} M = M_{g1} + M_{g'1} + M_{p2} + M_{h2} + M_{f12} \\ N = P_2 \end{cases}$$

$$M = -47,35 - 10,02 + 29,81 + 5,94 + 0 = - 21,62 \text{ MN m}$$

$$N = 35,82 \text{ MN}$$

La combinaison donnant la contrainte la moins élevée sur la fibre inférieure est :

$$QP2.P \begin{cases} M = M_{g2} + M_{g'2} + M_{p1} + M_{h1} + M_{f11} \\ N = P_1 \end{cases}$$

$$M = -47,35 - 7,58 + 35,09 + 7,00 + 3,63 = - 9,21 \text{ MN m}$$

$$N = 42,22 \text{ MN}$$

Section en travée

La combinaison donnant la contrainte la moins élevée en fibre inférieure est :

$$QP1.T \begin{cases} M = M_{g2} + M_{g'1} + M_{p2} + M_{h2} + M_{f11} \\ N = P_2 \end{cases}$$

$$M = -1,46 + 6,55 - 16,83 + 5,94 + 3,63 = - 2,17 \text{ MN m}$$

$$N = 12,25 \text{ MN}$$

La combinaison donnant la contrainte la moins élevée en fibre supérieure est :

$$QP2.T \begin{cases} M = M_{g1} + M_{g'2} + M_{p1} + M_{h1} + M_{f12} \\ N = P_1 \end{cases}$$

$$M = -1,46 + 4,95 - 19,61 + 7,00 + 0 = - 9,12 \text{ MN m}$$

$$N = 14,27 \text{ MN}$$

6.2 - Etat-limite ultime

Section sur pile

La combinaison donnant la contrainte la moins élevée sur la fibre supérieure est :

$$EU1.P \begin{cases} M_U = M_{pm} + 1,35 (M_{g1} + M_{g'1}) + M_{hm} + M_{f12} + 1,5 M_{Rmin} \\ N_U = P_m \end{cases}$$

$$M_U = 32,45 + 1,35(-47,35-10,02)+6,47+0-(1,5 \times 11,30) = -55,48 \text{ MN m}$$

$$N_U = 39,02 \text{ MN}$$

La combinaison donnant la contrainte la moins élevée sur la fibre inférieure est :

$$EU2.P \begin{cases} M_U = M_{pm} + M_{g2} + M_{g'2} + M_{hm} + 1,35 M_{f11} + 1,5 M_{Rmax} \\ N_U = P_m \end{cases}$$

$$M_U = 32,45 - 47,35 - 10,02 + 6,47 + (1,35 \times 3,63) + (1,5 \times 1,61) = -11,13 \text{ MN m}$$

$$N_U = 39,02 \text{ MN}$$

Section en travée

La combinaison donnant la contrainte la moins élevée sur la fibre inférieure est :

$$EU1.T \begin{cases} M_U = M_{pm} + M_{g2} + 1,35 M_{g'1} + M_{hm} + 1,35 M_{f11} + 1,5 M_{Rmax} \\ N_U = P_m \end{cases}$$

$$M_U = -18,22 - 1,46 + (1,35 \times 6,55) + 6,47 + (1,35 \times 3,63) + (1,5 \times 11,21) = 17,35 \text{ MN m}$$

$$N_U = 13,26 \text{ MN}$$

La combinaison donnant la contrainte la moins élevée sur la fibre supérieure est :

$$EU2.T \begin{cases} M_U = M_{pm} + 1,35 M_{g1} + M_{g'2} + M_{hm} + M_{f12} + 1,5 M_{Rmin} \\ N_U = P_m \end{cases}$$

$$M_U = -18,22 - (1,35 \times 1,46) + 4,95 + 6,47 + 0 - (1,5 \times 2,45) = -12,45 \text{ MN m}$$

$$N_U = 13,26 \text{ MN}$$

7 - JUSTIFICATION DES CONTRAINTES NORMALES A L'ELS

Section sur pile :

la hauteur de la section d'enrobage est égale à 0,50 m
 $(0,389 + \frac{3}{2} \times 0,071)$ et atteint la fibre supérieure.

Section en travée :

la hauteur de la section d'enrobage est égale à 0,28 m
 $(0,175 + \frac{3}{2} \times 0,071)$ et atteint la fibre inférieure

Nous ferons la justification en classe II.

Les contraintes-limites des matériaux sont définies par le tableau suivant :

	Combinaisons RARES	Combinaisons FREQUENTES	Combinaisons QUASI-PERMANENTES
Section sur pile	<p>- $f_{tj} = -2,7 \text{ MPa}$ 0 $0,6 f_{cj} = 21 \text{ MPa}$ $-1,5 f_{tj} = -4,05 \text{ MPa}$</p>	<p>0 $0,6 f_{cj} = 21 \text{ MPa}$ $-4,05 \text{ MPa}$</p>	<p>0 $0,5 f_{cj} = 17,5 \text{ MPa}$</p>
Section à mi-travée	<p>$-4,05 \text{ MPa}$ 0 21 MPa $-2,7 \text{ MPa}$</p>	<p>$-4,05 \text{ MPa}$ 0 21 MPa</p>	<p>0 $17,5 \text{ MPa}$</p>

Dans la zone hors section d'enrobage, la limite de traction sous combinaison rare est identique à la limite de traction sous combinaison fréquente, la compression étant pas ailleurs limitée à $0,6f_{cj}$ sous l'une et l'autre de ces combinaisons. Par conséquent, les sollicitations rares étant plus défavorables que les sollicitations fréquentes, la combinaison fréquente conduisant à la contrainte la moins élevée sur la fibre inférieure de la section sur pile F2.P ne sera pas déterminante. Il n'y a donc pas lieu d'étudier F2.P.

Pour des raisons analogues, il n'est pas utile d'étudier la combinaison fréquente conduisant à la contrainte la moins élevée sur la fibre supérieure de la section en travée F2.T.

Les justifications, en classe II, s'effectuent en section non fissurée. Les contraintes développées par les actions permanentes doivent être calculées en section nette (art.5.2,11). Les contraintes développées par les actions variables peuvent être déterminées en section homogène (art 5.2,12).

Dans cet exemple, la latitude offerte par l'article 5.2,12 ne sera pas utilisée, et le calcul des contraintes sera mené à partir des caractéristiques géométriques des sections nettes quelle que soit la nature des actions engendrant ces sollicitations.

Cette méthode qui permet de ne pas dissocier selon leur origine les actions à prendre en compte simultanément, conduira à des résultats légèrement plus défavorables.

Evaluation des contraintes normales

$$\sigma_b(y) = \frac{N}{B_n} + \frac{My_n}{I_n}$$

Combinaisons Contraintes limites		Section sur pile		Section à mi-travée	
		Sollicitations	Contraintes en fibres extrêmes	Sollicitations	Contraintes en fibres extrêmes
RARES	S.E. (1) $-2,7 \leq \sigma_b \leq 21 \text{ MPa}$	(R1.P) $\begin{cases} M = -34,14 \text{ MNm} \\ N = 35,82 \text{ MN} \end{cases}$	$\sigma_S = -0,59 \text{ MPa}$ $\sigma_I = 15,21 \text{ MPa}$	(R1.T) $\begin{cases} M = 14,31 \text{ MNm} \\ N = 12,25 \text{ MN} \end{cases}$	$\sigma_S = 5,02 \text{ MPa}$ $\sigma_I = 2,50 \text{ MPa}$
	Hors S.E. $-4,05 \leq \sigma_b \leq 21 \text{ MPa}$	(R2.P) $\begin{cases} M = -1,15 \text{ MNm} \\ N = 42,22 \text{ MN} \end{cases}$	$\sigma_S = 6,94 \text{ MPa}$ $\sigma_I = 7,47 \text{ MPa}$	(R2.T) $\begin{cases} M = -11,84 \text{ MNm} \\ N = 14,27 \text{ MN} \end{cases}$	$\sigma_S = 0,27 \text{ MPa}$ $\sigma_I = 5,50 \text{ MPa}$
PERMANENTES	S.E. $0 \leq \sigma_b \leq 21 \text{ MPa}$	(F1.P) $\begin{cases} M = -29,13 \text{ MNm} \\ N = 35,82 \text{ MN} \end{cases}$	$\sigma_S = 0,39 \text{ MPa}$ $\sigma_I = 13,87 \text{ MPa}$	(F1.T) $\begin{cases} M = 5,30 \text{ MNm} \\ N = 12,25 \text{ MN} \end{cases}$	$\sigma_S = 3,26 \text{ MPa}$ $\sigma_I = 0,47 \text{ MPa}$
	Hors S.E. $-4,05 \leq \sigma_b \leq 21 \text{ MPa}$	(F2.P) $\begin{cases} M = -5,18 \text{ MNm} \\ N = 42,22 \text{ MN} \end{cases}$	inutile	(F2.T) $\begin{cases} M = -10,75 \text{ MNm} \\ N = 14,27 \text{ MN} \end{cases}$	inutile
QUASI-PERMANENTES	S.E. $0 \leq \sigma_b \leq 17,5 \text{ MPa}$	(QP1.P) $\begin{cases} M = -21,62 \text{ MNm} \\ N = 35,82 \text{ MN} \end{cases}$	$\sigma_S = 1,06 \text{ MPa}$ $\sigma_I = 11,86 \text{ MPa}$	(QP1.T) $\begin{cases} M = -2,17 \text{ MNm} \\ N = 12,25 \text{ MN} \end{cases}$	$\sigma_S = 1,00 \text{ MPa}$ $\sigma_I = 2,94 \text{ MPa}$
	Hors S.E. $\sigma_b \leq 17,5 \text{ MPa}$	(QP2.P) $\begin{cases} M = -9,21 \text{ MNm} \\ N = 42,22 \text{ MN} \end{cases}$	$\sigma_S = 5,37 \text{ MPa}$ $\sigma_I = 9,63 \text{ MPa}$	(QP2.T) $\begin{cases} M = -9,12 \text{ MNm} \\ N = 14,27 \text{ MN} \end{cases}$	$\sigma_S = 0,81 \text{ MPa}$ $\sigma_I = 5,60 \text{ MPa}$

(1) : S.E. désigne la section d'enrobage

8 - ARMATURES PASSIVES

- armatures de peau (art. 6.1,31)

La section des armatures de peau disposées le long des parement doit être d'au moins 3 cm^2 par mètre de longueur de parement, sans être inférieure à 0,1% de la section de béton.

Ainsi, il y a lieu de répartir une section totale d'armatures de peau égale à :

- . 72 cm^2 le long des faces du hourdis supérieur
soit 2 lits de 46 HA 10
- . 34 cm^2 le long des faces du hourdis inférieur
soit 2 lits de 22 HA 10

- Ferrailage minimal (art. 6.1,32)

En contrepartie des tractions que l'on admet, il convient de disposer dans les zones tendues une section d'armatures égale à :

$$A_s = \frac{B_t}{1000} + \frac{N_{bt}}{f_e} \frac{f_{tj}}{\sigma_{bt}}$$

où B_t désigne l'aire de la partie de béton tendu

σ_{bt} la valeur absolue de la contrainte maximale de traction

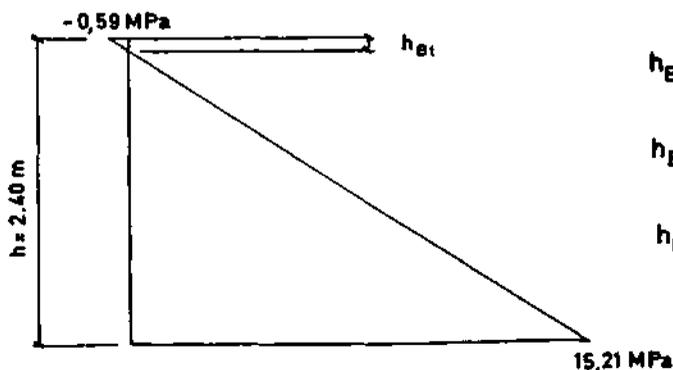
N_{bt} la résultante des contraintes de traction

f_{tj} la limite de traction du béton

f_e la limite d'élasticité des aciers (elle sera prise égale à 400 MPa)

Section sur pile

C'est sous la combinaison rare R1.P que l'on obtient la plus grande hauteur de béton tendu.



$$h_{Bt} = \frac{h \times \sigma_b(v)}{\sigma_b(v) - \sigma_b(v')}$$

$$h_{Bt} = \frac{2,40 \times (-0,59)}{-0,59 - 15,21}$$

$$h_{Bt} = 0,09 \text{ m}$$

La hauteur de béton tendu, égale à 0,09 m, est inférieure à l'épaisseur du hourdis supérieur (0,18m). On calcule donc très aisément :

$$B_t = 0,09 \times 11,82 = 1,06 \text{ m}^2$$

$$N_{Bt} = \frac{0,59 \times 0,09 \times 11,82}{2} = 0,31 \text{ MN}$$

d'où $A_s = \frac{1,06}{1000} + \frac{0,31}{400} \frac{2,7}{0,59}$

$$A_s = 46 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$A_s = 46 \text{ cm}^2$$

La section d'armatures ainsi définie n'est pas à cumuler avec les armatures de peau dans la zone tendue, c'est à dire le long de la fibre supérieure du hourdis supérieur.

On disposera donc :

46 cm² d'acier le long de la fibre supérieure du hourdis supérieur et 36 cm² d'acier le long de la fibre inférieure du hourdis supérieur

soit

1 lit de 46 HA 12 en face supérieure : 52,02 cm²

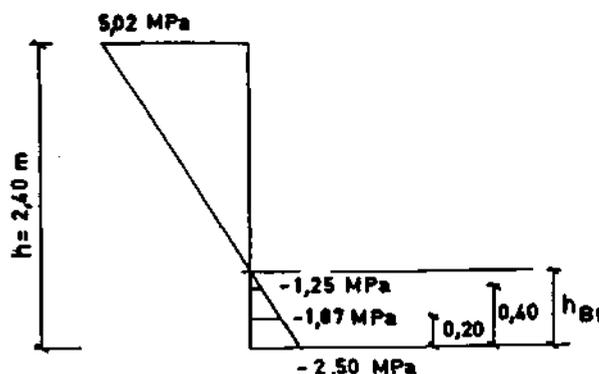
1 lit de 46 HA 10 en face inférieure : 36,13 cm²

Total : 88,15 cm²

Le barycentre de ces aciers étant situé à 8,1 cm de la fibre supérieure.

Section à mi-travée

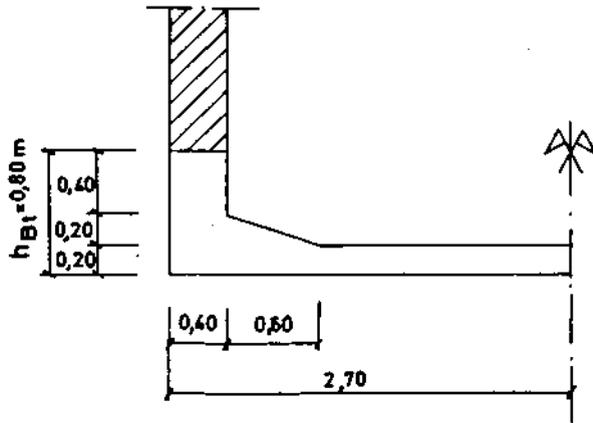
C'est sous la combinaison rare R1.T que l'on obtient la plus grande hauteur de béton tendu



$$h_{Bt} = \frac{h \sigma_b(v')}{\sigma_b(v') - \sigma_b(v)}$$

$$h_{Bt} = \frac{2,40 \times (-2,50)}{-2,50 - 5,02}$$

$$h_{Bt} = 0,80 \text{ m}$$



$$B_t = 2 \left(2,70 \times 0,20 + \frac{0,60 \times 0,20}{2} + 0,40 \times 0,60 \right) = 1,68 \text{ m}^2$$

$$N_{bt} = 2 \left(2,70 \times 0,20 \times \frac{2,50 + 1,87}{2} + \frac{0,60 \times 0,20}{6} (1,25 + 2 \times 1,87) + 0,40 \times 0,60 \times \frac{1,87}{2} \right) = 3,01 \text{ MN}$$

$$\text{d'où } A_s = \frac{1,68}{1000} + \frac{3,01}{400} \times \frac{2,7}{2,50}$$

$$A_s = 98 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$A_s = 98 \text{ cm}^2$$

Cette section d'armatures n'est pas à cumuler avec les armatures de peau dans la zone tendue, c'est à dire le long des deux faces du hourdis inférieur.

On disposera donc :

49 cm² d'acier le long de la fibre supérieure et 49 cm² d'acier le long de la fibre inférieure

soit :

$$2 \text{ lits de } 26 \text{ HA } 16 \quad : \quad 2 \times 52,28 \text{ cm}^2$$

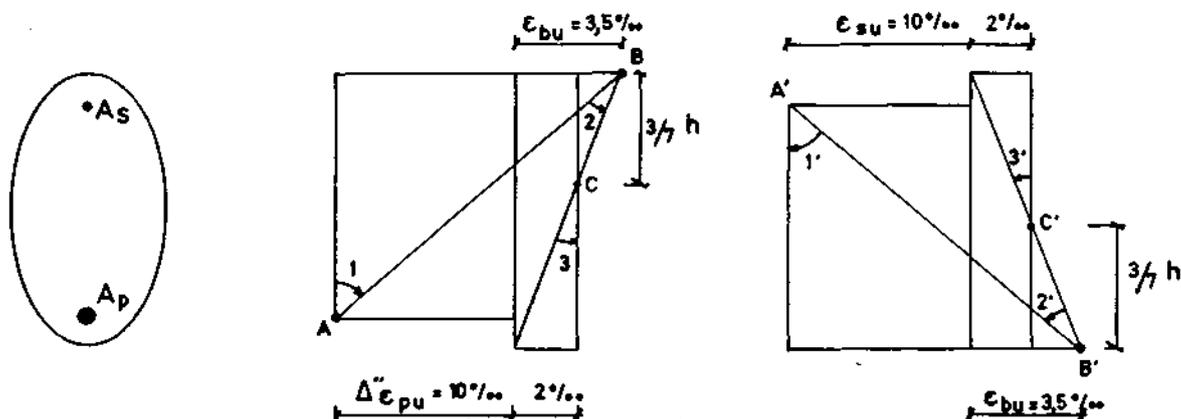
$$104,56 \text{ cm}^2$$

Le barycentre de ces aciers étant situé à 10 cm de la fibre inférieure.

9 - Justification des contraintes normales à l'ELU

Un état-limite ultime est caractérisé par le fait que l'un au moins des matériaux constitutifs de la section atteint sa déformation ultime.

De façon plus précise, on obtient un état-limite ultime dans une section lorsque le diagramme des déformations appartient à l'un des domaines 1, 2 ou 3 (ou encore 1', 2' ou 3') définis ci-dessous :

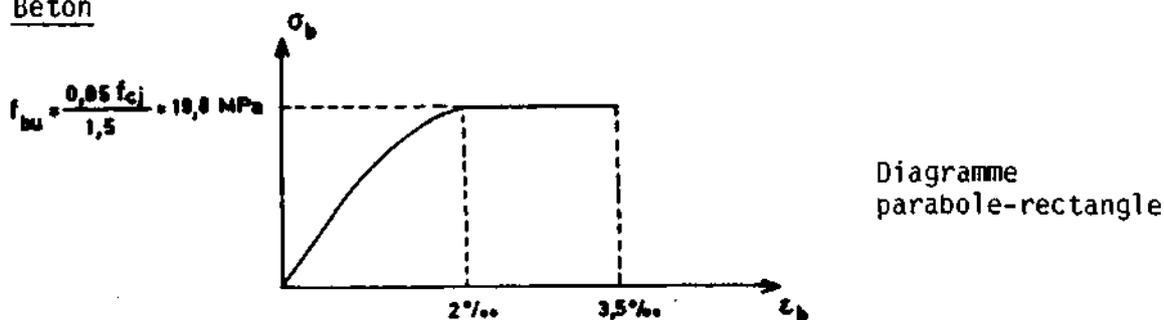


Il s'agit de s'assurer que les sollicitations de calcul n'entraînent pas l'apparition d'un état-limite ultime dans la section en vérifiant que ces sollicitations sont bien situées à l'intérieur du domaine résistant défini par l'ensemble des sollicitations résistantes ultimes.

Comportement des matériaux - Diagrammes contraintes - déformations

Dans les calculs aux états-limites ultimes de résistance, un état de contraintes peut être déterminé en adoptant les diagrammes contraintes-déformations qui suivent :

Béton

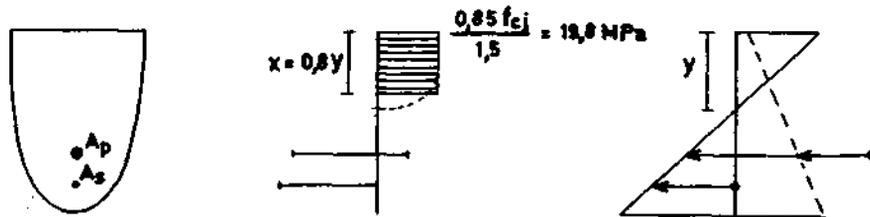


$$f_{bu} = \frac{0,05 f_{cj}}{1,5} = 19,8 \text{ MPa}$$

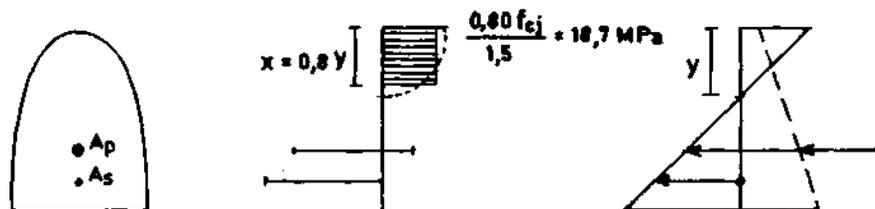
$$\text{équation de la parabole : } \frac{-4}{f_{bu}} (\sigma_b - f_{bu}) = (\epsilon_b - 2)^2 \text{ avec } \epsilon_b \text{ en } \text{‰}$$

Toutefois lorsque la section n'est pas entièrement comprimée, il est admis de remplacer la distribution réelle des contraintes de compression sur la hauteur y comprimée par une distribution rectangulaire simplifiée sur une hauteur $x = 0,8 y$:

- Section de largeur constante ou croissante vers la fibre la plus comprimée



- Section de largeur décroissante vers la fibre la plus comprimée

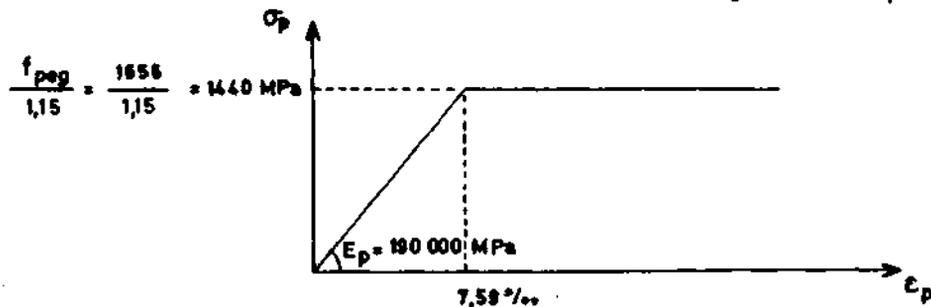


Aciers

Les diagrammes contraintes-déformations de calcul des aciers se déduisent de ceux de l'annexe 2 en effectuant une affinité parallèlement à la tangente à l'origine dans le rapport $1/\gamma_p$ (resp. $1/\gamma_s$) avec $\gamma_p = \gamma_s = 1,15$

- aciers de précontrainte

Dans cette étude, nous utiliserons le diagramme simplifié :



- aciers passifs

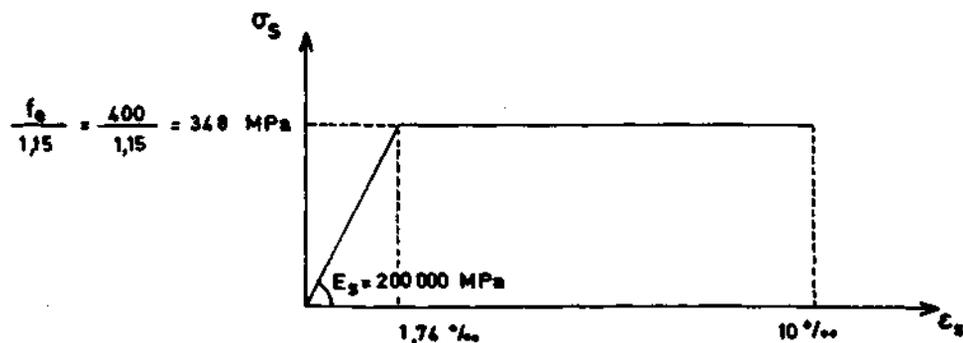


Tableau récapitulatif des sollicitations ultimes à considérer

D'une manière générale, nous notons M_U le moment du torseur évalué par rapport au centre de gravité de la section et M_{Ua} le moment évalué par rapport au niveau des aciers de précontrainte

Section	Sollicitations par rapport au centre de gravité	Sollicitations par rapport aux aciers de précontrainte
<p align="center">SECTION SUR PILE</p> <p>$A_p = 0,03348 \text{ m}^2$ à 0,166m de la fibre supérieure</p> <p>$A_s = 0,00882 \text{ m}^2$ à 0,081m de la fibre supérieure</p> <p>(excentricité des aciers de précontrainte : $e_p = 0,847\text{m}$)</p>	<p align="center">EULP</p> $\begin{cases} M_U = -55,48 \text{ MNm} \\ N_U = 39,02 \text{ MN} \end{cases}$ <p align="center">à vide : $M = -38,53 \text{ MNm}$</p>	<p align="center">$S_{U \text{ min}}$</p> $\begin{cases} M_{Ua} = -68,53 \text{ MNm} \\ N_U = 39,02 \text{ MN} \end{cases}$
	<p align="center">EU2.P</p> $\begin{cases} M_U = -11,13 \text{ MNm} \\ N_U = 39,02 \text{ MN} \end{cases}$ <p align="center">à vide : $M = -13,55 \text{ MNm}$</p>	<p align="center">$S_{U \text{ max}}$</p> $\begin{cases} M_{Ua} = -44,18 \text{ MNm} \\ N_U = 39,02 \text{ MN} \end{cases}$
<p align="center">SECTION A MI-TRAVÉE</p> <p>$A_p = 0,01116 \text{ m}^2$ à 0,133m de la fibre inférieure</p> <p>$A_s = 0,01116 \text{ m}^2$ à 0,10m de la fibre inférieure</p> <p>(excentricité des aciers de précontrainte : $e_p = -1,374\text{m}$)</p>	<p align="center">EUI.T</p> $\begin{cases} M_U = 17,35 \text{ MNm} \\ N_U = 13,26 \text{ MN} \end{cases}$ <p align="center">à vide : $M = 0,54 \text{ MNm}$</p>	<p align="center">$S_{U \text{ max}}$</p> $\begin{cases} M_{Ua} = 35,57 \text{ MNm} \\ N_U = 13,26 \text{ MN} \end{cases}$
	<p align="center">EU2.T</p> $\begin{cases} M_U = -12,45 \text{ MNm} \\ N_U = 13,26 \text{ MN} \end{cases}$ <p align="center">à vide : $M = -8,78 \text{ MNm}$</p>	<p align="center">$S_{U \text{ min}}$</p> $\begin{cases} M_{Ua} = 5,77 \text{ MNm} \\ N_U = 13,26 \text{ MN} \end{cases}$

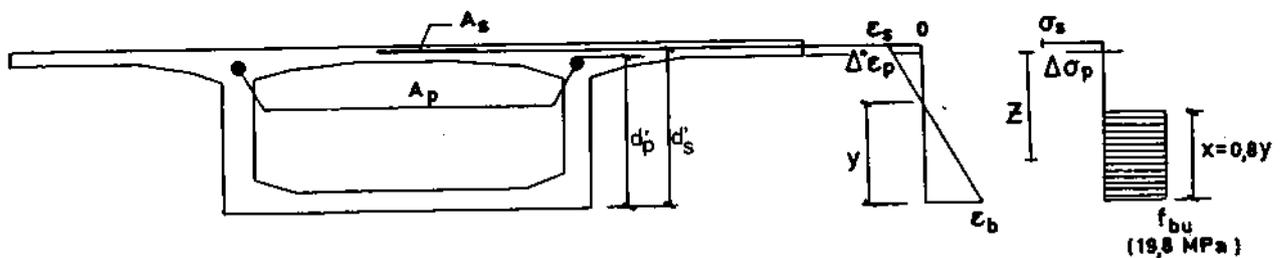
9.1 - Section sur pile

9.1.1. - Justification sous $S_u \min$

Nous devons vérifier que $S_u \min \geq S_{lim u \min}$

La sollicitation $S_u \min$ entraînant la compression la plus élevée sur la fibre inférieure, il est logique de la comparer à une sollicitation ultime correspondant à une rupture par épuisement du béton du côté de la fibre inférieure ou par épuisement des aciers du côté de la fibre supérieure.

Nous chercherons le diagramme de déformation correspondant à $N_{lim u} = N_u$ et nous vérifierons que $\mathcal{M}_{u \min} \geq \mathcal{M}_{lim u \min}$.



$$\text{avec : } d'_p = 2,40 - 0,166 = 2,234 \text{ m}$$

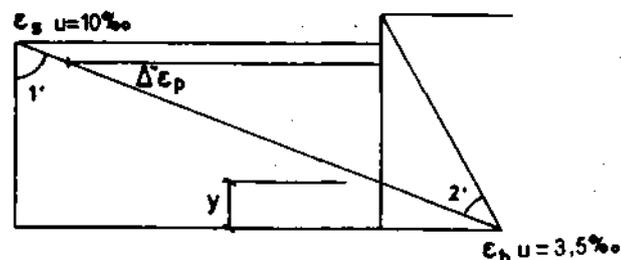
$$d'_s = 2,40 - 0,081 = 2,319 \text{ m}$$

L'équilibre mécanique de la section est donné par :

$$N_{lim u} = N_B - A_s \sigma_s - A_p \Delta \sigma_p$$

$$\mathcal{M}_{lim u} = - N_B z - A_s \sigma_s (d'_s - d'_p)$$

Pour savoir dans quel domaine de déformation doit se placer le diagramme correspondant à $N_{lim u} = N_u$, nous ferons le calcul de $N_{lim u}$ pour le diagramme de déformation frontière entre les domaines 1' et 2'



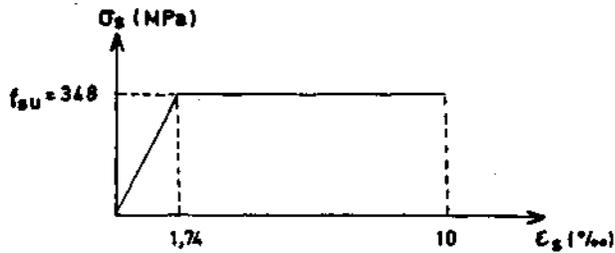
$$\varepsilon_b = \varepsilon_{b u} = 3,5 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{s u} = 10 \text{ ‰}$$

$$\text{Position de l'axe neutre : } y = \frac{\epsilon_b u}{\epsilon_b u + \epsilon_s u} d'_s = \frac{3,5}{13,5} \cdot 2,319 = 0,60 \text{ m}$$

$$\text{d'où } \Delta'' \epsilon_p = \frac{d'_p - y}{d'_s - y} \epsilon_s u = \frac{2,234 - 0,60}{2,319 - 0,60} \cdot 10 \text{ ‰} = 9,51 \text{ ‰}$$

. Effort de traction dans les aciers passifs :



$$\epsilon_s = 10 \text{ ‰}, \sigma_s = f_s u = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s \sigma_s = 0,00882 \cdot 348 = \underline{3,07 \text{ MN}}$$

. Effort de surtension des aciers de précontrainte

$$\text{- allongement préalable : } \epsilon_{pm} = \frac{\sigma_{pm}}{E_p}$$

$$\sigma_{pm} = \frac{P_m}{A_p} = \frac{39,02}{0,03348} = 1165 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{pm} = \frac{1165}{190000} = 6,13 \text{ ‰}$$

- accroissement d'allongement $\Delta' \epsilon_p$ accompagnant le retour à 0 de la déformation du béton au niveau des aciers de précontrainte :

$$\Delta' \epsilon_p = \frac{5 \sigma_{bpm}}{E_p}$$

où σ_{bpm} désigne la contrainte du béton au niveau des armatures sous l'effet des actions permanentes et de la précontrainte P_m (à vide)

A vide $M = - 38,53 \text{ MN m}$ donc $\sigma_{bpm} = 0,33 \text{ MPa}$

$$\Delta' \epsilon_p = \frac{5 \cdot 0,33}{190\ 000} = 0,01 \text{ ‰}$$

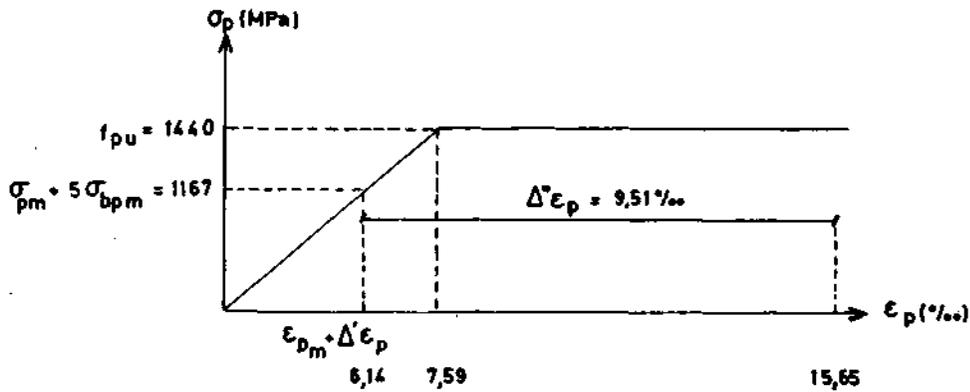
- variation de déformation complémentaire $\Delta'' \epsilon_p$ (qui apparaît sur le diagramme des déformations de la section)

$$\Delta'' \epsilon_p = 9,51 \text{ ‰}$$

La déformation totale est égale à :

$$\epsilon_p = \epsilon_{pm} + \Delta' \epsilon_p + \Delta'' \epsilon_p$$

$$\epsilon_p = 6,13 + 0,01 + 9,51 = 15,65 \text{ ‰}$$

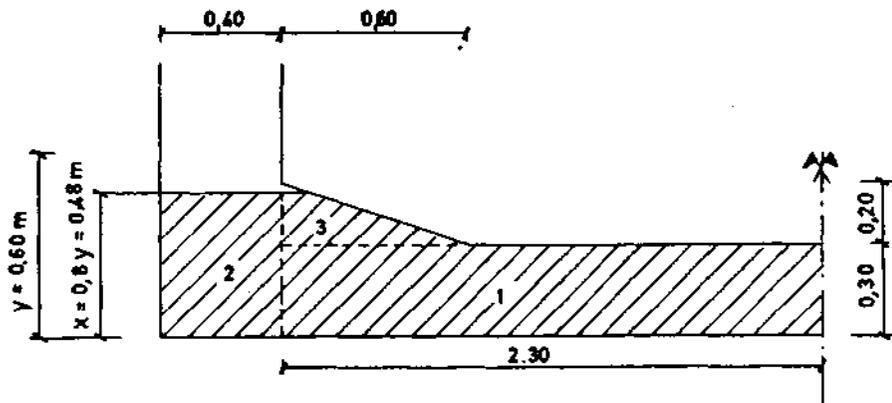


$$\sigma_p = f_{pu} = 1440 \text{ MPa}$$

$$\Delta \sigma_p = f_{pu} - \sigma_{pm} = 1440 - 1165 = 275 \text{ MPa}$$

$$A_p \Delta \sigma_p = 0,03348 \cdot 275 = \underline{9,21 \text{ MN}}$$

. Effort équilibré par la compression du béton



$$N_B = B(x) \rho_{b,c}$$

où $B(x)$ représente l'aire de la surface hachurée

$$\rho_{b,c} = \frac{0,85 \rho_{ci}}{1,5} = 19,8 \text{ MPa}$$

et

$$B(x) = 2(2,3 \times 0,3) + 2(0,4 \times 0,48) + (0,6 \times 0,2 - 0,06 \times 0,02)$$

$$B(x) = 1,88 \text{ m}^2$$

$$\text{d'où } N_B = \underline{37,22 \text{ MN}}$$

. Effort normal ultime équilibré

$$N_{lim\ u} = N_B - A_s \sigma_s - A_p \Delta \sigma_p$$

$$N_{lim\ u} = 37,22 - 3,07 - 9,21 = 24,94\text{ MN}$$

Or nous devons équilibrer $N_U = 39,02\text{ MN}$; le diagramme de déformation correspondant appartient au domaine 2'

Cherchons alors la valeur de y (ou plutôt de $x = 0,8y$) telle que $N_{lim\ u} = N_U$ en supposant que les aciers passifs et de précontrainte demeurent sur leur palier plastique (ce qui suppose $\epsilon_s > 1,74\%$ et

$$\Delta''\epsilon_p > 7,59 - 6,14 = 1,45\%$$

L'équation donnant x , en admettant que x passe dans les âmes (au-dessus des goussets inférieurs) s'écrit alors :

$$f_{bu} [2(2,3 \cdot 0,3) + 2(0,4 \cdot x) + (0,6 \cdot 0,2)] - A_s \sigma_s - A_p \Delta \sigma_p = N_u$$

$$19,8 (1,5 + 0,8x) - 3,07 - 9,21 = 39,02$$

$$\text{d'où } x = 1,364\text{ m}$$

$$\text{et } y = \frac{1,364}{0,8} = 1,70\text{ m}$$

Les déformations des aciers vaudraient donc

$$\epsilon_s = \frac{d'_s - y}{y} \epsilon_{bu} = \frac{2,319 - 1,70}{1,70} \cdot 3,5\% = 1,27\%$$

$$\Delta''\epsilon_p = \frac{d'_p - y}{y} \epsilon_{bu} = \frac{2,234 - 1,70}{1,70} \cdot 3,5\% = 1,10\%$$

L'hypothèse de plastification des aciers n'est donc pas vérifiée.

Reprenons le calcul en supposant cette fois que les aciers restent dans leur domaine élastique, autrement dit :

$$\sigma_s = E_s \epsilon_s = 200\ 000 \epsilon_s \text{ MPa}$$

$$\Delta''\sigma_p = E_p \Delta''\epsilon_p = 190\ 000 \Delta''\epsilon_p \text{ MPa}$$

soit puisque

$$\varepsilon_s = \left(\frac{0,8 d'_s}{x} - 1 \right) \varepsilon_{bu} = \left(\frac{1,855}{x} - 1 \right) \cdot 3,5 \text{ ‰}$$

$$\Delta''\varepsilon_p = \left(\frac{0,8 d'_p}{x} - 1 \right) \varepsilon_{bu} = \left(\frac{1,787}{x} - 1 \right) \cdot 3,5 \text{ ‰}$$

$$\sigma_s = 700 \left(\frac{1,855}{x} - 1 \right)$$

$$\Delta\sigma_p = \Delta''\sigma_p + 5 \sigma_{b_{pm}} = 665 \left(\frac{1,787}{x} - 1 \right) + 2$$

L'équation donnant x devient :

$$19,8 (1,5 + 0,8x) - 0,00882 \cdot 700 \left(\frac{1,855}{x} - 1 \right) - 0,03348 \left[665 \left(\frac{1,787}{x} - 1 \right) + 2 \right] = 39,02$$

d'où $x = 1,30$ m

et $y = 1,63$ m

l'axe neutre est situé dans les âmes

Vérifions que $M_u \min \geq M_{lim u \min}$

$$M_{lim u \min} = - N_B \bar{x} - A_s \sigma_s (d'_s - d'_p)$$

$$N_B = 19,8 (1,5 + 0,8 \times 1,30) = 50,29 \text{ MN}$$

$$\bar{x} = d'_p - \frac{(4,6 \times 0,3^2) + [0,6 \times 0,2 (0,3 + \frac{0,2}{3})] + (2 \times 0,4 \times \frac{1,30^2}{2})}{(4,6 \times 0,3) + (0,6 \times 0,2) + (2 \times 0,4 \times 1,30)}$$

$$\bar{x} = 2,234 - 0,447 = 1,788 \text{ m}$$

$$M_{lim u \min} = - 50,29 \cdot 1,788 - 0,00882 \cdot 700 \left(\frac{1,855}{1,30} - 1 \right) (2,319 - 2,234) = - 90,14 \text{ MN m}$$

Or $M_u \min = - 88,53 \text{ MN m}$

On vérifie donc bien que $M_u \min \geq M_{lim u \min}$

9.1.2. Justification sous $S_{u\max}$

Nous devons vérifier que $S_{u\max} \leq S_{lim\ u\max}$

La section est soumise à la sollicitation suivante

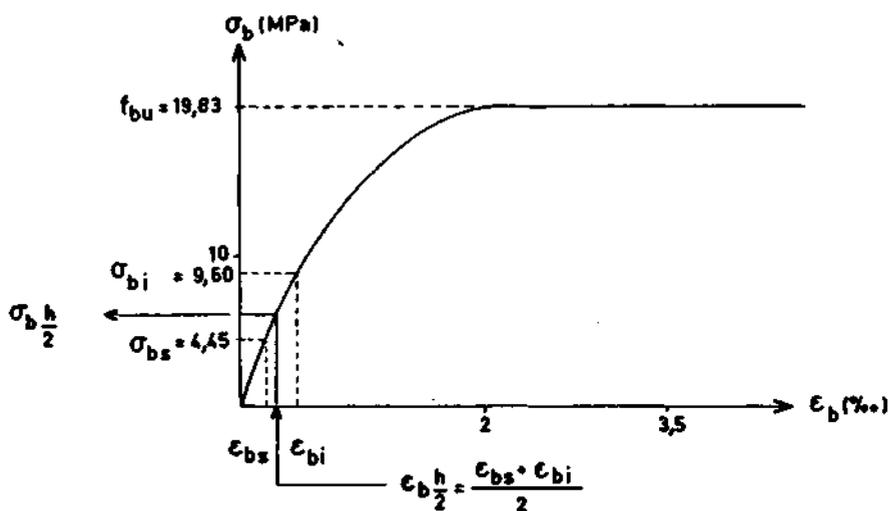
$$\begin{cases} M_u = -11,13 \text{ MN m par rapport à son centre de gravité} \\ N_u = 39,02 \text{ MN} \end{cases}$$

Un calcul élastique traditionnel des contraintes donnerait :

- sur la fibre supérieure $\sigma_{bs} = 4,45 \text{ MPa}$
- sur la fibre inférieure $\sigma_{bi} = 9,60 \text{ MPa}$

La section reste entièrement comprimée.

On voit sur le diagramme contraintes-déformations du béton que ces contraintes correspondent aux déformations suivantes :



équation de la parabole

$$-\frac{4}{19,83} (y - 19,83) = (x - 2)^2$$

$$\begin{cases} \epsilon_{bs} = 0,24 \text{ ‰} \\ \epsilon_{bi} = 0,56 \text{ ‰} \end{cases}$$

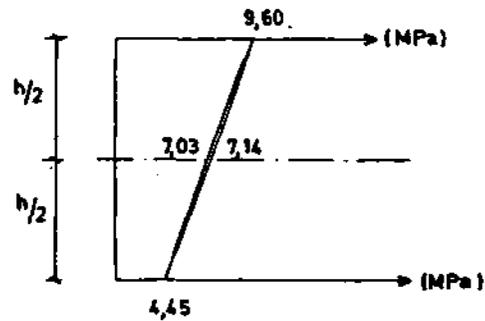
Au niveau $\frac{h}{2}$, la déformation vaut donc, en vertu du principe de conservation des sections planes :

$$\epsilon_{b\frac{h}{2}} = \frac{\epsilon_{bs} + \epsilon_{bi}}{2} = 0,40 \text{ ‰}$$

d'où par le diagramme contraintes déformations $\sigma_{b\frac{h}{2}} = 7,14 \text{ MPa}$

Cette valeur est à comparer à $\frac{\sigma_{bs} + \sigma_{bi}}{2} = 7,03 \text{ MPa}$, contrainte

que l'on aurait au niveau considéré si l'on avait bien proportionnalité entre contraintes et déformations.



Ceci montre que, dans ce cas particulier, on peut pratiquement calculer les contraintes correspondant à $S_u \max$ par les méthodes élastiques traditionnelles et que la sécurité à l'égard de cette sollicitation est bien assurée.

Ce mode de raisonnement ne peut s'appliquer que dans des cas très particuliers. Il diffère radicalement de la démarche habituellement suivie pour effectuer les justifications aux états ultimes puisqu'on a ici calculé des contraintes alors que d'ordinaire on se contente de comparer des sollicitations. Il faut d'ailleurs remarquer que le diagramme de déformations obtenu ($\epsilon_{bs} = 0,24\%$, $\epsilon_{bc} = 0,56\%$) n'est pas un diagramme de déformation ultime pour la section.

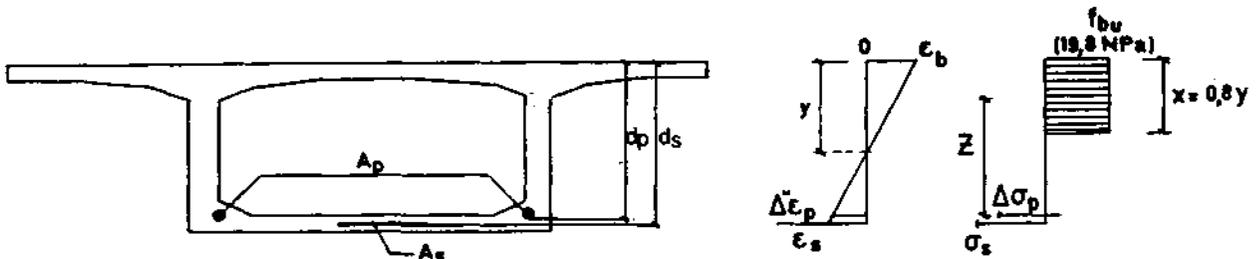
9.2 Section en travée

9.2.1. Justification sous $S_u \max$

On doit vérifier que $S_u \max \leq S_{lim u \max}$

La sollicitation $S_u \max$ entraînant la compression la plus élevée sur la fibre supérieure, on la comparera à une sollicitation ultime correspondant à une rupture par épuisement du béton du côté de la fibre supérieure ou par épuisement des aciers du côté de la fibre inférieure.

Nous chercherons le diagramme de déformation correspondant à $N_u \lim = N_u$ et on vérifiera que $M_u \max \leq M_{lim u \max}$



$$\text{avec } d_p = 2,40 - 0,14 = 2,267 \text{ m}$$

$$d_s = 2,40 - 0,10 = 2,30 \text{ m}$$

L'équilibre mécanique de la section est donné par :

$$-N_{lim u} = N_B - A_s \sigma_s - A_p \Delta \sigma_p$$

$$M_{lim u} = -N_B z - A_s \sigma_s (d_s - d_p)$$

Déterminons la valeur de l'effort que les aciers peuvent équilibrer, en se plaçant à la frontière entre les domaines 1 et 2

. Effort de traction dans les aciers passifs

$$\begin{aligned}\varepsilon_s &= 10 \text{ ‰} & \sigma_s &= f_{su} = 348 \text{ MPa} \\ A_s \sigma_s &= 0,01046 \times 3,48 = \underline{3,64 \text{ MN}}\end{aligned}$$

. Effort de surtension des aciers de précontrainte

- allongement préalable

$$\begin{aligned}\sigma_{pm} &= \frac{P_m}{A_p} = \frac{13,26}{0,01116} = 1188 \text{ MPa} \\ \varepsilon_{pm} &= \frac{\sigma_{pm}}{E_p} = \frac{1188}{190\,000} = 6,25 \text{ ‰}\end{aligned}$$

- accroissement d'allongement $\Delta' \varepsilon_p$ accompagnant le retour à 0 de la déformation du béton au niveau des aciers de précontrainte à vide $M = 0,54 \text{ MNm}$ donc $\sigma_{bpm} = 2,2 \text{ MPa}$

$$\Delta' \varepsilon_p = \frac{5 \times 2,2}{190\,000} = 0,06 \text{ ‰}$$

- variation complémentaire $\Delta'' \varepsilon_p$

$$\text{position de l'axe neutre } y = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b + \varepsilon_s} d_s = \frac{3,5}{13,5} \times 2,3 = 0,60 \text{ m}$$

d'où

$$\Delta'' \varepsilon_p = \frac{d_p - y}{d_s - y} \varepsilon_s = \frac{2,267 - 0,60}{2,3 - 0,60} \cdot 10 \text{ ‰} = 9,81 \text{ ‰}$$

$$\sigma_p = f_{pu} = 1440 \text{ MPa}$$

$$\Delta \sigma_p = f_{pu} - \sigma_{pm} = 1440 - 1188 = 252 \text{ MPa}$$

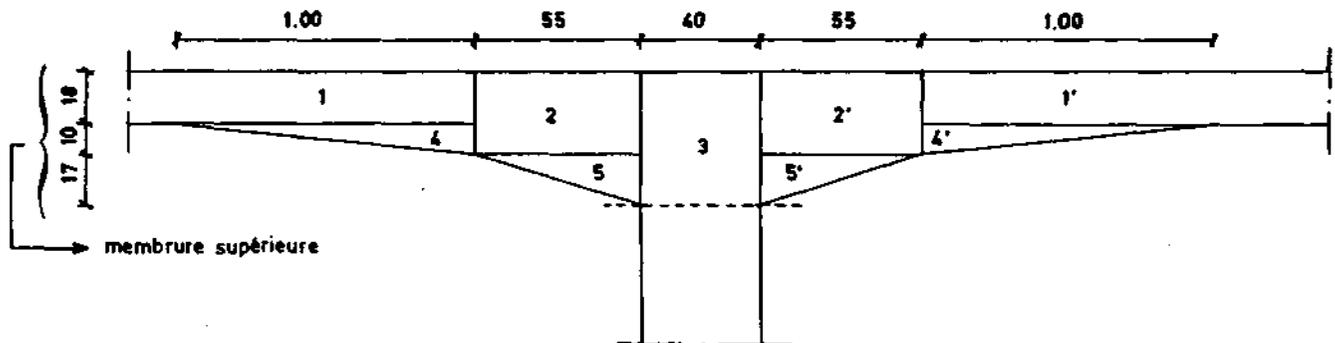
$$A_p \Delta \sigma_p = 0,01116 \times 252 = \underline{2,81 \text{ MN}}$$

Si l'on suppose que les aciers équilibrent les efforts précédemment déterminés, l'effort équilibré par la compression du béton doit être égal à :

$$N_B = N_u + A_s \sigma_s + A_p \Delta \sigma_p$$

$$N_B = 13,26 + 3,64 + 2,81 = 19,71 \text{ MN}$$

C'est essentiellement la membrure supérieure qui va reprendre cet effort.



Si on estime que l'épaisseur moyenne de la membrure supérieure est égale à

$$\frac{8,82 \times 0,17 + 4(0,55 \times 0,28) + 2(0,55 \times 0,45) + 2(1,00 \times 0,1) + 2(0,55 \times 0,17)}{11,82}$$

soit $e_{\text{moy}} = 0,26 \text{ m}$

pour équilibrer l'effort $N_B = 19,71 \text{ MN}$ il suffit donc que la compression moyenne du béton dans cette membrure soit égale à

$$\sigma_b = \frac{19,71}{0,26 \times 11,82} = 6,41 \text{ MPa}$$

Cette valeur est très inférieure à $f_{bu} = 19,8 \text{ MPa}$ et on peut considérer que pour cette valeur de compression il y a proportionnalité entre les déformations et les contraintes.

Le moment ultime que l'on pourrait alors équilibrer (en ne considérant qu'une compression moyenne dans la membrure supérieure) serait égal à

$$\begin{aligned} M_{\text{lim u max}} &= \sigma_b B z + A_s \sigma_s (d_s - d_p) \\ M_{\text{lim u max}} &= 6,41 \times 11,82 \times 0,26 \left(2,267 - \frac{0,26}{2} \right) + 0,01046 \times 348 (2,30 - 2,267) \\ M_{\text{lim u max}} &= 42,22 \text{ MN m} \end{aligned}$$

soit un moment très supérieur au moment sollicitant $M_{u \text{ max}} = 35,57 \text{ MN.m}$

9.2.2. Justification sous $S_u \text{ min}$

On doit vérifier que $S_u \text{ min} \geq S_{\text{lim u min}}$

La section est soumise à la sollicitation suivante

$$\begin{cases} M_u = -12,45 \text{ MN m} \\ N_u = 13,26 \text{ MN} \end{cases} \quad \text{par rapport à son centre de gravité}$$

Un calcul élastique traditionnel des contraintes donnerait :

- sur la fibre supérieure $\sigma_{bs} = -1,70 \text{ MPa}$
- sur la fibre inférieure $\sigma_{bi} = 6,51 \text{ MPa}$

Il est donc évident qu'il n'y a aucun problème de tenue à l'état limite ultime.

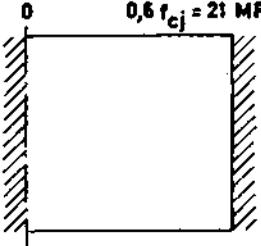
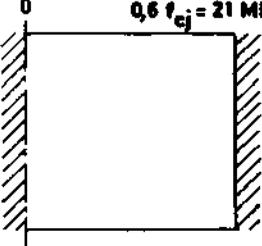
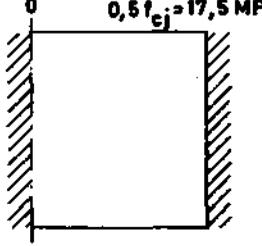
B - Comparaison avec la classe I et la classe III

On se propose de redimensionner les quantités de précontrainte nécessaires dans les sections sur pile et à mi-travée, en fonction des exigences de la classe I d'une part, et de la classe III d'autre part.

1 - Classe I

Les justifications, en classe I, s'effectuent, comme en classe II, en section non fissurée.

Les contraintes limites des matériaux sont définies par le tableau suivant :

Combinaisons RARES	Combinaisons FREQUENTES	Combinaisons QUASI PERMANENTES
		

La classe I n'admet aucune décompression du béton

Les limites imposées aux contraintes du béton étant identiques sous combinaisons rares et fréquentes, il n'est jamais utile en classe I d'étudier les combinaisons fréquentes.

Redétermination de la précontrainte nécessaire

Avec le câblage déterminé en classe II on a :

- une traction sur la fibre inférieure de la section à mi-travée égale à - 2,50 MPa sous la combinaison rare R1-T (avec P_2)
- une traction sur la fibre supérieure de la section sur pile égale à - 0,59 MPa sous la combinaison rare R1-P (avec P_2)

Le redimensionnement de la précontrainte en classe I va consister à définir le nombre de câbles à ajouter en travée pour compenser ces tractions et obtenir ainsi des sections entièrement comprimées.

Section à mi-travée

Pour compenser une contrainte de traction σ ($\sigma < 0$) sur la fibre inférieure, on augmente la précontrainte de continuité d'une valeur telle que sous l'effet de

$$\begin{cases} \Delta M = M_{\Delta P2} + \Delta M_{h2} + \Delta M_{f11} \\ \Delta N = \Delta P2 \end{cases}$$

il apparaisse une contrainte de compression au moins égale à $|\sigma|$ sur cette fibre ;

avec

$M_{\Delta P2}$ = variation du moment isostatique de la précontrainte de continuité

ΔM_{h2} = variation du moment hyperstatique

ΔM_{f11} = variation du moment de fluage engendrée par une variation du nombre de câbles de fléau

$$\text{Ceci s'écrit : } \frac{\Delta P2}{B_n} - \frac{v'_m}{I_m} [M_{\Delta P2} + \Delta M_{h2} + \Delta M_{f11}] \geq -\sigma$$

• $M_{\Delta P2}$

On suppose que les câbles complémentaires seront à une distance moyenne de 0,14 m de la fibre inférieure, c'est-à-dire que leur excentricité est égale à $e = -1,367$ m

$$M_{\Delta P2} = \Delta P2 \cdot e$$

• ΔM_{h2}

On considère que ces câbles ont un tracé moyen identique à celui des autres câbles de continuité de la travée centrale

$$\text{d'où } M_{h2} = \alpha \cdot P2$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{5,94}{12,25} = 0,49$$

$$\text{et } \Delta M_{h2} = \alpha \cdot \Delta P2$$

• ΔM_{f11}

Selon la règle du fluage forfaitaire on aurait :

$$M_{f1} = \frac{1}{2} (M_2 - M_1)$$

dans laquelle M_1 et M_2 représentent les moments dûs à la fois au poids propre et à la précontrainte calculés avec les hypothèses suivantes :

M_1 : en tenant compte des phases successives de construction

M_2 : en considérant l'ouvrage entièrement coulé sur cintre

donc $M_2 = M_g \text{ sur cintre} + M_{p \text{ sur cintre}} + M_{hp} (\text{fléau}, t_1, t_2, t_3)$

$M_1 = M_g \text{ en phase} + M_{p \text{ en phase}} + M_{hp} (t_2)$

t_1, t_2, t_3 désignant les câblages de continuité des travées successives

et fléau le câblage de fléau

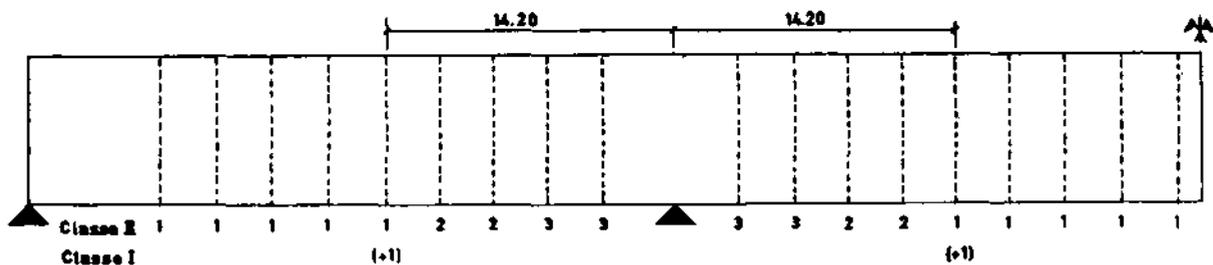
$$\text{d'où } M_{f1} = \frac{1}{2} [M_g \text{ sur cintre} - M_g \text{ en phase} - M_{hp} (\text{fléau}, t_1, t_3)]$$

Si l'on suppose donc que le nombre de câbles de continuité en travée de rive ne sera pas modifié, on a

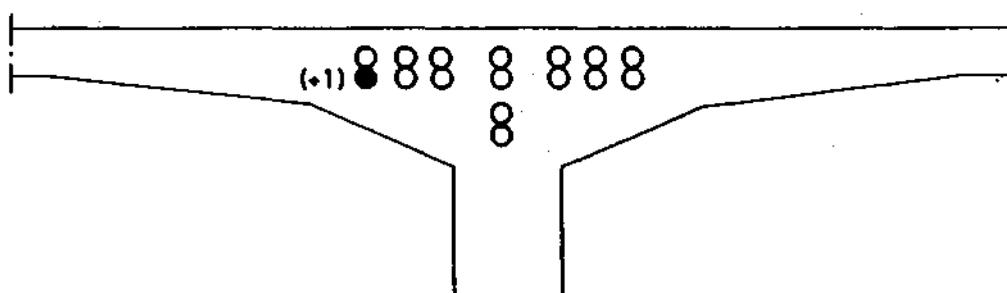
$$\Delta M_{f1} = \frac{1}{2} \Delta M_{hp} (\text{fléau})$$

Détermination du moment hyperstatique dû à des câbles de fléau complémentaires

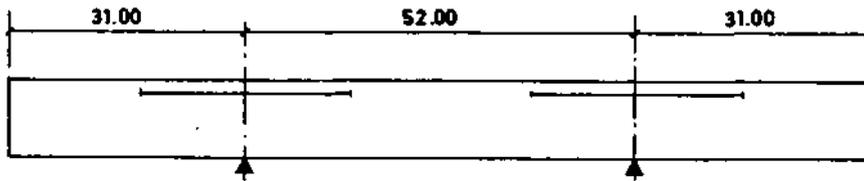
La traction à reprendre sur pile étant faible $-0,59 \text{ MPa}$ on peut supposer qu'il suffira d'ajouter 1 câble par âme situé à $0,175 \text{ m}$ du hourdis supérieur et qui serait ancré à $14,20 \text{ m}$ de l'appui.



nombre de câbles de fléaux arrêtés par section et par âme



On va considérer, pour simplifier, que ces câbles sont rectilignes.



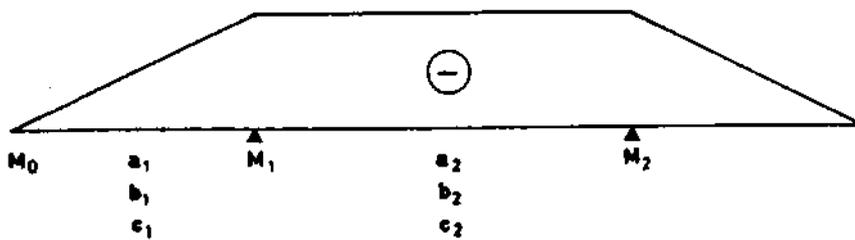
pour $d_p = 0,175$ on a $e = 1,013 - 0,175 = 0,838$ m

On effectue ce calcul avec la précontrainte moyenne

$P_m = 39,02$ MN pour 30 câbles

donc pour les 2 câbles supplémentaires $P_m = \frac{39,02}{30} \times 2 = 2,60$ MN

et $P_m \cdot e = 2,18$ MN m



$$c_1 = \frac{l_1}{3EI} = \frac{31}{3EI}$$

$$b_2 = \frac{l_2}{6EI} = \frac{52}{6EI}$$

$$a_2 = \frac{l_2}{3EI} = \frac{52}{3EI}$$

$$(c_1 + a_2) M_1 + b_2 M_2 = \omega'_2 - \omega''_1 \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega''_1 = \int_{14,8}^{31} \frac{P_e}{EI} \frac{x}{l_1} dx \\ \omega'_2 = - \int_0^{14,2} \left(1 - \frac{x}{l_2}\right) \frac{P_e}{EI} dx - \int_{37,80}^{52} \left(1 - \frac{x}{l_2}\right) \frac{P_e}{EI} dx \end{array} \right.$$

$$\omega'_2 = - \frac{P_e}{2l_2 EI} [14,20 (104 - 14,20) + 14,20 (104 - 52 - 37,8)]$$

$$\omega''_1 = \frac{P_e}{2l_1 EI} [14,20 (31 + 16,8)]$$

$$\omega'_2 = - \frac{P_e}{EI} \cdot 14,20$$

$$\omega''_1 = \frac{P_e}{EI} \cdot 10,95$$

$$\text{d'où} \quad \left(\frac{31}{3} + \frac{52}{3} + \frac{52}{6}\right) \Delta M_{np} (P_{\text{câbles}}) = (-14,20 - 10,95) P_e$$

soit avec $P_e = 2,18$ MN m

$$\Delta M_{Rp} (P_{\text{câbles}}) = -1,51 \text{ MN m}$$

On estimera donc que la mise en place de 2 câbles de fléau complémentaires (1 par âme) entraîne une variation du moment de fluage égale à $-0,75$ MN m

$$-\Delta M_{f\ell} = -0,75 \frac{n_f}{2} \quad \text{où } n_f \text{ désigne la variation du nombre de câbles de fléau}$$

On doit donc avoir

$$\frac{\Delta P_2}{B_m} - \frac{v_m'}{I_m} [M_{\Delta P_2} + \Delta M_{R_2} + \Delta M_{fl_1}] \geq -\sigma$$

$$\frac{\Delta P_2}{B_m} - \frac{v_m'}{I_m} [\Delta P_2 e + \alpha \Delta P_2 + \Delta M_{fl_1}] \geq -\sigma$$

$$\Delta P_2 \left[\frac{1}{B_m} - \frac{v_m'}{I_m} (e + \alpha) \right] \geq -\sigma + \frac{v_m'}{I_m} \Delta M_{fl_1}$$

$$\Delta P_2 \left[\frac{1}{5,511} - \frac{1,507}{4,567} (-1,367 + 0,49) \right] \geq -\sigma + \frac{1,507}{4,567} \Delta M_{fl_1}$$

$$0,471 \Delta P_2 \geq -\sigma + 0,3300 \Delta M_{fl_1}$$

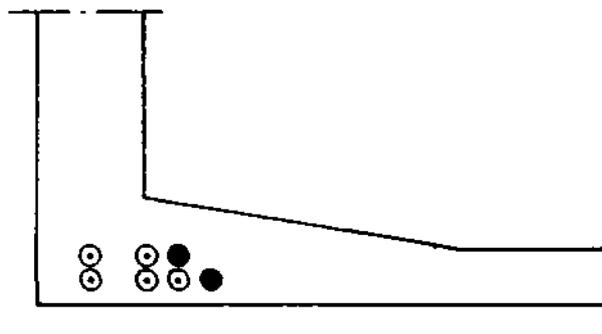
Pour compenser la contrainte égale à -2,50 MPa en travée centrale, et en supposant que l'on ajoutera par ailleurs 2 câbles de fléau

$$\text{il vient } 0,471 \Delta P_2 \geq 2,50 + 0,3300 \cdot (-0,75)$$

$$\text{d'où } \Delta P_2 \geq 4,78 \text{ MN}$$

or pour 10 câbles on a $N_2 = 12,25 \text{ MN}$ donc ΔP_2 correspond à $n_c = 3,90$ câbles au minimum

on ajoutera donc 4 câbles de continuité en travée centrale soit 2 par âme



Section sur pile

Pour compenser une contrainte de traction σ ($\sigma < 0$) en fibre supérieure, on augmente la précontrainte de fléau d'une valeur ΔP_2 telle que sous l'effet de

$$\begin{cases} \Delta M = M_{\Delta P_2} + \Delta M_{h_2} + \Delta M_{f12} \\ \Delta N = \Delta P_2 \end{cases}$$

il apparaisse une contrainte de compression au moins égale à $|\sigma|$ sur cette fibre ;

avec $M_{\Delta P_2}$ = variation du moment isostatique de la précontrainte de fléau

ΔM_{h_2} = variation du moment hyperstatique engendrée par une variation du nombre de câbles de fléau

ΔM_{f12} = variation du moment de fluage prise égale à 0

Ceci s'écrit

$$\frac{\Delta P_2}{B_n} + \frac{v_n}{I_n} [M_{\Delta P_2} + \Delta M_{h2} + \Delta M_{f12}] \geq -\sigma$$

• $M_{\Delta P_2}$

On considère que sur appui les câbles complémentaires passent à 0,175 m de la fibre supérieure et que leur excentricité est donc égale à $e = 0,838$ m

• ΔM_{h2}

Il s'agit de la variation de moment hyperstatique due à la variation du nombre de câbles de continuité de la travée centrale

$$\Delta M_{h2} = n_c \cdot \alpha \cdot \frac{12,25}{10} = 0,49 \cdot \frac{12,25}{10} n_c = 0,6 n_c$$

où n_c désigne le nombre de câbles complémentaires en travée

• ΔM_{f12}

On prend $\Delta M_{f12} = 0$

On doit donc avoir

$$\frac{\Delta P_2}{B_n} + \frac{v_n}{I_n} [M_{\Delta P_2} + \Delta M_{h2} + \Delta M_{f12}] \geq -\sigma$$

$$\frac{\Delta P_2}{B_n} + \frac{v_n}{I_n} [e \cdot \Delta P_2 + \Delta M_{h2}] \geq -\sigma$$

$$\Delta P_2 \left[\frac{1}{B_n} + \frac{v_n}{I_n} e \right] \geq -\sigma - \frac{v_n}{I_n} \Delta M_{h2}$$

$$\Delta P_2 \left[\frac{1}{5,892} + \frac{0,838}{5,188} \cdot 1,013 \right] \geq -\sigma - \frac{1,013}{5,188} \Delta M_{h2}$$

$$0,3333 \Delta P_2 \geq -\sigma - 0,1953 \Delta M_{h2}$$

Pour compenser la contrainte égale à - 0,59 MPa sur pile, comme on a par ailleurs ajouté 4 câbles de continuité en travée centrale

il vient $0,3333 \Delta P_2 \geq 0,59 - 0,1953 \cdot (0,6 \times 4)$

d'où $\Delta P_2 \geq 0,36$ MN

or pour 30 câbles on a $N_2 = - 35,82$ MN donc ΔP_2 correspond à $n = 0,30$ câble

On ajoutera donc 2 câbles de fléau, soit 1 par âme.

L'hypothèse que l'on avait faite pour évaluer la variation du moment de fluage ΔM_{f11} est bien vérifiée.

- En ce qui concerne le ferrailage passif, il suffira en classe I de mettre en place le ferrailage de peau.

2- CLASSE III

Les contraintes-limites des matériaux sont définies dans le tableau suivant

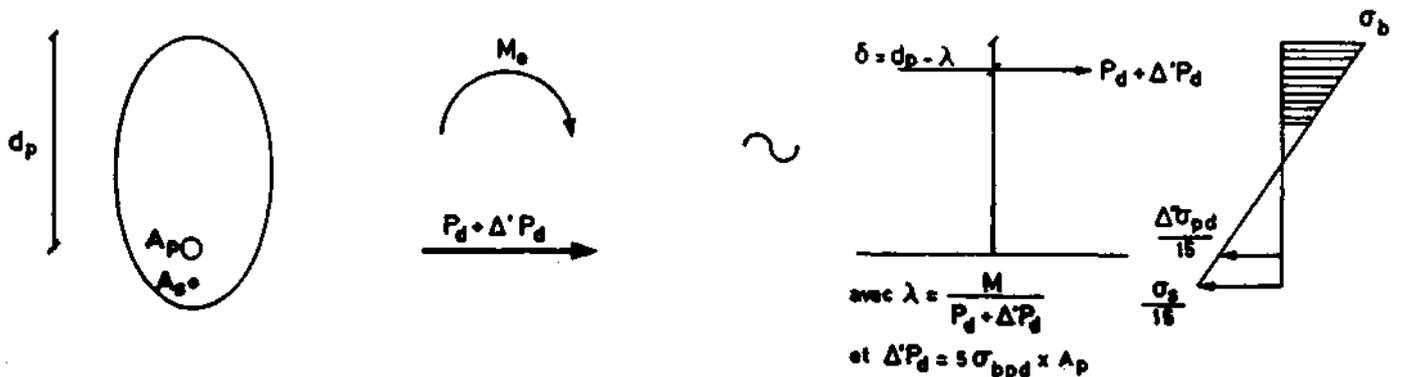
Sections	Combinaisons RARES	Combinaisons FREQUENTES	Combinaisons QUASI-PERMANENTES
	<p>$\Delta \sigma_{pd \text{ lim}}$ $\sigma_{s \text{ lim}}$</p> <p>$\Delta \sigma_{pd \text{ lim}} = 0,10 \text{ fprg}$</p> <p>$\sigma_{s \text{ lim}} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} f_s \\ 180 \text{ MPa} \end{array} \right. (-)$</p>	<p>$\sigma_{s' \text{ lim}}$</p> <p>$\sigma_{s' \text{ lim}} = 60 \text{ MPa}$</p>	

(*) $\eta = 1,6$ en général pour aciers HA
1 pour ronds lisses

En classe III, les contraintes normales sont déterminées uniquement sur la section fissurée, en faisant intervenir des sections homogènes réduites.

Vérification en section fissurée

Le béton tendu n'étant plus compté dans la résistance de la section, on se ramène à un calcul de flexion composée type béton armé, dans lequel la sollicitation à considérer est symbolisée par le schéma ci-dessous



Ce calcul, dans lequel on ne fait intervenir qu'une fraction ρ de la section des armatures longitudinales de précontrainte (art.5.2,2) donne σ_b , $\Delta' \sigma_{pd}$, σ_s

Il s'agit alors de vérifier que :

sous combinaison rare : $\sigma_s \leq \sigma_s \text{ lim} = \min \begin{cases} 2/3 f_e \\ 150 \eta \end{cases}$

$$\Delta\sigma_{pd} = \Delta'\sigma_{pd} + \Delta''\sigma_{pd} \leq 0,10 f_{prg}$$

sous combinaison fréquente : $\sigma_s \leq 60 \text{ MPa}$

2.1 - Détermination de la précontrainte strictement nécessaire

En classe III, on impose de ne pas avoir de contraintes de traction sous combinaison quasi-permanente dans la section d'enrobage, et c'est la seule limitation sur les contraintes de traction du béton.

Avec le dimensionnement de la précontrainte obtenu en classe II on dispose sous combinaison quasi-permanente, même avec P_2 , d'une réserve de compression sur les fibres extrêmes situées en section d'enrobage, aussi bien sur pile qu'à mi-travée

- à mi-travée : $\sigma = 2,94 \text{ MPa}$ sous QP1.T
- sur pile : $\sigma_s = 1,86 \text{ MPa}$ sous QP1.P

Pour les justifications en classe III, on détermine la quantité de précontrainte que l'on peut retirer en travée et sur pile afin d'obtenir une compression nulle en section d'enrobage.

Section à mi-travée

Une réserve de compression σ ($\sigma > 0$) sur la fibre inférieure permet de faire varier la précontrainte de continuité d'une valeur ΔP_2 ($\Delta P_2 \leq 0$) telle que

$$\begin{cases} \Delta M = M_{\Delta P_2} + \Delta M_{h2} + \Delta M_{f11} \\ \Delta N = \Delta P_2 \end{cases}$$

engendre une contrainte au moins égale à $-\sigma$ sur cette fibre ; (avec les notations déjà utilisées pour la section à mi-travée)

Ceci s'écrit

$$\frac{\Delta P_2}{B_n} - \frac{v'_n}{I_n} [M_{\Delta P_2} + \Delta M_{h2} + \Delta M_{f11}] \geq -\sigma$$

comme dans le cas précédent.

• $M_{\Delta P_2}$

$$M_{\Delta P_2} = \Delta P_2 \cdot e \quad \text{avec } e = 1,367 \text{ m}$$

• ΔM_{h2}

$$\Delta M_{h2} = \alpha \cdot \Delta P_2 \quad \text{avec } \alpha = 0,49$$

• ΔM_{f11}

$$\Delta M_{f11} = -0,75 \frac{n_f}{2}$$

$$\text{On doit donc avoir : } \Delta P_2 \left[\frac{1}{B_n} - \frac{v'_n}{I_n} (e+\alpha) \right] \geq -\sigma + \frac{v'_n}{I_n} \Delta M_{f11}$$

$$0,471 \Delta P_2 \geq -\sigma + 0,3300 \Delta M_{f11}$$

Pour résorber la contrainte égale à 2,94 MPa en travée centrale et en supposant que l'on pourra par ailleurs supprimer 2 câbles de fléau ($n_f = -2$)

$$\text{il vient } 0,471 \Delta P_2 \geq -2,94 + 0,3300 \left(-\frac{0,75}{2} \times (-2) \right)$$

$$\text{d'où } \Delta P_2 \geq -5,72 \text{ MN}$$

$$\text{ce qui correspond à } n_c = \frac{-5,72 \times 10}{12,25} = -4,67 \text{ câbles}$$

On pourrait donc enlever au maximum 4 câbles de continuité en travée centrale soit 2 par âme.

Section sur pile

Une réserve de compression σ ($\sigma \geq 0$) en fibre supérieure permet de faire varier la précontrainte de fléau d'une valeur ΔP_2 ($\Delta P_2 \leq 0$) telle que

$$\begin{cases} \Delta M = M_{\Delta P_2} + \Delta M_{h2} + \Delta M_{f12} \\ \Delta N = \Delta P_2 \end{cases}$$

engendre une contrainte au moins égale à $-\sigma$ sur cette fibre ; (avec les notations déjà utilisées pour la section sur pile).

Ceci s'écrit :

$$\frac{\Delta P_2}{B_n} + \frac{v_n}{I_n} [M_{\Delta P_2} + \Delta M_{h2} + \Delta M_{f12}] \geq -\sigma$$

comme dans le cas précédent

• $M_{\Delta P_2}$

$$M_{\Delta P_2} = \Delta P_2 \cdot e \quad \text{avec } e = 0,838 \text{ m}$$

• ΔM_{h2}

$$\Delta M_{h2} = 0,6 \cdot n_c$$

• ΔM_{f12}

$$\Delta M_{f12} = 0$$

$$\text{On doit donc avoir : } \Delta P_2 \left[\frac{1}{B_n} + \frac{v_n}{I_n} e \right] \geq -\sigma - \frac{v_n}{I_n} \Delta M_{h2}$$

$$0,3333 \Delta P_2 \geq -\sigma - 0,1953 \Delta M_{h2}$$

Pour résorber la contrainte égale à 1,86 MPa sur pile comme on a par ailleurs retiré 4 câbles de continuité en travée centrale $n_c = -4$

$$\text{il vient } 0,3333 \Delta P_2 \geq -1,86 - 0,1953 (0,6 \times (-4))$$

$$\text{d'où } \Delta P_2 \geq \frac{-4,17 \text{ MN}}{-4,17 \times 30}$$

$$\text{ce qui correspond à } n_f = \frac{-4,17 \times 30}{35,82} = -3,49 \text{ câbles}$$

On pourra donc enlever au maximum 2 câbles de fléau, soit 1 par âme.

L'hypothèse faite pour évaluer la variation du moment de fluage est bien vérifiée.

Tableau récapitulatif du nombre de câbles nécessaires

	Classe I	Classe II	Classe III
Section sur pite	32	30	28
Section à mi-travée	14	10	6

Détermination des sollicitations en classe III

Section à mi-travée

6 câbles (au lieu de 10 en classe II)

$$\text{donc } P_2 = 12,25 + \Delta P_2 = 12,25 - 4 \times \frac{12,25}{10} = 7,35 \text{ MN}$$

$$M_{p2} = -16,83 + M_{\Delta P_2} = -16,83 - 4 \times \frac{12,25}{10} \times (-1,367) = -10,13 \text{ MN m}$$

$$M_{h2} = 5,94 + \Delta M_{h2} = 5,94 - 2,40 = 3,54 \text{ MN m}$$

$$M_{f11} = 3,63 + \Delta M_{f11} = 3,63 + 0,75 = 4,38 \text{ MN m}$$

d'où

$$R'1.T \quad \begin{cases} M = M_{g2} + M_{g'1} + M_{p2} + M_{h2} + M_{f11} + M_{Rmax} + 0,5 M_{\Delta\theta 1} \\ N = P_2 \end{cases}$$

$$M = -1,46 + 6,55 - 10,13 + 3,54 + 4,38 + 12,45 + (0,5 \times 8,06) = 19,36 \text{ MN m}$$

$$N = 7,35 \text{ MN}$$

$$F'1.T \quad \begin{cases} M = M_{g2} + M_{g'1} + M_{p2} + M_{h2} + M_{f11} + 0,6 M_{Rmax} \\ N = P_2 \end{cases}$$

$$M = -1,46 + 6,55 - 10,13 + 3,54 + 4,38 + (0,6 \times 12,45) = 10,35 \text{ MN m}$$

$$N = 7,35 \text{ MN}$$

$$QP'1.T \quad \begin{cases} M = M_{g2} + M_{g'1} + M_{p2} + M_{h2} + M_{f11} \\ N = P_2 \end{cases}$$

$$M = -1,46 + 6,55 - 10,13 + 3,54 + 4,38 = 2,88 \text{ MN m}$$

$$N = 7,35 \text{ MN}$$

La réduction à 6 câbles de continuité conduirait, compte tenu des exigences de la classe III, à disposer une section d'acier passif égale à $0,60 \text{ m}^2$ dans le hourdis inférieur.

Dans la pratique on devra donc mettre en place au moins 8 câbles de continuité en travée centrale.

Si l'on dispose 8 câbles en travée, il est peut être envisageable de diminuer davantage le nombre de câbles sur pile

$$\text{car on a alors } \Delta M_{h2} = - 2 \alpha \times \frac{12,25}{10} = - 1,20 \text{ MN m}$$

Section sur pile

$$0,3333 \Delta P_2 \geq - \sigma - 0,1953 \Delta M_{h2}$$

$$0,3333 \Delta P_2 \geq - 1,86 - 0,1953 \times (-1,20)$$

$$\Delta P_2 \geq - 4,88$$

$$\text{ce qui correspond à } n_f = \frac{- 4,88 \times 30}{35,82} = - 4,1 \text{ câbles}$$

On pourrait en effet enlever 4 câbles de fléau au lieu de deux.

On peut alors vérifier que compte tenu de la modification de la variation du moment de fluage il suffit bien de placer 8 câbles en travée

$$\Delta M_{f11} = - 0,75 \frac{n_f}{2} = \frac{- 0,75 \times (-4)}{2} = 1,50 \text{ MN m}$$

Section à mi-travée

$$0,4725 \Delta P_2 \geq - \sigma + 0,3300 \Delta M_{f11}$$

$$0,4725 \Delta P_2 \geq - 2,94 + 0,33 \times 1,50$$

$$\Delta P_2 \geq - 5,17 \text{ MN}$$

$$\text{ce qui correspond à } n_c = \frac{- 5,10 \times 10}{12,25} = - 4,22 \text{ câbles}$$

Il est donc tout à fait possible de retirer 2 câbles en travée.

Redétermination des sollicitations en classe III

Section sur pile = 26 câbles

Section à mi-travée = 8 câbles

Section sur pile

26 câbles (au lieu de 30 en classe II)

$$\text{donc } P_2 = 35,82 + \Delta P_2 = 35,82 - \frac{4}{30} 35,82 = 31,04 \text{ MN}$$

$$M_{p2} = 29,81 + M_{\Delta p2} = 29,81 - \frac{4}{30} \times 35,82 \times (0,838) = 25,81 \text{ MN m}$$

$$M_{h2} = 5,94 + \Delta M_{h2} = 5,94 - 1,20 = 4,74 \text{ MN m}$$

$$M_{f12} = 0 \text{ MN m}$$

$$\text{d'où } R'1.P \begin{cases} M = M_{g1} + M_{g'1} + M_{p2} + M_{h2} + M_{f12} + M_{Rmin} \\ N = P_2 \end{cases}$$

$$M = -47,35 - 10,02 + 25,81 + 4,74 + 0 - 12,52 = -36,34 \text{ MN m}$$

$$N = 31,04 \text{ MN}$$

$$F'1.P \begin{cases} M = M_{g1} + M_{g'1} + M_{p2} + M_{h2} + M_{f12} + 0,6 M_{Rmin} \\ N = P_2 \end{cases}$$

$$M = -47,35 - 10,02 + 25,81 + 4,74 + 0 - (12,52 \times 0,6) = -30,33 \text{ MN}$$

$$N = 31,04 \text{ MN}$$

$$QP'1.P \begin{cases} M = M_{g1} + M_{g'1} + M_{p2} + M_{h2} + M_{f12} \\ N = P_2 \end{cases}$$

$$M = -47,35 - 10,02 + 25,81 + 4,74 + 0 = -22,82 \text{ MN m}$$

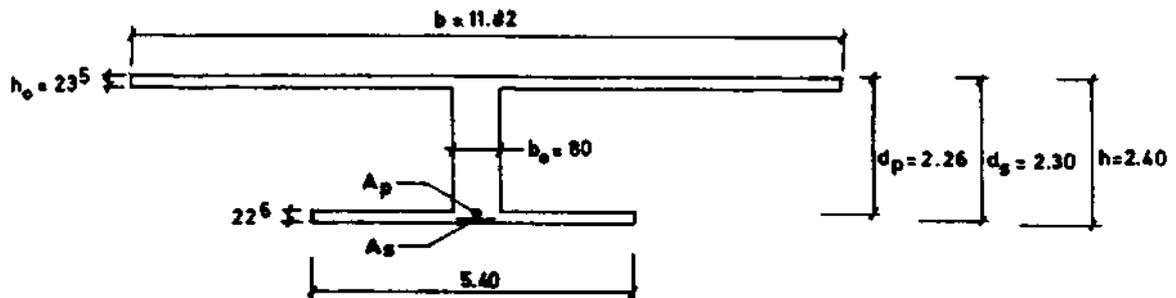
$$N = 31,04 \text{ MN}$$

Dans la section sur pile, le ferrailage de peau constitué de 2 lits de 46 HA 10 est suffisant.

		Classe I	Classe II	Classe III
SECTION SUR PILE	nombre de câbles	32	30	26
	Aciers passifs :	2 x 46 HA 10	1 lit : 46 HA 12 1 lit : 46 HA 10	2 x 46 HA 10
	Section mise en place	72,3 cm ²	88,2 cm ²	72,3 cm ²
	Section nécessaire	(72 cm ²)	(46 + 36 = 82 cm ²)	(72 cm ²)
SECTION A MI-TRAVEE	nombre de câbles	14	10	8
	Aciers passifs :	2 x 22 HA 10	2 x 26 HA 16	2 x 22 HA 25
	Section mise en place	34,6 cm ²	104,6 cm ²	216 cm ²
	Section nécessaire	(34 cm ²)	(98 cm ²)	(215 cm ²)

2.2 Exemple détaillé de justifications en section fissurée : section à mi-travée

Afin de simplifier les calculs, on va considérer la section suivante, à peu près équivalente à la section à mi-travée



8 câbles de continuité : $A_p = 0,008928 \text{ m}^2$

215 cm² d'aciers passifs : $A_s = 0,0215 \text{ m}^2$

- épaisseur équivalente de la membrure supérieure de la section réelle à mi-travée :

$$h_0 = \frac{11,02 \times 0,18 + 0,1 \times 1,00 \times 2 + 0,55 \times 0,17 \times 2 + 0,55 \times 0,1 \times 4}{11,02} = 0,235$$

- épaisseur équivalente de la membrure inférieure de la section réelle à mi-travée :

$$\frac{4,60 \times 0,2 + 0,6 \times 0,2}{4,60} = 0,226$$

Sollicitations à considérer, exprimées par rapport au centre de gravité

$$R'1.T \quad \begin{cases} M = 18,70 \text{ MN m} \\ N = 9,80 \text{ MN} \end{cases}$$

$$F'1.T \quad \begin{cases} M = 9,69 \text{ MN m} \\ N = 9,80 \text{ MN} \end{cases}$$

$$QP'1.T \quad \begin{cases} M = 2,22 \text{ MN m} \\ N = 9,80 \text{ MN} \end{cases}$$

Sous la sollicitation QP'1.T on détermine la contrainte du béton au niveau des aciers de précontrainte :

$$\sigma_{bpd} = 0,9 \text{ MPa}$$

La variation de tension des aciers de précontrainte accompagnant le retour à 0 de la déformation du béton adjacent est évaluée forfaitairement à

$$\Delta' \sigma_{pd} = 5 \sigma_{bpd} = 5 \times 0,9 = 4,5 \text{ MPa}$$

d'où $\Delta' P_d = A_p \Delta' \sigma_{pd} = 0,008928 \times 4,5 = 0,04 \text{ MN}$

La sollicitation à prendre en compte pour le calcul type béton armé est Syst ($M_e, P_d + \Delta' P_d$)

et on écrit que les forces élémentaires dans la section Syst (σ_b dB, $-\rho A_p \Delta' \sigma_{pd}, -A_s \sigma_s$)

constitue un système équivalent à cette sollicitation.

En considérant que les armatures de précontrainte sont adhérentes, on a $\rho = \frac{1}{2}$ d'après l'article 5.2,2.

Justification sous combinaison rare

La sollicitation à considérer, écrite par rapport au niveau des aciers de précontrainte est (v'_h étant égal à 1,4146)

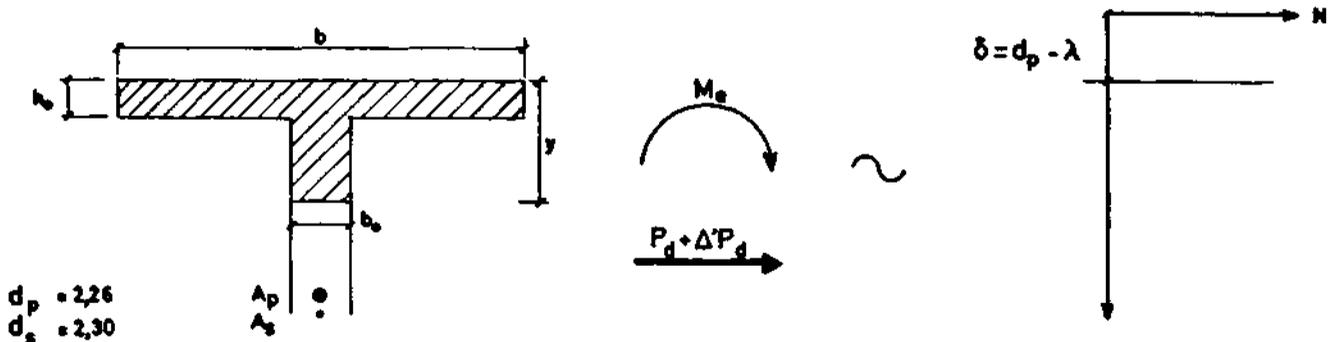
$$\begin{cases} M = 31,21 \text{ MN m} \\ P_d + \Delta' P_d = 9,84 \text{ MN} \end{cases}$$

on doit vérifier que

$$\sigma_s \leq \min \begin{cases} 2/3 f_e \\ 150 \eta \end{cases} = 240 \text{ MPa}$$

$$\Delta \sigma_p \leq 0,10 f_{prg} = 186 \text{ MPa}$$

On suppose que l'axe neutre passe dans les âmes



La position de l'axe neutre est alors définie par l'équation du 3ème degré bien connue en béton armé :

$$\frac{by^2}{2} \left(\frac{y}{3} - \delta \right) - (b-b_0) \frac{(y-h_0)^2}{2} \left(\frac{2h_0+y}{3} - \delta \right) - n_v A_s (d_s - y) (d_s - \delta) - n_v \rho A_p (d_p - y) (d_p - \delta) = 0$$

$$\delta = d_p - \frac{M}{P_d + \Delta' P_d} = 2,26 - \frac{31,21}{9,84} = -0,912 \text{ m}$$

$$\frac{11,82}{2} y^2 \left(\frac{y}{3} + 0,912 \right) - (11,82 - 0,80) \frac{(y - 0,235)^2}{2} \left(\frac{2 \times 0,235 + y}{3} + 0,912 \right) - 15 \cdot 0,0215 (2,30 - y)(2,30 + 0,912) - 15 \times \frac{1}{2} \times 0,008928 (2,26 - y)(2,26 + 0,912) = 0$$

Numériquement, on trouve

$$y = 0,748 \text{ m}$$

La pente K du diagramme des contraintes est alors définie par

$$N = K \left[\frac{by^2}{2} - (b-b_0) \frac{(y-h_0)^2}{2} - n_v A_s (d_s - y) - n_v \rho A_p (d_p - y) \right]$$

avec $N = 9,84 \text{ MN}$ et $y = 0,748 \text{ m}$

On obtient $K = 7,84 \text{ MPa} \times \text{m}^{-1}$

D'où $\sigma_b = Ky = 5,9 \text{ MPa}$

$$\sigma_s = n_v K (d_s - y) = 182,5 \text{ MPa}$$

$$\Delta'' \sigma_p = n_v K (d_p - y) = 177,8 \text{ MPa}$$

$$\text{donc } \Delta \sigma_p = \Delta' \sigma_p + \Delta'' \sigma_p = 182,3 \text{ MPa}$$

On vérifie bien que $\sigma_s \leq 240 \text{ MPa}$ et $\Delta \sigma_p \leq 186 \text{ MPa}$.

Justification sous combinaison fréquente

La sollicitation à prendre en compte s'écrit, par rapport au niveau des aciers de précontrainte

$$\begin{cases} \mathcal{M} = 22,20 \text{ MN m} \\ P_d + \Delta' P_d = 9,84 \text{ MN} \end{cases}$$

$$\delta = d_p - \frac{M}{P_d + \Delta' P_d} = 2,26 - \frac{22,20}{9,84} = 0,004 \text{ m}$$

d'où $y = 1,435 \text{ m}$

puis $K = 2,52 \text{ MPa} \text{ m}^{-1}$

$$\begin{aligned} \text{Il vient } \sigma_b &= Ky = 3,6 \text{ MPa} \\ \sigma_s &= n_v K (d_s - y) = 32,7 \text{ MPa} \\ \Delta' \sigma_p &= n_v K (d_p - y) = 31,2 \text{ MPa} \end{aligned}$$

On vérifie bien que $\sigma_s \leq 60 \text{ MPa}$

C - Comparaison avec les justifications sous P_m

Lorsque toutes les précautions sont prises pour que la valeur probable de la précontrainte soit au moins réalisée dans l'ouvrage, le marché peut prescrire, contrairement à la règle générale, que la précontrainte soit représentée par sa seule valeur probable P_m .

Dans l'ouvrage considéré (30 câbles de fléau, 10 câbles de continuité en travée centrale), en utilisant la seule valeur P_m et non plus les valeurs caractéristiques maximales et minimales P_1 et P_2 on obtient, sous les différentes combinaisons étudiées, les contraintes définies dans le tableau ci-après.

Lorsque l'on effectue les justifications avec la précontrainte P_m , les compressions-limites du béton doivent être diminuées de 10% par rapport à un calcul avec P_1 et P_2 .

Ainsi, quelle que soit la classe de vérification retenue, on doit avoir :

- sous combinaisons rares et fréquentes $\sigma_{bc} \leq 18,9$ MPa
- sous combinaisons quasi-permanentes $\sigma_{bc} \leq 15,8$ MPa

Ces limites sont bien respectées.

En ce qui concerne les limites de traction, elles sont identiques pour un calcul avec P_1 et P_2 ou avec P_m .

On constate donc que, pour l'ouvrage comprenant 30 câbles de fléau et 10 câbles de continuité en travée centrale, on dispose, en classe II, et avec P_m :

- d'une réserve de compression égale à 1,55 MPa en fibre supérieure de la section sur pile ; cette valeur obtenue sous combinaison fréquente étant la plus proche de la limite admise (0 MPa), car bien que l'on n'ait que 0,58 MPa de compression sous combinaison rare, on tolère dans ce cas - 2,70 MPa en section d'enrobage.
- d'une réserve de 0,67 MPa en fibre inférieure de la section en travée.

Combinaisons	Section sur pile		Section à mi-travée	
	Sollicitations	Contraintes en fibres extrêmes	Sollicitations	Contraintes en fibres extrêmes
RARES	$\textcircled{\text{R1-P}} \begin{cases} M = -30,97 \text{ MNm} \\ N = 39,02 \text{ MN} \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma_s = 0,58 \text{ MPa} \\ \sigma_t = 14,80 \text{ MPa} \end{cases}$	$\textcircled{\text{R1-T}} \begin{cases} M = 13,45 \text{ MNm} \\ N = 13,26 \text{ MN} \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma_s = 5,04 \text{ MPa} \\ \sigma_t = -2,03 \text{ MPa} \end{cases}$
	$\textcircled{\text{R2-P}} \begin{cases} M = -4,32 \text{ MNm} \\ N = 39,02 \text{ MN} \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma_s = 5,78 \text{ MPa} \\ \sigma_t = 7,78 \text{ MPa} \end{cases}$	$\textcircled{\text{R2-T}} \begin{cases} M = -10,98 \text{ MNm} \\ N = 13,26 \text{ MN} \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma_s = 0,26 \text{ MPa} \\ \sigma_t = 6,03 \text{ MPa} \end{cases}$
PERMANENTES	$\textcircled{\text{F1-P}} \begin{cases} M = -25,96 \text{ MNm} \\ N = 39,02 \text{ MN} \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma_s = 1,55 \text{ MPa} \\ \sigma_t = 13,56 \text{ MPa} \end{cases}$	$\textcircled{\text{F1-T}} \begin{cases} M = 4,44 \text{ MNm} \\ N = 13,26 \text{ MN} \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma_s = 3,27 \text{ MPa} \\ \sigma_t = 0,94 \text{ MPa} \end{cases}$
	$\textcircled{\text{F2-P}} \begin{cases} M = -8,35 \text{ MNm} \\ N = 39,02 \text{ MN} \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma_s = 4,99 \text{ MPa} \\ \sigma_t = 8,85 \text{ MPa} \end{cases}$	$\textcircled{\text{F2-T}} \begin{cases} M = -9,89 \text{ MNm} \\ N = 13,26 \text{ MN} \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma_s = 0,47 \text{ MPa} \\ \sigma_t = 5,67 \text{ MPa} \end{cases}$
QUASI-PERMANENTES	$\textcircled{\text{QP1-P}} \begin{cases} M = -18,45 \text{ MNm} \\ N = 39,02 \text{ MN} \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma_s = 3,02 \text{ MPa} \\ \sigma_t = 11,56 \text{ MPa} \end{cases}$	$\textcircled{\text{QP1-T}} \begin{cases} M = -3,03 \text{ MNm} \\ N = 13,26 \text{ MN} \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma_s = 1,81 \text{ MPa} \\ \sigma_t = 3,41 \text{ MPa} \end{cases}$
	$\textcircled{\text{QP2-P}} \begin{cases} M = -12,38 \text{ MNm} \\ N = 39,02 \text{ MN} \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma_s = 4,21 \text{ MPa} \\ \sigma_t = 8,93 \text{ MPa} \end{cases}$	$\textcircled{\text{QP2-T}} \begin{cases} M = -8,26 \text{ MNm} \\ N = 13,26 \text{ MN} \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma_s = 0,79 \text{ MPa} \\ \sigma_t = 5,13 \text{ MPa} \end{cases}$

1 - Redétermination de la précontrainte nécessaire avec P_m , en classe II

Section sur pile

La réserve de compression σ ($\sigma \geq 0$) sur la fibre supérieure permet de faire varier la précontrainte de fléau d'une valeur ΔP_m ($\Delta P_m \leq 0$) telle que

$$\begin{cases} \Delta M = M_{\Delta P_m} + \Delta M_{hm} + \Delta M_{f12} \\ \Delta N = \Delta P_m \end{cases}$$

engendre une contrainte au moins égale à $-\sigma$ sur cette fibre ;

ceci s'écrit
$$\frac{\Delta P_m}{B_n} + \frac{\nu_n}{I_n} [M_{\Delta P_m} + \Delta M_{hm} + \Delta M_{f12}] \geq -\sigma$$

• $M_{\Delta P_m}$

$$M_{\Delta P_m} = \Delta P_m \cdot e \quad \text{avec } e = 0,838 \text{ m}$$

• ΔM_{hm}

$$\Delta M_{hm} = \alpha \frac{13,26}{10} n_c \quad \text{avec } \alpha = 0,49$$

($\frac{13,26}{10}$: précontrainte moyenne dans un câble de continuité)

$$\Delta M_{hm} = 0,65 n_c$$

• ΔM_{f12}

$$\Delta M_{f12} = 0$$

On doit donc avoir :

$$\Delta P_m \left[\frac{1}{B_n} + e \frac{\nu_n}{I_n} \right] \geq -\sigma - \frac{\nu_n}{I_n} \Delta M_{hm}$$

$$0,3333 \Delta P_m \geq -\sigma - 0,1953 \Delta M_{hm}$$

Pour résorber la contrainte égale à 1,55 MPa, en supposant que la réserve de compression en travée n'est pas suffisante pour que l'on puisse retirer des câbles de continuité, on obtient $0,3333 \Delta P_m \geq -1,55 - 0$

$$\Delta P_m \geq - \frac{4,65}{30} \text{ MN}$$

ce qui correspond à $n_f = -4,65 \times \frac{1}{39,02} = -3,57$ câbles

On peut donc retirer 2 câbles de fléau, soit 1 par âme.

Section à mi-travée

La réserve de compression σ ($\sigma \geq 0$) sur la fibre inférieure permet de faire varier la précontrainte de continuité d'une valeur ΔP_m ($\Delta P_m \leq 0$) telle que

$$\begin{cases} \Delta M = M \Delta P_m + \Delta M_{hm} + \Delta M_{f11} \\ \Delta N = \Delta P_m \end{cases}$$

engendre une contrainte au moins égale à $-\sigma$ sur cette fibre

$$\frac{\Delta P_m}{B_n} - \frac{v'_n}{I_n} [M \Delta P_m + \Delta M_{hm} + \Delta M_{f11}] \geq -\sigma$$

• $M \Delta P_m$

$$M \Delta P_m = \Delta P_m \cdot e \quad \text{avec } e = -1,367$$

• ΔM_{hm}

$$\Delta M_{hm} = \alpha \cdot \Delta P_m \quad \text{avec } \alpha = 0,49$$

• ΔM_{f11}

$$\Delta M_{f11} = \frac{-0,75}{2} n_f$$

On doit donc avoir

$$\Delta P_m \left[\frac{1}{B_n} - \frac{v'_n}{I_n} (e + \alpha) \right] \geq -\sigma + \frac{v'_n}{I_n} \Delta M_{f11}$$

$$0,471 \Delta P_m \geq -\sigma + 0,3300 \Delta M_{f11}$$

Pour résorber la contrainte de 0,67 MPa, en considérant que l'on a retiré 2 câbles de fléau ($n_f = -2$), il faut que

$$0,471 \Delta P_m \geq -0,67 + 0,3300 (0,75)$$

$$\text{d'où } \Delta P_m \geq \frac{-0,90 \text{ MN}}{-0,90 \times 10}$$

ce qui correspond à $n_c = \frac{-0,90}{13,26} = 0,68$ câbles

On ne peut donc enlever aucun câble de continuité en travée centrale ce qui est conforme à notre hypothèse initiale

2 - Redétermination de la précontrainte nécessaire avec P_m , en classe I

Par rapport aux exigences de la classe I, on dispose d'une réserve de compression de 0,58 MPa en fibre supérieure de la section sur pile mais on a une traction excédentaire de -2,03 MPa en fibre inférieure de la section à mi-travée.

On va donc déterminer le nombre de câbles de continuité à ajouter en travée centrale et examiner s'il est possible de retirer des câbles de fléau.

Section à mi-travée

Par un raisonnement analogue aux précédents, on détermine que la variation ΔP_m de précontrainte doit être telle que

$$0,471 \Delta P_m \geq -\sigma + 0,3300 \Delta M_{f11}$$

La traction à compenser étant de - 2,03 MPa, et en supposant que le nombre de câbles de fléau ne sera pas modifié, il faut que

$$0,471 \Delta P_m \geq 2,03 + 0,3300 (0)$$

$$\Delta P_m \geq 4,31 \text{ MN}$$

ce qui correspond à $n_c = \frac{4,31 \times 10}{13,26} = 3,25$ câbles

Il y a donc lieu de mettre en place 4 câbles de continuité supplémentaires (2 par âmes)

Section sur pile

Sur pile on doit avoir

$$0,3333 \Delta P_m \geq -\sigma - 0,1953 \Delta M_{hm}$$

Pour résorber la contrainte de compression de 0,58 MPa, en considérant que 4 câbles de continuité ont été mis en place ($\Delta M_{hm} = 0,65 \times 4$)

on obtient :

$$0,3333 \Delta P_m \geq -0,58 - 0,1953 (0,65 \times 4)$$

$$\Delta P_m \geq -3,26 \text{ MN}$$

ce qui correspond à $n_f = \frac{-3,26 \times 30}{39,02} = -2,51$ câbles

On pourrait donc retirer 2 câbles de fléau.

L'hypothèse initiale n'est alors pas vérifiée.

Il convient de redéterminer le nombre de câbles nécessaires en travée en supposant que 2 câbles de fléau seront retirés soit

$$\Delta M_{f11} = 0,75 \text{ MN}$$

Section à mi-travée

$$0,471 \Delta P_m \geq -\sigma + 0,3300 \Delta M_{f11}$$

$$0,471 \Delta P_m \geq 2,03 + 0,3300 \times 0,75$$

$$\Delta P_m \geq 4,84$$

ce qui correspond à $n_c = \frac{4,84 \times 10}{13,26} = 3,65$ câbles

Il suffit donc bien d'ajouter 4 câbles de continuité en travée centrale.

3 - Redétermination de la précontrainte nécessaire avec P_m , en classe III

On dispose, vis à vis des exigences de la classe III, sous combinaison quasi-permanente d'une réserve de compression en zone d'enrobage égale à :

- . 3,02 MPa en section sur pile
- . 3,41 MPa en section à mi-travée

On va déterminer le nombre de câbles qu'il est possible de retirer sur appui et en travée.

Section sur pile

$$0,3333 \Delta P_m \geq - \sigma - 0,1953 \Delta M_{hm}$$

Pour résorber la continuité égale à 3,02 MPa et en supposant que l'on pourra retirer 4 câbles de continuité ($n_c = - 4$ et $\Delta M_{hm} = 0,65 n_c$)

il vient $0,3333 \Delta P_m \geq - 3,02 - 0,1953 (0,65 \times (-4))$

$$\Delta P_m \geq - 7,54 \text{ MN}$$

ce qui correspond à $n_f = - 7,54 \times \frac{30}{39,02} = - 5,80$ câbles

On peut donc retirer 4 câbles de fléau (soit 2 par âme).

Section à mi-travée

$$0,471 \Delta P_m \geq - \sigma + 0,3300 \Delta M_{f11}$$

Pour résorber la contrainte égale à 3,41 MPa et en considérant que 4 câbles de fléau ont été enlevés ($n_f = - 4$ et $\Delta M_{f11} = \frac{- 0,75}{2} n_f$)

$$\text{on a } \begin{aligned} 0,471 \Delta P_m &\geq - 3,41 + 0,3300 (1,50) \\ \Delta P_m &\geq - 6,19 \text{ MN} \end{aligned}$$

ce qui correspond à $n_c = \frac{- 6,19 \times 10}{13,26} = - 4,67$ câbles

On peut donc retirer 4 câbles de continuité en travée centrale.

Détermination des sollicitations en classe III, avec P_m

Section sur pile : 26 câbles

Section à mi-travée : 6 câbles

Section sur pile

26 câbles (au lieu de 30)

$$\text{donc } P_m = 39,02 - \frac{4}{30} \times 39,02 = 33,82 \text{ MN}$$

$$M_{pm} = 32,45 - \left(\frac{4}{30} \times 39,02 \times 0,838 \right) = 28,09 \text{ MN m}$$

$$M_{hm} = 6,47 - 2,60 = 3,87 \text{ MN m}$$

$$M_{f12} = 0 \text{ MN m}$$

$$\text{d'où } R'1.P \quad \left\{ \begin{array}{l} M = - 37,93 \text{ MN m} \\ N = 33,82 \text{ MN} \end{array} \right.$$

$$F'1.P \quad \left\{ \begin{array}{l} M = - 32,92 \text{ MN m} \\ N = 33,82 \text{ MN} \end{array} \right.$$

$$QP'1.P \quad \left\{ \begin{array}{l} M = - 25,41 \text{ MN m} \\ N = 33,82 \text{ MN} \end{array} \right.$$

Le ferrailage de peau constitué de 2 lits de 46 HA 10 est suffisant vis à vis des exigences de la classe III.

Section à mi-travée

6 câbles (au lieu de 10)

$$\text{donc } P_m = 13,26 - 4 \times \frac{13,26}{10} = 7,96 \text{ MN}$$

$$M_{pm} = - 18,22 - 4 \times \frac{13,26}{10} \times (-1,367) = - 10,97 \text{ MN m}$$

$$M_{hm} = 6,47 - 2,60 = 3,87 \text{ MN m}$$

$$M_{f11} = 3,63 + 1,50 = 5,13 \text{ MN m}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{d'où} \\
 R'1.T \quad \left\{ \begin{array}{l} M = 19,60 \text{ MN m} \\ N = 7,96 \text{ MN} \end{array} \right. \\
 F'1.T \quad \left\{ \begin{array}{l} M = 10,59 \text{ MN m} \\ N = 7,96 \text{ MN} \end{array} \right. \\
 QP'1.T \quad \left\{ \begin{array}{l} M = 3,12 \text{ MN m} \\ N = 7,96 \text{ MN} \end{array} \right.
 \end{array}$$

La quantité d'acier passif qu'il serait nécessaire de disposer si l'on ne mettait en place que 6 câbles serait, comme dans le cas de l'étude avec P_1 et P_2 , très élevée.

En fait on conservera donc 8 câbles dans la travée centrale.

Section sur pile

$$0,3333 \Delta P_m \geq -\sigma - 0,1953 \Delta M_{hm}$$

On a enlevé 2 câbles de continuité seulement d'où $n_c = -2$ et $\Delta M_{hm} = -1,30 \text{ MN m}$

Pour résorber la contrainte de $3,02 \text{ MPa}$ on obtient

$$0,3333 \Delta P_m \geq -3,02 - 0,1953 (-1,30)$$

$$\Delta P_m \geq -8,30 \text{ MN m}$$

ce qui correspond à $n_f = -8,30 \times \frac{30}{39,02} = -6,38$ câbles

On pourrait donc retirer 6 câbles de fléau.

Tableau récapitulatif du nombre de câbles nécessaires

		Classe I	Classe II	Classe III
SECTION SUR PILE	$P_1 - P_2$	32	30	26
	P_m	28	28	24
SECTION A MI-TRAVÉE	$P_1 - P_2$	14	10	8
	P_m	14	10	8

D - Ouvrage construit par éléments préfabriqués

On considère que l'ouvrage précédemment dimensionné en classe II en utilisant la fourchette de précontrainte $P_1 - P_2$ (30 câbles de fléau, 10 câbles de continuité en travée centrale, 6 câbles de continuité en travée de rive) doit être réalisé à l'aide d'éléments préfabriqués, sans continuité des armatures passives au niveau des sections de joint.

Il y a donc lieu de vérifier si sous l'effet des combinaisons rares, la précontrainte étant prise en compte avec sa valeur P_m , ces sections demeurent entièrement comprimées.

On suppose que le tronçon sur pile est réalisé avec plusieurs éléments préfabriqués.

On considèrera que les sollicitations appliquées aux sections de joint les plus proches de la section sur pile et de la section à mi-travée sont respectivement égales aux sollicitations précédemment déterminées dans ces deux sections.

Avec le câblage défini pour l'ouvrage coulé en place, sous combinaison rare et avec P_m on aurait (cf étude complémentaire - Comparaison avec les justifications sous P_m) :

- section de joint proche de la section sur pile

$$R1 - P \begin{cases} \sigma_s = 0,58 \text{ MPa} \\ \sigma_t = 14,90 \text{ MPa} \end{cases}$$

- section de joint proche de la section à mi-travée

$$R1 - T \begin{cases} \sigma_s = 5,04 \text{ MPa} \\ \sigma_t = -2,03 \text{ MPa} \end{cases}$$

La section de joint à mi-travée n'est donc pas entièrement comprimée.

La condition de non décompression sous combinaison rare étant en fait l'une des règles à respecter en classe I, le câblage complémentaire à mettre en place est donc celui que l'on a défini afin de rendre la section à mi-travée conforme aux exigences de la classe I sous P_m , avec comme hypothèse la présence de 30 câbles de fléau.

Ce mode de construction nécessite la mise en place de 4 câbles de continuité supplémentaires en travée centrale soit 14 câbles au total.

E - Application de la règle du décalage

Article 6.3.33 : "Pour tenir compte d'une éventuelle fissuration oblique des âmes selon une inclinaison β , les armatures de toute nature strictement nécessaires à l'équilibre de la membrure tendue d'une section doivent être prolongées par des aciers susceptibles de reprendre dans les mêmes conditions d'allongement, le même effort de traction sur une longueur au moins égale à $0,8 h \cotg \beta$ de part et d'autre de la section en question dont h représente la hauteur totale."

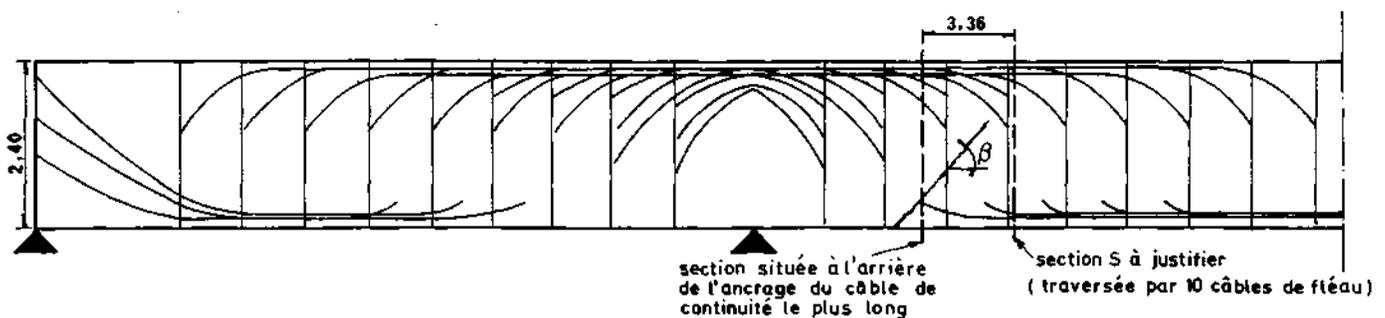
Cette règle revient à vérifier une section en tenant compte non pas des armatures qui traversent sa membrure tendue mais des armatures qui règnent dans la dite membrure à une distance $0,8 h \cotg \beta$.

Dans la pratique, elle peut donc conduire à prolonger les câbles de continuité ou à mettre en place un ferrailage passif important à l'arrière de l'ancrage du câble de continuité le plus long.

Considérons, par exemple, le pont-caisson dimensionné en classe II avec la fourchette de précontrainte $P_1 - P_2$ (30 câbles de fléau, 10 câbles de continuité en travée centrale) et déterminons le ferrailage passif nécessaire à l'arrière de l'ancrage du câble de continuité le plus long.

La valeur de l'angle β n'ayant pas été déterminée dans cette zone, on prendra en compte, à titre de simplification, sa valeur minimale réglementaire $\beta = 30^\circ$. La longueur $0,8 h \cotg \beta$ est alors sensiblement égale à $1,4 h$ soit $3,36$ m pour cet ouvrage.

Pour déterminer le ferrailage passif longitudinal juste derrière l'ancrage, il faut justifier sous moment positif la section située à $3,36$ m, en ne considérant que les câbles qui traversent la membrure supérieure de cette section et en ne comptant que sur les aciers passifs qui passent dans la membrure inférieure de la section située à l'arrière de l'ancrage.



1 - Données générales

1.1 - Caractéristiques géométriques de la section S

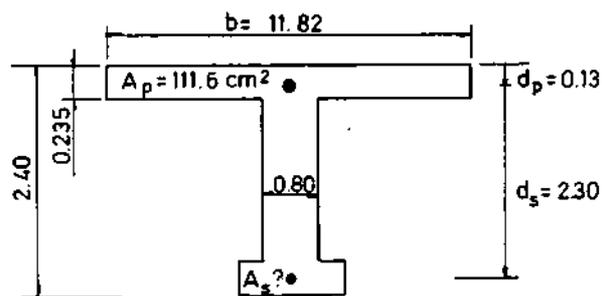
$$B_n = 5,511 \text{ m}^2$$

$$v_n = 0,893 \text{ m}$$

$$v'_n = 1,507 \text{ m}$$

$$I_n = 4,567 \text{ m}^4$$

La section S est assimilée à la section équivalente :



1.2 - Matériaux (Rappels)

$$f_{bu} = 19,83 \text{ MPa}$$

$$f_{pu} = 1440 \text{ MPa}$$

$$f_{su} = 348 \text{ MPa}$$

$$E_p = 190\,000 \text{ MPa}$$

1.3 - Valeurs des différentes actions appliquées à la section (avec les notations habituelles)

$$M_g = -15,76 \text{ MN m}$$

$$M_{g'} = 1,17 \text{ MN m}$$

$$P_m = 12,60 \text{ MN} \quad \text{et} \quad P_m e_0 = 12,60 (0,893 - 0,13) = 9,61 \text{ MN m}$$

$$M_h = 6,47 \text{ MN m}$$

$$M_{f1} = 3,63 \text{ MN m}$$

$$M_{Rmax} = 5,33 \text{ MN m}$$

$$\text{d'où : } M_e + M_h = 3,505 \text{ MN m}$$

$$\text{et : } M_u = M_e + M_h + P_m e_0 = 11,50 \text{ MN m}$$

2 - Détermination de la section d'aciers passifs A_s

La sollicitation ultime maximale appliquée à S et exprimée par rapport au centre de gravité des aciers passifs est définie par :

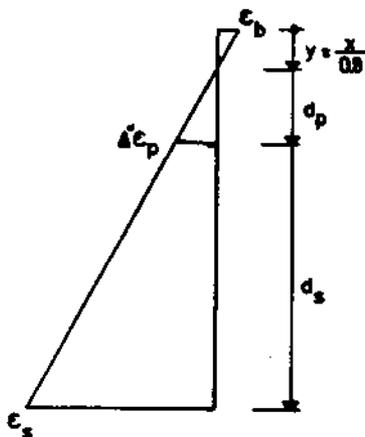
$$\begin{cases} N_u &= 12,60 \text{ MN} \\ M_{u/A_s} &= 11,50 + 12,60 \cdot 1,407 = 29,23 \text{ MN m} \end{cases}$$

Si l'on suppose que l'axe neutre est situé dans la table de compression et que les armatures de précontrainte fonctionnent en régime élastique, les équations d'équilibre s'écrivent :

$$N_u = b \times f_{bu} - A_p \Delta \sigma_p - A_s \sigma_s \quad (1)$$

$$M_{u/A_s} = b \times f_{bu} \left(d_s - \frac{x}{2} \right) - A_p \Delta \sigma_p (d_s - d_p) \quad (2)$$

Par ailleurs :



$$\frac{\epsilon_s}{\epsilon_b} = \frac{0,8d_s}{x} - 1 \quad (3)$$

$$\frac{\Delta \epsilon_p''}{\epsilon_s} = \frac{0,8d_p}{x} - 1 \quad (4)$$

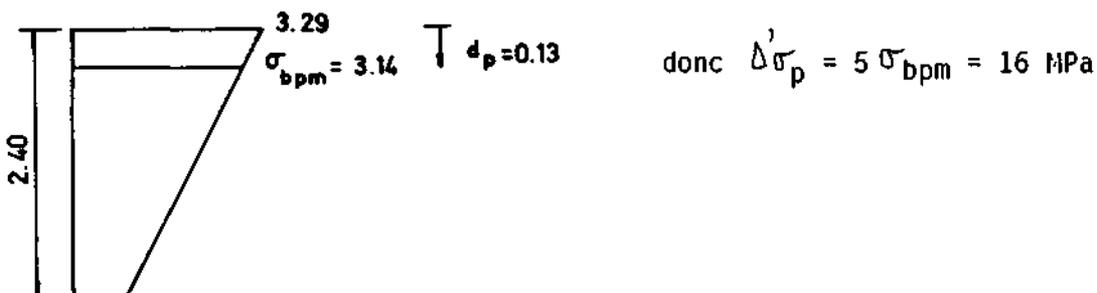
$$\frac{\Delta \epsilon_p''}{\epsilon_s} = \frac{0,8d_p - x}{0,8d_s - x} \quad (5)$$

$$\Delta \sigma_p = E_p (\Delta \epsilon_p' + \Delta \epsilon_p'') = \Delta \sigma_p' + E_p \Delta \epsilon_p'' \quad (6)$$

A vide, la section S est soumise aux efforts :

$$\begin{cases} M = 5,12 \text{ MN m} \\ N = 12,60 \text{ MN} \end{cases}$$

Du diagramme de contraintes à vide on déduit $\Delta \sigma_p'$



D'après (5) et (6), l'équation (2) s'écrit numériquement :

$$29,23 = 11,82 \cdot 19,83 \times \left(2,30 - \frac{x}{2}\right) - 111,6 \cdot 10^{-4} \left(16 + 1900 \frac{0,104 - x}{1,84 - x}\right) \cdot 2,17$$

on en déduit $x = 0,058$ m

donne Puis, si l'on suppose que $\epsilon_s = \epsilon_{su} = 10 \times 10^{-3}$, l'équation (3)

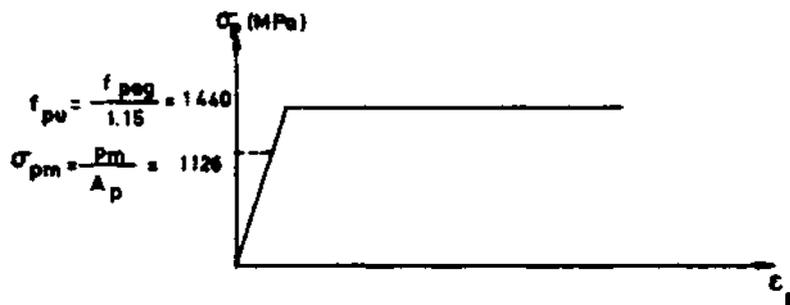
$$\epsilon_D = \frac{10 \times 10^{-3}}{\frac{1,84}{0,058} - 1} = 0,326 \times 10^{-3}$$

De (4) on tire alors

$$\Delta'' \epsilon_p = \left(\frac{0,104}{0,058} - 1\right) \cdot 0,326 \times 10^{-3} = 0,259 \times 10^{-3}$$

et enfin de (6)

$$\Delta \sigma_p = 16 + 190 \times 0,259 = 65 \text{ MPa}$$



La surtension maximale des armatures de précontrainte limitée à $f_{pu} - \sigma_{pm} = 314$ MPa n'est pas atteinte. Les aciers de précontrainte ne sont pas plastifiés.

L'équation (1) permet alors de déterminer la section d'aciers passifs

$$A_s \sigma_s = -N_u + b x f_{bu} - A_p \Delta \sigma_p$$

$$A_s \sigma_s = -12,60 + 11,82 \times 0,058 \times 19,83 - 111,6 \times 10^{-4} \cdot 65$$

$$A_s \sigma_s = 0,27 \text{ MN}$$

avec $\sigma_s = f_{bu} = 348$ MPa

on obtient $A_s = 8 \text{ cm}^2$

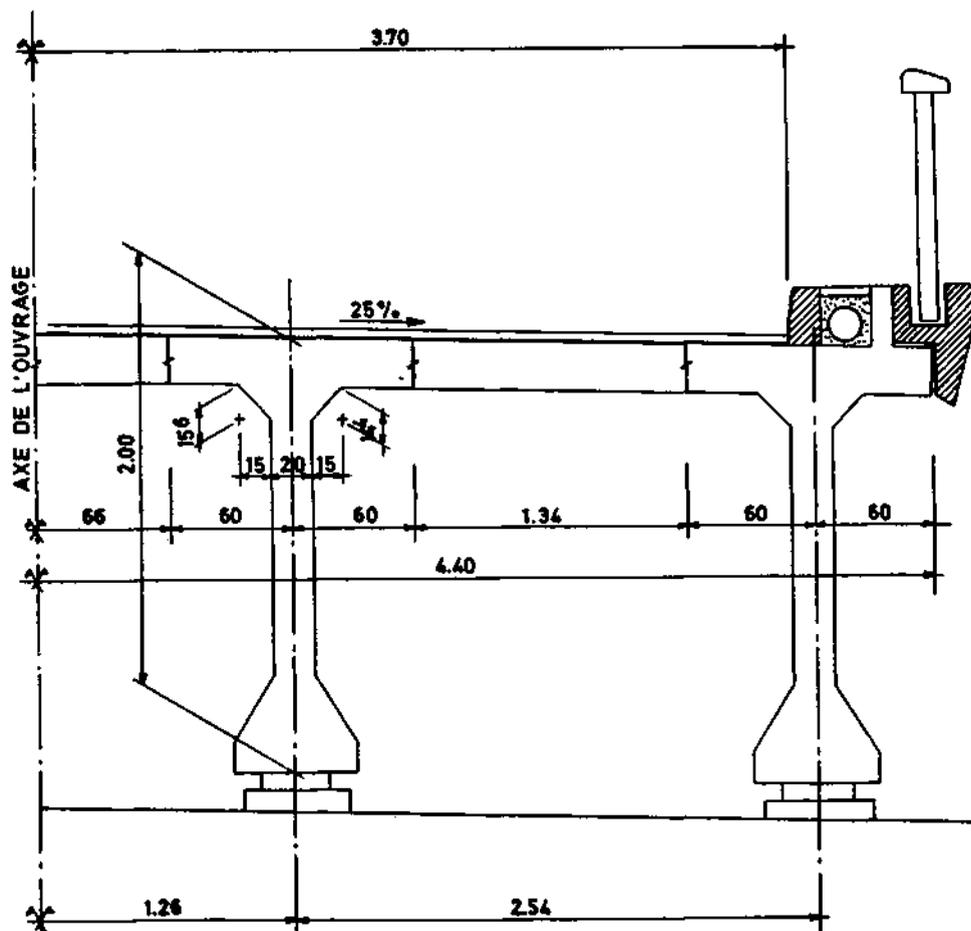
Le ferrailage de peau dans la membrure inférieure représentant 34 cm^2 d'acier serait donc largement suffisant.

Dans cet exemple, il n'est donc pas nécessaire de compléter le ferrailage passif à l'arrière de l'ancrage du câble de continuité le plus long pour satisfaire à la règle du décalage. Ceci s'explique par l'importance de la longueur des câbles de continuité dont le plus long s'ancre à 7,45 m de l'appui et règne sur plus de 70% de la longueur de la travée.

III

Deuxième exemple : pont à poutres1 - Données générales1.1 - Description

Il s'agit d'un pont route droit constitué d'une succession de travées indépendantes de 34 m de portée livrant passage à une chaussée de 7,40 m encadrée par deux trottoirs de 0,60 m. Chacune des travées comporte quatre poutres préfabriquées précontraintes par post-tension, espacées de 2,533 m. Ces poutres, de deux mètres de hauteur sont solidarisiées par un hourdis intermédiaire coulé en place et simplement armé. Elles sont dimensionnées en classe III, compte tenu de la fourchette de précontrainte.



Dans ce qui suit, on ne considérera que les poutres centrales pour lesquelles on se contentera de vérifier la section médiane aux états-limites de service (ELS), en admettant, pour la construction, le calendrier suivant :

Date	Opération
0	Coulage de la poutre
7j	Mise en tension des câbles filants de la 1ère famille
28j	Coulage du hourdis intermédiaire (et des entretoises d'extrémité)
35j	Mise en tension des câbles de la 2ème famille
70j	Pose des superstructures
90j	Mise en service

1.2 - Matériaux

- Béton. On a admis $f_{c28} = 30$ MPa et $f_{c7} = 25$ MPa

- Unités de précontrainte. Ce sont des 5 T 15 S du procédé X. En partie courante, les câbles sont logés dans des gaines de diamètre intérieur $\varnothing_i = 60$ mm et de diamètre extérieur $\varnothing_e = 66$ mm.

- Les torons "super" utilisés, de 15,7 mm de diamètre nominal appartiennent à la classe 1770 et à la sous classe de relaxation TBR. Conformément au fascicule 4, titre II, leurs caractéristiques sont donc les suivantes :

$$A = 150 \text{ mm}^2$$

$$F_{rg} = 265 \text{ kN}$$

$$F_{eg} = 236 \text{ kN}$$

$$f_{g1000} = 2,5\%$$

$$f_{rg} = 1770 \text{ MPa}$$

$$f_{eg} = 1573 \text{ MPa}$$

- Les aciers passifs sont des Fe E 400 : $f_e = 400$ MPa

1.3 - Section médiane

La précontrainte est assurée par 5 câbles 5 T 15 S se regroupant en deux familles :

- la première qui comprend les câbles filants 1, 2 et 3 tendus à 7 jours.

- la deuxième constituée par les deux câbles relevés 4 et 5 tendus après coulage du hourdis intermédiaire, à 35 jours.

Deux types de sections interviennent dans les calculs :

- la section de la poutre préfabriquée, que nous appellerons "section initiale"

- la section précédente complétée par la section du hourdis intermédiaire affecté à la poutre, ensemble que nous désignerons par "section finale".

2 - Actions et sollicitations

2.1 - Actions extérieures

Compte tenu des effets de répartition transversale, les efforts dans la section médiane d'une poutre centrale sont les suivants :

- Poids propre de la poutre préfabriquée :

$$M_g = 2,603 \text{ MNxm}$$

- Poids du hourdis coulé en place :

$$\Delta M_g = 1,059 \text{ MNxm}$$

- Poids des superstructures :

$$M_g' = 0,711 \text{ MNxm}$$

$$M_g'_{1} = 0,853 \text{ MNxm}$$

$$M_g'_{2} = 0,568 \text{ MNxm}$$

- Charges de chaussée (avec leurs valeurs nominales directement issues du fascicule 61, titre II)

$$M_{qr} = 2,898 \text{ MNxm}$$

- Charges de trottoir

$$M_{qt} = 0,054 \text{ MNxm}$$

D'où globalement pour les charges routières (chaussée + trottoirs), les moments :

- rare : $M_{rr} = 1,2 M_{qr} + M_{qt} = 3,532 \text{ MNxm}$

- fréquent : $M_{rf} = 0,6 (1,2 M_{qr} + M_{qt}) = 2,119 \text{ MNxm}$

- quasi-permanent : $M_{rqp} = 0$

2.2 - Précontrainte

Les valeurs probables et caractéristiques de la tension dans les câbles aux principales étapes de construction de la structure sont les suivantes :

ETAPES	Première famille			Deuxième famille		
	σ_{pm}	σ_{p1}	σ_{p2}	σ_{pm}	σ_{p1}	σ_{p2}
① Après mise en tension de la 1 ^{ère} famille (7j)	1214	1283	1145			
② Après coulage du hourdis (28j)	1214	1283	1145			
③ Après mise en tension de la 2 ^{ème} famille (35j)	1159	1239	1079	1245	1308	1182
④ Après pose des superstructures (70j)	1151	1232	1070	1228	1294	1162
⑤ Mise en service (90j)	1141	1224	1058	1216	1284	1148
⑥ Après stabilisation des pertes (∞)	1028	1134	922	1097	1189	1005

3 - Justifications aux états-limites de service

3.1 - Calculs en section non fissurée

Dans les tableaux qui suivent sont récapitulées les contraintes normales calculées sur les sections non fissurées :

σ = contrainte en fibre supérieure de la poutre

σ' = contrainte en fibre inférieure de la poutre

σ_h = contrainte en fibre supérieure du hourdis

σ'_h = contrainte en fibre inférieure du hourdis

Les calculs ont été effectués à partir :

- de P_m et de g' pour le tableau A

- de P_1 et de g'_2 pour le tableau B (de façon à faire apparaître les contraintes maximales en fibre inférieure et minimales en fibre supérieure)

- de P_2 et de g'_1 pour le tableau C (afin de mettre en évidence les contraintes minimales en fibre inférieure et maximales en fibre supérieure)

Tableau A

Etapas de construction (valeurs probables) $Mg' = 0,711$	σ'		σ		σ'_R		σ_R	
	partielles	cumulées	partielles	cumulées	partielles	cumulées	partielles	cumulées
. Poids propre de la poutre préfabriquée	- 9,767		6,106					
. Mise en tension de la première famille	15,460		- 3,332					
Etape (1) : après mise en tension de la 1 ^{ère} famille (7j)		5,701		2,774				
. Coulage du hourdis	- 3,974		2,484					
. Pertes dans les câbles de la 1 ^{ère} famille	0,000		0,000					
Etape (2) : après coulage du hourdis (28j)		1,727		5,250				
. Mise en tension de la 2 ^{ème} famille	9,446		- 1,172		- 0,004		- 1,172	
. Pertes dans les câbles de la 1 ^{ère} famille	- 0,682		0,100		0,014		0,100	
Etape (3) : après mise en tension de la 2 ^{ème} famille (35j)		10,491		4,186		0,010		- 1,072
. Pose des superstructures	- 2,418		0,975		0,602		0,975	
. Pertes dans les câbles de la 1 ^{ère} famille	- 0,099		0,015		0,002		0,015	
. Pertes dans les câbles de la 2 ^{ème} famille	- 0,129		0,016		0,000		0,016	
Etape (4) : après pose des superstructures (70j)		7,845		5,192		0,614		- 0,066
. Pertes dans les câbles de la 1 ^{ère} famille	- 0,124		0,018		0,003		0,018	
. Pertes dans les câbles de la 2 ^{ème} famille	- 0,091		0,011		0,000		0,011	
Etape (5) : mise en service (90j)		7,630		5,221		0,617		- 0,037
Etape (5.1) : sous charges rares (90j)	- 11,031	- 3,401	4,708	9,929	2,977	3,594	4,708	4,671
Etape (5.2) : sous charges fréquentes (90j)	- 6,618	1,012	2,825	8,046	1,786	2,403	2,825	2,788
. Pertes dans les câbles de la 1 ^{ère} famille	- 1,400		0,206		0,029		0,206	
. Pertes dans les câbles de la 2 ^{ème} famille	- 0,903		0,112		0,000		0,112	
Etape (6) : après stabilisation des pertes (∞)		5,327		5,539		0,646		0,281
Etape (6.1) : sous charges rares (∞)	- 11,031	- 5,704	4,708	10,247	2,977	3,623	4,708	4,989
Etape (6.2) : sous charges fréquentes (∞)	- 6,618	- 1,291	2,825	8,364	1,786	2,432	2,825	3,106

Tableau B

Etapas de construction (P_1, g'_2)	$Mg'_2 = 0,568$	σ'		σ		σ'_R		σ_R	
		partielles	cumulées	partielles	cumulées	partielles	cumulées	partielles	cumulées
. Poids propre de la poutre préfabriquée		- 9,767		6,106					
. Mise en tension de la première famille		16,347		- 3,521					
Etape (1) : après mise en tension de la 1 ^{ère} famille (7j)			6,580 < 0,6 $f_{c_7} = 15$		2,585				
. Coulage du hourdis		- 3,974		2,484					
. Pertes dans les câbles de la 1 ^{ère} famille		0,000		0,000					
Etape (2) : après coulage du hourdis (28j)			2,606		5,069				
. Mise en tension de la 2 ^{ème} famille		9,924		- 1,231		- 0,004		- 1,231	
. Pertes dans les câbles de la 1 ^{ère} famille		- 0,545		0,080		0,011		0,080	
Etape (3) : après mise en tension de la 2 ^{ème} famille (35j)			11,985 < 0,6 $f_{c_{28}} = 18$		3,918		0,007		- 1,151
. Pose des superstructures		- 1,933		0,780		0,481		0,780	
. Pertes dans les câbles de la 1 ^{ère} famille		- 0,087		0,013		0,002		0,013	
. Pertes dans les câbles de la 2 ^{ème} famille		- 0,106		0,013		0,000		0,013	
Etape (4) : après pose des superstructures (70j)			9,859		4,724		0,490		- 0,345
. Pertes dans les câbles de la 1 ^{ère} famille		- 0,099		0,015		0,002		0,015	
. Pertes dans les câbles de la 2 ^{ème} famille		- 0,076		0,009		0,000		0,009	
Etape (5) : mise en service (90j)			9,884 < 0,5 $f_{c_{28}} = 15$		4,748		0,492		- 0,321
Etape (5.1) : sous charges rares (90j)		- 11,031	- 1,347	4,708	9,456	2,977	3,469	4,708	4,387
Etape (5.2) : sous charges fréquentes (90j)		- 6,818	3,066	2,825	7,573	1,786	2,278	2,825	2,504
. Pertes dans les câbles de la 1 ^{ère} famille		- 1,115		0,164		0,023		0,164	
. Pertes dans les câbles de la 2 ^{ème} famille		- 0,721		0,089		0,000		0,089	
Etape (6) : après stabilisation des pertes (∞)			7,848		5,001		0,515		- 0,068
Etape (6.1) : sous charges rares (∞)		- 11,031	- 3,183	4,708	9,709	2,977	3,492	4,708	4,640
Etape (6.2) : sous charges fréquentes (∞)		- 6,618	1,230	2,825	7,826	1,786	2,301	2,825	2,757

Tableau C

Etapes de construction (P_2, g_1)	$Mg_1 = 0,863$	σ'		σ		σ'_R		σ_R	
		partielles	cumulées	partielles	cumulées	partielles	cumulées	partielles	cumulées
. Poids propre de la poutre préfabriquée		- 9,767		6,106					
. Mise en tension de la 1 ^{ère} famille		14,589		- 3,142					
Etape (1) : après mise en tension de la 1 ^{ère} famille (7j)			4,822		2,964				
. Coulage du hourdis		- 3,974		2,484					
. Pertes dans les câbles de la 1 ^{ère} famille		0,000		0,000					
Etape (2) : après coulage du hourdis (28j)			0,848		5,448				
. Mise en tension de la 2 ^{ème} famille		8,968		- 1,113		- 0,004		- 1,113	
. Pertes dans les câbles de la 1 ^{ère} famille		- 0,818		0,120		0,017		0,120	
Etape (3) : après mise en tension de la 2 ^{ème} famille (35j)			8,998		4,455		0,013		- 0,993
. Pose des superstructures		- 2,901		1,170		0,722		1,170	
. Pertes dans les câbles de la 1 ^{ère} famille		- 0,112		0,016		0,002		0,016	
. Pertes dans les câbles de la 2 ^{ème} famille		- 0,152		0,019		0,000		0,019	
Etape (4) : après pose des superstructures (70j)			5,833		5,660		0,737		0,212
. Pertes dans les câbles de la 1 ^{ère} famille		- 0,149		0,022		0,009		0,022	
. Pertes dans les câbles de la 2 ^{ème} famille		- 0,106		0,013		0,000		0,013	
Etape (5) : mise en service (90j)			5,578		5,695		0,740		0,247
Etape (5.1) : sous charges rares (90j)		- 11,031	- 5,453	4,708	10,403	2,977	3,717	4,708	4,955
Etape (5.2) : sous charges fréquentes (90j)		- 6,618	- 1,040	2,825	8,520	1,786	2,526	2,825	3,072
. Pertes dans les câbles de la 1 ^{ère} famille		- 1,685		0,247		0,035		0,247	
. Pertes dans les câbles de la 2 ^{ème} famille		- 1,065		0,135		0,000		0,135	
Etape (6) : après stabilisation des pertes (∞)			2,808 ≥ 0		6,077 $\leq 0,5f_{c28}$		0,775		0,629
Etape (6.1) : sous charges rares (∞)		- 11,031	- 8,223	4,708	10,785	2,977	3,752	4,708	5,337
Etape (6.2) : sous charges fréquentes (∞)		- 6,618	- 3,810	2,825	8,902	1,786	2,561	2,825	3,454

Il apparaît sur ces tableaux que les contraintes limites de compression sont facilement respectées et que sous combinaisons quasi-permanentes la condition de non décompression au droit de la section d'enrobage (qui atteint ici la fibre inférieure) est largement satisfaite puisqu'en situation d'exploitation, sous $S (P_2 + G_{max})$ la contrainte en fibre inférieure est encore de 2,808 MPa, ce qui montre au passage que la précontrainte n'est pas calée au minimum permis par la classe III.

Bien évidemment, les contraintes calculées en section non fissurée sous combinaisons rares et fréquentes n'ont aucun sens physique.

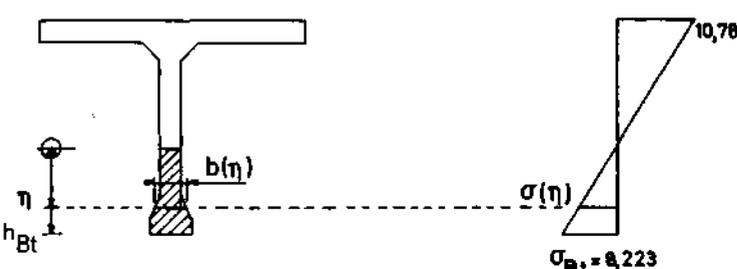
Il reste maintenant à dimensionner un ferrailage respectant :

- les règles particulières de ferrailage minimal (art.6.1,32)
- les conditions d'équilibre mécanique de la classe III (art.6.1,24).

3.2 - Armatures passives

3.2.1 - Ferrailage minimal

Il est donné par : $A_s = \frac{B_t}{1000} + \frac{N_{Bt}}{f_e} \cdot \frac{f_{tj}}{\sigma_{Bt}}$ avec $N_{Bt} = \int_0^{h_{Bt}} b(\eta) \sigma(\eta) d\eta$



et $\sigma(\eta) = \frac{\eta}{h_{Bt}} \sigma_{Bt}$

d'où $N_{Bt} = \frac{\sigma_{Bt}}{h_{Bt}} \int_0^{h_{Bt}} \eta b(\eta) d\eta$

$$= \frac{\sigma_{Bt}}{h_{Bt}} S_y$$

en désignant par S_y le moment statique de la surface hachurée par rapport à l'axe neutre. Si S_{Bt} représente le moment statique de cette même surface par rapport à la fibre inférieure :

$$S_y = B_t h_{Bt} - S_{Bt}$$

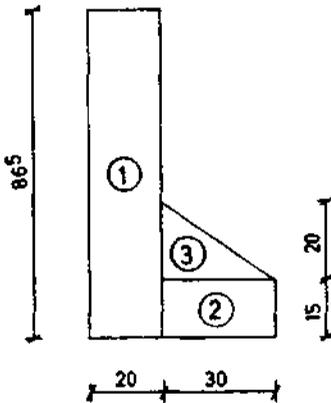
$$\text{Par suite : } N_{Bt} = \sigma_{Bt} \left(B_t - \frac{S_{Bt}}{h_{Bt}} \right)$$

$$\text{Et : } A_s = \frac{B_t}{1000} + \left[B_t - \frac{S_{Bt}}{h_{Bt}} \right] \frac{f_{tj}}{f_e}$$

Dans notre cas :

$$h_{Bt} = 2 \times \frac{8,223}{8,223 + 10,785} = 0,865 \text{ m}$$

La surface tendue peut donc se schématiser ainsi :



Secteur	Bt(m ²)	S _{Bt} (m ³)
①	0,1730	0,0749
②	0,0450	0,0034
③	0,0300	0,0065
	0,2480	0,0848

$$D'où N_{Bt} = 8,223 \left(0,2480 - \frac{0,0848}{0,865} \right) = 1,234 \text{ MN}$$

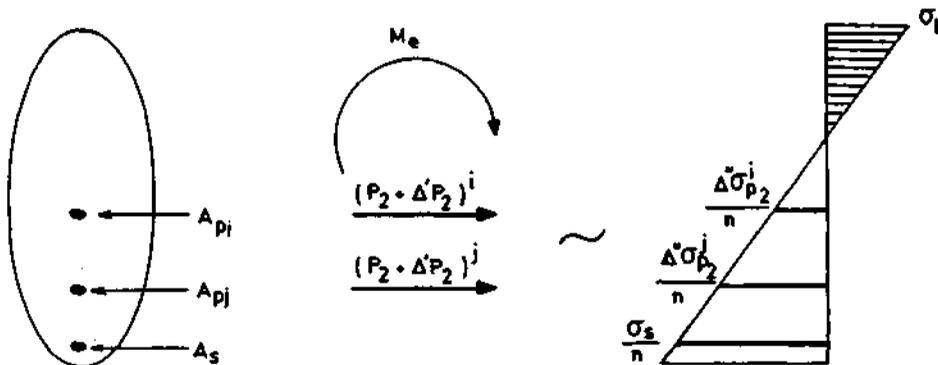
$$Et : A_s = \frac{0,2480}{1000} + \frac{1234}{400} \times \frac{2,4}{8,223} = 11,49 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 11,49 \text{ cm}^2$$

3.2.2 - Équilibre mécanique de la section fissurée

3.2.2.1 - Principe

L'étude de cet équilibre se réduit à un calcul de contraintes sur la section fissurée soumise à une sollicitation de flexion composée constituée :

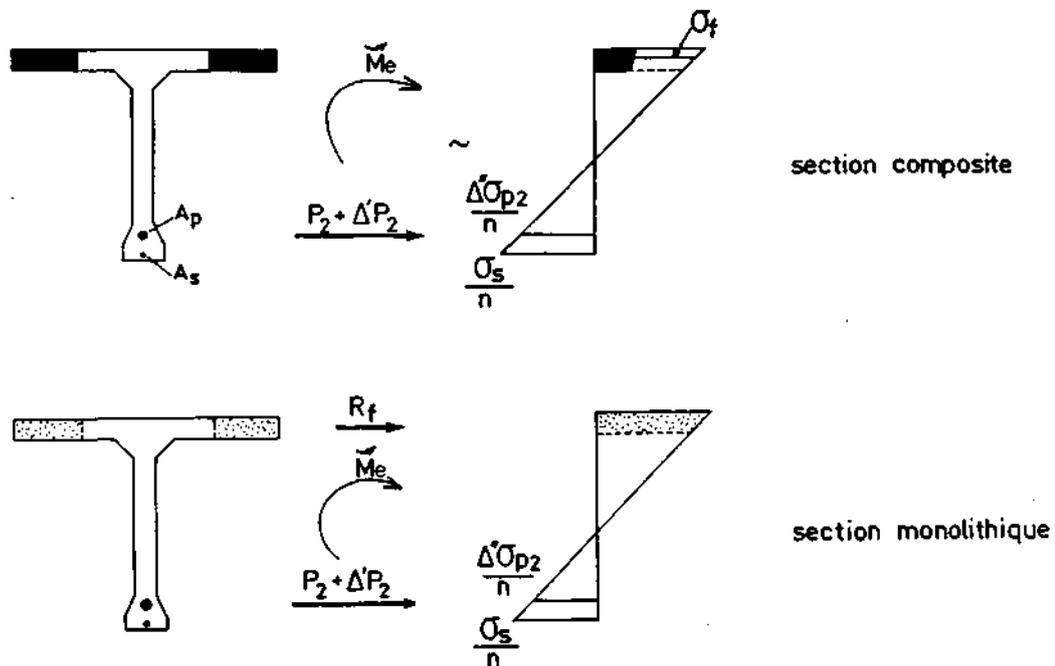
- du moment fléchissant extérieur M_e
- de forces de compression $P_2 + \Delta P_2$ appliquées au niveau des différentes armatures de précontrainte.



Le problème se complique ici légèrement du fait du décalage de contraintes entre la table supérieure de la poutre préfabriquée et le hourdis adjacent, coulé en place.

Cette difficulté est toutefois facile à surmonter si l'on remarque que ce décalage est constant, indépendant des sollicitations appliquées et parfaitement connu à l'avance.

Désignons en effet par σ_f la différence (connue) entre la contrainte sur une fibre quelconque de la poutre préfabriquée et la contrainte sur une fibre de même niveau du hourdis coulé en place.



Si les contraintes sur la section finale suivaient partout, sans discontinuité, la distribution linéaire des contraintes affectant la section initiale, le torseur des sollicitations équilibrées serait majoré de la résultante \vec{R}_f des contraintes σ_f précédemment définies.

A contrario, pour obtenir la répartition des contraintes dans la section composite, il suffit de calculer les contraintes sur la section finale, supposée monolithique sous l'effet des sollicitations :

$$\text{Sys } (\vec{M}_e, P_2 + \Delta P_2, \vec{R}_f)$$

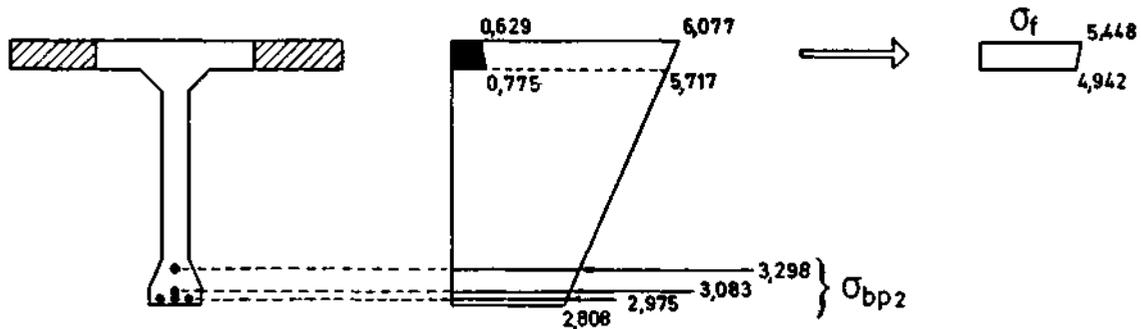
où \vec{R}_f est connu puisque les σ_f le sont, puis de décaler des contraintes ainsi trouvées les σ_f au droit du hourdis coulé en place.

3.2.2.2 - Données du calcul

Dans notre cas, il est clair que le calcul en section fissurée est à effectuer en situation d'exploitation, une fois les pertes stabilisées, en prenant en compte la précontrainte avec sa petite valeur caractéristique P_2 et les superstructures avec leur valeur caractéristique maximale g'_1 , ceci tant sous l'effet des combinaisons rares que sous l'effet des combinaisons fréquentes.

a - Etat de la section, à vide

Sous $S (P_2 + G_{max})$ la distribution des contraintes normales est la suivante (voir tableau C) :



avec :

cables	d' (m)	σ_{p2} (MPa)	$\Delta\sigma_{p2} = 5\sigma_{bp2}$ (MPa)	$P_2 + \Delta P_2$ (MN)	$(P_2 + \Delta P_2)d'$ (MN.m)
1,2 et 3 (1ère famille)	0,102	922	14,9	2,1080	0,2150
4	0,168	1005	15,4	0,7653	0,1286
5					
2ème famille		0,300	1005	16,5	0,2298
				3,6395	0,5734

b - Efforts à prendre en compte

Nous allons les définir par leurs éléments de réduction par rapport au niveau de la fibre inférieure :

N , effort normal

M/i , moment par rapport au niveau de la fibre inférieure

- Efforts extérieurs ($N = 0$, $M/i = M_e$) :

- rare : $M_r = M_g + \Delta M_g + M_g' + M_{rr} = 2,603 + 1,059 + 0,853 + 3,532 = 8,047$ MNxm

- fréquent : $M_f = M_g + \Delta M_g + M_g' + M_{rf} = 2,603 + 1,059 + 0,853 + 2,119 = 6,634$ MNxm

- Efforts de précontrainte :

$$N = P_2 + \Delta' P_2 = 3,6395 \text{ MN}$$

$$M_e/i = (P_2 + \Delta' P_2) d' = 0,5734 \text{ MNm}$$

- Efforts fictifs de décalage (\vec{R}_f , résultante des σ_f)

B (m ²)	σ_{fm} (MPa)	N (MN)	d' (m)	M_e/i (MNxm)
0,2933	4,942	1,4493	1,8900	2,7392
0,2933	0,2530	0,0742	1,9267	0,1429
		1,5235		2,8821

D'où les efforts totaux :

$$\begin{aligned} \text{- rare} \quad \left\{ \begin{array}{l} N = 3,6395 + 1,5235 = 5,1630 \text{ MN} \\ M_e/i = 8,047 + 0,5734 + 2,8821 = 11,5025 \text{ MNxm} \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{- fréquent} \quad \left\{ \begin{array}{l} N = 3,6395 + 1,5235 = 5,1630 \text{ MN} \\ M_e/i = 6,634 + 0,5734 + 2,8821 = 10,0895 \text{ MNxm} \end{array} \right. \end{aligned}$$

3.2.3 - Dimensionnement sommaire des armatures

Si l'on admet, en 1ère approximation qu'armatures de précontrainte et armatures passives sont au même niveau, soit sensiblement à :

$$d' = \frac{3 \times 0,102 + 0,168 + 0,300}{5} \simeq 0,155 \text{ m}$$

de la fibre inférieure, les conditions déterminantes seront évidemment :

- sous combinaisons rares, le respect de

$$\Delta \sigma_{plim} = 0,10 f_{prg} = 177 \text{ MPa}$$

soit, puisque $\Delta \sigma_{p2} \simeq 15 \text{ MPa}$ (voir 3.2.2.2)

$$\Delta \sigma_{plim} = 177 - 15 = 162 \text{ MPa}$$

- sous combinaisons fréquentes, le respect de :

$$\sigma_{s \text{ lim}} = 60 \text{ MPa.}$$

D'où, si l'on désigne par d la hauteur utile de l'ensemble des armatures ($d = 2 - 0,155 = 1,845$ m), par $A_t = A_s + \rho A_p = A_s + \frac{1}{2} A_p$ leur section totale (compte tenu du coefficient d'abattement ρ prévu sur la section des armatures de précontrainte et qui vaut ici $\frac{1}{2}$ puisqu'on est en post-tension avec injection au coulis de ciment et que les torons présentent une adhérence de forme) enfin par δ la distance à la fibre supérieure de la résultante des efforts appliqués ($\delta = h - \frac{N}{i}$) :

- pour les combinaisons rares :

$$\delta = 2,00 - \frac{11,5025}{5,1630} = - 0,2279 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{et } A_t &= N \left(\frac{d - \delta}{z} - 1 \right) \frac{1}{\sigma_{sp} \lim} = 5,163 \left(\frac{1,845 + 0,2279}{0,9 \times 1,845} - 1 \right) \frac{1}{152} \\ &= 79,2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 79,2 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

en admettant : $z \simeq 0,9 d$

- pour les combinaisons fréquentes :

$$\delta = 2,00 - \frac{10,0895}{5,1630} = 0,0458 \text{ m}$$

$$\text{et } A_t = N \left(\frac{d - \delta}{z} - 1 \right) \times \frac{1}{\sigma_s \lim} = 5,163 \left(\frac{1,845 - 0,0458}{0,9 \times 1,845} - 1 \right) \times \frac{1}{60} = 71,9 \text{ cm}^2$$

Ce sont donc, a priori, les combinaisons rares qui dimensionnent les armatures.

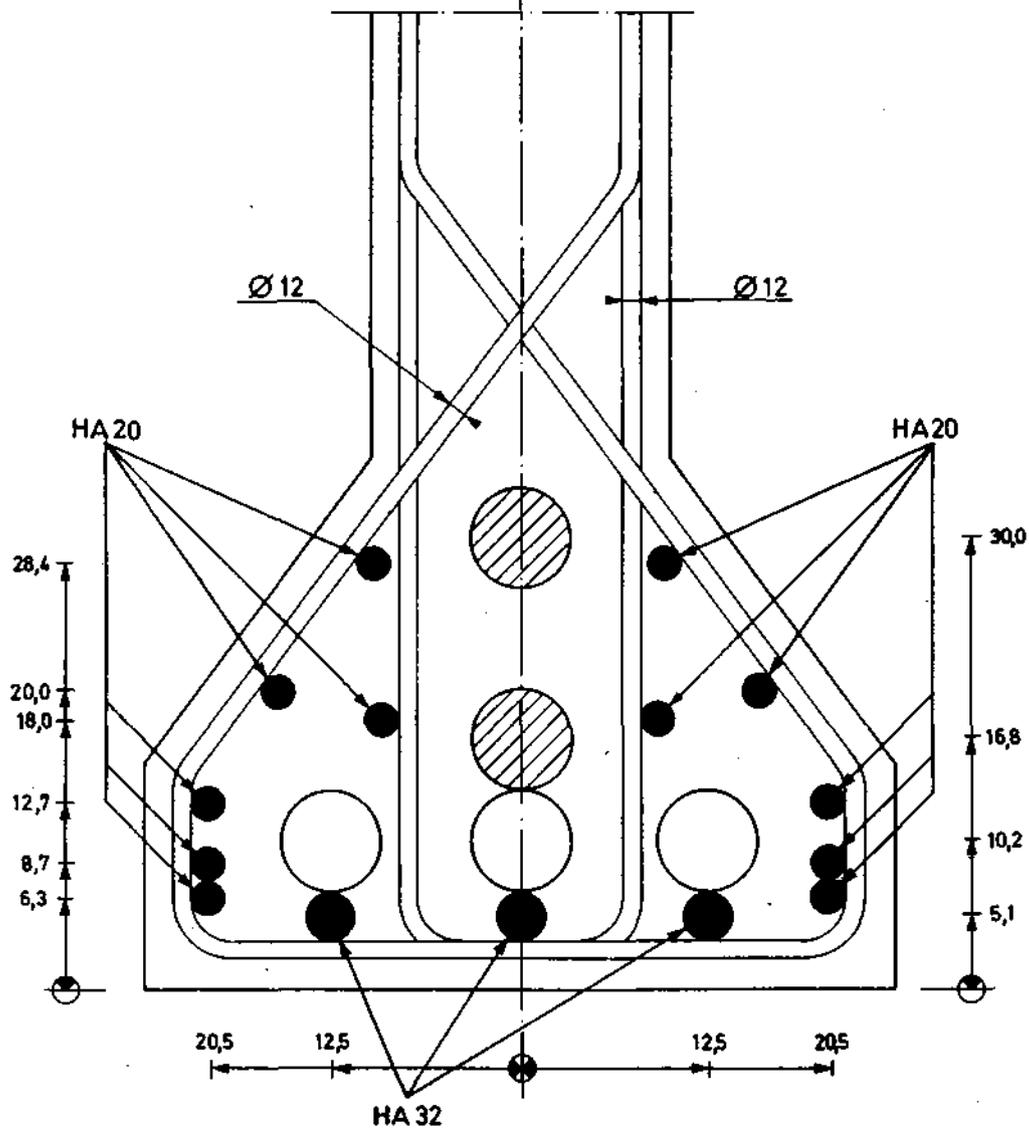
On en déduit :

$$A_s = A_t - \frac{1}{2} A_p = 79,2 - \frac{37,5}{2} = 60,5 \text{ cm}^2$$

3.2.4 - Justification de la section aux ELS

Le ferrailage passif retenu comporte finalement :

Armatures	Section (cm ²)	d' (cm)	d = h-d' (cm)
3 HA 32	24,12	5,1	194,9
2 HA 20	6,28	6,3	193,7
2 HA 20	6,28	8,7	191,3
2 HA 20	6,28	12,7	187,3
2 HA 20	6,28	18,0	182,0
2 HA 20	6,28	20,0	180,0
2 HA 20	6,28	28,4	171,6
	61,8		



Détail du talon

- câbles de 1^{ère} famille
- ◐ câbles de 2^{ème} famille

Nous avons déjà vu que si l'on désigne par :

$B(y)$ l'aire de la section du béton comprimé

$S(y)$ le moment statique de cette section par rapport à l'horizontale passant par la fibre supérieure

$J(y)$ le moment d'inertie de cette même section par rapport à l'horizontale en cause.

et que si l'on pose :

$$\bar{B}(y) = B(y) + \sum \pi_i \rho_i A_i$$

$$\bar{S}(y) = S(y) + \sum \pi_i \rho_i A_i d_i$$

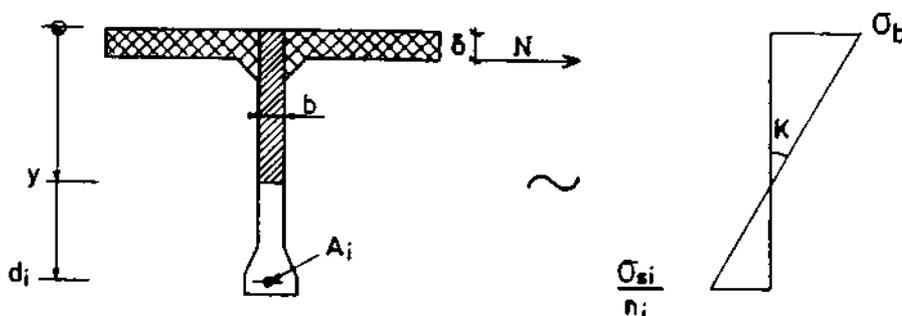
$$\bar{J}(y) = J(y) + \sum \pi_i \rho_i A_i d_i^2$$

la position de l'axe neutre est donnée par :

$$\delta y \bar{B}(y) - (y + \delta) \bar{S}(y) + \bar{J}(y) = 0 \quad (1)$$

et la pente K du diagramme de contraintes par :

$$K = \frac{N}{y \bar{B}(y) - \bar{S}(y)} \quad (2)$$



Il est logique de penser que dans notre cas l'axe neutre va tomber dans l'âme.

Si donc, l'on représente par :

B_0 l'aire de la section doublement hachurée

S_0 son moment statique par rapport à l'horizontale de la fibre supérieure

J_0 son moment d'inertie par rapport à cette même horizontale.

et si l'on pose :

$$\begin{aligned}\bar{B}_0 &= B_0 + \sum m_i \rho_i A_i \\ \bar{S}_0 &= S_0 + \sum m_i \rho_i A_i d_i \\ \bar{J}_0 &= J_0 + \sum m_i \rho_i A_i d_i^2\end{aligned}$$

l'on a :

$$\bar{B}(y) = \bar{B}_0 + by$$

$$\bar{S}(y) = \bar{S}_0 + \frac{by^2}{2}$$

$$\bar{J}(y) = \bar{J}_0 + \frac{by^3}{3}$$

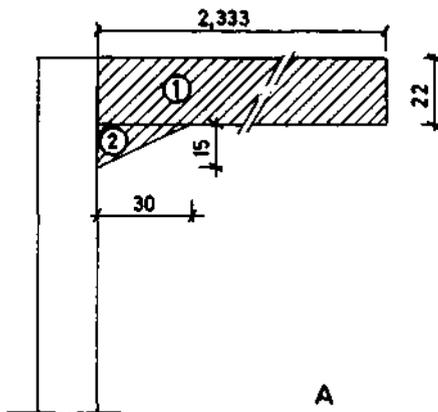
L'équation (1) devient donc :

$$-\frac{b}{6} y^3 + \frac{b\delta}{2} y^2 + y(\delta \bar{B}_0 - \bar{S}_0) + \bar{J}_0 - \delta \bar{S}_0 = 0 \quad (1')$$

et la relation (2):

$$K = \frac{N}{\frac{b}{2} y^2 + y \bar{B}_0 - \bar{S}_0} \quad (2')$$

Calculons \bar{B}_0 , \bar{S}_0 , \bar{J}_0 .



Secteur	B_0	S_0	J_0
1	0,51326	0,056459	0,0082806
2	0,0225	0,006075	0,0016684
	0,53576	0,062534	0,0099490

A (m ²)	d_i (m)	$n_i \rho_i$	$n_i \rho_i A_i$ (m ²)	$n_i \rho_i A_i d_i$ (m ³)	$n_i \rho_i A_i d_i^2$ (m ⁴)
aciers	$22,5 \times 10^{-4}$	1,898	$168,75 \times 10^{-4}$	$320,29 \times 10^{-4}$	$607,91 \times 10^{-4}$
de	$7,5 \times 10^{-4}$	1,832	$56,25 \times 10^{-4}$	$103,05 \times 10^{-4}$	$188,79 \times 10^{-4}$
précontrainte	$7,5 \times 10^{-4}$	1,700	$56,25 \times 10^{-4}$	$95,63 \times 10^{-4}$	$162,56 \times 10^{-4}$
	$24,12 \times 10^{-4}$	1,949	$361,80 \times 10^{-4}$	$706,15 \times 10^{-4}$	$1374,33 \times 10^{-4}$
	$6,28 \times 10^{-4}$	1,937	$94,20 \times 10^{-4}$	$182,47 \times 10^{-4}$	$353,44 \times 10^{-4}$
	$6,28 \times 10^{-4}$	1,913	$94,20 \times 10^{-4}$	$180,20 \times 10^{-4}$	$344,73 \times 10^{-4}$
	$6,28 \times 10^{-4}$	1,873	$94,20 \times 10^{-4}$	$176,44 \times 10^{-4}$	$330,47 \times 10^{-4}$
	$6,28 \times 10^{-4}$	1,820	$94,20 \times 10^{-4}$	$171,44 \times 10^{-4}$	$312,03 \times 10^{-4}$
	$6,28 \times 10^{-4}$	1,800	$94,20 \times 10^{-4}$	$169,56 \times 10^{-4}$	$305,21 \times 10^{-4}$
	$6,28 \times 10^{-4}$	1,716	$94,20 \times 10^{-4}$	$161,65 \times 10^{-4}$	$277,39 \times 10^{-4}$
			$1208,25 \times 10^{-4}$	$2265,87 \times 10^{-4}$	$4256,84 \times 10^{-4}$

$$D'o\grave{u} : \quad \overline{B}_0 = 0,53576 + 0,120825 = 0,656585 \text{ m}^2$$

$$\overline{S}_0 = 0,062534 + 0,226587 = 0,289121 \text{ m}^3$$

$$\overline{J}_0 = 0,009949 + 0,425684 = 0,435633 \text{ m}^4$$

a - Combinaisons rares

$$\text{Avec : } \delta = - 0,2279$$

l'équation (1') s'écrit :

$$- 0,033333 y^3 - 0,02279 y^2 - 0,438756 y + 0,501524 = 0$$

$$\text{Par suite : } y = 1,01134 \text{ m}$$

et d'après (2') :

$$K = 10,820 \text{ MPa/m}$$

Il en résulte :

$$\text{- dans le béton} \quad \sigma_b = K y = 10,943 \text{ MPa} < \sigma_b \text{ lim} = 0,6 f_{c28} = 18,0 \text{ MPa}$$

$$\text{- au niveau des aciers de précontrainte de la 1ère famille (d}_p = 1,898\text{m) :}$$

$$\Delta\sigma_{p2}'' = n K (d_p - y) = 143,90 \text{ MPa}$$

$$\text{et donc : } \Delta\sigma_{p2} = \Delta\sigma_{p2}' + \Delta\sigma_{p2}'' = 14,9 + 143,9 = 158,8 \text{ MPa} < \sigma_p \text{ lim} = 177 \text{ MPa}$$

$$\text{- au niveau des armatures passives les plus excentrées (d}_s = 1,949 \text{ m)}$$

$$\sigma_s = n K (d_s - y) = 152,2 \text{ MPa} < \sigma_s \text{ lim} = 150 \eta \text{ MPa} = 240 \text{ MPa}$$

Les aciers passifs prévus conviennent donc ; ils semblent même surabondants puisque $\Delta\sigma_{p2} = 158,8 \text{ MPa}$ demeure assez éloigné de $\Delta\sigma_p \text{ lim} = 177 \text{ MPa}$

b - Combinaisons fréquentes

$$\text{Avec } \delta = 0,0458 \text{ m}$$

l'équation(1') devient :

$$- 0,033333 y^3 + 0,00458 y^2 - 0,259049 y + 0,422392 = 0$$

$$D'o\grave{u} : \quad y = 1,34769 \text{ m}$$

$$\text{et : } K = 6,642 \text{ MPa/m}$$

Par suite :

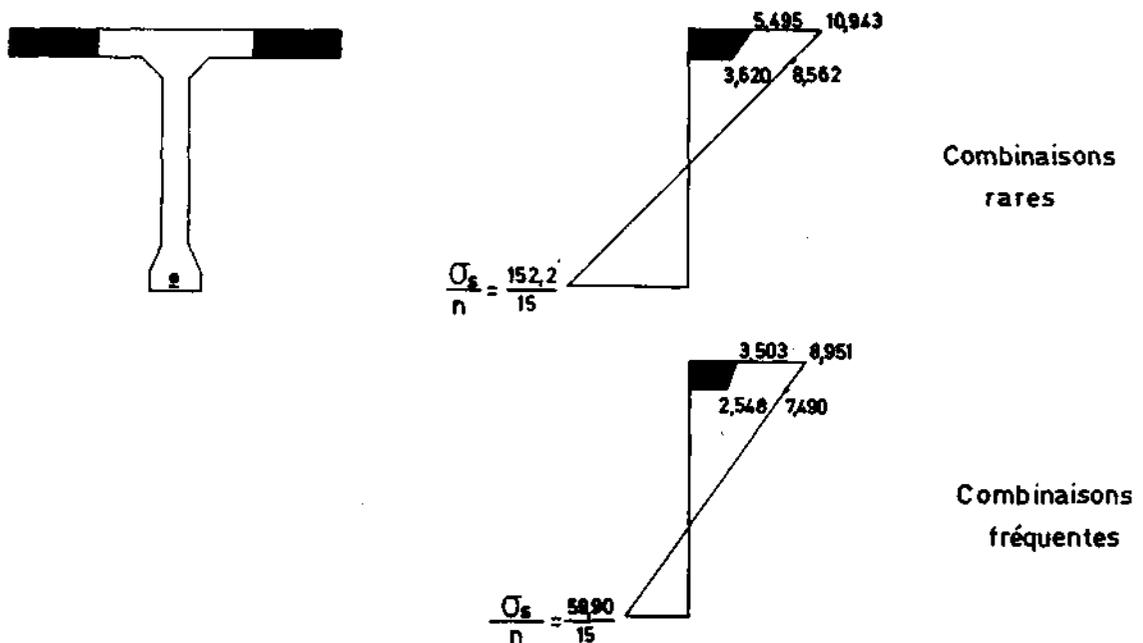
$$\sigma_b = 8,951 \text{ MPa} < \sigma_b \text{ lim} = 18,0 \text{ MPa}$$

$$\text{et dans les aciers passifs les plus excentrés (d}_s = 1,949 \text{ m) :}$$

$$\sigma_s = n K (d_s - y) = 59,90 \text{ MPa} < \sigma_s \text{ lim} = 60 \text{ MPa}$$

Ainsi donc on est très proche de la limite dans les aciers passifs sous combinaison fréquente et, contrairement à ce que semblait montrer le dimensionnement sommaire effectué en 3.2.3, c'est ici, en fait, la combinaison fréquente qui s'avère déterminante pour le ferrailage passif longitudinal.

En définitive, la répartition des contraintes dans la section composite, sous l'effet des combinaisons rares et fréquentes, s'établit ainsi :

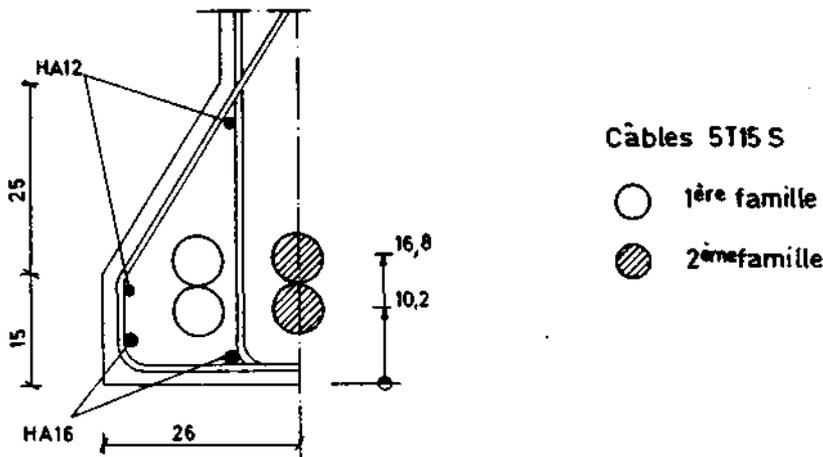


4 - Classe III - Solution variante

Le ferrailage obtenu est à la limite du raisonnable et ce bien que, comme déjà signalé, la précontrainte ne soit pas calée sur sa valeur minimale.

Si l'on veut réduire la quantité d'aciers passifs, il faut augmenter la précontrainte.

On a donc essayé une solution à 6 câbles 5 T 15 S, comportant un talon légèrement plus étoffé que précédemment selon le schéma suivant :



Les efforts extérieurs demeurent inchangés, sauf le moment de poids propre de la poutre préfabriquée qui devient :

$$M_g = 2,650 \text{ MNxm}$$

Si l'on admet que les tensions dans les armatures de précontrainte sont les mêmes que dans la solution de base, les contraintes cumulées aux principales étapes de la vie de l'ouvrage sont données dans le tableau ci-après.

Etapes		σ'	σ	σ'_h	σ_h
①	Après mise en tension de la 1 ^{ère} famille (7j) (avec P_1)	10,927	1,688		
③	Après mise en tension de la 2 ^{ème} famille (35j) (avec P_1)	16,599 <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $< 0,6 f_{c,28} = 18$ </div>	2,994	- 0,161	- 1,357
⑥	En exploitation après stabilisation des pertes (∞) (avec P_2 et g_1)	6,438	5,348	0,649	0,537
⑥-1	Sous charges rares (∞)	- 4,047	9,988	3,625	5,177
⑥-2	Sous charges fréquentes (∞)	0,148	8,131	2,435	3,321

Il est à noter que cette fois-ci, la section demeure entièrement comprimée sous combinaisons fréquentes. Par ailleurs, les contraintes limites de compression sont respectées sans problème.

Aciers passifs

Ils sont en fait déterminés par la condition de ferrailage minimal (art.6.1,32)

$$\text{Ici : } h_{bt} = 2 \times \frac{4,047}{4,047+9,988} = 0,577 \text{ m}$$

Et l'on trouve sans difficulté, en suivant le même processus qu'en 3.2.1 :

$$B_t = 0,2033 \text{ m}^2 \quad N_{bt} = 0,499 \text{ MN}$$

$$\text{D'où } A_s = \frac{0,2033}{1000} + \frac{0,499}{400} \times \frac{2,4}{4,047} = 9,43 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 9,43 \text{ cm}^2$$

Cette section peut être réalisée par exemple par :

Armatures	A_s (cm ²)	d'_s (cm)
2 HA 16	4,02	4,3
2 HA 16	4,02	6,3
2 HA 12	2,26	12,3
	10,30	

Un calcul de flexion composée tout à fait analogue à celui développé en 3.2.4. permet de dégager les principaux éléments suivants :

- Armatures de précontrainte du 1er lit ($d' = 0,102 \text{ m}$) : $\Delta'\sigma_{p2} = 31,9 \text{ MPa}$
- Armatures de précontrainte du 2ème lit ($d' = 0,168 \text{ m}$) : $\Delta'\sigma_{p2} = 31,7 \text{ MPa}$
- Efforts totaux à prendre en compte sur la section finale considérée comme monolithique (sous combinaisons rares) :

$$\left\{ \begin{array}{l} N = 5,8287 \text{ MN} \\ M/i = 11,3588 \text{ MNxm} \\ \delta = h - \frac{M/i}{N} = 2,00 - \frac{11,3588}{5,8287} = 0,0512 \text{ m} \end{array} \right.$$

- Equation du 3ème degré définissant la position de l'axe neutre :

$$- 0,03333 y^3 + 0,00512 y^2 - 0,12537 y + 0,17709 = 0$$

D'où : $y = 1,10427 \text{ m}$

$$K = 9,515 \text{ MPa/m}$$

puis : $\sigma_b = 10,507 \text{ MPa}$

et :

- pour les armatures de précontrainte du 1er lit :

$$\Delta''\sigma_{p2} = 113,3 \text{ MPa} \longrightarrow \Delta\sigma_{p2} = 145,2 \text{ MPa}$$

- pour les armatures de précontrainte du 2ème lit :

$$\Delta''\sigma_{p2} = 103,9 \text{ MPa} \longrightarrow \Delta\sigma_{p2} = 135,6 \text{ MPa}$$

} < 177 MPa

- pour les armatures passives les plus excentrées :

$$\sigma_s = 121,7 \text{ MPa} < 240 \text{ MPa}$$

Cette solution variante, qui nécessite très peu d'aciers passifs est, en définitive beaucoup plus séduisante que la précédente.

5 - Dimensionnements selon d'autres critères

A titre de comparaison, nous avons redimensionné la précontrainte, le talon et les armatures passives selon :

- la classe II et la classe I, compte tenu, comme précédemment de fourchettes tant sur la précontrainte que sur les superstructures.

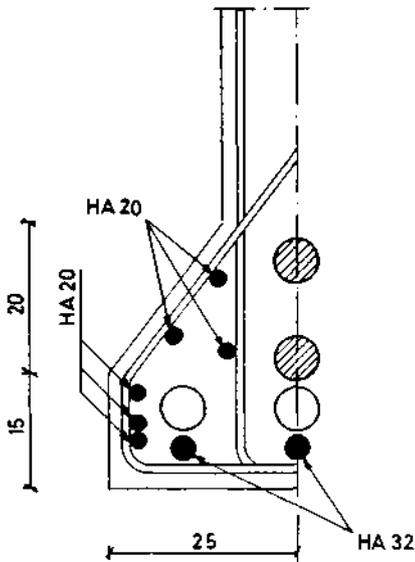
- les trois classes, dans l'hypothèse où il serait fait abstraction de toute fourchette et où l'on raisonnerait donc uniquement sur les valeurs probables P_m de la précontrainte et g' de la charge de superstructures.

Les résultats de ces dimensionnements sont récapitulés sur la figure ci-après :

AVEC FOURCHETTE

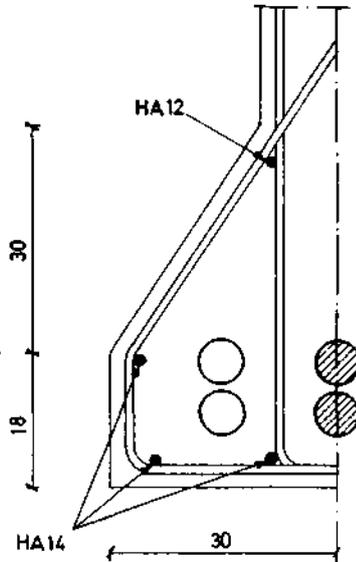
Classe III base

5x(5T15S) → $A_p = 37,5 \text{ cm}^2$
 $A_s = 61,8 \text{ cm}^2$



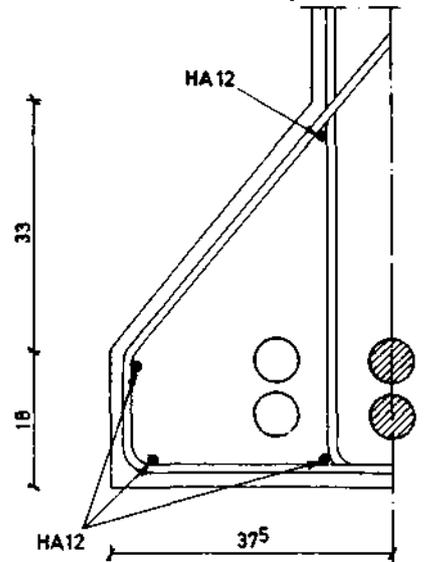
Classe II

6x(6T15S) → $A_p = 54,0 \text{ cm}^2$
 $A_s = 11,5 \text{ cm}^2$



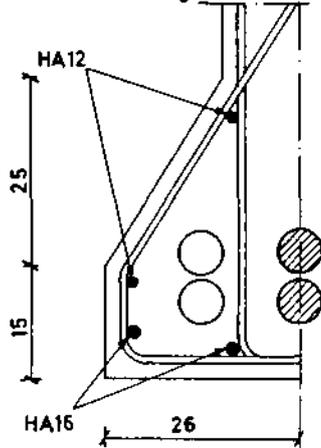
Classe I

6x(7T15S) → $A_p = 63,0 \text{ cm}^2$
 $A_s = 9,0 \text{ cm}^2$



Classe III variante

6x(5T15S) → $A_p = 45,0 \text{ cm}^2$
 $A_s = 12,6 \text{ cm}^2$

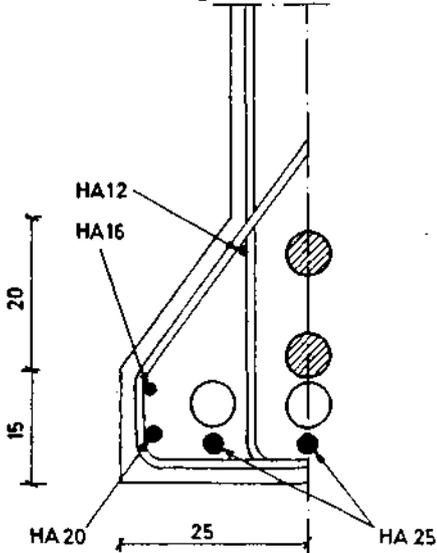


Différentes solutions possibles selon la classe et la prise en compte ou non de fourchettes tant sur la précontrainte que sur les super-structures

SANS FOURCHETTE

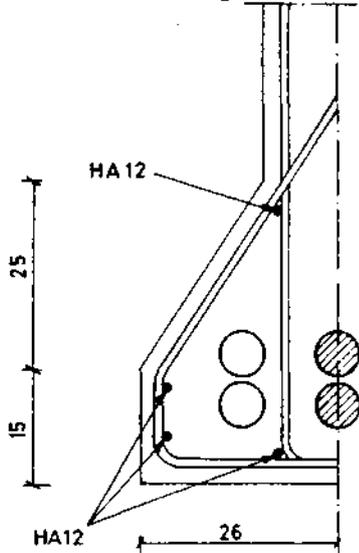
Classe III

5x(5T15S) → $A_p = 37,5 \text{ cm}^2$
 $A_s = 27,3 \text{ cm}^2$



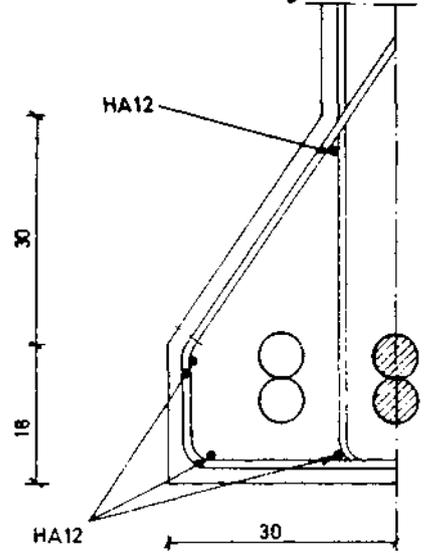
Classe II

6x(5T15S) → $A_p = 45,0 \text{ cm}^2$
 $A_s = 9,0 \text{ cm}^2$



Classe I

6x(6T15S) → $A_p = 54,0 \text{ cm}^2$
 $A_s = 9,0 \text{ cm}^2$



5.1 - Dimensionnements avec fourchette

Nous n'allons considérer, dans ce qui suit, que les deux étapes principales de la vie de l'ouvrage :

- l'étape précédemment numérotée ③, immédiatement après mise en tension des câbles de la 1ère famille (à 35 jours)

- l'étape ⑥, en exploitation après stabilisation des pertes (au bout d'un temps théoriquement infini) avec application en ⑥.1 des charges d'exploitation rares et en ⑥.2 des charges d'exploitation fréquentes.

Le tableau D qui suit récapitule pour les solutions de base en classe III, variante en classe III, classe II et classe I les tensions caractéristiques et probables dans les armatures ainsi que les contraintes du béton.

Tableau D

	Tensions dans les câbles (MPa)						Contraintes du béton (MPa)			
	1ère famille			2ème famille			σ'	σ	σ'_h	σ_h
	σ_{pm}	σ_{p1}	σ_{p2}	σ_{pm}	σ_{p1}	σ_{p2}				
Classe III base (5 câbles 5T15S)										
Etape ③ avec P_1 (avec P_m)	1159	1239	1079	1245	1308	1182	11,985 (10,491)	3,918 (4,186)	0,007 (0,010)	-1,151 (-1,072)
Etape ⑥ avec P_2, g'_1 (avec P_m, g')	1028	1134	922	1097	1189	1005	2,808 (5,327)	6,077 (5,539)	0,775 (0,646)	0,629 (0,281)
⑥-1 avec P_2, g'_1 (avec P_m, g')							-8,223 (-5,704)	10,785 (10,247)	3,752 (3,623)	5,337 (4,989)
⑥-2 avec P_2, g'_1 (avec P_m, g')							-3,810 (-1,291)	8,902 (8,364)	2,561 (2,432)	3,454 (3,106)
Classe III variante (6 câbles 5T15S)										
Etape ③ avec P_1 (avec P_m)	1159	1239	1079	1245	1308	1182	16,599 (14,832)	2,994 (3,319)	-0,161 (-0,150)	-1,357 (-1,262)
Etape ⑥ avec P_2, g'_1 (avec P_m, g')	1028	1134	922	1097	1189	1005	6,438 (9,303)	5,348 (4,740)	0,649 (0,507)	0,537 (0,160)
⑥-1 avec P_2, g'_1 (avec P_m, g')							-4,047 (-1,183)	9,988 (9,380)	3,625 (3,483)	5,177 (4,799)
⑥-2 avec P_2, g'_1 (avec P_m, g')							0,148 (3,012)	8,131 (7,524)	2,435 (2,292)	3,321 (2,943)

Tableau D (suite)

	Tensions dans les câbles (MPa)						Contraintes du béton (MPa)			
	1ère famille			2ème famille			σ'	σ	σ'_h	σ_h
	σ_{pm}	σ_{p1}	σ_{p2}	σ_{pm}	σ_{p1}	σ_{p2}				
Classe II (6 câbles 6T15S)										
Etape ③ avec P_1 (avec P_m)	1118	1206	1030	1233	1298	1168	17,884 (15,951)	2,851 (3,214)	-0,188 (-0,173)	-1,358 (-1,248)
Etape ⑥ avec P_2, g'_1 (avec P_m, g')	946	1068	824	1033	1138	928	6,492 (9,673)	5,437 (4,764)	0,669 (0,516)	0,721 (0,302)
⑥-1 avec P_2, g'_1 (avec P_m, g')							-2,396 (0,786)	9,873 (9,201)	3,640 (3,847)	5,157 (4,739)
⑥-2 avec P_2, g'_1 (avec P_m, g')							1,160 (4,342)	8,098 (7,426)	2,451 (2,658)	3,384 (2,965)
Classe I (6 câbles 7T15S)										
Etape ③ avec P_1 (avec P_m)	1118	1206	1030	1233	1298	1168	18,140 (16,286)	3,018 (3,375)	-0,204 (-0,187)	-1,332 (-1,225)
Etape ⑥ avec P_2, g'_1 (avec P_m, g')	942	1065	819	1030	1136	924	7,406 (10,430)	5,537 (4,879)	0,663 (0,508)	0,688 (0,280)
⑥-1 avec P_2, g'_1 (avec P_m, g')							0,000 (3,025)	9,774 (9,117)	3,620 (3,465)	4,926 (4,518)
⑥-2 avec P_2, g'_1 (avec P_m, g')							2,963 (5,987)	8,079 (7,422)	2,437 (2,282)	3,231 (2,823)

Il convient de remarquer que la solution classe I n'est pas strictement réglementaire du fait que :

- la contrainte de compression limite à 35 jours, immédiatement après mise en tension de la deuxième famille est légèrement dépassée (18,14 MPa > 0,6 f_{cj} = 18,0 MPa)

- mais surtout que des contraintes de traction apparaissent dans le hourdis en situation d'exécution.

Ceci ne signifie pas, bien entendu, que les dispositions retenues sont mauvaises, mais plutôt que la classe I appliquée dans toute sa rigueur est une utopie.

5.2 - Dimensionnements sans fourchette

Du tableau D il ressort, tant pour la précontrainte que pour la géométrie du talon, la correspondance suivante :

Avec fourchette	sans fourchette
classe III base	classe III
classe III variante	classe II
classe II	classe I

Bien entendu, les aciers passifs sont à redimensionner en chaque cas d'espèce.

6 - Conclusions

Il apparaît ainsi que :

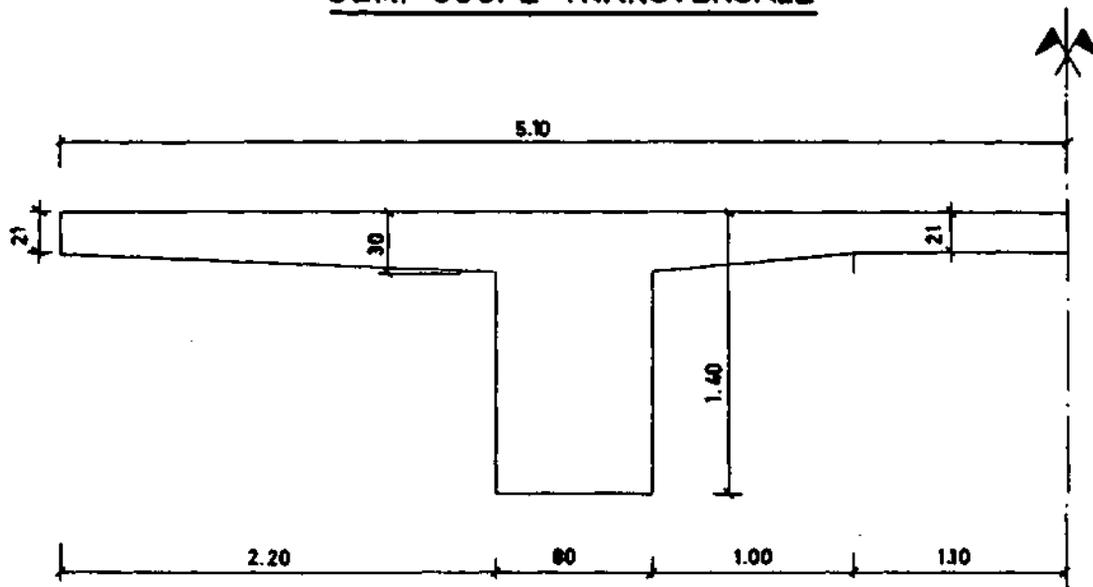
- le dimensionnement en classe II, compte tenu d'une fourchette sur la précontrainte est très voisin de celui auquel aurait conduit l'application de l'IP1
- la classe III permet des économies substantielles sur la précontrainte (ici de l'ordre de 30%) moyennant un sérieux renforcement en armatures passives. Si l'on veut limiter l'importance de ces dernières, donc les difficultés de mise en place, il y a intérêt à s'écarter du minimum de précontrainte qu'autorise la classe III, minimum défini par la condition de non décompression de la section d'enrobage, sous combinaisons quasi-permanentes.
- des différentes solutions étudiées, la plus intéressante est certainement la variante en classe III : le talon est pratiquement à la limite de décompression sous combinaisons fréquentes tout en ne subissant que des compressions raisonnables tant en situation d'exécution qu'en situation d'exploitation sous combinaisons quasi-permanentes. On aurait du reste probablement intérêt, pour améliorer encore cette solution, à augmenter légèrement les dimensions du talon pour diminuer ces compressions, quitte à obtenir de légères tractions sous combinaisons fréquentes.

IV

Troisième exemple : Pont à nervures1 - Données générales1.1 - Description

Il s'agit d'un pont route droit, à deux travées continues de 20 m de portée chacune, livrant passage à une chaussée de 7,50 m encadrée par deux trottoirs de 1,35 m.

Le tablier, pour une hauteur totale de 1,40 m, comporte deux nervures de 0,80 m d'épaisseur espacées de 5,00 m entre axes.

DEMI COUPE TRANSVERSALE

Pour la construction, on admettra le calendrier suivant :

Date	Opération
0	Coulage du tablier
15 j	Mise en tension des 8 câbles
28 j	Pose des superstructures
90 j	Mise en service de l'ouvrage

1.2 - Conditions de dimensionnement

L'ouvrage a été dimensionné en classe III, sans fourchette sur la précontrainte ($P_d = P_m$) compte tenu des conditions complémentaires suivantes :

- prise en compte, en situation d'exploitation du gradient thermique $\Delta\theta = 12^\circ\text{C}$
- prise en compte, en situation d'exécution d'un gradient thermique $\Delta\theta_e = 6^\circ\text{C}$
- limitation des contraintes de traction du béton, pendant les phases d'exécution à 0 en l'absence de gradient thermique et à f_{tj} lorsque ce gradient agit.

1.3 - Matériaux

- Béton. On a admis : $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$ et $f_{c15} = 24 \text{ MPa}$
 $f_{t28} = 2,4 \text{ MPa}$ $f_{t15} = 2,0 \text{ MPa}$

- Unités de précontrainte. Ce sont des 6 T 15 du procédé X. En partie courante, les câbles sont logés dans des gaines de diamètre intérieur $\varnothing_i = 60 \text{ mm}$ et de diamètre extérieur $\varnothing_e = 66 \text{ mm}$.

- Les torons "standard" utilisés, de 15,2 mm de diamètre nominal appartiennent à la classe 1770 et à la sous-classe de relaxation TBR. Leurs caractéristiques, selon le fascicule 4, titre II du CCTG, sont les suivantes :

$$A = 139 \text{ mm}^2$$

$$F_{rg} = 246 \text{ kN}$$

$$f_{rg} = 1770 \text{ MPa}$$

$$F_{eg} = 220 \text{ kN}$$

$$f_{eg} = 1583 \text{ MPa}$$

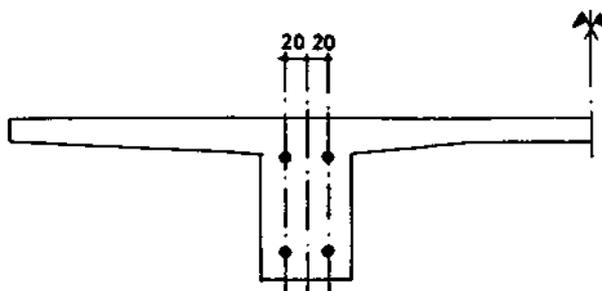
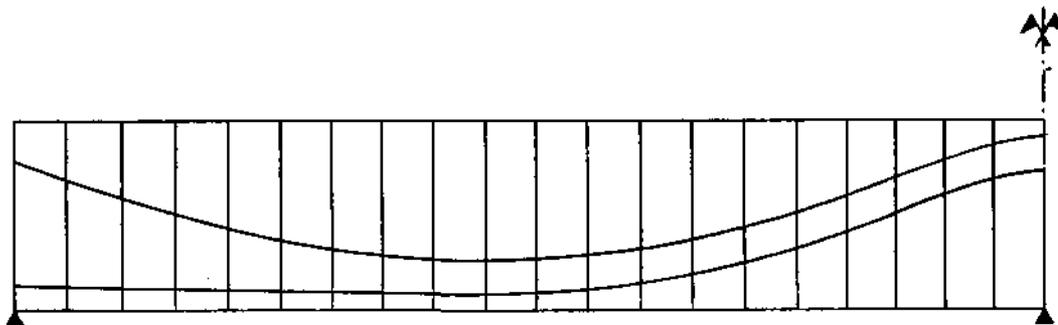
$$P_{1000} = 2,5\%$$

- Les aciers passifs sont de Fe E 400 : $f_e = 400 \text{ MPa}$.

1.4 - Précontrainte de l'ouvrage

Elle est assurée par 4 câbles filants 6 T 15 par nervure, disposés en deux nappes de deux câbles dont les tracés, constitués d'arcs de parabole et de segments de droites sont définis par leur distance d' à l'intrados :

x/l	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
d'1	1,1200	0,8422	0,6136	0,4612	0,3850	0,3850	0,4612	0,6136	0,8418	1,1019	1,2985
d'2	0,1800	0,1654	0,1507	0,1361	0,1214	0,1250	0,2012	0,3536	0,5818	0,8419	1,0385



Pour les deux familles, le rayon de courbure est de 52,50 m en travée et de 7,50 m sur appui intermédiaire.

1.5 - Sections

En ce qui concerne la section brute, ses caractéristiques sont les suivantes :

$$B = 4,3340 \text{ m}^2$$

$$V = 0,4215 \text{ m}$$

$$I = 0,7368 \text{ m}^4$$

$$\frac{I}{V} = 1,7480 \text{ m}^3$$

$$V' = 0,9785 \text{ m}$$

$$\frac{I}{V'} = 0,7530 \text{ m}^3$$

Les caractéristiques nettes et homogènes sont récapitulées ci-après pour deux sections de la première travée, d'abscisses respectives 0,4 l₁ et 1,0 l₁ section sur appui intermédiaire).

SECTION à 0,4 l ₁		SECTION à 1,0 l ₁	
Nette		Nette	
$B_n = 4,3066 \text{ m}^2$		$B_n = 4,3066 \text{ m}^2$	
$V_n = 0,4169 \text{ m}$	$V'_n = 0,9831 \text{ m}$	$V_n = 0,4227 \text{ m}$	$V'_n = 0,9773 \text{ m}$
$I_n = 0,7218 \text{ m}^4$		$I_n = 0,7353 \text{ m}^4$	
$\frac{I_n}{V_n} = 1,7314 \text{ m}^3$	$\frac{I_n}{V'_n} = 0,7342 \text{ m}^3$	$\frac{I_n}{V_n} = 1,7396 \text{ m}^3$	$\frac{I_n}{V'_n} = 0,7524 \text{ m}^3$
Homogénéisée (n = 5)		Homogénéisée (n = 5)	
$B_h = 4,3400 \text{ m}^2$		$B_h = 4,3400 \text{ m}^2$	
$V_h = 0,4225 \text{ m}$	$V'_h = 0,9775 \text{ m}$	$V_h = 0,4212 \text{ m}$	$V'_h = 0,9788 \text{ m}$
$I_h = 0,7400 \text{ m}^4$		$I_h = 0,7371 \text{ m}^4$	
$\frac{I_h}{V_h} = 1,7515 \text{ m}^3$	$\frac{I_h}{V'_h} = 0,7570 \text{ m}^3$	$\frac{I_h}{V_h} = 1,7498 \text{ m}^3$	$\frac{I_h}{V'_h} = 0,7531 \text{ m}^3$

2 - Actions et sollicitations

2.1 - Actions extérieures

Les charges permanentes sont représentées par :

- leur valeur probable $g = 2,5 \times 10^{-2} \times 4,334 = 10,835 \times 10^{-2} \text{ MN/ml}$
pour ce qui est du poids propre
- leur valeur caractéristiques $g'_1 = 4,8 \times 10^{-2} \text{ MN/ml}$
 $g'_2 = 2,5 \times 10^{-2} \text{ MN/ml}$
en ce qui concerne les superstructures

Les moments fléchissants tout au long de l'ouvrage sont récapitulés dans le tableau ci-après, avec les notations suivantes :

- M_{Qr} = moment développé par les charges de chaussée du fascicule 61, titre II (sans aucune pondération)
- M_{Qt} = moment développé par les charges de trottoir (sans pondération)
- $M_{\Delta\theta}$ = moment développé par le gradient thermique de 12° en exploitation
- $M_{\Delta\theta e}$ = moment développé par le gradient thermique de 6° en exécution (à 15 jours)

Les moments extrêmes à considérer sont alors :

- aux ELS, en situation d'exploitation

$$\text{rares} \quad \left\{ \begin{array}{l} M_r \text{ max} = \max \left\{ \begin{array}{l} M_g + M_g' k + 1,2 M_{Qr} \text{ max} + M_{Qt} \text{ max} + 0,5 M_{\Delta\theta} \\ M_g + M_g' k + M_{\Delta\theta} \end{array} \right. \\ M_r \text{ min} = M_g + M_g' k + 1,2 M_{Qr} \text{ min} + M_{Qt} \text{ min} \end{array} \right.$$

$$\text{fréquents} \begin{cases} M_f \text{ max} = \max \begin{cases} M_g + M_g' k + 0,6 (1,2 M_{Qr} \text{ max} + M_{Qt} \text{ max}) \\ M_g + M_g' k + 0,5 M_{\Delta e} \end{cases} \\ M_f \text{ min} = M_g + M_g' k + 0,6 (1,2 M_{Qr} \text{ min} + M_{Qt} \text{ min}) \end{cases}$$

$$\text{quasi-permanents} \begin{cases} M_{qp} \text{ max} = M_g + M_g' k \\ M_{qp} \text{ min} = M_g + M_g' k \end{cases}$$

- aux ELS, en situation d'exécution :

$$\begin{aligned} M_{\min} &= M_g && \text{(sans gradient)} \\ M_{\max} &= M_g + M_{\Delta e} && \text{(avec gradient)} \end{aligned}$$

- aux ELU, en situation d'exploitation :

$$M_{eu} \text{ max} = \begin{bmatrix} 1,35 \\ \text{ou} \\ 1 \end{bmatrix} (M_g + M_g' k) + 1,6 (M_{Qr} \text{ max} + M_{Qt} \text{ max})$$

$$M_{eu} \text{ min} = \begin{bmatrix} 1,35 \\ \text{ou} \\ 1 \end{bmatrix} (M_g + M_g' k) + 1,6 (M_{Qr} \text{ min} + M_{Qt} \text{ min})$$

Sections (x/l ₁)	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
M _g	0,00	1,409	2,384	2,926	3,034	2,709	1,950	0,759	-0,867	-2,926	-5,418
M _g ' ₁	0,00	0,624	1,056	1,296	1,344	1,200	0,864	0,336	-0,384	-1,296	-2,400
M _g ' ₂	0,00	0,325	0,550	0,675	0,700	0,625	0,450	0,175	-0,200	-0,675	-1,250
M _{Δe}	0,00	0,324	0,648	0,972	1,296	1,620	1,944	2,268	2,592	2,916	3,240
M _{Qr} max	0,00	1,470	2,561	3,272	3,604	3,557	3,130	2,324	1,156	0,399	0,00
M _{Qr} min	0,00	-0,237	-0,474	-0,711	-0,948	-1,186	-1,423	-1,660	-1,897	-2,134	-3,228
M _{Qt} max	0,00	0,062	0,110	0,140	0,154	0,152	0,134	0,100	0,048	0,010	0,00
M _{Qt} min	0,00	-0,010	-0,020	-0,030	-0,040	-0,050	-0,060	-0,070	-0,080	-0,120	-0,202
ELS (exploitation)											
M _r max	0,00	4,021	6,947	8,775	9,505	9,140	7,678	5,119	1,668	-0,682	-3,428
M _r min	0,00	1,439	2,345	2,717	2,556	1,862	0,634	-1,127	-3,605	-6,899	-11,894
M _f max	0,00	3,129	5,350	6,662	7,065	6,561	5,148	2,828	0,229	-2,143	-10,263
M _f min	0,00	1,557	2,581	3,071	3,027	2,450	1,339	-0,303	-2,665	-5,831	-5,048
M _{qp} max	0,00	2,033	3,440	4,222	4,378	3,909	2,814	1,095	-1,067	-3,601	-6,668
M _{qp} min	0,00	1,734	2,934	3,601	3,734	3,334	2,400	0,934	-1,251	-4,222	-7,818

Sections (x/l_1)	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
ELS (exécution)											
$M_{\Delta\theta e}$	0,00	0,153	0,305	0,458	0,610	0,763	0,915	1,068	1,220	1,373	1,525
M_{\min}	0,00	1,409	2,384	2,926	3,034	2,709	1,950	0,759	-0,867	-2,926	-5,418
M_{\max}	0,00	1,562	2,689	3,384	3,644	3,472	2,865	1,827	0,353	-1,553	-3,893
ELU (exploitation)											
$M_{eu \min}$	0,00	1,339	2,143	2,415	2,153	1,356	9,021	5,357	-4,852	-9,306	-16,042
$M_{eu \max}$	0,00	5,196	8,918	11,159	11,923	11,212	0,027	-1,834	0,859	-2,947	-6,668

2.2 - Précontrainte

Les tensions et forces de précontrainte à 15 jours d'une part, au temps infini d'autre part sont récapitulées dans le tableau suivant pour chacune des deux nappes d'armatures, supérieure ① et inférieure ②.

Exécution (à 15 jours)											
Sections	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
① σ_{pm} (MPa)	1236,7	1241,7	1256,1	1271,6	1287,4	1303,3	1319,8	1307,7	1294,8	1287,7	1248,8
② σ_{pm} (MPa)	1268,1	1276,0	1283,2	1289,7	1296,2	1309,2	1326,4	1341,7	1329,4	1322,9	1282,8
① P_m (MN)	4,126	4,142	4,190	4,242	4,295	4,348	4,403	4,363	4,319	4,296	4,166
② P_m (MN)	4,230	4,257	4,281	4,302	4,324	4,368	4,425	4,476	4,435	4,413	4,279
Exploitation (∞)											
① σ_{pm} (MPa)	1138,4	1132,4	1139,6	1150,9	1164,1	1178,6	1196,3	1191,3	1183,0	1172,8	1136,8
② σ_{pm} (MPa)	1127,1	1140,7	1151,1	1159,5	1166,6	1179,1	1198,8	1219,6	1214,5	1207,6	1170,9
① P_m (MN)	3,798	3,778	3,802	3,839	3,883	3,932	3,991	3,974	3,947	3,913	3,792
② P_m (MN)	3,760	3,805	3,840	3,868	3,892	3,934	3,999	4,069	4,052	4,029	3,906

Le moment hyperstatique sur appui intermédiaire vaut :

- à 15j $M_1 = 4,95 \text{ MN} \times \text{m}$

- à l'infini $M_1 = 4,48 \text{ MN} \times \text{m}$

Les faibles écarts entre les tensions indiquées dans le tableau précédent et les tensions calculées au deuxième chapitre, II proviennent essentiellement du fait que dans un cas le calcul a été fait globalement pour l'ensemble des câbles, alors que dans l'autre il a été mené séparément pour chacune des deux familles.

3 - Justifications aux ELS

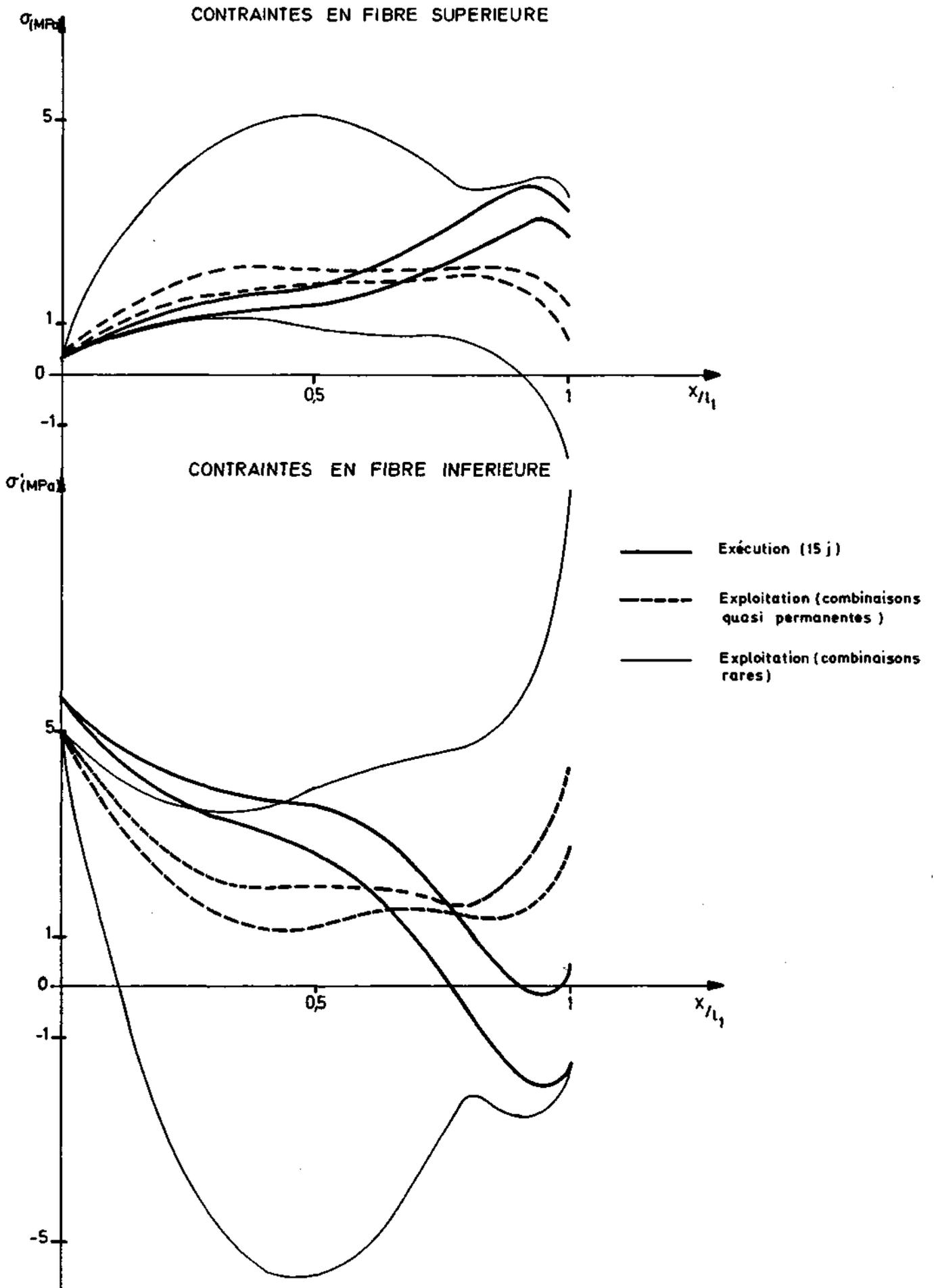
3.1- Calculs en section non fissurée

Les contraintes tout au long de l'ouvrage tant en fibre inférieure qu'en fibre supérieure ont été représentées graphiquement ci-après.

Ces courbes montrent que :

- la non décompression de la section d'enrobage, en exploitation, sous combinaisons quasi-permanentes est largement respectée.

- les exigences particulières en situation d'exécution sont satisfaites presque partout, les sections critiques à cet égard étant des sections très proches de l'appui intermédiaire (au voisinage de l'abscisse $0,95 l_1$). C'est ce qui explique, en fait, une pathologie très courante en matière d'ouvrages à nervures et qui se manifeste par l'apparition de fissures en fibre inférieure, à proximité des appuis intermédiaires. Le risque ici est beaucoup plus réduit qu'avec un ouvrage en précontrainte totale (puisque c'est un excès de précontrainte qui est en réalité à l'origine de tels désordres) et ce d'autant plus que les règles de la classe III exigent dans les zones en cause un ferrailage longitudinal non négligeable.



3.2 - Armatures passives

Nous nous contenterons d'examiner le problème dans deux sections : celles d'abscisses respectives $0,4 l_1$ et $1,0 l_1$.

3.2.1 - Section sur appui intermédiaire ($1,0 l_1$)

3.2.1,1 - Ferraillage de peau (article 6.1.31)

Le périmètre de la membrure supérieure est d'environ :

$$2 \times 10,20 - 2 \times 0,80 + 2 \times 0,30 = 19,40 \text{ m}$$

Celui de la membrure inférieure :

$$0,80 \times 2 = 1,60 \text{ m}$$

D'où les sections d'aciers de peau :

- en fibre supérieure $A_s = 19,40 \times 3 = 58,2 \text{ cm}^2$
- en fibre inférieure $A'_s = 1,6 \times 3 = 4,8 \text{ cm}^2$

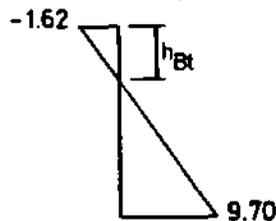
3.2.1,2 - Ferraillage minimum (art. 6.1,32)

A proximité de l'appui intermédiaire, les contraintes apparentes de traction du béton les plus importantes se manifestent lorsque sont appliquées les combinaisons rares :

- dans la section sur appui ($1,0 l_1$), sous l'effet de $M_r \text{ min}$ pour la fibre supérieure
- dans la section d'abscisse $0,9 l_1$, sous l'effet de $M_r \text{ max}$ pour la fibre inférieure.

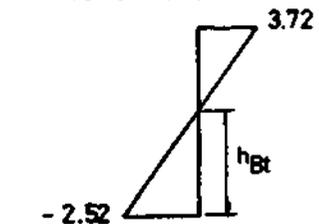
Par raison de continuité, c'est sur cette section que nous raisonnerons pour dimensionner le ferraillage minimum en partie basse dans la section sur appui.

Les diagrammes de contraintes correspondants sont :



Section sur appui sous $M_r \text{ min}$

$$\begin{aligned} h_{Bt} &= 0,200 \text{ m} \\ B_t &= 2,040 \text{ m}^2 \\ N_{st} &= 1,652 \text{ MN} \\ A_s &= 81,6 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



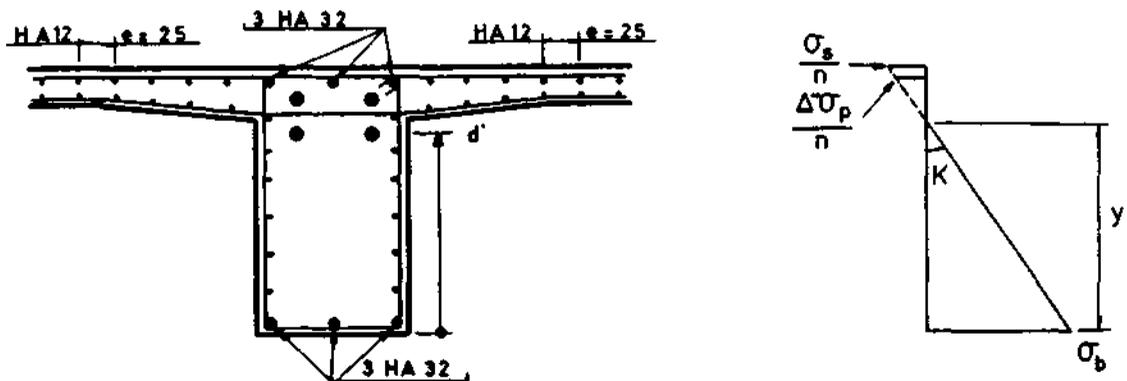
Section $0,9 l_1$ sous $M_r \text{ max}$

$$\begin{aligned} h'_{Bt} &= 0,565 \text{ m} \\ B_t &= 0,904 \text{ m}^2 \\ N_{st} &= 1,139 \text{ MN} \\ A'_s &= 36,2 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

3.2.1,3 - Respect des conditions mécaniques de la classe III

Un prédimensionnement sommaire des sections d'armatures nécessaires montre que les conditions mécaniques ne sont certainement pas déterminantes.

C'est donc le ferrailage minimum de 3.2.1,2 qui est à retenir. Il peut être réalisé de la façon suivante :



Même, en ne prenant en compte que les armatures du tableau ci-dessous (qui ne comprend pas les HA 12 d'intrados du hourdis ni les filants d'âme) :

Armatures	A (cm ²)	d' (m)
4 x (6 T 15)	33,36	1,2985
4 x (6 T 15)	33,36	1,0385
2 x 3 HA 32	48,24	1,345
34 HA 12	38,42	1,358
2 x 3 HA 32	48,24	0,055

le calcul en section fissurée, conduit comme en II, 3.2.4 donne, sous l'effet de $M_r \min = -11,894 \text{ MN} \times \text{m}$:

$$y' = 0,955 \text{ m} \quad K = 10,57 \text{ MPa/m} \quad \sigma_b = 10,09 \text{ MPa} < 16,2 \text{ MPa}$$

et : - pour les aciers passifs les plus hauts :

$$\sigma_s = 63,9 \text{ MPa} < \sigma_s \text{ lim} = 240 \text{ MPa}$$

- pour les aciers de précontrainte les plus hauts :

$$\Delta' \sigma_p = 4,8 \text{ MPa} , \Delta'' \sigma_p = 54,5 \text{ MPa} , \text{ donc } \Delta \sigma_p = 59,3 \text{ MPa} < \Delta \sigma_p \text{ lim} = 177 \text{ MPa}$$

Il est donc évident que sous $M_f \min$, la limitation de σ_s à 60 MPa ne pose aucun problème (la section est en fait, entièrement comprimée).

Par ailleurs, sous l'effet de $M_{r \max} = 3,428 \text{ MNxm}$, on trouve, de la même façon :

$$y = 0,669 \text{ m} \qquad K = 4,99 \text{ MPa/m}$$

$$\text{d'où pour le béton :} \qquad \sigma_b = 3,34 \text{ MPa.}$$

et, pour les aciers passifs du bas : $\sigma_s = 50,6 \text{ MPa} < 240 \text{ MPa}$

La vérification sous $M_{f \min}$ est, par conséquent, inutile.

3.2.2 - Section à 0,41₁

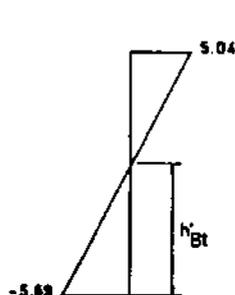
3.2.2.1 - Ferraillage de peau

Il est le même que dans la section précédente.

3.2.2.2 - Ferraillage minimum

Même sous sollicitations rares, la fibre supérieure reste comprimée.

Par contre, on a des tractions importantes en fibre inférieure sous l'effet de $M_{r \max}$, le diagramme correspondant étant, dans l'hypothèse d'un calcul sur la section non fissurée :



$$\text{Donc : } h'_{bt} = \frac{5,69}{5,69 + 5,04} \times 1,40 = 0,742 \text{ m}$$

$$B_t = 0,742 \times 1,6 = 1,188 \text{ m}^2$$

$$N_{bt} = 1,188 \times \frac{5,69}{2} = 3,38 \text{ MN}$$

$$\text{D'où : } A'_s = 10^4 \left(\frac{1,188}{1000} + \frac{3,38}{400} \times \frac{2,4}{5,69} \right) = 47,5 \text{ cm}^2$$

3.2.2.3 - Respect des conditions mécaniques de la classe III

a - Sollicitations de calcul

Rappelons que l'étude de l'équilibre mécanique en classe III se ramène à un calcul de contraintes sur la section fissurée soumise à une sollicitation de flexion composée constituée :

- du moment fléchissant extérieur, majoré du moment hyperstatique de précontrainte.

- des forces de compression $P_m + \Delta P$ appliquées au niveau des différentes armatures de précontrainte.

Etant précisé qu'on ne s'intéresse ici qu'aux cas de charge donnant des moments positifs (puisque sous moments négatifs, la fibre supérieure demeure comprimée) et que dans les combinaisons correspondantes, les charges permanentes interviennent avec leur valeur caractéristique maximale, on a ainsi :

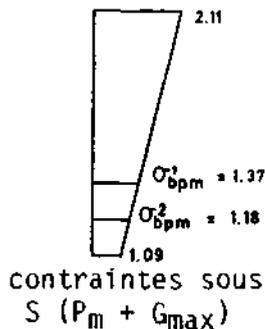
- pour les moments extérieurs :

$$M_r \max = 9,505 \text{ MNxm} \quad \text{et} \quad M_f \max = 7,065 \text{ MNxm}.$$

- pour les efforts hyperstatiques de précontrainte :

$$M_R = 0,4 \times 4,480 = 1,792 \text{ MNxm}$$

- pour les forces $P_m + \Delta'P$.



Câbles	d' (m)	σ_{bpm} (MPa)	$\Delta\sigma_p = 5\sigma_{bpm}$ (MPa)	$P_m + \Delta'P$ (MN)	M/i (MNxm)
nappe ①	0,3850	1164,1	6,9	3,907	1,504
nappe ②	0,1214	1166,6	5,9	3,911	0,475
				7,818	1,979

D'où au total, en définissant les efforts par leurs éléments de réduction au niveau de la fibre inférieure :

- sous combinaisons rares :

$$N = 7,818 \text{ MN}$$

$$M/i = 9,505 + 1,792 + 1,979 = 13,276 \text{ MNxm}$$

$$\delta = h - \frac{M}{N} = 1,40 - \frac{13,276}{7,818} = - 0,298 \text{ m}$$

- sous combinaisons fréquentes :

$$N = 7,818 \text{ MN}$$

$$M/i = 7,065 + 1,792 + 1,979 = 10,836 \text{ MNxm}$$

$$\delta = 1,40 - \frac{10,836}{7,818} = + 0,014 \text{ m}$$

b - Prédimensionnement sommaire des armatures

Suivons le même processus qu'en II, 3.2.3, en admettant que l'ensemble des armatures, de section $A_t = A_s + \rho A_p = A_s + \frac{1}{\xi} A_p$ est concentré à $d' = 0,10$ m de la fibre inférieure, et donc à $d = 1,30$ m de la fibre supérieure.

Sous combinaisons rares, il s'agit de respecter :

$$\Delta\sigma_p \leq \Delta\sigma_{plim} = 0,10 f_{prg} = 177 \text{ MPa},$$

donc, comme $\Delta\sigma_p \simeq 6$ MPa, $\Delta''\sigma_p \leq \Delta''\sigma_{plim} = 177 - 6 = 171$ MPa.

$$\text{Par suite : } A_t = N \left(\frac{d - \delta}{\xi} - 1 \right) \times \frac{1}{\Delta''\sigma_{plim}}$$

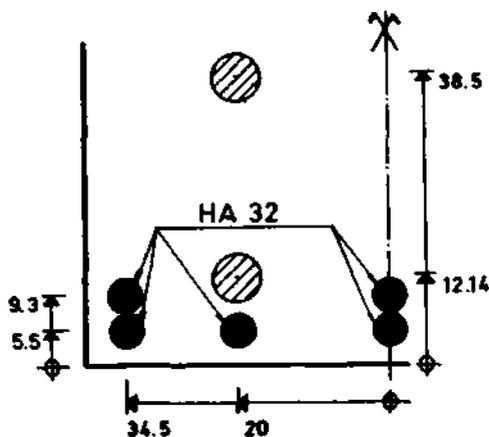
soit, en admettant $\xi \simeq 0,9 d$:

$$A_t \simeq \frac{7,818}{171} \left(\frac{1,30 + 0,298}{0,9 \times 1,30} - 1 \right) \times 10^4 = 167 \text{ cm}^2 \text{ et } A_s \simeq 134 \text{ cm}^2$$

De même, sous combinaisons fréquentes, il faut limiter σ_s à $\sigma_s \text{ lim} = 60$ Mpa

$$\text{D'où : } A_t \simeq \frac{7,818}{60} \left(\frac{1,30 - 0,014}{0,9 \times 1,30} - 1 \right) \times 10^4 = 129 \text{ cm}^2 \text{ et } A_s \simeq 96 \text{ cm}^2$$

On peut, en définitive retenir le ferrailage suivant :



Armatures	ρA (cm^2)	d (m)
4 x (6 T 15)	16,68	1,015
4 x (6 T 15)	16,68	1,2786
6 HA 32	48,24	1,307
10 HA 32	80,40	1,345

c - Calcul en section fissurée

Conduit comme en II 3.2.4, il permet de dégager les valeurs du tableau ci-après :

Combinaisons	y (m)	$\bar{\sigma}_b$ (MPa)	$\bar{\sigma}_s$ (MPa)	$\Delta''\sigma_p$	$\Delta'\sigma_p$	$\Delta\sigma_p$
Rare	0,437	5,68 < 18,0	177,2 < 240	164,2	5,9	170,1 < 177
Fréquente	0,677	3,85	56,8 < 60	—	—	—

$\bar{\sigma}_s$ représentant la tension dans le lit le plus excentré d'armatures passives et $\Delta\sigma_p$ la surtension dans les armatures de précontrainte les plus basses.

Le ferrailage mis en place est donc parfaitement dimensionné puisqu'on est très proche des tensions ou surtensions limites dans les armatures.

4 - Justifications aux ELU

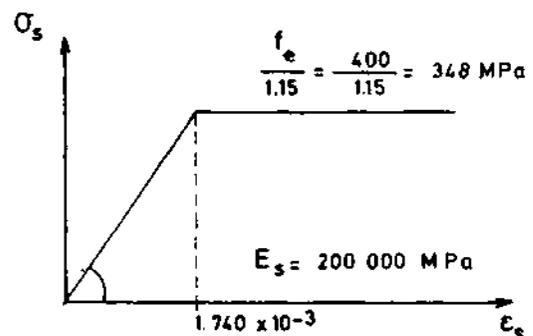
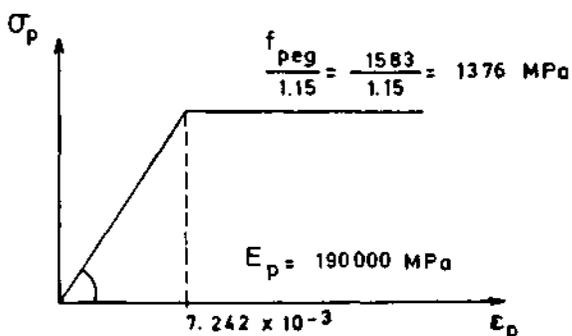
Nous nous contenterons, là encore, d'effectuer ces justifications dans deux sections :

- la section sur appui intermédiaire, sous l'effet de M_u min uniquement
- la section $0,4 l_1$ sous l'effet de M_u max uniquement.

Pour le calcul manuel développé ci-après, nous prendrons comme diagrammes contraintes-déformations de calcul des diagrammes élasto-plastiques pour les aciers.

En ce qui concerne le béton, nous adopterons le diagramme rectangulaire simplifié avec :

$$f_{bu} = \frac{0,85 \times 30}{1,5} = 17 \text{ MPa}$$



Nous définirons par ailleurs tant les sollicitations de calcul (S_u) que sollicitations limites ($S_{lim u}$) par leurs éléments de réduction au niveau du centre de gravité de la section brute ($v= 0,4215 \text{ m}; v'= 0,9785 \text{ m}$).

4.1 - Section sur appui intermédiaire (1,0 l_1)

4.1.1 - Sollicitations de calcul

Les armatures de précontrainte participant à la résistance de la section, $\gamma_p = 1$ et :

$$N_u = \gamma_p P_m = 3,792 + 3,906 = 7,698 \text{ MN}$$

$S_{u \text{ min}}$

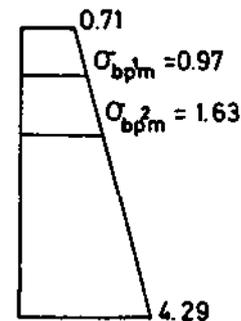
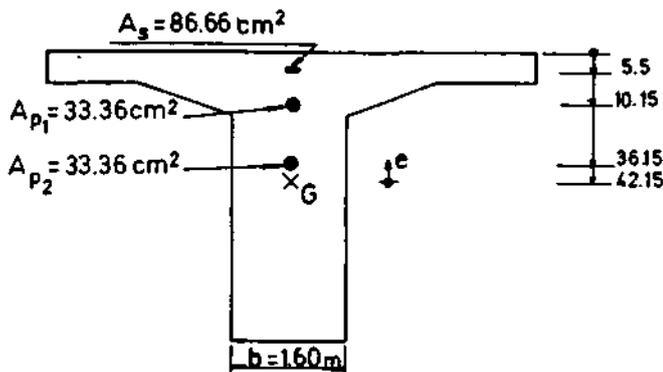
$$M_{u \text{ min}} = M_{eu \text{ min}} + \gamma_p (M_K + \sum_i P_m^i e_i) =$$

$$- 16,042 + 4,480 + 3,792 \times 0,320 + 3,906 \times 0,060 = - 10,114 \text{ MNxm}$$

4.1.2 - Données géométriques et mécaniques

Dans le calcul, nous ne prendrons en compte que ceux des aciers passifs qui se trouvent à proximité immédiate de la fibre supérieure (34 HA 12 et 6 HA 32, voir 3.2.1.3) en les supposant concentrés à $d = 0,055 \text{ m}$ de la fibre supérieure.

Dans la sollicitation de calcul $S_{u \text{ min}}$, les charges permanentes interviennent avec leur valeur caractéristique maximale G_{max} . L'état de référence pour le calcul des déformations est donc celui que présente la section lorsqu'elle est soumise à $S(P_m + G_{\text{max}})$.



Contraintes sous $S(P_m + G_{\text{max}})$

Armatures	A (cm ²)	d (m)	d'=h-d (m)	e=v-d (m)	σ_{pm} (MPa)	$\Delta\sigma_p = 5\sigma_{bpbm}$ (MPa)	$\epsilon_{pm} + \Delta\epsilon_p$
① 4 x(6T15)	33,36	0,1015	1,2985	0,3200	1136,8	4,9	$6,009 \times 10^{-3}$
② 4 x(6T15)	33,36	0,3615	1,0385	0,0600	1170,9	8,2	$6,206 \times 10^{-3}$
34HA12+6HA32	86,66	0,055	1,345	0,3665	—	—	—

4.1.3 - Vérification de la section

Nous allons chercher, dans l'un des domaines (1') ou (2'), le diagramme limite de déformations de la section qui correspond à $S_{lim u min}$ (voir I.2.4.3) de composantes :

$$S_{lim u min} \begin{cases} N_{lim u} = N_u = 7,698 \text{ MN} \\ M_{lim u min} \end{cases}$$

et il faudra vérifier que $M_{lim u min} \leq M_{u min} = -10,114 \text{ MNxm}$.

Le système d'équations établi en I.2.4.4 s'écrit ici :

$$N_{lim u} = N_u = b x' f_{bu} - A_{p1} (\sigma_p^1 - \sigma_{pm}^1) - A_{p2} (\sigma_p^2 - \sigma_{pm}^2) - A_s \sigma_s \quad (1)$$

$$M_{lim u} = -b x' f_{bu} \left(v' - \frac{x'}{2} \right) - A_{p1} (\sigma_p^1 - \sigma_{pm}^1) e_{p1} - A_{p2} (\sigma_p^2 - \sigma_{pm}^2) e_{p2} - A_s \sigma_s e_s \quad (2)$$

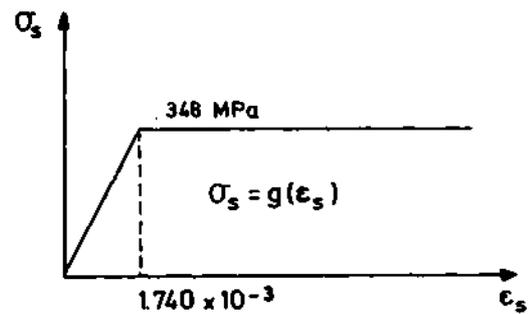
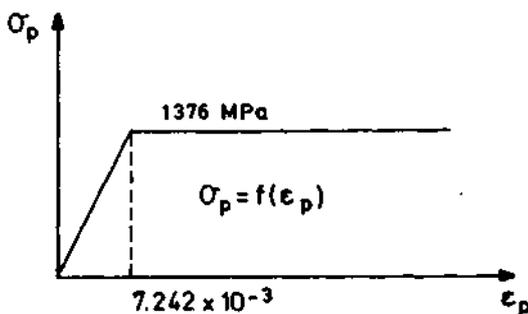
$$\frac{\Delta'' \epsilon_p^i}{\epsilon_b} = \frac{d'_{pi} - y'}{y'} = \frac{0,8 d'_{pi}}{x'} - 1 \quad (3)$$

$$\frac{\epsilon_s}{\epsilon_b} = \frac{d'_s - y'}{y'} = \frac{0,8 d'_s}{x'} - 1 \quad (4)$$

$$\sigma_p^i = f(\epsilon_{pm}^i + \Delta' \epsilon_p^i + \Delta'' \epsilon_p^i) \quad (5)$$

$$\sigma_s = g(\epsilon_s) \quad (6)$$

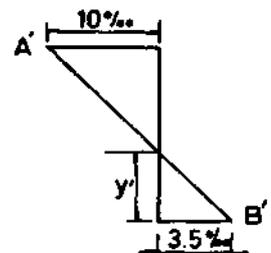
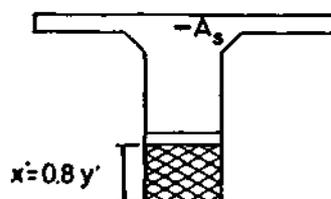
$$\left. \begin{array}{l} \text{soit } \epsilon_b = \epsilon_{bu} \\ \text{soit } \epsilon_s = \epsilon_{su} \end{array} \right\} \quad (7)$$



Pour le résoudre, partons du diagramme deux fois limite passant par les pivots A' et B' qui correspond à :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_b = \epsilon_{bu} = 3,5 \times 10^{-3} \\ \epsilon_s = \epsilon_{su} = 10 \times 10^{-3} \end{array} \right.$$

valeurs vérifiant (7)



④ donne alors :

$$\frac{y'}{d'_s} = \frac{\epsilon_D}{\epsilon_D + \epsilon_S} = \frac{3,5}{13,5}$$

$$\text{D'où } y' = 1,345 \times \frac{3,5}{13,5} = 0,349 \text{ m et } x' = 0,8 y' = 0,279 \text{ m.}$$

Puis par ③ :

$$\Delta''\epsilon_{p1} = \epsilon_b \left(\frac{d'_p - y'}{y'} \right) = 3,5 \times 10^{-3} \left(\frac{1,2985 - 0,349}{0,349} \right) = 9,533 \times 10^{-3}$$

$$\Delta''\epsilon_{p2} = 3,5 \times 10^{-3} \left(\frac{1,0385 - 0,349}{0,349} \right) = 6,924 \times 10^{-3}$$

Les équations ⑤ et ⑥, correspondant aux diagrammes élasto-plastiques définis ci-dessus nous montrent que les aciers sont plastifiés et que :

$$\begin{cases} \sigma_s = 348 \text{ MPa} \\ \sigma_{p1} = \sigma_{p2} = 1376 \text{ MPa.} \end{cases}$$

D'où par ① :

$$N_{\text{lim u } 1} = 1,60 \times 0,279 \times 17 - 33,36 \times 10^{-4} (1376 - 1136,8) - 33,36 \times 10^{-4} (1376 - 1170,9) - 86,66 \times 10^{-4} \times 348$$

$$N_{\text{lim u } 1} = 3,090 \text{ MN} < N_u = 7,698 \text{ MN}$$

L'état-limite ultime défini par le diagramme A' B' n'équilibre donc pas N_u . Pour équilibrer N_u , il faut faire pivoter le diagramme des déformations autour de B'. Plutôt que de rechercher la solution par approximations successives, on va essayer de l'obtenir directement en supposant que dans l'état-limite ultime cherché, les aciers sont encore sur leur palier plastique, ce qui revient à admettre :

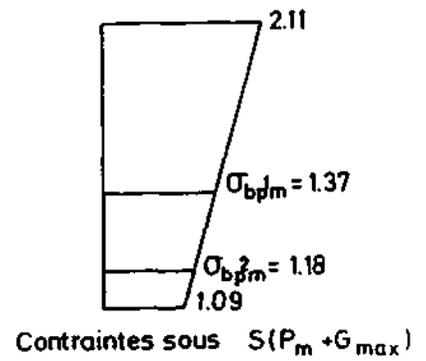
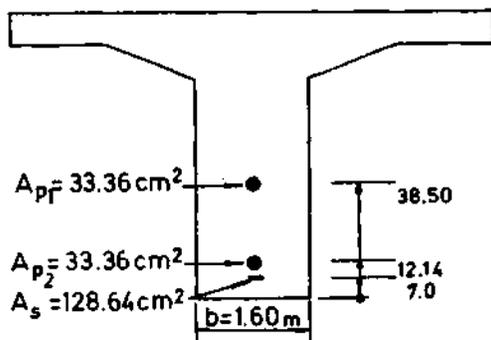
$$\begin{aligned} \epsilon_s &\geq 1,740 \times 10^{-3} \\ \Delta''\epsilon_{p1} &\geq (7,242 - 6,009) \times 10^{-3} = 1,233 \times 10^{-3} \\ \Delta''\epsilon_{p2} &\geq (7,242 - 6,206) \times 10^{-3} = 1,036 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

hypothèse qu'il conviendra de vérifier au terme du calcul.

Moyennant cette hypothèse, l'équation ① où l'on fait $N_{\text{lim u}} = N_u = 7,698 \text{ MN}$ nous donne :

$$7,698 = 1,60 \times x' \times 17 - 33,36 \times 10^{-4} (1376 - 1136,8) - 33,36 \times 10^{-4} (1376 - 1170,9) - 86,66 \times 10^{-4} \times 348$$

$$\text{D'où : } x' = 0,448 \text{ m et } y' = \frac{x'}{0,8} = 0,560 \text{ m}$$



Armatures	A (cm ²)	d' (m)	d=h-d' (m)	e=v-d (m)	σ_{pm} (MPa)	$\Delta\sigma_p=5\sigma_{bpm}$ (MPa)	$\epsilon_{pm} + \Delta\epsilon_p$
1 4x(6T15)	33,36	0,3850	1,0150	-0,5935	1164,1	6,9	$6,163 \times 10^{-3}$
2 4x(6T15)	33,36	0,1214	1,2786	-0,8571	1166,6	5,9	$6,171 \times 10^{-3}$
16 HA 32	128,64	0,0700	1,3300	-0,9085	—	—	—

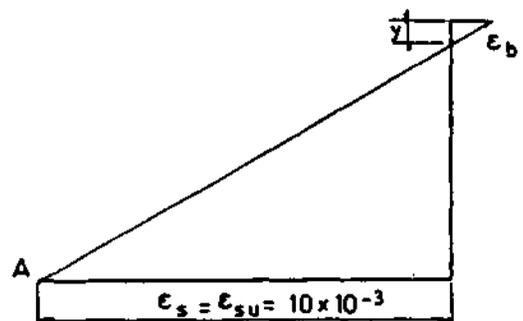
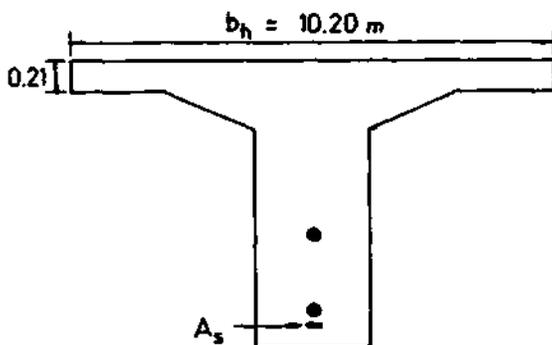
4.2.3 - Vérification de la section

Nous allons chercher, dans l'un des domaines ① ou ② le diagramme limite de déformations de la section qui équilibre S_{lim} u max de composantes :

$$S_{lim} \text{ u max } \begin{cases} N_{lim} \text{ u } = N_u = 7,775 \text{ MN} \\ M_{lim} \text{ u max} \end{cases}$$

et il faudra vérifier que $M_u \text{ max} = 8,075 \text{ MNxm} \leq M_{lim} \text{ u max}$

Compte tenu de la richesse de la membrure supérieure, l'axe neutre du diagramme limite correspondant est probablement très haut dans la section et il n'est pas absurde de supposer a priori $y \leq 0,21 \text{ m}$, quitte à vérifier la validité de cette hypothèse en fin de calcul.



Dans le cadre de cette hypothèse, les équations ① et ② du système établi en I.2.4.4. s'écrivent :

$$\begin{cases} M_{\text{lim } u} = N_u = b_h \times f_{bu} - A_{p1} (\sigma_{pm}^1 - \sigma_p^1) - A_{p2} (\sigma_{pm}^2 - \sigma_p^2) - A_s \sigma_s & \text{①} \\ M_{\text{lim } u} = b_h \times f_{bu} \left(v - \frac{\alpha}{2} \right) - A_{p1} (\sigma_{pm}^1 - \sigma_p^1) e_{p1} - A_{p2} (\sigma_{pm}^2 - \sigma_p^2) e_{p2} - A_s \sigma_s e_s & \text{②} \end{cases}$$

Si l'on admet que corrélativement, tous les aciers sont plastifiés (ce qu'il faudra également vérifier), l'équation ① nous donne :

$$7,775 = 10,20 \times 17 - 33,36 \times 10^{-4} (1376 - 1164,1) - 33,36 \times 10^{-4} (1376 - 1166,6) - 128,64 \times 10^{-4} \times 348$$

$$\text{D'où } \alpha = 0,0788 \text{ m et } y = \frac{\alpha}{0,8} = 0,0985 \text{ m}$$

L'hypothèse de départ ($y < 0,21 \text{ m}$) est donc valable.

Les équations ③ et ④ peuvent s'écrire :

$$\frac{\Delta'' \varepsilon_p^i}{\varepsilon_s} = \frac{d_{pi} - y}{d_s - y} \quad \text{et : } \varepsilon_b = \varepsilon_s \times \frac{y}{d_s - y}$$

D'où, puisque $\varepsilon_s = 10 \times 10^{-3}$, :

$$\Delta'' \varepsilon_p^1 = \frac{1,015 - 0,0985}{1,330 - 0,0985} \times 10 \times 10^{-3} = 7,442 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_p^1 + \Delta' \varepsilon_p^1 + \Delta'' \varepsilon_p^1 = (6,163 + 7,442) \times 10^{-3} = 13,605 \times 10^{-3} > 7,242 \times 10^{-3}$$

$$\Delta'' \varepsilon_p^2 = \frac{1,2786 - 0,0985}{1,330 - 0,0985} \times 10 \times 10^{-3} = 9,583 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_p^2 + \Delta' \varepsilon_p^2 + \Delta'' \varepsilon_p^2 = (6,171 + 9,583) \times 10^{-3} = 15,754 \times 10^{-3} > 7,242 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_b = \frac{0,0985}{1,330 - 0,0985} \times 10 \times 10^{-3} = 0,799 \times 10^{-3}$$

ce qui confirme que tous les aciers sont bien plastifiés.
Le diagramme ainsi obtenu correspond effectivement à $S_{\text{lim } u \text{ max}}$.

② nous permet alors de calculer $M_{\text{lim } u \text{ max}}$

$$\begin{aligned} M_{\text{lim } u \text{ max}} &= 10,20 \times 0,0788 \times 17 \times \left(0,4215 - \frac{0,0788}{2} \right) + 33,36 \times 10^{-4} \times 211,9 \times 0,5935 \\ &\quad + 33,36 \times 10^{-4} \times 209,4 \times 0,8571 + 128,64 \times 10^{-4} \times 348 \times 0,9085 \\ &= 10,307 \text{ MNxm} > M_u \text{ max} = 8,075 \text{ MNxm.} \end{aligned}$$

La sécurité est donc largement assurée dans cette section.

Sa courbure limite vaut :

$$\rho'_{lim u} = \frac{\epsilon_b + \epsilon_s}{d_s} = \frac{0,799+10}{1,330} \times 10^{-3} = 8,12 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$$

5 - Sécurité vis à vis des charges d'exploitation

Les vérifications aux ELU sur appui (1,01₁) et en travée (0,41₁) nous montrent que l'on dispose d'une certaine marge par rapport aux moments limites de calcul.

Les principaux éléments sont récapitulés ci-après :

Section sur appui (1,01 ₁)	Section en travée (0,41 ₁)
$M_{eu \text{ min}} = -1,35 \times 7,818 - 1,6 \times 3,430$ $= -16,042 \text{ MNxm}$	$M_{eu \text{ max}} = 1,35 \times 4,378 + 1,6 \times 3,758$ $= 11,923 \text{ MNxm}$
$M_u \text{ min} = M_{eu \text{ min}} + M_h + \sum P_m^i e_i$ $= -10,114 \text{ MNxm}$	$M_u \text{ max} = M_{eu \text{ max}} + M_h + \sum P_m^i e_i$ $= 8,075 \text{ MNxm}$
$M_{lim u \text{ min}} = -10,601 \text{ MNxm}$	$M_{lim u \text{ max}} = 10,307 \text{ MNxm}$
$\Delta M = M_{lim u \text{ min}} - M_u \text{ min} = -0,487 \text{ MNxm}$	$\Delta M' = M_{lim u \text{ max}} - M_u \text{ max} = 2,232 \text{ MNxm}$

ΔM et $\Delta M'$ définissent les marges en question respectivement sur pile et en travée.

Il est intéressant d'estimer quel coefficient de pondération il faudrait appliquer aux charges d'exploitation pour atteindre la "ruine de calcul" de la structure (cette "ruine de calcul" tenant compte elle même de coefficients de sécurité sur les matériaux).

5.1 - Estimation sur la base d'un calcul élastique des sollicitations.

Dans la section sur appui, le coefficient de pondération k sur les charges d'exploitation est défini par :

$$-1,35 \times 7,818 - k \times 3,430 = -16,042 - 0,487 = -16,529$$

$$\text{D'où : } \boxed{k = 1,742}$$

De même, le coefficient k' en travée est donné par :

$$1,35 \times 4,378 + k' \times 3,758 = 11,923 + 2,232 = 14,155$$

$$\text{D'où : } \boxed{k' = 2,194}$$

C'est donc la valeur $k = 1,742 < k'$ qu'il faut retenir, la première rotule se formant sur appui intermédiaire.

5.2 - Possibilités d'adaptation de la structure

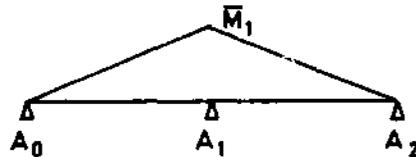
En fait, la formation d'une rotule sur pile n'entraîne pas la ruine de la structure, mais simplement un abaissement de son degré d'hyperstaticité : elle devient isostatique sous la forme de deux travées indépendantes successives.

Le coefficient K à appliquer aux charges d'exploitation pour atteindre la "ruine de calcul" est donc supérieur à k :

$$K > k$$

5.2.1 - Evaluation de K

On peut tenir compte de l'adaptation de la structure en superposant à la distribution élastique des sollicitations une distribution d'auto-contraintes :



K s'obtient alors en exprimant l'épuisement de la résistance dans les sections sur appui ($1,0l_1$) et en travée ($0,4l_1$ et $0,6l_2$ par raison de symétrie).

K et \bar{M}_1 sont ainsi solutions du système :

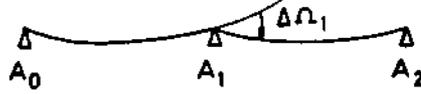
$$- 1,35 \times 7,818 - K \times 3,430 + \bar{M}_1 = - 16,529$$

$$1,35 \times 4,378 + K \times 3,758 + 0,4 \bar{M}_1 = 14,155$$

D'où :

$K = 2,073$ et $\bar{M}_1 = 1,136 \text{ MNxm}$

La valeur 2,073 est en fait une borne supérieure pour K . Elle ne peut être effectivement atteinte que si la ductilité au voisinage de la première rotule est suffisante pour lui permettre d'absorber les rotations nécessaires à la formation des suivantes.

5.2.2 - Vérifications de ductilité

Admettons que la première rotule se forme sur appui intermédiaire A_1 .

L'équation (2) établie en I,3.2 du premier chapitre s'écrit ici :

$$(c_1 + a_2) \bar{M}_1 = -\Delta\Omega_1 \quad (2')$$

soit :
$$\frac{2l}{3EI} \bar{M}_1 = -\Delta\Omega_1$$

et avec $l = 20 \text{ m}$, $E = 34\,200 \text{ MPa}$, $I = 0,7368 \text{ m}^4$

$$\Delta\Omega_1 = \frac{-40}{3 \times 34\,200 \times 0,7368} \times 1,136 = -0,601 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$$

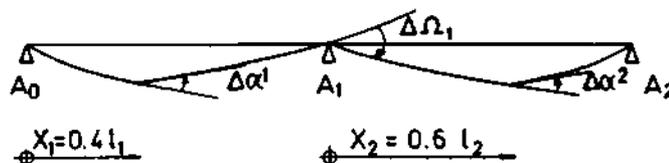
Par ailleurs :

$$\Delta\Omega_1 \text{ lim} = \left| \chi \text{ lim } u \right| \frac{h}{3} = 6,24 \times 10^{-3} \times \frac{1,40}{3} = 2,91 \times 10^{-3}$$

On a donc bien :

$$|\Delta\Omega_1| < \Delta\Omega_1 \text{ lim.}$$

Cette vérification n'est toutefois pas suffisante pour affirmer que la valeur $K = 2,073$ peut être atteinte. En effet, la formulation (2) suppose que la poutre se comporte parfaitement élastiquement en dehors de la zone plastifiée entourant A_1 . C'est certainement faux lorsque les moments en $0,4l_1$ (ou $0,6l_2$) se rapprochent de $M_{\text{lim } u \text{ max}}$. Des zones plastifiées se développent alors de part et d'autre de ces sections, y générant des rotations anélastiques $\Delta\alpha^i$.



En admettant, ce qui est pessimiste, que M_{lim} u max n'est effectivement atteint dans ces sections que lorsque :

$$\Delta\alpha^i = \Delta\alpha_{lim} = \lambda'_{lim} u \frac{h}{3} = 8,12 \times 10^{-3} \times \frac{1,40}{3} = 3,79 \times 10^{-3}$$

L'équation (2) établie en 1.3.2 du premier chapitre s'écrit cette fois :

$$(c_1 + a_2) \bar{M}_1 = -\Delta\Omega_1 - \Delta\alpha_{lim} \left(1 - \frac{x_2}{l_2}\right) - \Delta\alpha_{lim} \frac{x_1}{l_1} \quad (2'')$$

soit :

$$\frac{40}{3 \times 34 \ 200 \times 0,7368} \times 1,136 = -\Delta\Omega_1 - 0,4 \times 3,79 \times 10^{-3} - 0,4 \times 3,79 \times 10^{-3}$$

D'où : $\Delta\Omega_1 = -3,63 \times 10^{-3}$

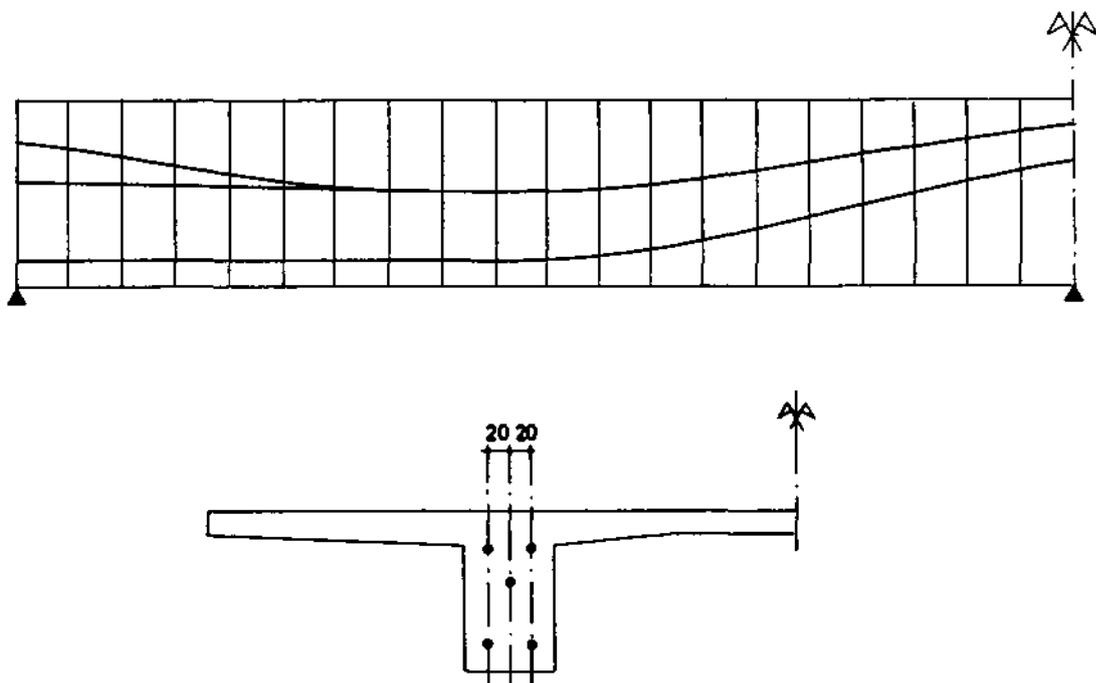
La condition $|\Delta\Omega_1| < \Delta\Omega_{1 lim} = 2,91 \times 10^{-3}$ n'est alors plus respectée.

Il n'est donc pas certain qu'on puisse atteindre la valeur $K = 2,073$ à la ruine de la structure. C'est cependant vraisemblable compte tenu du caractère pessimiste des hypothèses précédentes, mais seule une analyse fine, basée sur un calcul plastique des sollicitations pourrait le confirmer.

6 - Dimensionnement selon d'autres critères

A titre de comparaison, nous avons redimensionné la précontrainte selon les exigences de la classe II puis de la classe I, en admettant comme précédemment que la précontrainte n'était prise en compte aux ELS que par sa seule valeur probable : $P_d = P_m$.

On obtient, en classe II, un câblage constitué de 10 câbles 10T15 (5 câbles 10T15 par nervure) selon le schéma suivant :



En classe I, ce sont 16 câbles 10 T 15 (8 par nervure) qui s'avèrent indispensables. Si l'on prend cette solution comme solution de base, les gains relatifs sur la précontrainte qu'apportent les autres solutions sont résumés dans le tableau ci-après :

Solution	n T 15	$\frac{\Delta P}{P_f}$
cl I	160	—
cl II	100	- 25%
cl III	48	- 70%

La solution classe III développée précédemment exige dans certaines sections beaucoup d'aciers passifs longitudinaux. Là encore, on y gagnerait certainement en augmentant légèrement la précontrainte, donc en se décalant plus nettement qu'on ne l'a fait du minimum absolu de précontrainte que demande la classe III.

Il n'en demeure pas moins clair que pour ce type de structure monolithique, la classe III est une solution d'avenir, techniquement satisfaisante et permettant d'éviter les désordres qu'on a pu observer sur certains ouvrages de ce type à proximité des appuis intermédiaires, la précontrainte trop forte et trop excentrée vers le haut dans ces zones y générant des fissurations en fibre inférieure.

QUATRIEME CHAPITRE

JUSTIFICATION DES CONTRAINTES TANGENTES

I

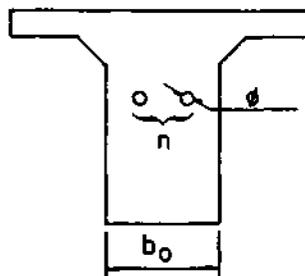
Généralités

Vis à vis des sollicitations tangentes, comme vis à vis des sollicitations normales, une double vérification est de règle :

- aux ELS des critères d'intégrité permettent de limiter la probabilité de fissuration du béton.

- aux ELU, le schéma classique du treillis conduit au dimensionnement des armatures transversales et au contrôle de la contrainte de compression dans les bielles.

Dans un cas comme dans l'autre, les contraintes de cisaillement sont calculées selon les hypothèses de l'élasticité, à partir de l'épaisseur nette b_n obtenue en soustrayant de l'épaisseur brute b_0 la somme de tous les évidements se trouvant au niveau considéré exception faite des conduits injectés qui ne sont comptés que pour leur demi-diamètre d'encombrement (et non plus leur diamètre comme dans la réglementation antérieure).



$$b_n = b_0 - n \frac{\phi}{2}$$

Cette nouvelle règle, basée sur des constatations expérimentales, permet couramment de réduire de 10% la valeur des contraintes de cisaillement calculées.

1 - Justifications aux ELS

Elles consistent à vérifier la double condition :

$$\tau^2 - \sigma_x \sigma_t \leq k f_{tj} (f_{tj} + \sigma_x + \sigma_t) \quad \textcircled{1}$$

$$\tau^2 - \sigma_x \sigma_t \leq \frac{2f_{tj}}{f_{cj}} (k' f_{cj} - \sigma_x - \sigma_t) (f_{tj} + \sigma_x + \sigma_t) \quad \textcircled{2}$$

entre les deux invariants $(\tau^2 - \sigma_x \sigma_t)$ et $(\sigma_x + \sigma_t)$ du tenseur des contraintes.

La première, lorsqu'on y fait $k = 1$, traduit la non rupture par traction du béton : elle exprime alors que $\sigma_1 \geq -f_t$, en désignant par σ_1 la contrainte principale de traction. La deuxième, avec $k' = 1$ correspond à la non rupture par compression cisaillement.

Par souci d'homogénéité avec les règles concernant les contraintes normales, on a adopté $k' = 0,6$.

En ce qui concerne le coefficient k , la valeur $k = 0,6$ initialement proposée, a été réduite à $k = 0,4$ lorsque la nouvelle définition de la largeur nette a été retenue.

Malgré cette modification, la condition ①, prépondérante lorsque $\sigma_x + \sigma_t \leq (k' - \frac{k}{2}) f_c = 0,4 f_c$, est sensiblement plus favorable que l'ancien critère de Chalos et Bêteille de l'IP1 :

$$\tau^2 - \sigma_x \sigma_t \leq \frac{f_{tj}}{f_{cj}} (0,42 f_{cj} - \sigma_x - \sigma_t) (0,42 f_{tj} + \sigma_x + \sigma_t) \quad \textcircled{3}$$

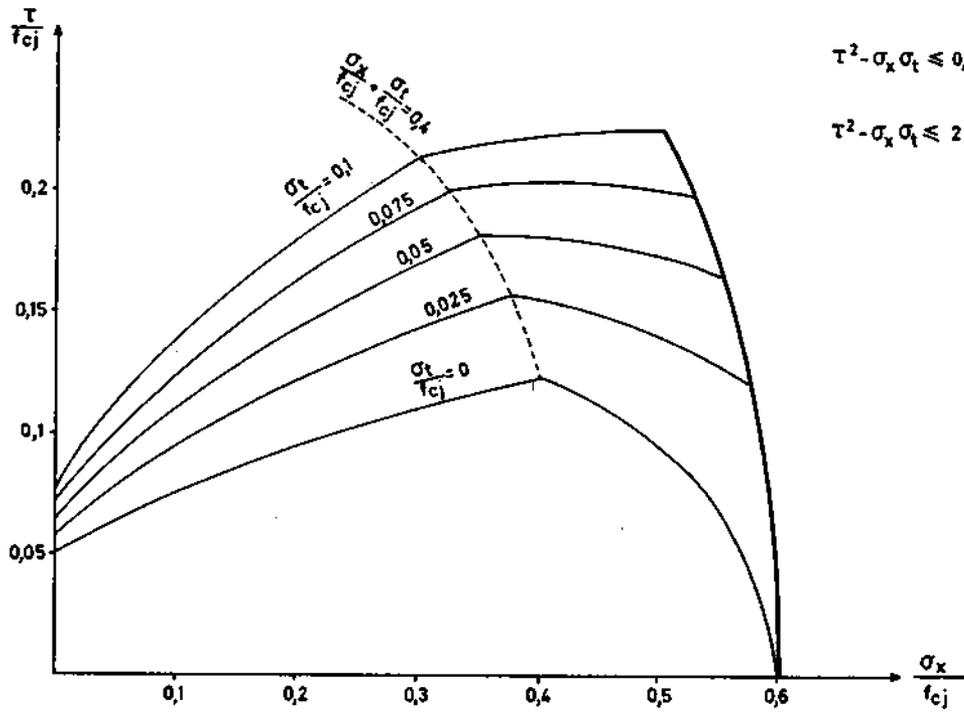
Avec $f_c = 35$ MPa, $f_t = 2,7$ MPa et $\sigma_t = 0$ on a ainsi :

σ_x	0	1	2	3	4	5	6
$\tau_{lim}(BPEL)$	1,708	1,999	2,253	2,4811	2,690	2,884	3,065
$\tau_{lim}(IP1)$	1,134	1,502	1,752	1,932	2,059	2,142	2,188

Au niveau du centre de gravité d'une section, où σ_x est couramment compris entre 2 et 5 MPa, τ_{lim} est majoré de l'ordre de 30% par rapport aux habitudes anciennes.

Avec le changement de définition de b_n , c'est donc à une diminution de l'ordre de 40% de l'épaisseur des âmes que l'on pourrait s'attendre.

BPEL ELS

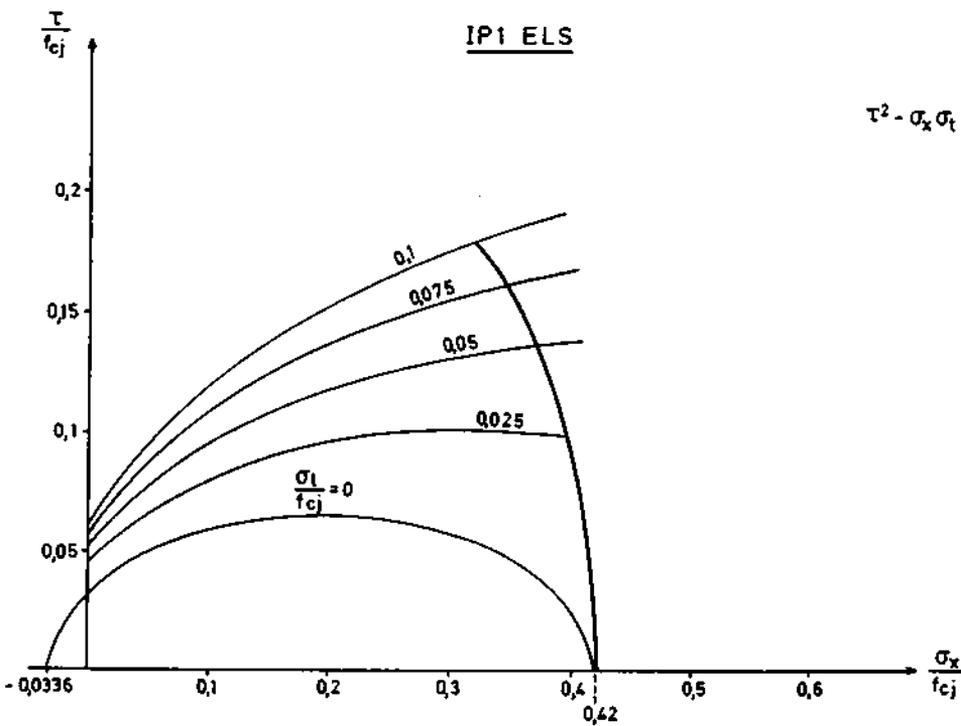


$$\tau^2 - \sigma_x \sigma_t \leq 0,4 f_{tj} (f_{tj} + \sigma_x + \sigma_t)$$

$$\tau^2 - \sigma_x \sigma_t \leq 2 \frac{f_{tj}}{f_{cj}} (0,6 f_{cj} - \sigma_x - \sigma_t) (f_{tj} + \sigma_x + \sigma_t)$$

avec $\frac{f_{tj}}{f_{cj}} = 0,08$

IPI ELS



$$\tau^2 - \sigma_x \sigma_t \leq \frac{\sigma_b}{\sigma_b'} (\bar{\sigma}_b - \sigma_x - \sigma_t) (\bar{\sigma}_b' + \sigma_x + \sigma_t)$$

avec $\bar{\sigma}_b' = 0,42 \sigma_{28}'$

$\bar{\sigma}_b = 0,42 \sigma_{28}$

$\frac{\bar{\sigma}_b}{\sigma_b} = 0,08$

Une telle tendance est à déconseiller fortement compte tenu des éléments suivants :

- la répartition des contraintes de cisaillement dans une section de forme complexe n'est pas facile à appréhender et les calculs ne sont pas toujours conduits avec la finesse nécessaire.

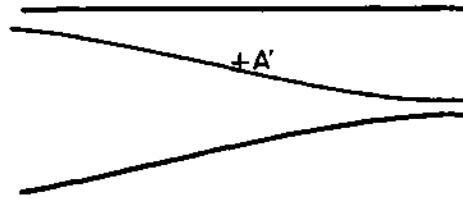
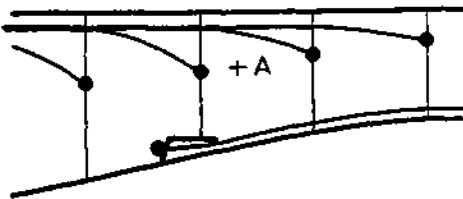
- le béton est ductile en compression mais fragile en traction. Il peut donc s'accommoder de dépassements locaux des contraintes limites habituelles de compression ; par contre des majorations sensibles de cisaillement risquent de générer la fissuration.

- les effets des sollicitations générales calculées selon la théorie des poutres se cumulent avec des effets locaux dus notamment :

- . à la diffusion de la précontrainte

Il est bien évident que vis à vis d'une contrainte de cisaillement évaluée à partir des formules habituelles de la Résistance des Matériaux, il convient de se montrer plus prudent lorsqu'elle se manifeste à proximité d'une zone où sont implantés des ancrages que lorsqu'elle apparaît loin de toute singularité.

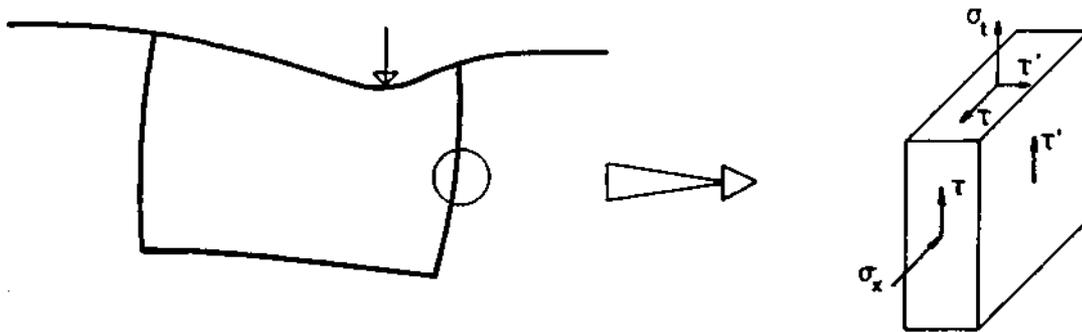
Ces phénomènes de diffusion peuvent initier des fissures de même allure que les fissures d'effort tranchant, mais encore plus préoccupantes que ces dernières car plus inclinées par rapport à la fibre moyenne (voir 5ème chapitre, I,1).



à même état apparent de contraintes,
la situation est plus défavorable en A qu'en A'

- . au comportement transversal de la structure

Les sollicitations correspondantes induisent des contraintes "secondaires", d'où finalement en tout point un état tridimensionnel de contraintes alors que les critères ① et ② ne sont que bidimensionnels.



Il appartient donc aux ingénieurs d'apprécier, en fonction notamment de la morphologie de leur ouvrage, du parti constructif, de la conception générale du câblage quelle marge il convient de conserver par rapport à l'application brutale de tels critères.

- Les gradients de contraintes normales dans les âmes sont sensiblement plus élevés avec le BPEL qu'avec l'IP1. Se contenter de vérifications au niveau du centre de gravité comme le permet l'article 7.2,3 Torsque l'âme est d'épaisseur constante sur toute sa hauteur peut dès lors s'avérer exagérément optimiste, notamment dans le cas de poutres-caissons calculées en classe II ou III.

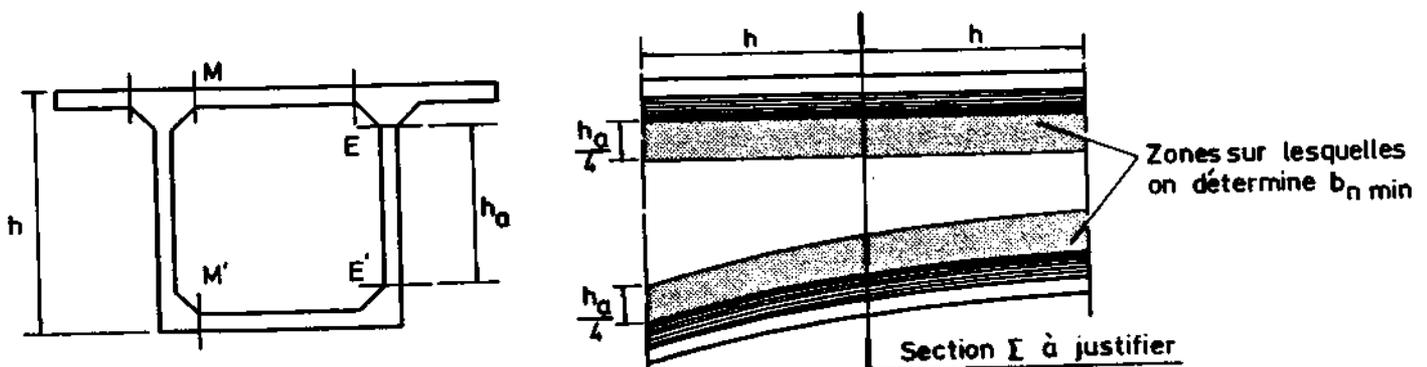
En effet, les contraintes de cisaillement atteignent couramment, au niveau de l'enracinement avec les membrures, 70% de la valeur qu'elles présentent à la hauteur du centre de gravité où l'on bénéficie d'une contrainte normale substantielle.

Des vérifications à tout niveau s'imposent donc en principe. Afin d'éviter la multiplication des calculs superfétatoires, nous proposons pour les cas courants d'effectuer les justifications dans les conditions suivantes :

. au centre de gravité G, selon les errements habituels

. à l'enracinement E (resp. E') sur la membrure, compte tenu de la contrainte normale minimale $\sigma_x \min$ (resp. $\sigma'_x \min$) au niveau en question dans la zone considérée, τ et σ_t étant évalués à partir de la largeur nette minimale $b_n \min$ que l'âme présente sur son quart supérieur (resp. inférieur) dans la zone en cause.

La zone précédemment évoquée s'étend sur une longueur de l'ordre de h de part et d'autre de la section de calcul.



- Il convient de rappeler, par ailleurs que les jonctions hourdis-nervures (M, M') sont également à vérifier. L'existence de cisaillements parfois importants en M et M' entraîne, compte tenu de la formule ② où k' vaut 0,6, qu'il faut limiter la contrainte de compression à une valeur plus faible que 0,6 f_{cj}.

2 - Justifications aux ELU

On admet alors que l'âme se découpe en bielles inclinées selon la direction des isostatiques de compression. La poutre résiste selon le schéma du treillis. Il s'agit, dans ces conditions, de vérifier la non rupture des armatures transversales et des bielles de béton.

2.1 - Inclinaison des fissures sur la fibre moyenne

Conventionnellement, on calcule l'état des contraintes ($\tau_u, \sigma_{xu}, \sigma_{tu}$) en un point comme si les matériaux continuaient à se comporter de façon élastique sous sollicitations ultimes. Pour évaluer l'inclinaison β_u des fissures sur la fibre moyenne on part des hypothèses suivantes :

- dans une âme ne comportant pas de reprise de bétonnage, les fissures sont parallèles à la contrainte principale de compression au niveau du centre de gravité, d'où :

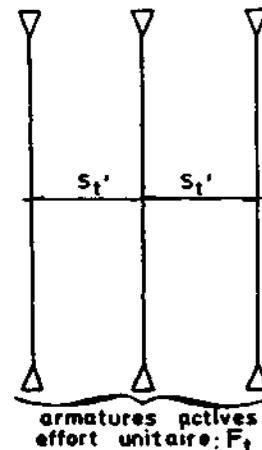
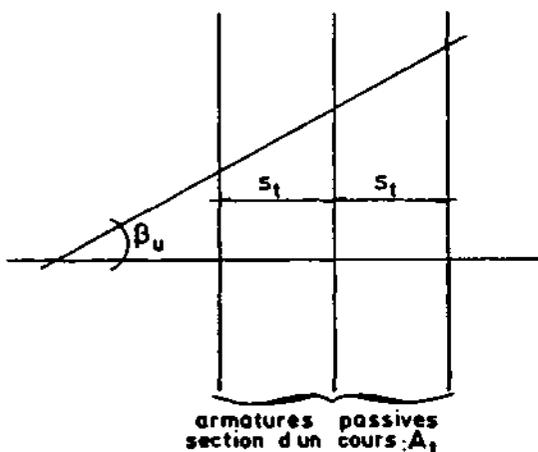
$$\operatorname{tg} 2\beta_u = \frac{2 \tau_u}{\sigma_{xu} - \sigma_{tu}}$$

Toutefois, β_u est borné inférieurement à 30°

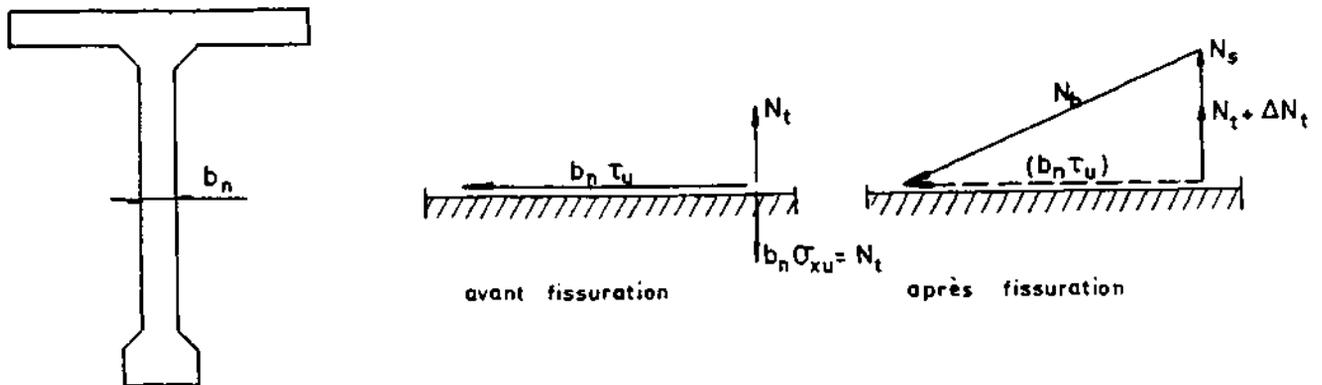
- dans une âme intéressée par une reprise de bétonnage ainsi que dans une membrure : $\beta_u = 45^\circ$

2.2 Equilibre du treillis

Limitons nous à l'étude d'un panneau (âme ou membrure) de largeur nette b_n ne comportant que des armatures transversales perpendiculaires à la fibre moyenne de la poutre.



Considérons un élément de plan, perpendiculaire au panneau, parallèle à la fibre moyenne et de longueur unité.



Avant fissuration cet élément était traversé par un effort tangent, $b_n \tau_u$, un effort normal de compression du béton $b_n \sigma_{xu} = N_t = \frac{F_t}{s_t'}$, un effort de traction $N_t = \frac{F_t}{s_t'}$ dans les armatures transversales de précontrainte.

Après fissuration il est intéressé par les forces :

. $N_t + \Delta N_t = \frac{F_t + \Delta F_t}{s_t'}$ transmise par les armatures transversales de précontrainte qui se sont surtendues chacune de ΔF_t

. $N_s = \frac{A_t \sigma_s}{s_t}$, force de traction dans les armatures passives

. $N_D = b_n \sin \beta \sigma_D$, effort de compression dans les bielles prenant appui sur lui.

L'équivalence de ces deux systèmes de forces s'écrit :

$$\begin{cases} N_t + \Delta N_t + N_s = b_n \tau_u \operatorname{tg} \beta_u & (4) \\ N_D = \frac{b_n \tau_u}{\cos \beta_u} & (5) \end{cases}$$

soit :

$$\begin{cases} \frac{A_t \sigma_s}{b_n s_t} + \frac{F_t + \Delta F_t}{b_n s_t'} = \tau_u \operatorname{tg} \beta & (4') \\ \sigma_D = \frac{2 \tau_u}{\sin 2 \beta_u} & (5') \end{cases}$$

2.3 - Justification des armatures transversales

Si la ruine survient lorsque $\sigma_s = \sigma_s \text{ lim}$ et $F_t + \Delta F_t = F_t \text{ lim}$, l'équation (4') conduit à la condition :

$$\frac{A_t \sigma_s \text{ lim}}{b_n s_t} + \frac{F_t \text{ lim}}{s_t'} \geq \tau_u \text{ tg } \beta \quad (4'')$$

Pour les âmes, sauf si elles sont intéressées par une reprise de bétonnage exécutée sans soin particulier, l'expérience montre toutefois qu'il est légitime de tenir compte de la participation du béton comprimé dans la mesure, bien sûr, où la section n'est pas entièrement tendue.

La condition (4'') devient alors :

$$\frac{A_t \sigma_s \text{ lim}}{b_n s_t} + \frac{F_t \text{ lim}}{s_t'} \geq \left(\tau_u - \frac{f_{tj}}{3} \right) \text{ tg } \beta_u \quad (4''')$$

Pour les éléments autres que les âmes, c'est la condition (4'') qui reste applicable.

Le BPEL a admis $\sigma_s \text{ lim} = \frac{f_e}{1,15}$ et proposé, en son commentaire 7.3,1**

$F_t \text{ lim} = A_{pt} \frac{f_{prg}}{1,15}$, f_{prg} étant la contrainte de rupture garantie des armatures de précontrainte et A_{pt} leur section.

Cette deuxième indication concernant les armatures de précontrainte est très optimiste, surtout lorsque ces armatures sont lisses (fils lisses ou barres lisses) ou non injectées à l'aide d'un produit capable de rétablir l'adhérence avec le béton (torons gainés graissés). Il est clair en effet qu'en cas de fissuration oblique, ces armatures actives pratiquement sans adhérence ne connaîtront que de faibles surtensions alors même que les armatures passives se seront plastifiées.

Il y a donc lieu de substituer aux limites indiquées en 7.3,1** les suivantes :

- cas des armatures de précontrainte sans adhérence (fils ou barres lisses, torons gainés graissés)

$$F_t \text{ lim} = A_{pt} \frac{f_{peg}}{1,30}$$

- cas des armatures de précontrainte avec adhérence :

$$F_t \text{ lim} = A_{pt} \frac{f_{peg}}{1,15}$$

2.4 - Justification du béton

Il s'agit de vérifier que la contrainte des bielles, donnée par (5') est inférieure à $\frac{2}{3} \times \frac{0,85}{1,5} f_{cj}$, ce qui s'écrit :

$$\frac{2\tau_u}{\sin 2\beta_u} \leq \frac{2}{3} \times \frac{0,85}{1,5} f_{cj}$$

ou
$$\tau_u \leq \frac{1}{3} \times \frac{0,85}{1,5} f_{cj} \sin 2\beta_u$$

soit, dans le cas fréquent où $\beta_u = 30^\circ$:

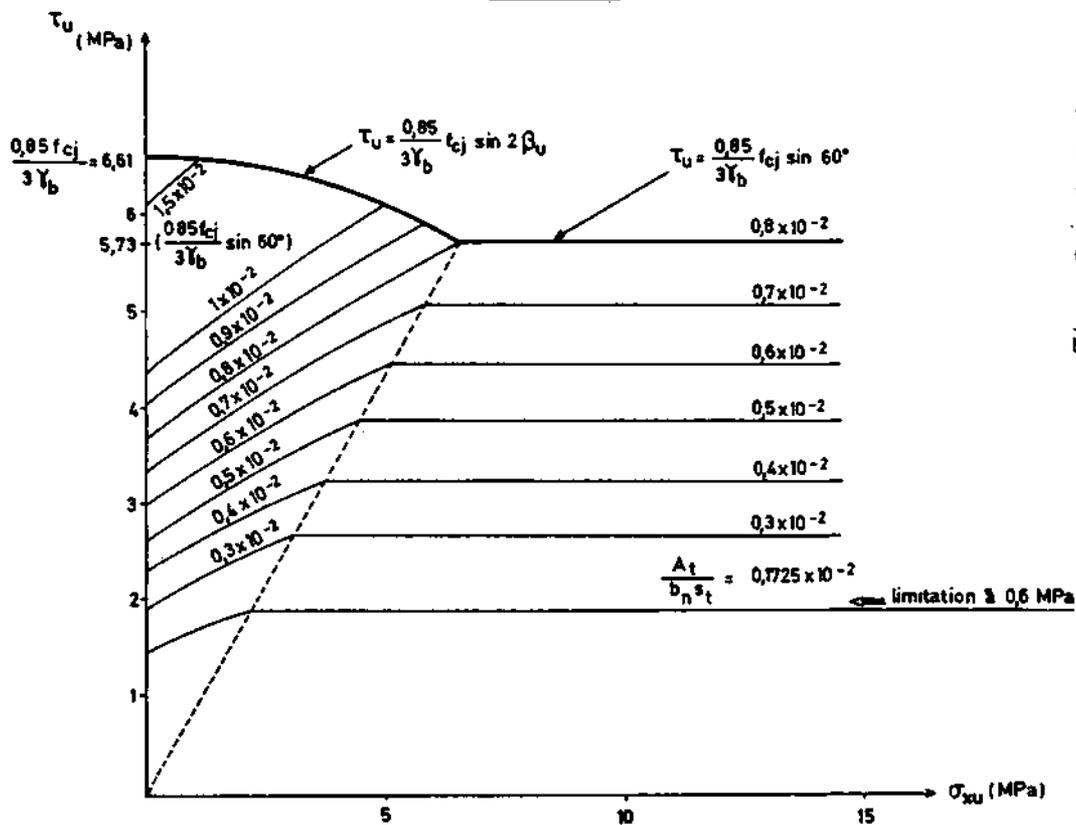
$$\tau_u \leq \frac{1}{3} \times \frac{0,85}{1,5} f_{cj} \sin 60^\circ \simeq \frac{f_{cj}}{6}$$

2.5 - Conclusions

Une comparaison sommaire avec la réglementation antérieure montre qu'aux ELU, les conditions sont sensiblement plus astreignantes que par le passé et que les pourcentages d'armatures transversales croissent vite avec τ_u (voir dessins ci-après).

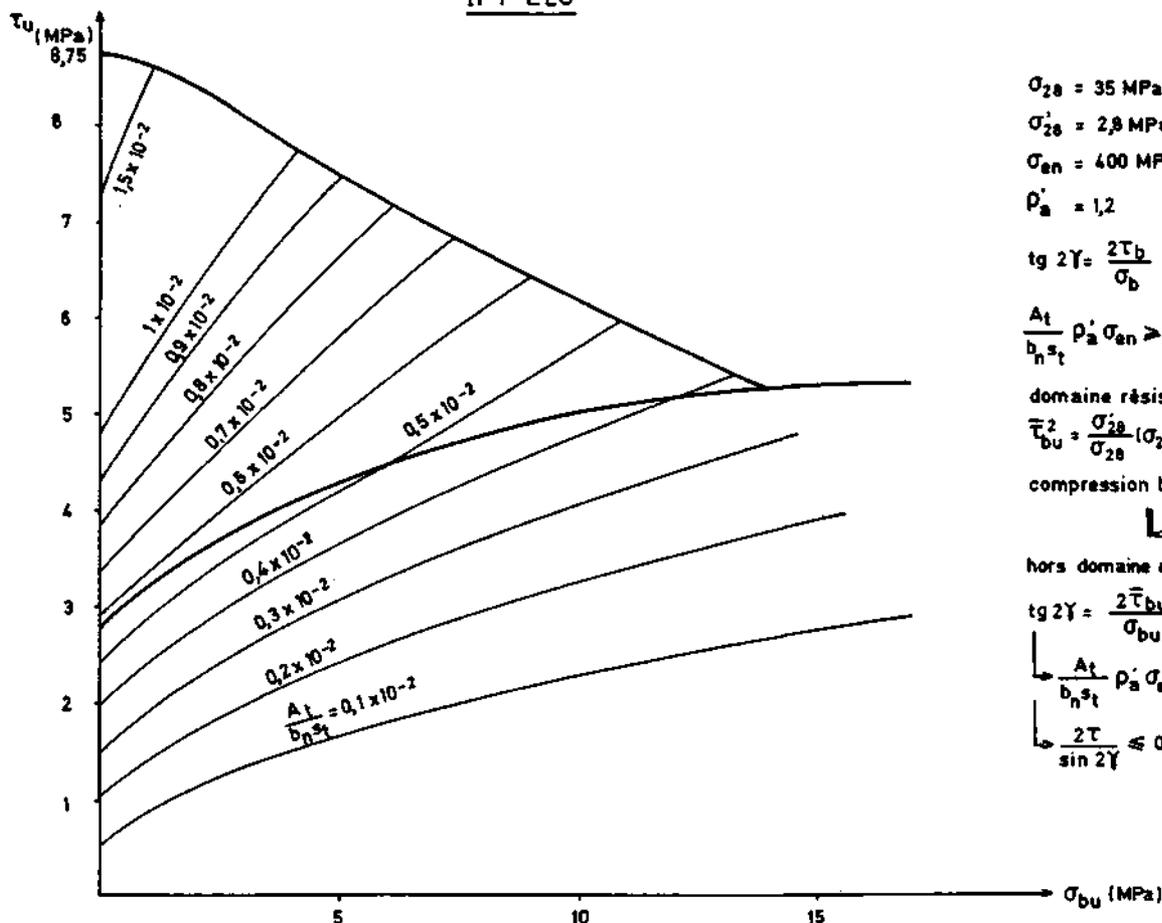
C'est donc une raison supplémentaire de se montrer prudent en ce qui concerne le choix des épaisseurs d'âme (voir 1 ci-dessus). Une attitude inconsidérément optimiste au stade de l'avant-projet, basée sur une interprétation trop rapide des exigences aux ELS pourrait conduire, lors des justifications exhaustives vis à vis des ELU, à de sérieuses difficultés pratiques pour loger le ferrailage, voire à la stricte impossibilité de satisfaire aux conditions réglementaires sur le béton.

BPEL ELU



$f_{cj} = 35 \text{ MPa}$
 $f_{tj} = 27 \text{ MPa}$
 $f_e = 400 \text{ MPa}$
 $\gamma_s = 1,15$
 $\text{tg. } 2\beta_u = \frac{2\tau_u}{\sigma_{xu}} \text{ et } \beta_u \geq 30^\circ$
 $\frac{A_t}{b_n s_t} \times \frac{f_e}{\gamma_s} \geq (\tau_u - \frac{f_{tj}}{3}) \text{ tg. } \beta_u$
 et $\frac{A_t}{b_n s_t} \times \frac{f_e}{\gamma_s} \geq 0,6 \text{ MPa}$
 $\tau_u \leq \frac{0,85}{3} f_{cj} \sin 2\beta_u$

IP1 ELU

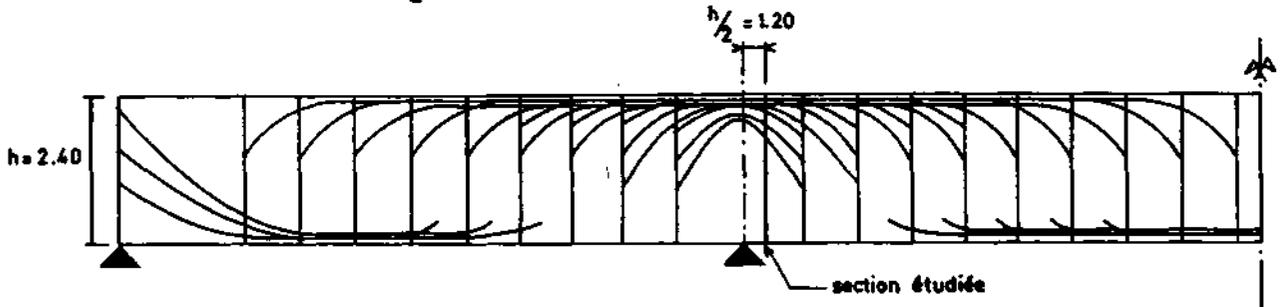


$\sigma_{2a} = 35 \text{ MPa}$
 $\sigma'_{2a} = 2,8 \text{ MPa}$
 $\sigma_{an} = 400 \text{ MPa}$
 $\rho'_a = 1,2$
 $\text{tg } 2\gamma = \frac{2\tau_b}{\sigma_b}$
 $\frac{A_t}{b_n s_t} \rho'_a \sigma_{an} \geq \tau \text{ tg } \gamma$
 domaine résistant:
 $\bar{\tau}_{bu}^2 = \frac{\sigma'_{2a}}{\sigma_{2a}} (\sigma_{2a} - \sigma_{bu}) (\sigma'_{2a} - \sigma_{bu})$
 compression bielle: $\frac{2\tau_b}{\sin 2\gamma} \leq 0,5 \sigma_{2a}$
 $\sigma_{bu} \leq 0,5 \sigma_{2a} \cos 2\gamma$
 hors domaine résistant
 $\text{tg } 2\gamma = \frac{2\bar{\tau}_{bu}}{\sigma_{bu}}$
 $\frac{A_t}{b_n s_t} \rho'_a \sigma_{an} \geq \tau \text{ tg } \gamma$
 $\frac{2\tau}{\sin 2\gamma} \leq 0,5 \sigma_{2a}$

II

Exemple : pont - caisson

Considérant le pont-caisson dimensionné en classe II, en prenant en compte la fourchette de précontrainte (30 câbles de fléau, 10 câbles de continuité), on se propose de justifier vis-à-vis de l'effort tranchant, en phase d'exploitation, la section appartenant à la travée centrale située à une distance égale à $\frac{h}{2}$ de l'appui (art.7.132).



Les caractéristiques géométriques de cette section sont sensiblement identiques à celles de la section sur pile et l'on a plus particulièrement $B_n = 5,892 \text{ m}^2$ et $\frac{S}{I} = 0,500 \text{ m}^{-1}$

Les valeurs de l'effort tranchant engendré dans cette section par les différentes actions à considérer sont résumées dans le tableau suivant:

ACTIONS				valeur probable (MN)	valeur maxi (MN)	valeur min (MN)
Type	Nature	Valeurs caractéristiques	Spécifications			
PERMANENT	POIDS PROPRE	g ; $g_1 = g$; $g_2 = g$	Fléaux et parties coulés en place	V_g	V_{g1}	V_{g2}
			Pose du voussoir de clavage	3,27		
			Démontage de l'équipage mobile	0,24		
				-0,10		
				3,41	3,41	3,41
	SUPERSTRUCTURES	g' ; $g'_1 = 1,19g'$; $g'_2 = 0,90g'$		$V_{g'}$	$V_{g'1}$	$V_{g'2}$
				1,02	1,21	0,92
	PRECONTRAINTE	P ; P_1 ; P_2	Câbles de fléaux	V_{Pm}	V_{P1}	V_{P2}
				-1,32	-1,46	-1,17
VARIABLE	CHARGES ROUTIERES	<u>ELS:</u> Charges de chaussée $Q_R = 1,2 \times \text{valeur nominale}$ } charge routière Charges de trottoir $Q_T = 1 \times \text{valeur nominale}$ } $R = Q_R + Q_T$		<u>ELS:</u> $V_{R \max} = 1,79$ $V_{R \min} = -0,14$		
		<u>ELU:</u> Charges de chaussée $Q_R = 1,07 \times \text{valeur nominale}$ } charge routière Charges de trottoir $Q_T = 1,07 \times \text{valeur nominale}$ } $R = Q_R + Q_T$		<u>ELU:</u> $V_{R \max} = 1,51$ $V_{R \min} = -0,13$		

Valeur de la composante horizontale de l'effort de précontrainte dans cette section (en MN)	N_m	N_1	N_2
	38,57	41,89	35,45

1 - Etat-limite de service

Les contraintes sont déterminées à partir de la valeur de calcul P_d de la précontrainte.

La sollicitation la plus défavorable à considérer est donc définie par la combinaison rare

$$\begin{aligned} R1 \quad V &= V_{g1} + V_{g'1} + V_{p2} + V_{Rmax} \\ V &= 3,41 + 1,21 - 1,17 + 1,79 = 5,24 \text{ MN} \end{aligned}$$

1.1 - Vérification strictement réglementaire

Elle se limite à une justification au niveau du centre de gravité de la section :

σ_x : contrainte normale à la section

$$\sigma_x = \frac{N_2}{B_n} = \frac{35,45}{5,892} = 6,02 \text{ MPa}$$

σ_t : contrainte normale transversale

$$\sigma_t = 0 \quad \text{en l'absence d'armatures transversales de précontrainte}$$

τ : contrainte de cisaillement

$$\tau = \frac{V S}{I b_n} \quad \text{où } b_n = b_0 - 1/2 \text{ (diamètre des gaines injectées) (art 721)}$$

Le diamètre des gaines étant égal à 7,1cm, l'épaisseur nette à considérer est égale à $b_n = 2 \left[0,4 - \left(\frac{1}{2} \times 0,071 \right) \right] = 0,729 \text{ m}$

$$\tau = \frac{5,24}{0,729} \times 0,500 = \underline{3,59 \text{ MPa}}$$

Il s'agit de vérifier que :

$$\begin{aligned} \tau^2 - \sigma_x \sigma_t &\leq 0,4 f_{tj} (f_{tj} + \sigma_x + \sigma_t) \\ \tau^2 - \sigma_x \sigma_t &\leq 2 \frac{f_{tj}}{f_{cj}} (0,6 f_{cj} - \sigma_x - \sigma_t) (f_{tj} + \sigma_x + \sigma_t) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} f_{cj} = 35 \text{ MPa} \\ f_{tj} = 2,7 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

La seconde condition n'est prépondérante que lorsque

$$\sigma_x + \sigma_t > 0,4 f_{cj}$$

$$\text{or } 6,02 + 0 < 0,4 \times 35 = 14 \text{ MPa}$$

C'est donc la 1ère condition seulement qu'il convient de vérifier

$$\text{soit } \tau^2 \leq 0,4 \times 2,7 (2,7 + 6,02)$$

$$\tau \leq \tau_{lim} = 3,07 \text{ MPa}$$

Cette inégalité n'est pas satisfaite.

Il y aurait donc lieu d'épaissir localement chaque âme d'une valeur e telle que (en supposant que cet épaississement n'affecte que très peu la valeur du rapport $\frac{S}{I}$)

$$\frac{b_n + 2e}{b_n} = \frac{\tau}{\tau_{lim}}$$

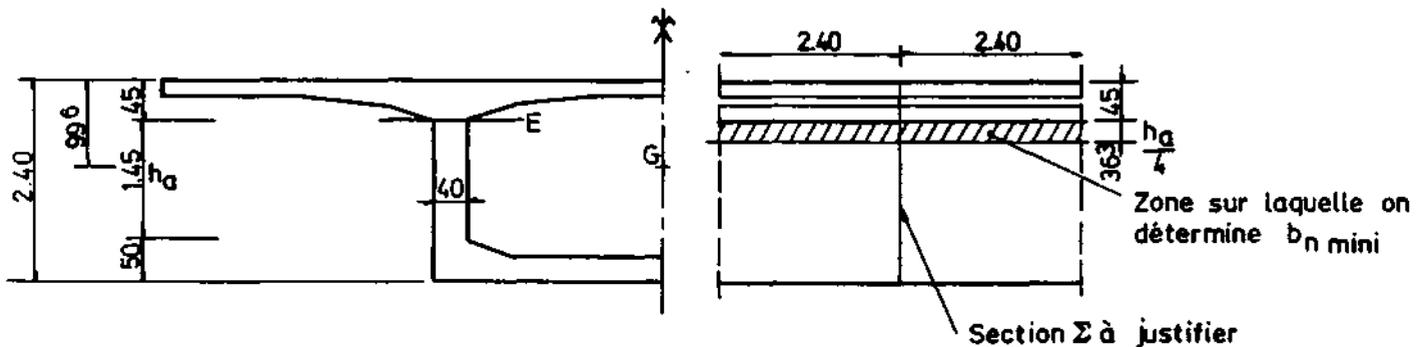
$$\text{soit } e = \frac{b_n}{2} \left(\frac{\tau}{\tau_{lim}} - 1 \right)$$

$$e = \frac{0,729}{2} \left(\frac{3,59}{3,07} - 1 \right)$$

$$e = 6,2 \text{ cm}$$

1.2 - Vérification complémentaire

Elle consiste à vérifier, conformément à la règle complémentaire proposée au I.1 de ce chapitre, que la contrainte de cisaillement respecte sa valeur limite à l'enracinement E de l'âme sur la membrure.



. Calcul de la valeur du cisaillement au niveau E

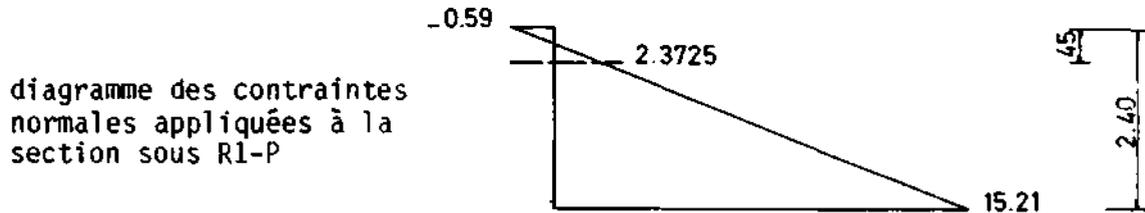
Au niveau E, la valeur du rapport $\frac{S}{I}$ par rapport au centre de gravité est ramenée à $0,478 \text{ m}^{-1}$

$$b_{n \text{ min}} = b_n = 0,729 \text{ m}$$

$$\text{d'où } \tau = \frac{5,24}{0,729} \times 0,478 = 3,44 \text{ MPa}$$

. Calcul de la valeur limite du cisaillement au niveau E

D'après une étude précédente, c'est sous la combinaison rare R1-P que l'on obtient la contrainte normale minimale σ_x min au niveau E dans la zone considérée.



on doit donc avoir

$$\tau^2 \leq 0,4 \times 2,7 (2,7 + 2,3725)$$

soit $\tau \leq \tau_{lim} = 2,34$ MPa

Cette condition n'est pas vérifiée.

La surépaisseur à donner à chaque âme serait égale à :

$$e = \frac{b_n}{2} \left(\frac{\tau}{\tau_{lim}} - 1 \right)$$

$$e = \frac{0,729}{2} \left(\frac{3,44}{2,34} - 1 \right)$$

$$e = 17 \text{ cm.}$$

On peut vérifier que malgré l'importance de e , le rapport $\frac{S}{I}$ ne varie pratiquement pas (1%), conformément aux hypothèses.

2 - Etat-limite ultime

Les contraintes sont déterminées à partir de la valeur probable P_m de la précontrainte.

La sollicitation la plus défavorable à considérer est définie par la combinaison :

$$EU1 \quad V_u = V_{pm} + 1,35 (V_{g1} + V_{g'1}) + 1,5 V_{Rmax}$$

$$V_u = - 1,32 + 1,35 (3,41 + 1,21) + 1,5 \times 1,61 = 7,33 \text{ MN}$$

On procède à la justification au niveau du centre de gravité de la section.

En l'absence d'étriers actifs, il vient :

σ_{xu} : contrainte normale

$$\sigma_{xu} = \frac{N_m}{B_n} = \frac{38,67}{5,892} = 6,56 \text{ MPa}$$

σ_{tu} : contrainte normale transversale

$$t_u = 0$$

τ_u : contrainte de cisaillement

$$\tau_u = \frac{V_u S}{I b'_n} = \frac{7,33}{0,853} \times \frac{1}{2} = 4,29 \text{ MPa} \quad (b'_n = b_n + 2e \text{ d'après la vérification strictement réglementaire aux ELS})$$

Dans l'hypothèse de la formation d'un treillis après fissuration du béton, l'angle β_u de ces fissures avec la fibre moyenne est défini par :

$$\text{tg } 2 \beta_u = \frac{2 \tau_u}{\sigma_{xu} - \sigma_{tu}} \quad \beta_u \text{ étant toutefois borné inférieurement à } 30^\circ$$

Pour la section étudiée on obtient :

$$\text{tg } 2 \beta_u = \frac{2 \times 4,29}{6,56 - 0} = 1,31$$

$$\text{d'où } \beta_u = 26^\circ$$

β_u devant être borné inférieurement à 30° , on prendra en fait $\beta_u = 30^\circ$

2.1 - Détermination des armatures d'âme

En supposant que l'on disposera perpendiculairement à la fibre moyenne de la poutre une densité d'armatures passives égale à $\frac{A_t}{S_t}$, la section n'étant pas entièrement tendue, on doit vérifier que (art 7.3.22)

$$\frac{A_t}{b'_n s_t} \frac{f_e}{\gamma_s} \geq \left(\tau_u - \frac{f_{tj}}{3} \right) \text{tg } \beta_u \quad \text{avec } \gamma_s = 1,15$$

par : Pour des aciers de limite élastique $f_e = 400 \text{ MPa}$ ceci se traduit

$$\frac{A_t}{0,853 s_t} \frac{400}{1,15} \geq \left(4,29 - \frac{2,7}{3} \right) \text{tg } 30^\circ$$

$$\frac{A_t}{s_t} \geq 0,0048 \text{ m}^2/\text{m}$$

$$\frac{A_t}{s_t} \geq 48 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Ce qui pourrait correspondre à la mise en place dans chaque âme d'un cadre HA 20 tous les 25 cm (50 cm²/m)

On respecterait bien les espacements limites définis à l'article 7.3.22.

$$S_t \leq \min \left| \begin{array}{l} 0,8h = 0,8 \times 2,4 = 1,92 \text{ m} \\ 3b_0 = 3 \times 0,427 = 1,28 \text{ m} \\ 1 \text{ m} \end{array} \right| = 1 \text{ m}$$

(avec b_0 = épaisseur brute minimale de l'âme)

On peut remarquer que le minimum d'armatures d'âme exigé dans toutes les zones de la poutre et donné par la condition $\frac{A_t}{b_n s_t} \frac{f_e}{\gamma_s} \geq 0,6 \text{ MPa}$ dans le cas d'armatures passives perpendiculaires à la fibre moyenne et en l'absence d'étriers actifs, nécessite la mise en place de 14 cm² d'acier par mètre.

2.2 - Justification du béton

L'ouvrage ne comportant que des armatures transversales perpendiculaires à sa fibre moyenne, on doit vérifier (art.7.3.3.) que

$$\tau_{\text{réd},u} \leq \frac{0,85 f_{cj}}{3 \gamma_b} \sin 2 \beta_u$$

avec $\gamma_b = 1,5$ $\beta_u = 30^\circ$ et $f_{cj} = 35 \text{ MPa}$ il vient

$$\tau_{\text{réd},u} \leq 5,73 \text{ MPa}$$

La contrainte de cisaillement ultime la plus défavorable étant égale à 4,29 MPa, cette inégalité est bien vérifiée.

CINQUIEME CHAPITRE

DIFFUSION DE LA PRECONTRAINTE

I

Généralités

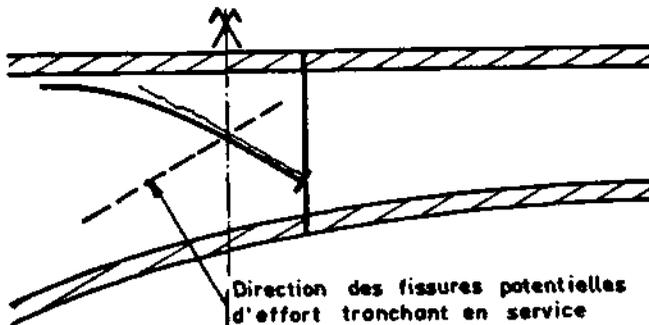
1 - Le problème et son importance pratique

Au voisinage d'une section S_p où sont ancrées des armatures de précontrainte, la distribution des contraintes s'écarte notablement de celle qui résulte des règles habituelles de la Résistance des Matériaux.

Dans cette zone, on est en effet à proximité immédiate des points d'application d'un système de forces concentrées importantes et les conditions du principe de Saint-Venant ne sont pas respectées, non plus, du reste, que celles du principe de Navier.

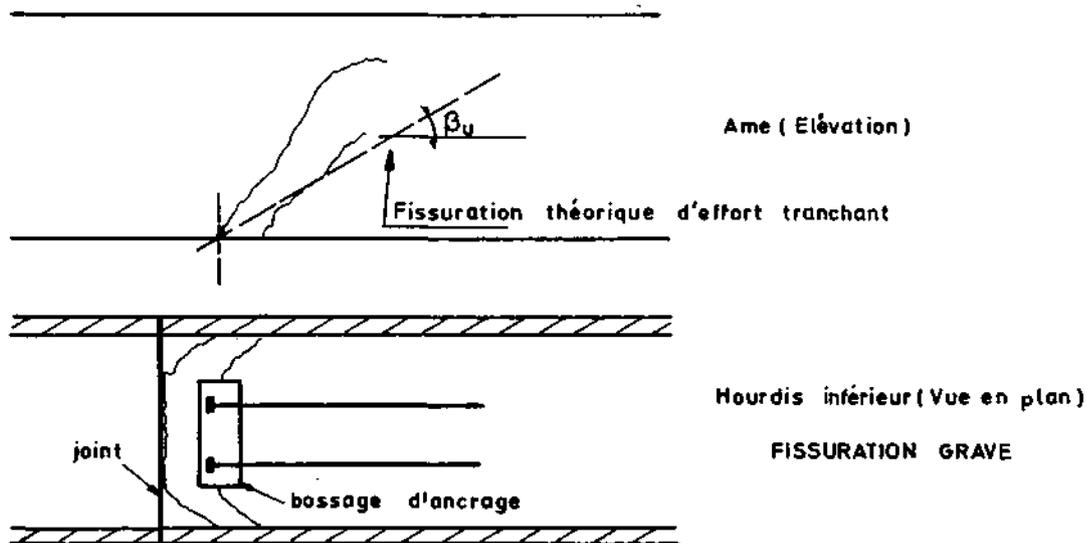
L'importance du problème s'est révélée, en post-tension, à partir du moment où l'utilisation d'unités suffisamment puissantes est devenue systématique, par l'observation d'un certain nombre de désordres plus ou moins sérieux.

Parmi les désordres mineurs, on peut relever ceux qui se manifestent par la formation de fissures suivant le tracé des câbles : ces fissures de faible ouverture, inertes, de direction sensiblement symétrique par rapport à un plan vertical de celle des fissures potentielles d'effort tranchant en service ne nécessitent a priori aucun renforcement mécanique.



FISSURATION PEU PRÉOCCUPANTE

Dans la catégorie des désordres majeurs, signalons ceux qui affectent parfois le voisinage des ancrages des câbles de continuité ancrés dans le hourdis inférieur des poutres-caissons : fissures en arêtes de poisson pouvant remonter dans les âmes (avec des inclinaisons sur la fibre moyenne beaucoup plus prononcées que ne l'indiquent les théories classiques relatives à l'effort tranchant et rendant problématique la tenue des étriers) ou cheminer le long de leur jonction avec la membrure inférieure (d'où risque de voir la partie de cette membrure qui contient les câbles se désolidariser du reste de la structure), fissures de "décompression" en amont des ancrages.



2 - Etude du phénomène par le calcul

Une étude, pour être totalement satisfaisante, devrait tenir compte de deux phénomènes pratiquement inévitables à proximité immédiate des ancrages :

- la plastification locale du béton
- sa fissuration qui provoque des redistributions de contraintes.

Il faudrait donc modéliser non seulement le béton de la structure, mais également ses armatures ainsi que la liaison entre ces deux matériaux.

Aucun outil de calcul opérationnel ne répond à ces exigences.

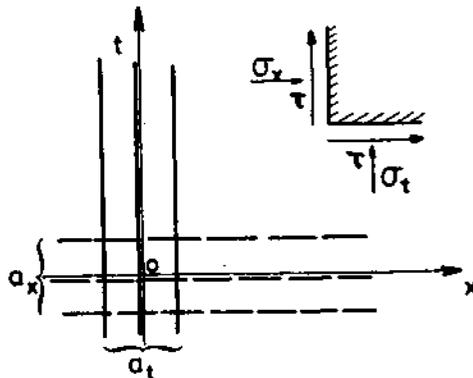
Aussi se contente-t-on, au mieux, de calculer la répartition des contraintes au voisinage des ancrages dans le cadre du modèle élastique, en utilisant des programmes d'éléments finis par exemple.

Il ne reste plus alors qu'à vérifier des critères appropriés sur les contraintes pour réduire la probabilité de fissuration et à dimensionner un ferrailage destiné à limiter l'ouverture des fissures. Pour ce dimensionnement, ont été proposées différentes méthodes n'ayant de scientifique que l'apparence puisqu'elles reposent toutes sur une contradiction fondamentale : il s'agit en effet de définir, à partir de l'équilibre élastique dans un matériau continu, des armatures qui ne peuvent travailler que dans la mesure où, précisément, ce matériau perd sa continuité par fissuration.

Les plus convaincantes, néanmoins, conduisent, dans le cas d'une plaque soumise à un champ de tension plane défini en chaque point par :

$$\begin{pmatrix} e\sigma_x & e\tau \\ e\tau & e\sigma_t \end{pmatrix}$$

à dimensionner localement les sections a_x et a_t d'armatures par :



$$a_x \sigma_s \text{ lim} = e [|\tau| - \sigma_x]$$

$$a_t \sigma_s \text{ lim} = e [|\tau| - \sigma_t]$$

Dans ces formules, a_x et a_t représentent des sections d'armatures par unité de longueur, e l'épaisseur de la plaque et $\sigma_s \text{ lim}$ la contrainte limite de l'acier passif. Les contraintes normales σ_x et σ_t sont comptées algébriquement positives lorsqu'elles sont de compression.

3 - Méthode simplifiée de calcul

A côté de ces méthodes élaborées de calcul qui bien entendu sont applicables, il a paru souhaitable de développer une méthode simplifiée, accessible à tous.

Cette méthode, assez grossière, ne peut donner qu'une idée sommaire de l'état des contraintes au voisinage de la section d'ancrage S_A et conduit généralement à des ferraillements plus importants qu'il ne serait strictement nécessaire sans toutefois aboutir à des excès.

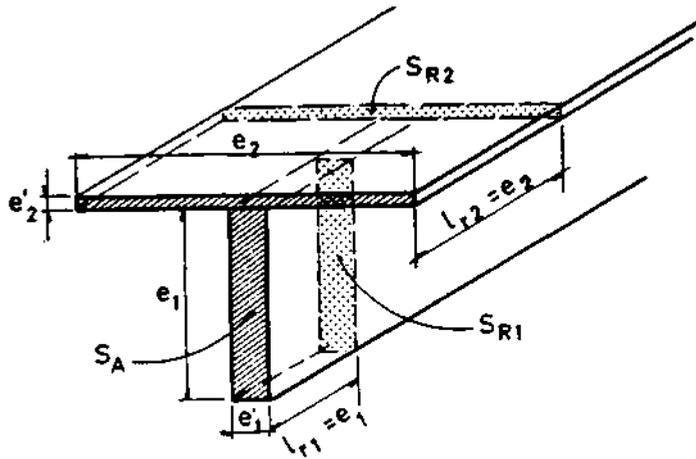
Elle repose sur différentes idées, dues en bonne partie à Y. Guyon :

- une poutre est considérée comme un assemblage de panneaux quasi-plans.

- la diffusion de la précontrainte présente un caractère tridimensionnel, mais elle est étudiée au niveau de chacun des panneaux sous la forme de deux équilibres bidimensionnels, l'un dans le plan du panneau, l'autre dans le plan perpendiculaire.

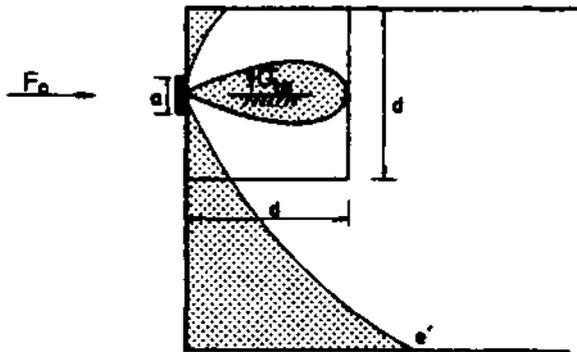
- les contraintes équilibrant les sollicitations isostatiques de précontrainte développées par les câbles ancrés dans la section S_A ne retrouvent une distribution conforme à la RDM qu'à une distance l_r dite distance de régularisation de S_A (les contraintes d'autres origines sont, elles, régularisées dans S_A ; il en est ainsi notamment des contraintes équilibrant les sollicitations hyperstatiques de précontrainte qui proviennent de modifications de réactions d'appui, les sections d'appui étant présumées éloignées de S_A). Lorsque S_A n'est pas section d'about, la perturbation à la RDM s'étend sur l_r de part et d'autre de S_A .

- pour l'étude d'un panneau i dans son plan, on lui affecte par commodité une longueur de régularisation $l_{ri} = e_i$.



- entre S_A et S_{Ri} , on admet conventionnellement que la régularisation s'effectue en deux temps :

. première régularisation à l'intérieur des prismes symétriques associés à chaque niveau d'ancrage. Au niveau de ces prismes symétriques, demeurent applicables les formules de Guyon permettant d'évaluer la résultante R' des contraintes transversales de traction dans les onglets de surface, la résultante R des contraintes transversales de traction dans le noyau d'éclatement et la contrainte transversale maximale σ_{te} dans l'axe du câble.

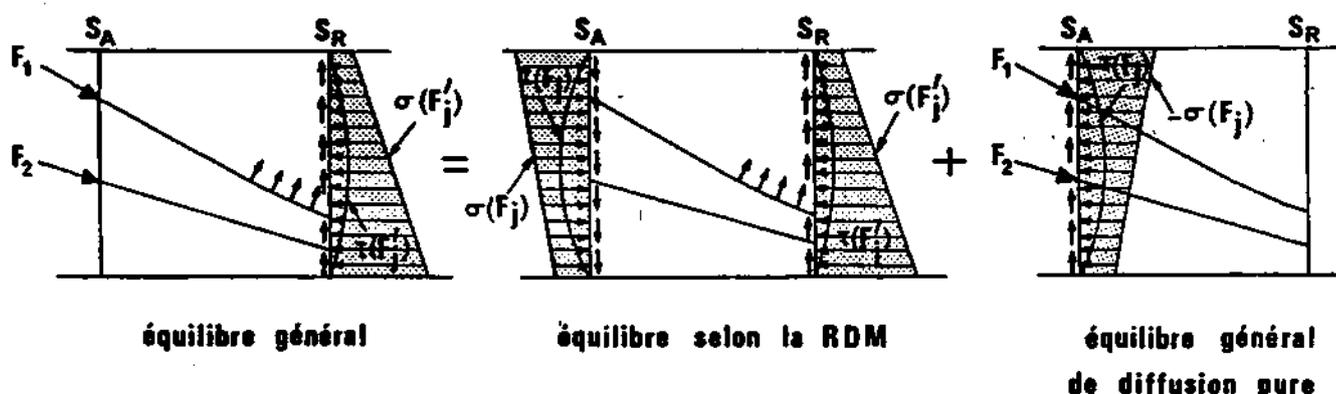


$$R' \leq 0,04 F_0$$

$$R = 0,25 \left(1 - \frac{a}{d}\right) F_0$$

$$\sigma_{te} = 0,5 \left(1 - \frac{a}{d}\right) \frac{F_0}{e'd}$$

. régularisation complète entre S_A et S_{Rj} qu'on appréhende par l'étude d'équilibre général de diffusion pure (EDP) entre S_A et S_{Rj} . Cette notion d'EDP se substitue à celle d'équilibre général de diffusion totale (EDT) qui avait été introduite dans l'IP2, car elle permet de supprimer un certain nombre de contradictions. Elle traduit l'écart entre la Résistance des Matériaux et la distribution réelle des contraintes.



On considère alors que la tranche de panneau comprise entre S_A et S_{Rj} constitue une poutre cloison dont l'axe est perpendiculaire à celui de la poutre étudiée. Cette poutre cloison est en équilibre sous l'effet :

- des forces concentrées sous les ancrages logés dans le panneau
- de celles des contraintes directement antagonistes à l'ensemble des forces ancrées (contraintes supposées réparties selon la RDM sur l'entière section de la poutre) qui intéressent directement le panneau étudié
- des forces exercées sur le panneau en cause par les autres panneaux au niveau de leur encastrement sur celui-ci.

D'où, pour chaque "section droite" de la poutre-cloison, des efforts d'EDP :

$$V_x \text{ et } N_t$$

permettant d'évaluer la contrainte de cisaillement de diffusion pure :

$$\tau_d = \frac{2 V_x}{e' j l_{rj}}$$

directement cumulable avec la contrainte de cisaillement, calculée selon la Résistance des Matériaux, qui résulte de l'équilibre de toutes les sollicitations appliquées à la poutre (y compris celles que développent les câbles ancrés dans S_A)

$$\tau_g = \tau_d + \tau$$

4 - Conception des zones d'ancrage

Sans entrer dans le détail des justifications qui sont développées en annexe 4 du BPEL, nous nous contenterons d'évoquer les quelques points fondamentaux suivants :

- un ferrailage transversal est, sauf cas particulier des unités de faible puissance (monotorons par exemple) ancrées en pleine masse, indispensable au voisinage de S_A . Il comporte un ferrailage de première régularisation (ferrillages de surface et d'éclatement) et un ferrailage d'équilibre général.

- les notices techniques accompagnant l'agrément d'un procédé de précontrainte définissent un frettage qui correspond à la notion de ferrailage de première régularisation. Mais ce frettage n'est adapté qu'au cas d'un ancrage unique incorporé à un bloc de béton de dimensions minimales. Ce frettage n'a donc que valeur indicative. Il doit être redimensionné et redessiné en chaque cas d'espèce selon le BPEL, puis complété par des armatures d'équilibre général.

- en cas de juxtaposition d'ancrages, il convient d'assurer la continuité des armatures de première régularisation d'un ancrage à l'autre puisque c'est entre ancres qu'apparaissent les plus importantes tractions superficielles.

- dans le cas des ancres en partie courante, les perturbations à la Résistance des Matériaux s'étendent tant en amont qu'en aval de S_A . C'est donc de part et d'autre de S_A qu'il convient de prévoir un ferrailage transversal.

- en arrière de ces ancres en partie courante se développent des tractions longitudinales d'entraînement dont il faut limiter les effets par des armatures passives longitudinales.

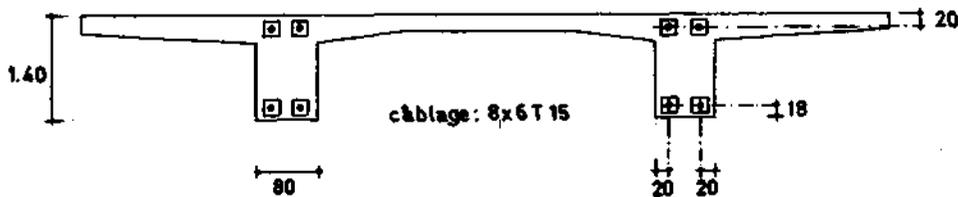
- lorsqu'on utilise des coupleurs (même fonctionnant parfaitement) il existe toute une zone, de part et d'autre de la section de couplage, où la distribution des contraintes échappe à la Résistance des Matériaux, les contraintes normales sur les sections droites se trouvant notamment réduites par rapport à celles qu'engendreraient des câbles continus. D'où la nécessité d'assurer la continuité des armatures passives à travers le joint correspondant et de conduire localement les justifications à la flexion en admettant que les câbles couplés ne transmettent que les deux tiers de leur force (article 6.1,5).

II

Premier exemple : pont à nervures - Ferrailage d'about

On se propose d'étudier la diffusion des forces de précontrainte appliquées à l'about du pont à nervures précédemment présenté.

La surlongueur à l'extrémité de l'ouvrage est égale à 60 cm

1 - Données générales

. Câblage

Il est constitué de deux nappes de deux câbles 6T15 par nervure

câbles supérieurs : - ancrage à 0,20 m de la fibre supérieure

- inclinaison dans la zone d'about $\tan \alpha = 0,1394$

câbles inférieurs : - ancrage à 0,18 m de la fibre inférieure

- inclinaison dans la zone d'about $\tan \alpha = 0,007323$

La tension dans chacun des câbles, d'après les résultats de l'étude sur les pertes de précontrainte dans cet ouvrage, sera prise égale à :

- à l'origine : $F_0 = 1,18 \text{ MN}$ ($\sigma_{p0} = 1416 \text{ MPa}$)

- à la mise en tension des câbles à 15 jours : $F_1 = 1,05 \text{ MN}$

$$(\sigma_{p0} - \Delta\sigma_{\varphi} - \Delta\sigma_g - \Delta\sigma_{e15} = 1255,01 \text{ MPa})$$

On suppose à priori que la phase la plus défavorable vis-à-vis des justifications de diffusion de précontrainte correspond à la phase de mise en tension des câbles car elle fait intervenir un béton jeune, donc moins résistant, et des forces de précontrainte initiales élevées.

La dimension des plaques d'appui est de $225 \times 225 \text{ mm}^2$.

Le diamètre des gaines est égal à 6,6 cm.

. béton

$f_{c15} = 24 \text{ MPa}$

$f_{t15} = 2 \text{ MPa}$

$f_{c28} = 30 \text{ MPa}$

$f_{t28} = 2,4 \text{ MPa}$

. aciers passifs

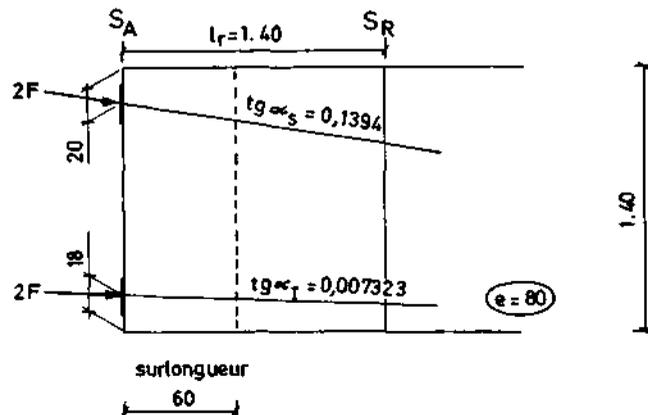
$$f_e = 400 \text{ MPa}$$

la contrainte de traction des armatures passives est limitée à

$$\sigma_s \lim = \frac{2}{3} f_e = 267 \text{ MPa}$$

2 - Diffusion dans le plan vertical d'une nervure

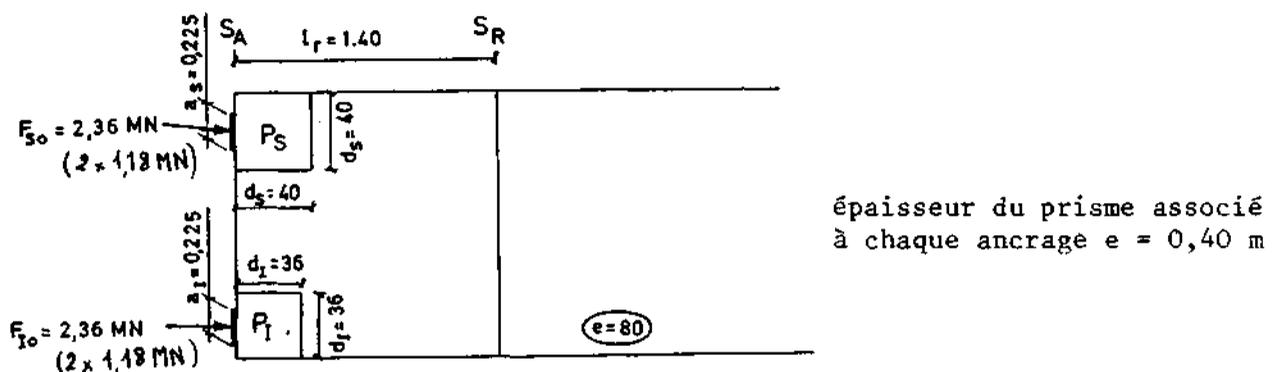
On considère



La longueur de régularisation l_r est prise égale à la hauteur de la nervure soit 1,40 m.

2.1 - Vérifications dans les zones de première régularisation

A chaque ancrage on associe un prisme symétrique de dimensions $d \times d$ dans le plan vertical avec $d = 2 \times \inf(c, c^*)$ (cf annexe 4 du BPEL), ce qui correspond au plus grand prisme possible compte tenu de la proximité d'une fibre extrême ou d'un autre ancrage.



2.1.1 - Effets de surface

Au voisinage immédiat de la section d'ancrage S_A il y a lieu de disposer une section d'acier A_S , continue sur toute la hauteur du panneau.

$$A_S = 0,04 \times \frac{\max(F_{\delta 0})}{\sigma_s \lim}$$

$$A_S = 0,04 \times \frac{2,36}{267} \times 10^4 = \underline{3,54 \text{ cm}^2}$$

2.1,2 - Effets d'éclatement

a - vérification des contraintes

A l'intérieur de chaque prisme symétrique, on calcule

. la contrainte maximale d'éclatement
$$\sigma_{tej} = 0,5 \left(1 - \frac{a_j}{d_j}\right) \frac{F_{jo}}{e d_j}$$

. la contrainte moyenne de compression longitudinale
$$\sigma_{xmj} = \frac{F_{jo}}{e d_j}$$

et on vérifie que $\sigma_{tej} \leq 1,25 f_{tj}$ et que $\sigma_{xmj} \leq \frac{2}{3} f_{cj}$

b - ferrailage d'éclatement

La résultante des contraintes d'éclatement est donnée par

$$R_j = 0,25 \left(1 - \frac{a_j}{d_j}\right) F_{jo}$$

La section d'aciers d'éclatement associée à chaque niveau d'ancrage

est égale à $A_{ej} = \frac{R_j}{k_j \sigma_s \lim}$ avec $k_j = 1$ si j est un niveau extrême
 $k_j = 1,5$ si j est un niveau intermédiaire

On dispose en définitive une section d'aciers d'éclatement

$$A_e = \sup \left\{ \begin{array}{l} \max (A_{ej}) \\ 0,15 \frac{\max (F_{jo})}{\sigma_s \lim} \end{array} \right.$$

sur une longueur égale à $\max (d_j)$ en aval de S_A , répartie de telle façon que chaque prisme symétrique $d_j \times d_j$ soit traversé par une section d'aciers au moins égale à A_{ej} .

Prismes	Contraintes		Ferrailage		
	σ_{rej} (MPa)	σ_{xmj} (MPa)	R_j (MN)	k_j	A_{ej} (cm ²)
$P_3 : d_3 = 0,40\text{m}$	1,61	7,39	0,26	1	9.67
$P_1 : d_1 = 0,36\text{m}$	1,54	8,19	0,22	1	8.29
à comparer à	2,50	16			$\frac{0,15 \max F_{jo}}{\sigma_s \lim} = 13.26$

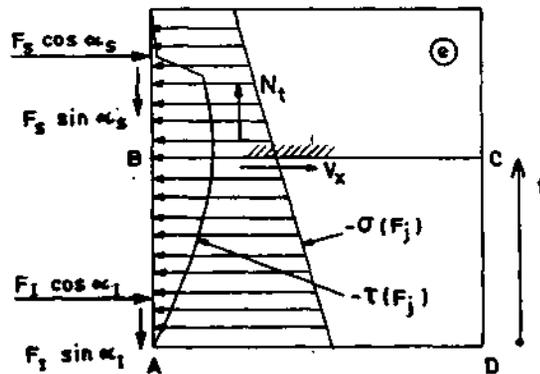
$$A_e = 13,26 \text{ cm}^2$$

Cette section d'acier est à répartir sur 0,40 m en aval de S_A .

2.2 - Justifications vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion pure

On considère la tranche de nervure comprise entre S_A et S_R comme une poutre de répartition d'axe Ot , de hauteur $h = 1,40$ m et d'épaisseur $e = 0,30$ m en équilibre sous l'effet

- des forces concentrées appliquées à S_A
- des contraintes $-\sigma(F_j)$, $-\tau(F_j)$, calculées selon les formules habituelles de la Résistance des Matériaux, qui constituent un système de forces équivalent à l'ensemble des F_j



L'équilibre de l'élément ABCD conduit alors aux efforts internes sur le plan de coupure BC (situé par exemple entre les points d'application de F_I et F_S)

$$\begin{aligned}
 - \text{Effort tranchant } V_x &= F_I \cos \alpha_I - X & \text{avec } X &= \int_0^t \sigma(F_j) e(u) du \\
 - \text{Effort normal } N_t &= -F_I \sin \alpha_I + T & \text{avec } T &= \int_0^t \tau(F_j) e(u) du
 \end{aligned}$$

2.2,1 - Détermination des contraintes normales isostatiques (calculées selon la RDM) dues à la précontrainte dans S_A .

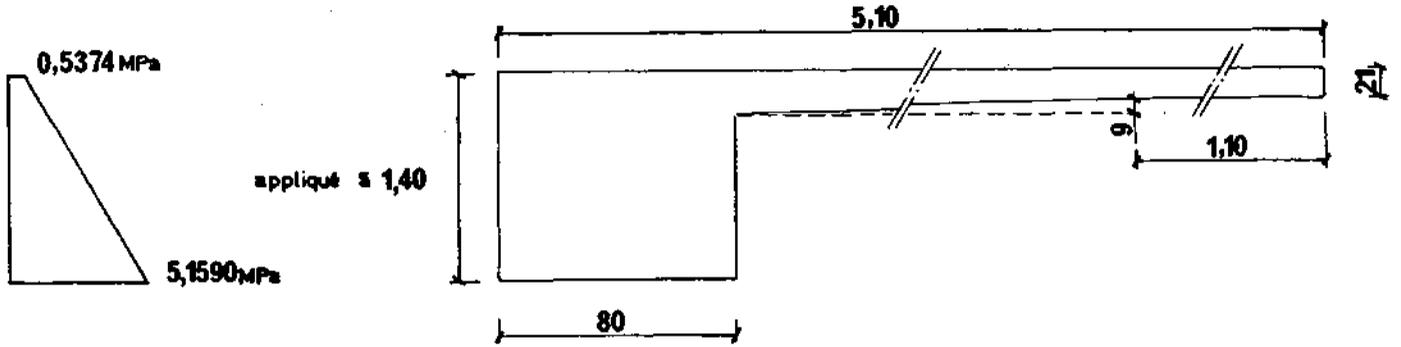
Ayant supposé que la phase de mise en tension des câbles était la plus défavorable, la tension dans chaque câble est prise égale à 1,05 MN.

L'ouvrage considéré étant transversalement symétrique, l'étude de la diffusion est réalisée sur des demi-sections de pont dont les caractéristiques géométriques sont définies par :

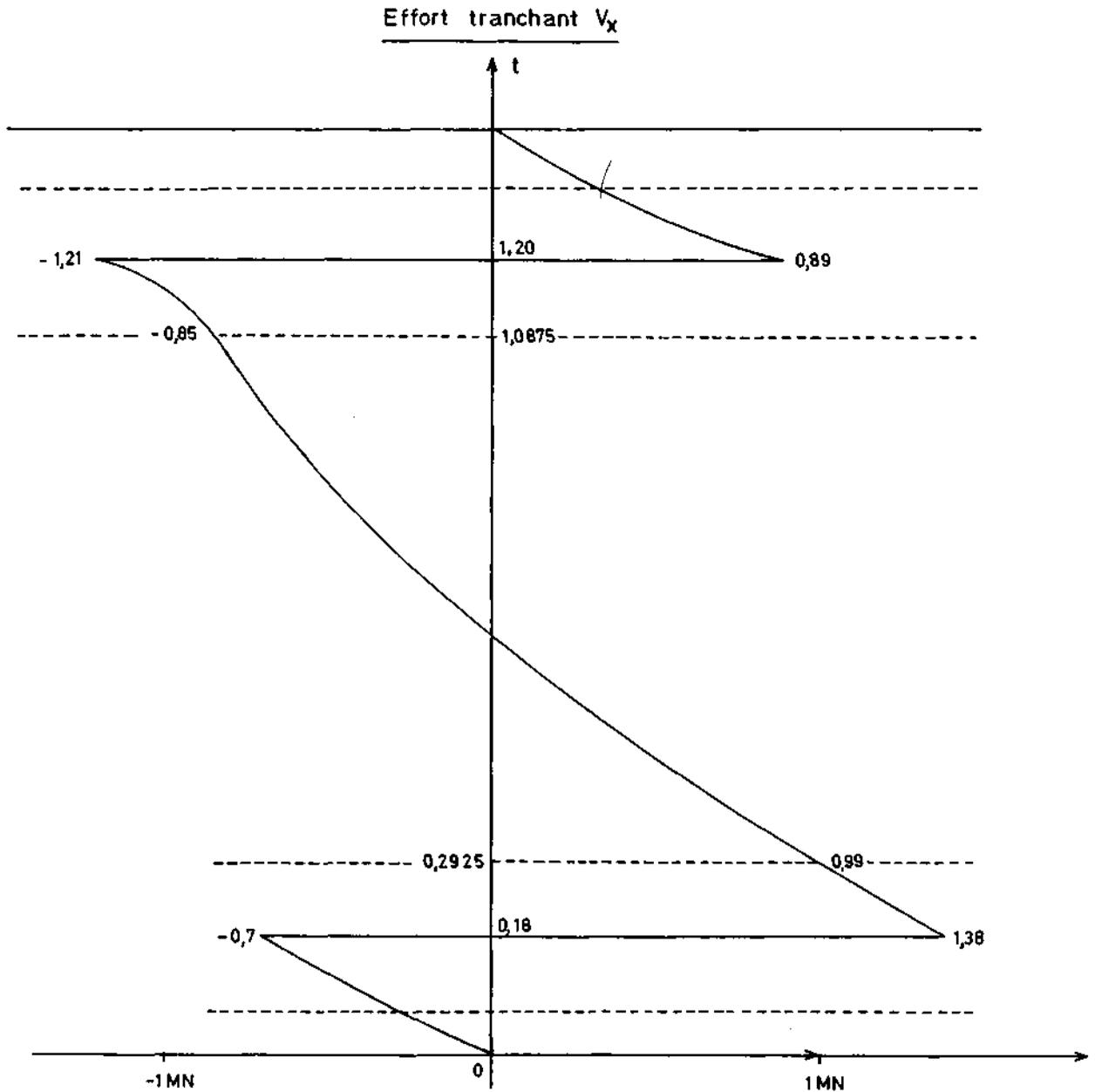
$$\begin{aligned}
 B &= 2,167 \text{ m}^2 \\
 V &= 0,4215 \text{ m} \\
 v' &= 0,9785 \text{ m} \\
 I &= 0,368386 \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

Le diagramme des contraintes normales dues aux 4 câbles ancrés dans une nervure, et s'appliquant à une demi-section, est donc déterminé par

$$\sigma(y) = \frac{\sum F_j \cos \alpha_j}{B} \cdot \frac{\sum e_j F_j \cos \alpha_j y}{I}$$



2.2,2 - Diagramme représentatif de l'effort tranchant V_x



Le diagramme représentatif de V_x présente des discontinuités et des extrema sur les lignes d'actions des composantes horizontales des forces concentrées.

Or il y a lieu de tenir compte de la répartition de ces forces sur les plaques d'ancrage. Le diagramme précédemment déterminé doit donc être écrêté sur la largeur des plaques d'ancrage, les valeurs maximales de l'effort tranchant V_x étant ainsi obtenues sur les bords de ces plaques.

Dans l'exemple qui fait l'objet de cette étude, l'effort tranchant de diffusion V_x est maximal au niveau du bord supérieur de la plaque d'ancrage inférieure ($t = 0,2925$ m) où il atteint la valeur $V_{x\max} = 0,99$ MN.

2.2,3 - Justification des contraintes

Sur chaque plan de coupure d'ordonnée t , on évalue :

(a) la contrainte conventionnelle de cisaillement de diffusion pure

$$\tau_d = \frac{2 V_x}{e l_r}$$

Elle s'obtient directement à partir du diagramme représentatif de V_x , en considérant de plus $e = 0,80$ m et $l_r = 1,40$ m

(b) la contrainte τ_{RDM} qui résulte de l'équilibre selon la Résistance des Matériaux de l'ensemble des sollicitations appliquées à la pièce (y compris les câbles ancrés dans S_A).

Dans la phase de construction considérée on prendra en compte

. le poids de l'ouvrage sans les superstructures :

$$4,334 \times 0,025 = 0,1084 \text{ MN/ml}$$

qui amène un effort tranchant sur appui égal à

$$V_{\text{ext}} = 0,812 \text{ MN}$$

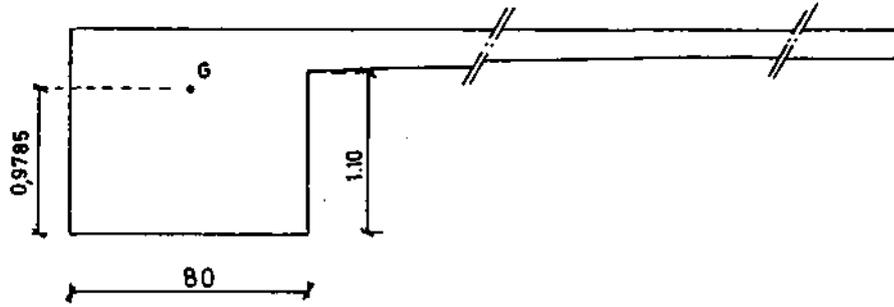
soit $V_{\text{ext}} = 0,406$ MN pour un demi-ouvrage

l'effet des câbles inclinés dans une nervure

$$\sum F_j \sin \alpha_j = - 0,305 \text{ MN}$$

soit globalement $V = V_{\text{ext}} + \sum F_j \sin \alpha_j = 0,101$ MN

On en déduit $\tau_{RDM} = \frac{V S}{I b_n}$ avec $b_n = b - \frac{n \phi}{2}$



Pour $0 \leq t \leq 1,10$

$$s = 0,8 t \left(0,9785 - \frac{t}{2} \right)$$

comme $b_n = 0,80 - 2 \times \frac{0,066}{2} = 0,734 \text{ m}$

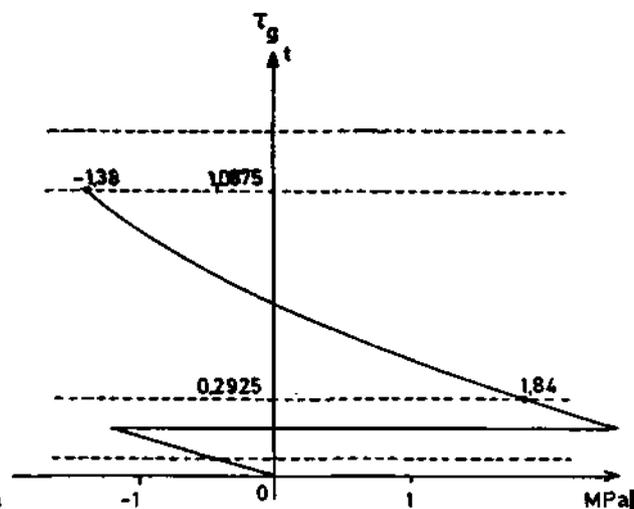
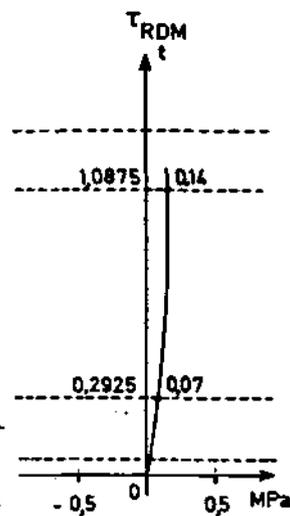
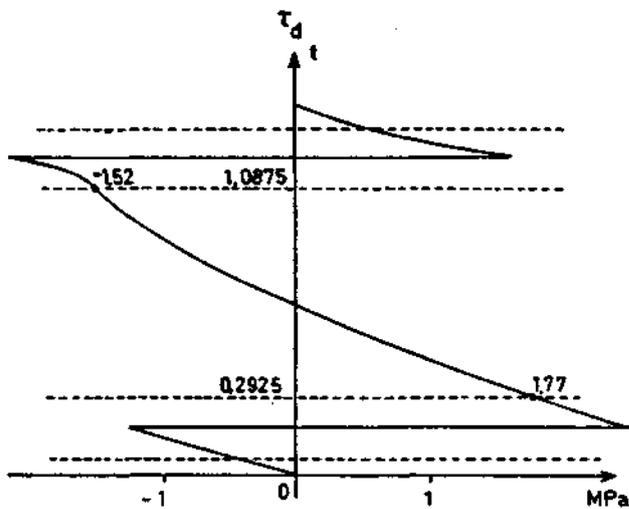
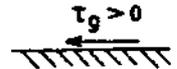
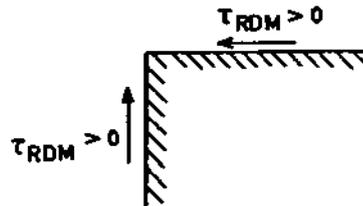
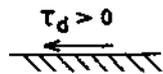
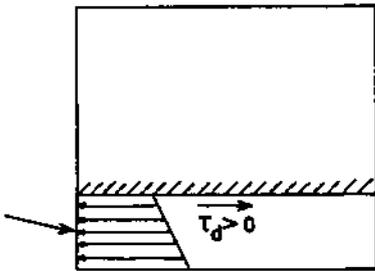
$$\tau_{RDM} = \frac{0,101}{0,368386 \times 0,734} \left(0,7828 t - 0,4 t^2 \right)$$

Conventions de signe

Diffusion pure: τ_d

RDM: τ_{RDM}

$\tau_g = \tau_d + \tau_{RDM}$



La contrainte globale maximale de cisaillement

$$\tau_g \max = \max_t (\tau_d + \tau_{RDM})$$

est obtenue sur le bord supérieur de la plaque d'ancrage inférieure

et vaut $\tau_g \max = 1,84 \text{ MPa}$

On vérifie bien que

$$\tau_g \max \leq 1,5 f_{t15} = 3 \text{ MPa}$$

2.2,4 - Armatures d'équilibre général

Les armatures transversales dans la zone de régularisation des contraintes doivent satisfaire à la règles des coutures

$$A_c = \frac{|V_{xe}| \max - N_{tc}}{\sigma_s \lim}$$

avec :

$$|V_{xe}| \max = |V_x \max| \left[1 - \left(\frac{f_{tj}}{3\tau_d} \right)^2 \right]$$

$$|V_{xe}| \max = 0,99 \left[1 - \left(\frac{2}{3 \times 1,77} \right)^2 \right] = 0,85 \text{ MN}$$

N_{tc} : effort normal au niveau où $|V_x| = |V_x| \max$

$$N_{tc} = N(t = 0,2925)$$

$$N_{tc} = -F_I \sin \alpha_I + \int_0^{0,2925} 0,8 \tau(t) dt$$

$$\text{de } 0 \text{ à } 1,10 \text{ m } \quad \tau(t) = \frac{0,305}{0,368386 \times 0,8} (0,7828 t - 0,4t^2)$$

$$N_{tc} = -0,015 + 0,025 = +0,01 \text{ MN}$$

$$\text{d'où } A_c = \frac{0,85 - 0,01}{267} \times 10^4 = \underline{\underline{31,46 \text{ cm}^2}}$$

La somme des sections d'aciers de surface et d'éclatement représente 16,80 cm² seulement ; il convient donc de mettre en place des armatures complémentaires de section totale 31,46 - 16,80 = 14,66 cm², réparties sur au plus $\frac{2}{3} l_r = 0,93$ m à partir de S_A.

Remarque :

S'il est bien évident a priori que la phase la plus défavorable pour la détermination du ferrailage transversal à mettre en place correspond à la mise en tension des câbles (force de précontrainte élevée) en revanche le respect de la limite imposée au cisaillement $\tau_g = \tau_d + \tau_{RDM}$ doit être vérifié

dans chacune des phases pouvant conduire à un dépassement de cette valeur.

Pour l'exemple traité, il convient ainsi d'examiner de plus les phases correspondant à :

- la mise en place des superstructures (à 28 jours)
- l'application des charges routières sur l'ouvrage, à sa mise en service (à 90 jours).

1. à 28 jours

La valeur de la force de précontrainte à 28 j sera légèrement plus faible qu'à 15 j compte tenu de la part des pertes différées déjà réalisées. On aura donc une valeur maximale de l'effort tranchant de diffusion V_x et par suite un cisaillement de diffusion pure τ_d plus faibles.

En revanche, la prise en compte des superstructures augmente la valeur de l'effort tranchant sur appui dont on déduit la contrainte de cisaillement τ_{RDM} .

Etant donné la nature et l'importance relative des sollicitations susceptibles d'introduire des variations de τ_d et de τ_{RDM} entre 15 j et 28 j, on peut supposer que la contrainte globale maximale $\tau_{g \max}$ va augmenter. Il faudra vérifier que $\tau_{g \max}$ reste inférieure à 1,5 f_{tj} qui à 28 j vaut 2,4 MPa (au lieu de 2 MPa à 15 j).

La valeur totale des pertes différées à (28 - 15) jours après la mise en tension peut être évaluée à

$$\Delta\sigma_{d13} = r(13) \Delta\sigma_d \quad (\text{voir art. 3.3,24 du BPEL})$$

$$r(13) = \frac{13}{13 + 9 \times 40} = 0,0348 \quad (\text{en considérant } r_m = 40 \text{ cm}).$$

D'après le calcul précédemment développé des pertes dans cet ouvrage, $\Delta\sigma_d = 116,71$ MPa

$$\text{Par suite, il vient} \quad \Delta\sigma_{d13} = 4,1 \text{ MPa.}$$

La tension à considérer dans chaque câble est donc réduite à 1,043 MN à 28 j.

Sur le bord supérieur de la plaque d'ancrage inférieure on aura donc

$$. V_x = 0,99 \times \frac{1,043}{1,05} = 0,98 \text{ MN}$$

$$. \tau_d = 1,76 \text{ MPa.}$$

En ce qui concerne l'évaluation du cisaillement selon la Résistance des Matériaux on aura :

$$\sum F_j \sin \alpha_j = - 0,305 \times \frac{1,043}{1,05} = - 0,303 \text{ MN.}$$

Effort tranchant sur appui dû au poids de l'ouvrage et aux superstructures ($0,108 + 0,033 = 0,141 \text{ MN/ml}$), soit pour une demi-section

$$V_{\text{ext}} = 0,406 \times \frac{0,141}{0,108} = 0,53 \text{ MN}$$

$$\text{d'où } v = V_{\text{ext}} + \sum F_j \sin \alpha_j = 0,227 \text{ MN.}$$

Sur le bord supérieur de la plaque d'ancrage inférieure on obtient alors

$$. \tau_{\text{RDM}} = 0,07 \times \frac{0,227}{0,101} = 0,16 \text{ MPa}$$

$$. \tau_{g \text{ max}} = 1,76 + 0,16 = 1,92 \text{ MPa}$$

$$\text{on a bien } \tau_{g \text{ max}} \leq 1,5 f_{t28} = 3,6 \text{ MPa}$$

2. à 90 jours en service

L'effort tranchant maximal engendré par les charges routières sur les appuis extrêmes est égal à $V_{Qr \text{ max}} = 1,11 \text{ MN}$.

Par des calculs tout à fait analogues à ceux développés à 28 jours on obtient successivement

- la valeur de la perte différée à (90 - 15) jours après la mise en tension

$$\Delta \sigma_{d75} = r(75) \Delta \sigma_d$$

$$\text{avec } r(75) = \frac{75}{75 + 9 \times 40} = 0,1724 \quad \text{et} \quad \Delta \sigma_d = 116,71 \text{ MPa}$$

$$\text{d'où } \Delta \sigma_{d75} = 20,1 \text{ MPa}$$

- la tension dans chaque câble à 90 jours : 1,03 MN

$$\text{- la valeur de l'effort tranchant } V_x = 0,99 \times \frac{1,03}{1,05} = 0,97 \text{ MN}$$

$$\text{du cisaillement } \tau_d = 1,73 \text{ MPa}$$

- la valeur de l'effort tranchant

. repris par les câbles

$$\sum F_j \sin \alpha_j = -0,305 \times \frac{1,03}{1,05} = -0,299 \text{ MN}$$

. engendré dans une demi-section sur appui par le poids propre de l'ouvrage, les superstructures et les charges routières

$$V_{\text{ext}} = 0,53 + \frac{1,11}{2} = 1,085 \text{ MN}$$

. total

$$V = \sum F_j \sin \alpha_j + V_{\text{ext}} = 0,786 \text{ MN}$$

- la valeur du cisaillement τ_{RDM} sur le bord supérieur de la plaque d'ancrage inférieure

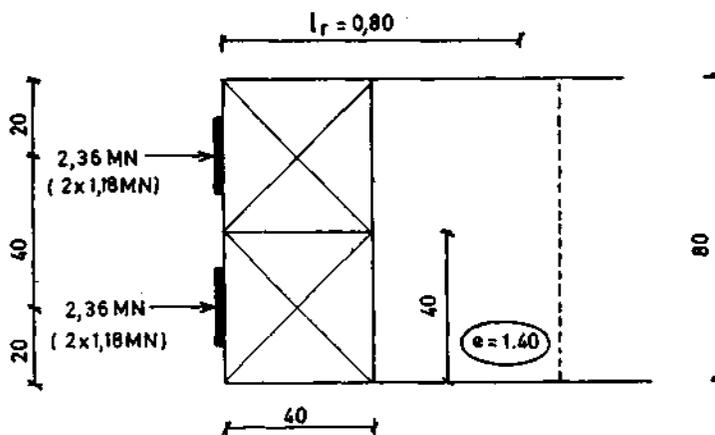
$$\tau_{\text{RDM}} = 0,07 \times \frac{0,786}{0,101} = 0,54 \text{ MPa}$$

- enfin : $\tau_{\text{g max}} = \tau_{\text{d}} + \tau_{\text{RDM}} = 2,27 \text{ MPa}$

on vérifie bien que $\tau_{\text{g max}} \leq 1,5 f_{t 28} = 3,6 \text{ MPa}$

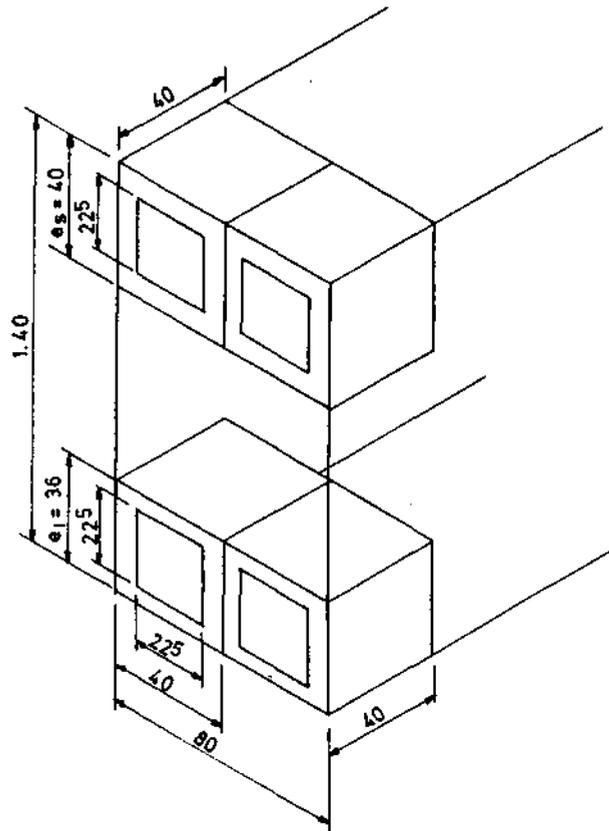
3 - Diffusion dans le plan horizontal d'une nervure

On considère :



épaisseur des prismes associés aux ancrages supérieurs : $e_s = 0,40 \text{ m}$

épaisseur des prismes associés aux ancrages inférieurs : $e_i = 0,36 \text{ m}$



On se limite aux vérifications dans les zones de première régularisation en prenant en compte des forces de précontrainte $F_0 = 1,18$ MN par câble.

3.1 - Effets de surface

$$A_S = 0,04 \frac{\max (F_{j0})}{\sigma_s \text{ lim}}$$

$$A_S = 3,54 \text{ cm}^2$$

3.2 - Effets d'éclatement

Prismes $d = 0,40\text{m}$	Contraintes		Ferrailage		
	σ_{rej} (MPa)	σ_{xmj} (MPa)	R_j (MN)	k_j	A_{ej} (cm ²)
$P_2 : e_2 = 0,40\text{m}$	1,61	7,38	0,26	1	9,67
$P_1 : e_1 = 0,36\text{m}$	1,79	8,19	0,26	1	9,67
à comparer à	2,50	16			$\frac{0,15 \max F_{j0}}{\sigma_s \text{ lim}} = 13,26$

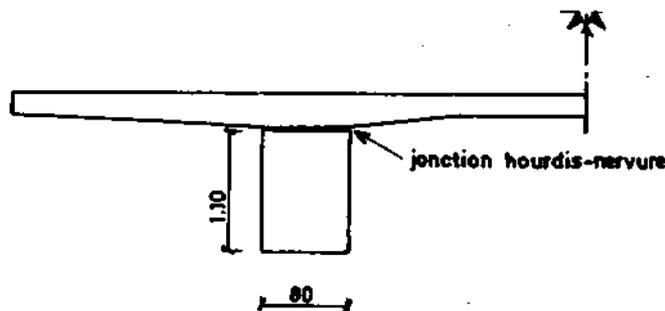
$$A_e = 13,26 \text{ cm}^2$$

On disposera en définitive une section d'aciers d'éclatement égale à $13,26 \text{ cm}^2$ sur une longueur égale à $\max(dj) = 0,40 \text{ m}$.

La section totale d'aciers à mettre en place dans la zone de première régularisation représente $A_S + A_e = 16,80 \text{ cm}^2$.

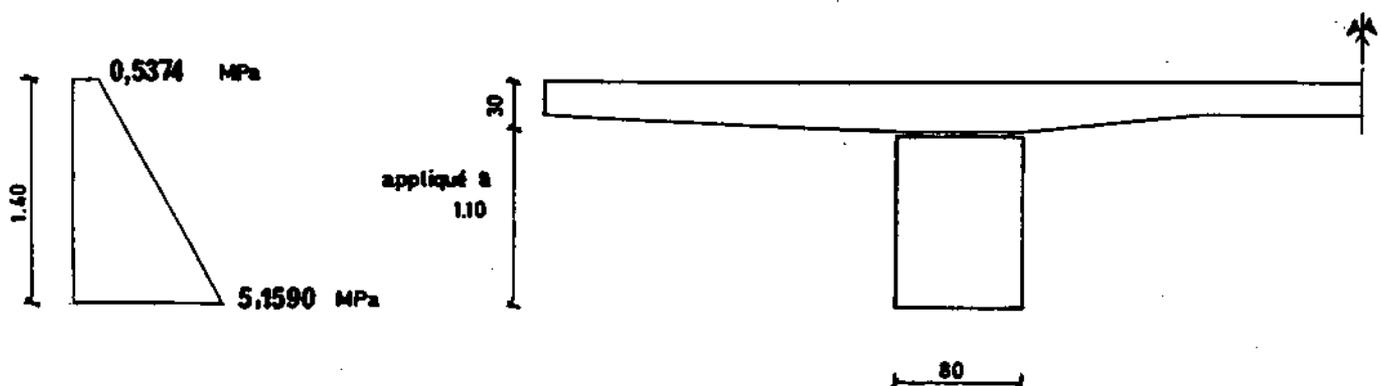
4 - Diffusion dans le plan horizontal du hourdis

On se propose d'étudier la diffusion de l'effort normal que les nervures transmettent au hourdis au niveau de leur jonction avec celui-ci.



On se limite à des justifications vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion pure, dans la phase la plus défavorable soit à $t = 15$ jours. A $t = 15$ jours, la composante horizontale de l'effort ancré dans chaque nervure est égale à $4,18 \text{ MN}$.

La répartition des contraintes normales engendrées dans une demi-section de tablier par les quatre câbles ancrés dans une nervure est définie par



La part de l'effort normal qui passe directement dans la nervure est donc égale à

$$N = 2,942 \text{ MN}$$

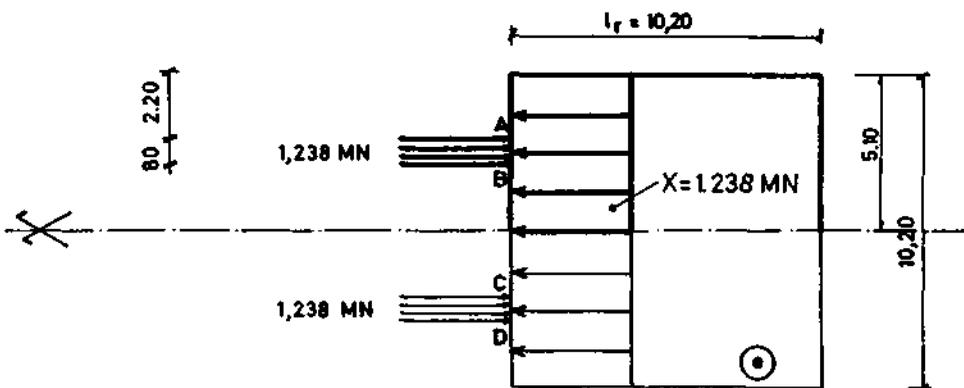
La part de l'effort normal passant dans le demi-hourdis étant alors de

$$N_{\text{hourdis}} = 4,18 - 2,942 = 1,238 \text{ MN.}$$

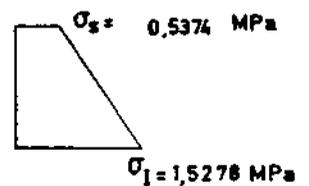
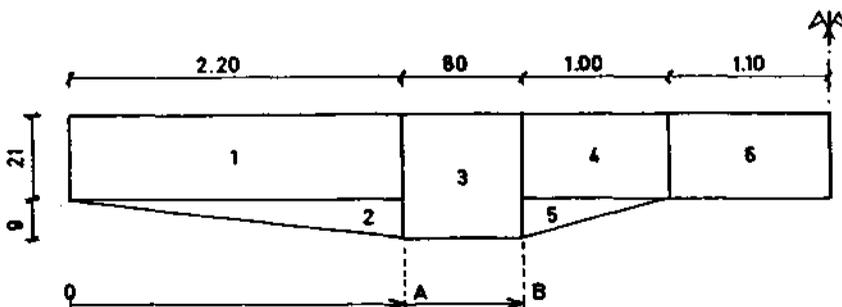
C'est la diffusion de cet effort N_{hourdis} dans le hourdis qu'il y a lieu d'étudier. On considèrera pour cela que chaque nervure transmet au hourdis un effort $N_{\text{hourdis}} = 1,238 \text{ MN}$ au niveau de sa jonction avec le hourdis donc réparti sur une largeur de 0,80 m.

4.1 - Etude de l'effort tranchant V_x

En diffusion pure on doit donc prendre en compte



L'épaisseur e du panneau étudié étant variable, on va isoler la part de l'effort X passant dans chaque élément constitutif du hourdis



$$X_1 = 0,408 \text{ MN}$$

$$X_2 = 0,130 \text{ MN}$$

$$X_3 = 0,2478 \text{ MN}$$

$$X_4 = 0,1856 \text{ MN}$$

$$X_5 = 0,0598 \text{ MN}$$

$$X_6 = 0,2042 \text{ MN}$$

$$\sum X_i = 1,238 \text{ MN pour un demi-hourdis.}$$

Les valeurs maximales de l'effort tranchant V_x sont obtenues aux points A et B figurant les bords de la nervure

$$V_{xA} = (X_1 + X_2) = 0,54 \text{ MN}$$

$$V_{xB} = -1,238 + (X_1 + X_2 + X_3) = -0,45 \text{ MN}$$

d'où $|V_x \text{ max}| = 0,54 \text{ MN}$.

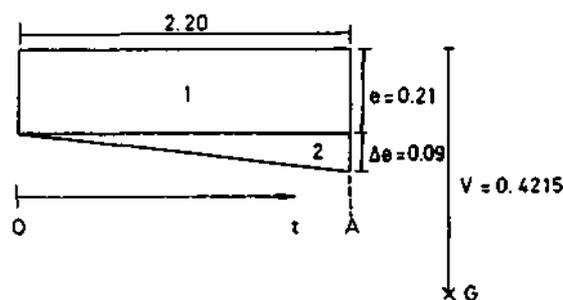
4.2 - Justification des contraintes

$$\tau_{d \text{ max}} = \frac{2 V_x \text{ max}}{e l_r} \quad e : \text{épaisseur du hourdis en A}$$

$$\tau_{d \text{ max}} = \frac{2 \times 0,54}{0,30 \times 10,20} = 0,35 \text{ MPa}$$

τ_{RDM}

Il s'agit de déterminer la valeur du cisaillement dans le plan horizontal du hourdis.



Au niveau de l'enracinement de la nervure (en A)

$$\tau_{\text{RDM}} = \frac{V S}{I (e + \Delta e)}$$

$$\text{où } V = V_{\text{ext}} + \sum F_j \sin \alpha_j = 0,101 \text{ MN}$$

$$I = 0,368386 \text{ m}^{-4}$$

S représente le moment statique par rapport à G des éléments constitutifs 1 et 2 du hourdis

éléments	B(t)	S(t)
1	e t	e t (v - \frac{e}{2})
2	\frac{t}{2} \cdot e \frac{t}{b}	\frac{t^2 \Delta e}{2b} (v - e - \frac{t \Delta e}{3b})

$$\text{pour } 0 \leq t \leq 2,20 \text{ m } S(t) = (v - \frac{e}{2}) e t + (v - e) \frac{\Delta e}{b} \frac{t^2}{2} - \left(\frac{\Delta e}{b}\right)^2 \frac{t^3}{6}$$

$$S(t) = 0,0665 t + 0,004326 t^2 - 0,0002789 t^3$$

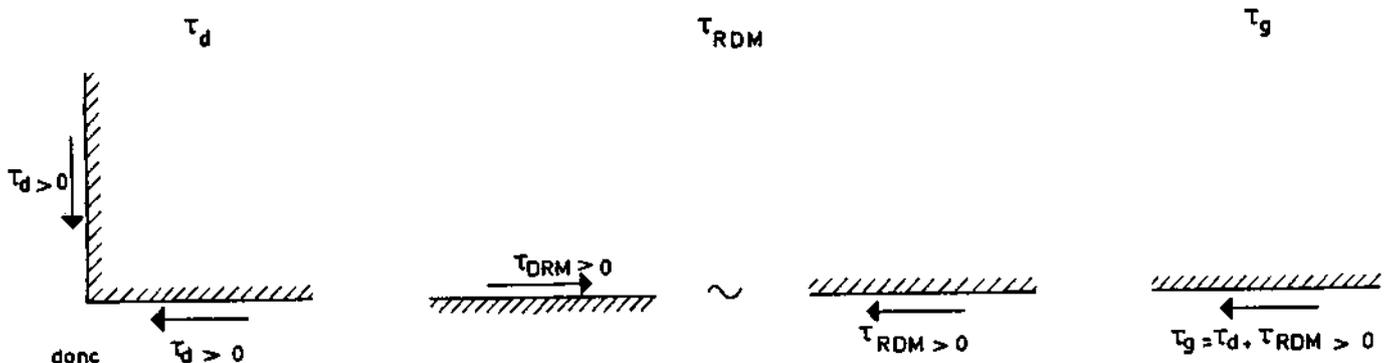
en A (pour t = 2,20 m) on a successivement

$$S(2,20) = 0,1643 \text{ m}^3$$

$$\tau_{\text{RDM}} = \frac{0,101 \times 0,1643}{0,368386 \times 0,30} = 0,15 \text{ MPa}$$

On détermine alors $\tau_{g \text{ max}} = \tau_d + \tau_{\text{RDM}}$

Conventions de signe



$$\tau_{g \text{ max}} = 0,35 + 0,15 = 0,50 \text{ MPa}$$

$$\text{on a bien } \tau_{g \text{ max}} \leq 1,5 f_{tj} = 3 \text{ MPa}$$

4.3 - Armatures d'équilibre général

$$A_c = \frac{|V_{xe}|_{\max} - N_{tc}}{\sigma_s \text{ lim}}$$

$$\text{avec } |V_{xe}|_{\max} = |V_x \text{ max}| \left[1 - \left(\frac{f_{tj}}{3\tau_d} \right)^2 \right]$$

le terme d'écrêtement $\left[1 - \left(\frac{f_{tj}}{3\tau_d} \right)^2 \right] = -0,78$ étant négatif, on considère $V_{xe} = 0$

Par ailleurs N_{tc} représente l'effort normal de diffusion dans le hourdis à gauche de A, soit l'intégrale sur les éléments 1 et 2 des cisaillements antagonistes à ceux engendrés par les câbles et équilibrant donc

$$-V_p = -\sum F_j \sin \alpha_j = 0,305 \text{ MN}$$

$$N_t(t) = - \int_0^t \tau(u) du$$

$$N_{tc} = \frac{V_p}{I} \int_0^{2,20} S(u) du$$

$$N_{tc} = - \frac{0,305}{0,368386} \left[0,0665 \frac{t^2}{2} + 0,004326 \frac{t^3}{3} - 0,0002789 \frac{t^4}{4} \right]_{10}^{2,20}$$

$$N_{tc} = - 0,145 \text{ MN}$$

$$\text{d'où } A_c = 5,44 \text{ cm}^2$$

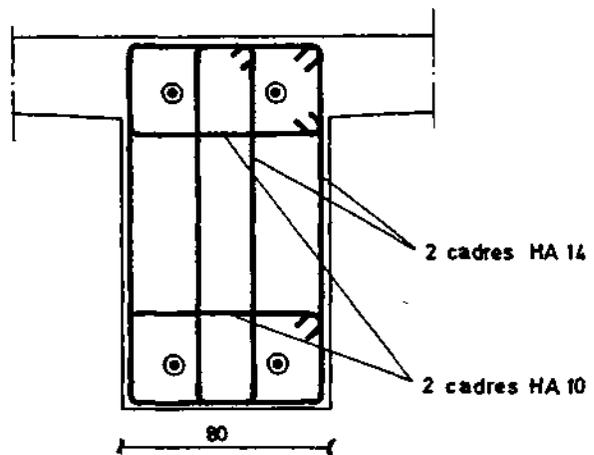
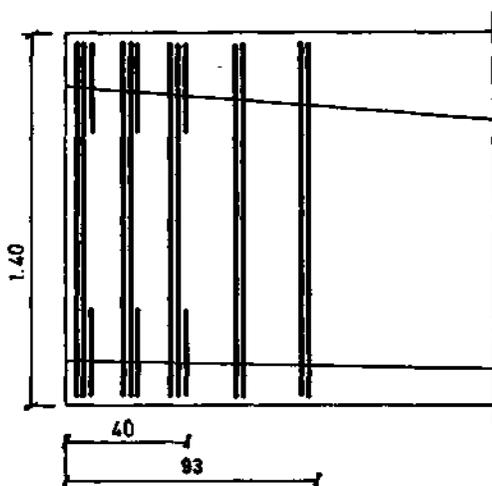
Cette section d'aciers de couture serait à répartir sur au plus $\frac{2}{3} l_r$, soit $\frac{2}{3} \times 10,20 = 6,80 \text{ m}$.

En fait, il n'y a pas lieu de la mettre en place, la section du ferrailage de peau étant à elle seule très largement supérieure et suffisante.

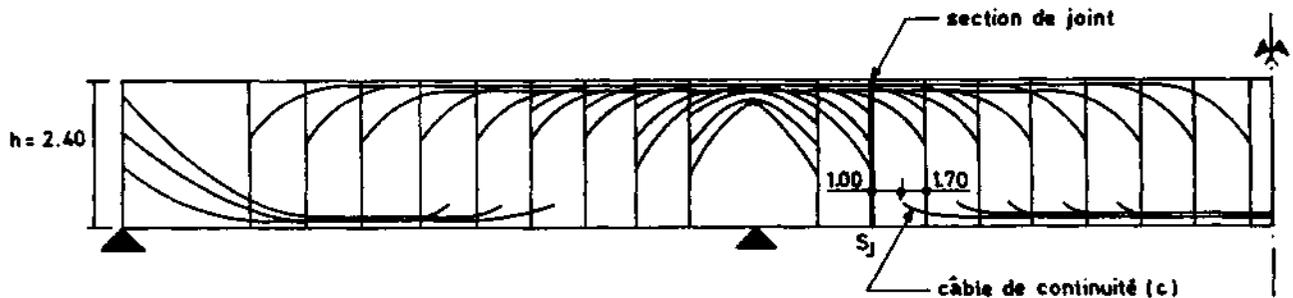
5 - Exemple de ferrailage

Tableau récapitulatif du ferrailage nécessaire

	section d'acier	localisation
dans le plan vertical de la nervure	$A_s = 3.54 \text{ cm}^2$	en surface
	$A_e = 13.26 \text{ cm}^2$	répartie sur 0,40 m
	$A_{\text{compt}} = 14.66 \text{ cm}^2$	répartie sur 0,93 m
	total $A_c = 31.46 \text{ cm}^2$	
dans le plan horizontal de la nervure	$A_s = 3.54 \text{ cm}^2$	en surface
	$A_e = 13.26 \text{ cm}^2$	répartie sur 0,40 m
	total 16.60 cm^2	
dans le plan horizontal du hourdis	(ferrailage de peau suffisant)	



III

Deuxième exemple : pont-caisson - Effet d'entraînement

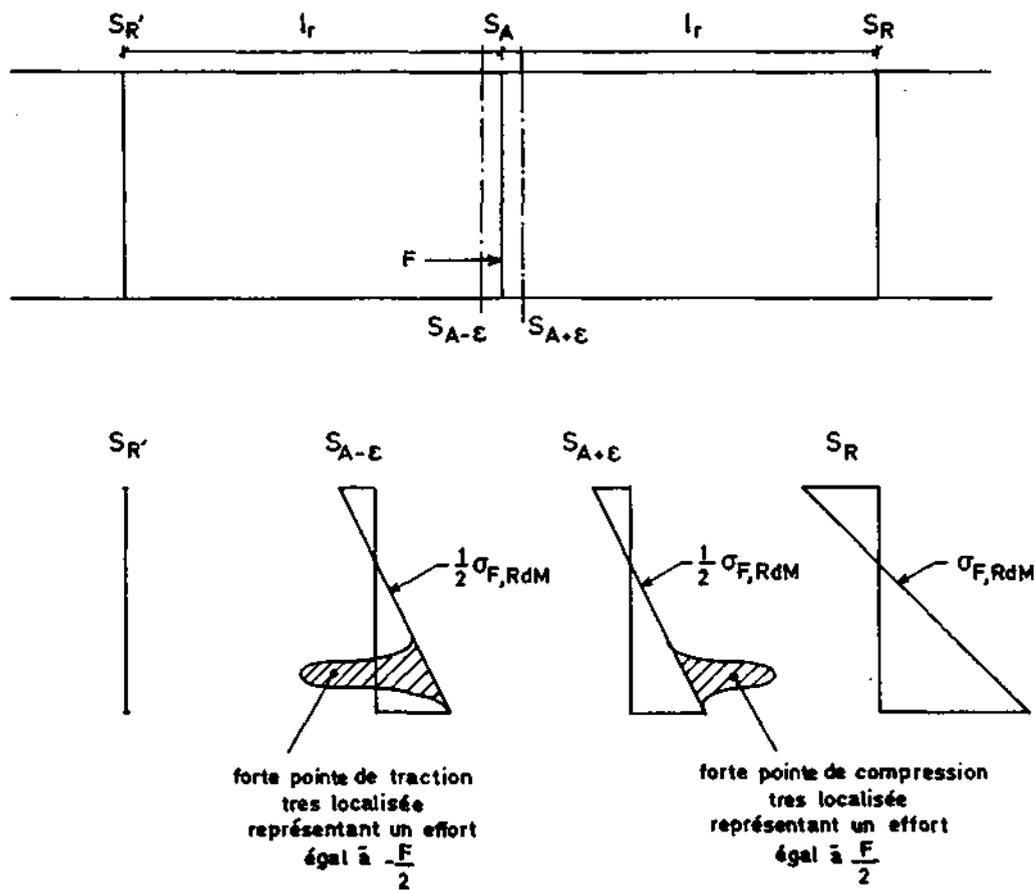
On se propose de déterminer le ferrailage passif longitudinal qui doit traverser la section de joint S_j , compte tenu de l'effet d'entraînement engendré par le câble de continuité (c) ancré à proximité de cette section.

Effet d'entraînement (annexe 4)

Le câble de continuité (c) est ancré dans un bossage situé en partie courante de l'ouvrage.

De part et d'autre de la section S_A d'ancrage de ce câble, la répartition des contraintes diffère sensiblement de la distribution que l'on obtiendrait selon les lois habituelles de la Résistance des Matériaux, sur une longueur de régularisation que l'on prendra égale à la plus grande dimension du hourdis inférieur soit $l_r = 5,40$ m (en considérant que le câble appartient au panneau constitué par le hourdis bien que son tracé se situe à la jonction hourdis.âme)

On démontre que les diagrammes de contraintes longitudinales dans les sections de régularisation et à proximité immédiate d'une section d'ancrage en partie courante ont les allures suivantes :



La présence de cette forte pointe traction immédiatement à l'arrière de la section d'ancrage nécessite la mise en place d'un ferrillage longitudinal susceptible de reprendre cet effort et défini par les règles de l'annexe 4 du B.P.E.L. :

$$A_{\ell} = \frac{1}{\sigma_s \text{ lim}} \left(\frac{F}{2} - \Omega \sigma_b \right)$$

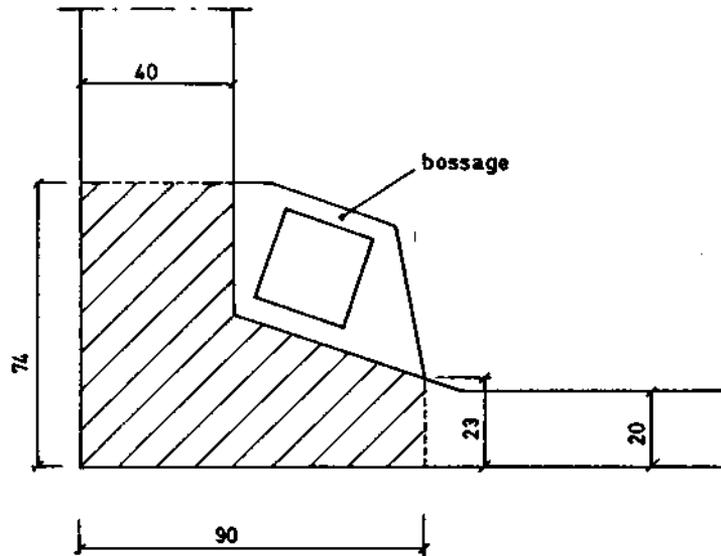
où dans la situation la plus défavorable, on désigne par

F , la valeur de calcul de la force sous ancrage

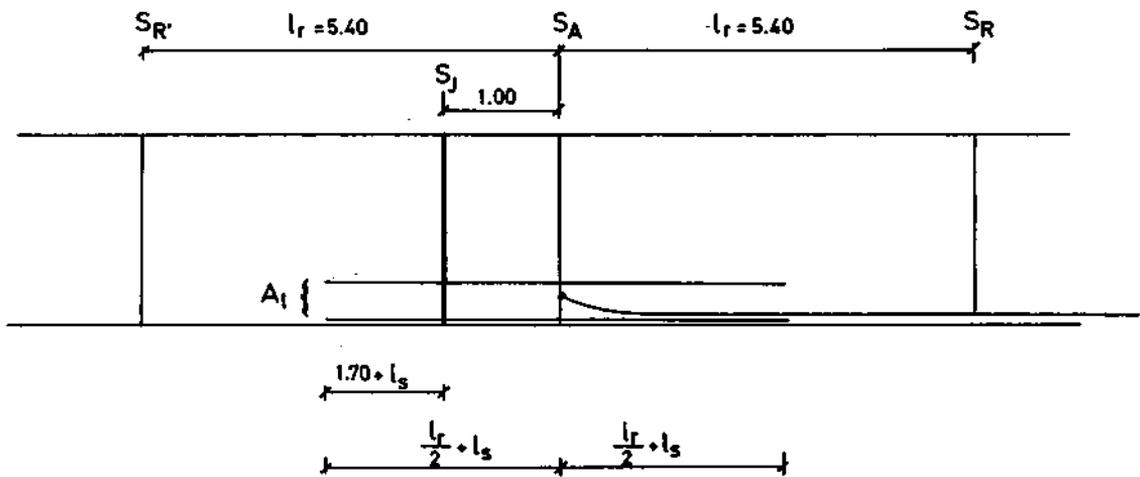
σ_b , la contrainte minimale dans le béton au niveau de l'ancrage due à toutes les sollicitations autres que la sollicitation isostatique du câble considéré

et Ω l'aire de la zone qui doit être traversée par ces aciers.

Ces aciers doivent régner sur une longueur minimale égale à $\frac{l_r}{2} + l_s$ de chaque côté de S_A



Ω = aire de la surface hachurée $\approx 0,45 \text{ m}^2$



Détermination de la contrainte minimale

La combinaison donnant la contrainte la moins élevée sur la fibre inférieure est la combinaison rare

$$R2 \begin{cases} M = M_{g2} + M_{g'2} + M_{p1} + M_{h1} + M_{f11} + M_{\Delta\theta1} \\ N = N_1 \end{cases}$$

On a alors immédiatement à droite de la section de joint

$$\begin{cases} M = 6,30 \text{ MN.m} \\ N = 25,66 \text{ MN} \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} \sigma_s = 5,69 \text{ MPa} \\ \sigma_i = 2,58 \text{ MPa} \end{cases}$$

On peut donc prendre comme contrainte minimale du béton au niveau de l'ancrage $\sigma_b = 3 \text{ MPa}$

La valeur de calcul de la force sous ancrage est prise égale à 1,35 MN.

$$\begin{aligned} & \text{D'où, pour des aciers passifs de limite élastique 400 MPa} \\ (\sigma_s \text{ lim} &= \frac{2}{3} f_e = 267 \text{ MPa}) \\ A_1 &= \frac{1}{267} \left(\frac{1,35}{2} - 0,45 \cdot 3 \right) \leq 0 \end{aligned}$$

l'aire Ω est suffisamment comprimée, même dans le cas le plus défavorable, pour qu'il ne soit pas utile de disposer d'aciers longitudinaux destinés à reprendre l'effort d'entraînement à l'arrière du câble (c).

SIXIEME CHAPITRE

MODALITES D'APPLICATION

1 - Prise en compte des valeurs caractéristiques de la précontrainte

Il est clair que la stricte prise en compte d'une fourchette de précontrainte aux ELS constituerait une sujétion très lourde au niveau des études lorsqu'on aurait affaire à un ouvrage complexe, comportant de nombreuses phases d'exécution, puisqu'il s'agirait alors de calculer successivement les contraintes associées à la valeur P_1 , puis à la valeur P_2 , enfin à la valeur P_m , cette dernière constituant une référence indispensable à l'ingénieur du fait qu'elle traduit le comportement probable de la structure et qu'elle intervient au niveau des justifications vis à vis des ELU.

Pour éviter les calculs superfétatoires, les règles BPEL 83 ont proposé, en commentaire à l'article 4.4, les modalités d'application suivantes :

- calcul systématique des sollicitations et des contraintes tout au long de l'ouvrage à partir de la seule valeur probable P_m .
- vérifications ponctuelles complémentaires à partir des valeurs caractéristiques de la précontrainte, dans les sections où le calcul précédent a mis en évidence les marges les plus faibles vis à vis des contraintes limites.

Ces modalités d'application interprétées de façon restrictive simplifient la présentation des résultats ; mais elles n'allègent véritablement les calculs que dans le cas des structures isostatiques, pour lesquelles les effets de la précontrainte dans une section ne dépendent que de la valeur de la précontrainte dans cette section : une simple règle de trois sur la sollicitation isostatique $S_j (P_m)$ développée par la précontrainte P_m permet de passer aux sollicitations isostatiques développées tant par P_1 que par P_2 :

$$S_j (P_1) = (1 + \lambda) S_j (P_m)$$

$$S_j (P_2) = (1 - \lambda) S_j (P_m)$$

Dans le cas d'une structure hyperstatique, cette belle simplicité disparaît, car à la sollicitation isostatique de précontrainte $S_j (P)$ vient s'ajouter la sollicitation hyperstatique $S_h (P)$ qui dépend, elle, non pas de la valeur locale de P mais de la distribution de cette valeur tout au long de l'ouvrage.

$$\text{On n'a donc pas strictement : } S_h (P_1) = (1 + \lambda) S_h (P_m)$$

$$S_h (P_2) = (1 - \lambda) S_h (P_m)$$

et, pour un puriste, le recalcul complet des sollicitations avec P_1 puis avec P_2 pourrait sembler nécessaire.

Si, en outre, la structure hyperstatique est construite par phases, selon des schémas statiques évolutifs, le problème se complique encore du fait des redistributions d'efforts par fluage.

Les sollicitations sous charges permanentes peuvent alors se mettre schématiquement sous la forme :

$$S (P + G) = S_1 (G) + S_i (P) + S_{h1} (P) + S_{ff} (P, G) \quad (1)$$

où l'indice 1 affectant $S_1 (G)$ et $S_{h1} (P)$ signifie que les sollicitations correspondantes sont calculées compte tenu des étapes successives de construction de l'ouvrage, en supposant que le béton se comporte de façon parfaitement élastique ; et où $S_{ff} (P, G)$ représente les sollicitations développées par le fluage.

Deux méthodes sont couramment utilisées pour évaluer S_{ff} (voir Premier Chapitre, 3.1) :

- la méthode forfaitaire, dans laquelle on admet :

$$S_{ff} (P, G) = \frac{1}{2} [S_{h2} (P) - S_{h1} (P) + S_2 (G) - S_1 (G)]$$

formule où l'indice 2 affectant $S_2 (G)$ et $S_{h2} (P)$ signifie que les sollicitations en cause sont calculées en considérant que l'ouvrage est réalisé d'emblée selon son schéma statique final.

- la méthode "scientifique", nécessitant le recours à des programmes de calculs puissants permettant de suivre pas à pas l'évolution de l'état mécanique des matériaux compte tenu de leurs lois de comportement : ces logiciels élaborés fournissent alors $S (P + G)$ sans qu'il soit possible d'isoler les différents termes de la formule (1) et notamment de distinguer $S_{h1} (P)$ de $S_{ff} (P, G)$.

Les effets de la précontrainte ne sont plus séparables des autres effets ; la tension même des armatures à chaque instant est indissociable de l'état global de la structure et de son histoire. Dans ces conditions, la pondération des pertes de tension dans les armatures, sur laquelle s'appuie la définition de P_1 et de P_2 , perd toute signification. Pour rester cohérent, tout en respectant l'esprit du règlement, ce sont, en fait, les lois physiques régissant le comportement des matériaux (frottements, retrait, relaxation, fluage...) qu'il faudrait encadrer et non pas les pertes de tension qui en découlent.

Un rigoriste verrait donc là matière à imposer trois calculs successifs complets, basés chacun sur une série de lois respectivement probables, majorantes et minorantes.

Pour éviter une telle inflation de calculs et sauver l'ingénieur de la noyade sous un flot de résultats le plus souvent inutiles, il convient simplement de préciser l'esprit dans lequel a été rédigé le commentaire à l'article 4.4. du BPEL et d'énoncer quelques principes simples :

a - le calcul de base est celui qui est effectué à partir de P_m

b - les calculs complémentaires ponctuels n'ont pour objet que d'évaluer l'incertitude pouvant affecter les calculs précédents ; par conséquent, ils n'exigent pas le même degré de finesse que ces derniers.

c - l'estimation du terme $S_{fg}(P, G)$ de la formule (1), même basée sur un calcul "scientifique", est entachée elle-même d'une incertitude non négligeable du fait qu'on ne dispose d'aucune modélisation pleinement satisfaisante du fluage. Sa détermination à partir de la seule valeur probable P_m paraît suffisante dans la plupart des cas de la pratique.

Dans ces conditions, les seuls termes de la formule (1) à corriger pour passer de $S(P_m + G)$ à $S(P_1 + G)$ ou à $S(P_2 + G)$ sont :

$$S_i(P)$$

et $S_{h1}(P)$.

La correction du premier ne présente aucune difficulté.

En ce qui concerne le second, il suffit d'évaluer, pour chaque famille j de câbles assurant la précontrainte de la structure :

- la sollicitation hyperstatique $S_{h1}(P_m^j)$ qui lui est associée, compte tenu du phasage de la construction.

- l'ouverture moyenne λ_m^j de la fourchette de précontrainte correspondante ; cette valeur, qui s'entend au double sens d'une moyenne entre câbles de la famille et d'une moyenne tout au long de leur tracé, peut, compte tenu de la remarque b, ne faire l'objet que d'une estimation sommaire.

Dès lors :

$$\Delta S_i = S_i(P_1) - S_i(P_m) = S_i(P_m) - S_i(P_2) = \sum_j \lambda^j S_i(P_m^j)$$

$$\Delta S_{h1} = S_{h1}(P_1) - S_{h1}(P_m) = S_{h1}(P_m) - S_{h1}(P_2) = \sum_j \lambda_m^j S_{h1}(P_m^j)$$

Et :

$$S(P_1 + G) = S(P_m + G) + \Delta S_i + \Delta S_{h1}$$

$$S(P_2 + G) = S(P_m + G) - \Delta S_i - \Delta S_{h1}$$

Sauf stipulation contraire du marché, et hormis le cas des ouvrages simples pour lesquels des logiciels basés sur la prise en compte de la fourchette de précontrainte auraient été établis (voir 3 ci-après), ce sont donc ces règles simplifiées qu'il convient d'appliquer.

2 - Choix fondamentaux

Deux grandes options doivent être prises par le maître d'oeuvre :

- représentation de la précontrainte aux ELS par ses deux valeurs caractéristiques ou, au contraire, par sa seule valeur probable, étant entendu que, dans ce dernier cas, différentes précautions évoquées en commentaire de l'article 4.1,3 sont à observer pour que la valeur probable soit effectivement atteinte dans l'ouvrage.

- choix des classes de vérification aux ELS.

2.1 - Représentation de la précontrainte

La prise en compte d'une fourchette sur la précontrainte va incontestablement dans le sens d'une amélioration du comportement en service puisqu'on couvre ainsi toute une gamme de possibilités en ce qui concerne la tension des armatures.

La prise en compte de cette fourchette, selon les modalités définies en 1 ci-dessus, devrait donc être de règle chaque fois que :

- la valeur réelle de la précontrainte est susceptible de s'écarter notablement de la valeur probable de calcul. C'est le cas lorsque les câbles présentent une longueur importante et un tracé complexe, ou au contraire lorsqu'ils sont très courts et que les phénomènes, habituellement considérés comme secondaires, de pertes aux ancrages deviennent prépondérants (cas des étriers actifs notamment).

- la structure, du fait de sa morphologie, s'avère particulièrement sensible à la valeur de la précontrainte. Il en est ainsi des poutres préfabriquées à talons et des ouvrages à nervures minces.

2.2 - Classes de vérification

Pour les tabliers de ponts routiers, les quelques considérations générales ci-après s'imposent :

- la classe I, avec fourchette sur la précontrainte, est à exclure, car trop pénalisante.

- la classe III est inenvisageable lorsque la construction comporte des sections de joint non traversées par des armatures passives.

- la classe III, en revanche, paraît bien adaptée aux ouvrages monolithiques dans la mesure où ils ne sont pas exposés à une ambiance trop agressive.

Dès lors, on peut, dans les cas courants, retenir les règles du jeu suivantes :

Type d'ouvrage	Classe	Précontrainte
1 Travées indépendantes à poutres préfabriquées précontraintes par pré-tension (PRAD) ou par post-tension (VIPP)	III	P_1, P_2
2 Ouvrages coulés sur un cintre général (ponts-dalles ou ponts à nervures)	III*	P_1, P_2
3 Ouvrages à voussoirs préfabriqués (construction par encorbellement ou construction à l'avancement)	I (+II)**	P_m (P_1, P_2)
4 Ouvrages à voussoirs coulés en place (avec continuité des armatures passives à travers les joints)	II	(P_1, P_2)
5 Ouvrages coulés en place, sur cintre partiel déplaçable ou sur cintre auto-lanceur	II	(P_1, P_2)
6 Ouvrages poussés	II	(P_1, P_2)

* Sous réserve de prendre en compte les effets du gradient thermique tant en situation d'exécution qu'en situation d'exploitation.

** La vérification complémentaire en classe II avec fourchette ne devient nécessaire que lorsque l'ouvrage comporte des câbles très longs ou au tracé particulièrement mouvementé.

En cas de doute, il appartient aux maîtres d'oeuvre de se renseigner auprès des spécialistes des DOA du SETRA ou des CETE.

Il serait enfin souhaitable, avec l'avis de ces mêmes spécialistes, de faire un pas supplémentaire dans le sens de la hardiesse sur quelques ouvrages expérimentaux :

- calcul en classe III avec P_m seul pour certains ouvrages de type 2 : dalles ou tabliers à nervures épaisses.

- calcul en classe III, avec (P_1 et P_2), pour certains ouvrages poussés, de type 6, à condition de prendre en compte, outre les gradients thermiques, des tolérances sur le nivellement des appuis et de prévoir des points d'ancrage et de déviation pour une précontrainte extérieure complémentaire dont l'appoint permettrait de satisfaire aux conditions de la classe II avec fourchette.

3 - Aides au calcul

Il existe dès à présent au SETRA différents programmes adaptés à la réglementation BPEL.

3.1 - Calcul des sections : programmes CDS

Ce programme calcule les déformations et les contraintes dans une section soumise à une sollicitation de flexion composée déviée.

Différentes lois $\sigma = f(\epsilon)$ peuvent être utilisées pour représenter le comportement des matériaux :

- polynome de degré inférieur ou égal à 3, en ce qui concerne le béton, ce qui permet de couvrir et le diagramme linéaire (ELS) et le diagramme parabole rectangle (ELU) directement visés par le BPEL.

- formulations analytiques réglementaires pour ce qui est des aciers tant passifs que de précontrainte.

Les conditions réglementaires sont satisfaites lorsque sont respectées :

- les contraintes ou variations de contraintes limites aux ELS.
- les déformations ou variations de déformations limites aux ELU.

Le programme CDS peut également fournir les caractéristiques de cisaillement et de torsion gênée des poutres à parois minces.

3.2 - Calcul des structures

Les programmes d'ouvrages courants PSI-DP, MCP, VIPP ont été mis en conformité avec la nouvelle réglementation (versions PSI-DP-EL, MCP-EL, VIPP-EL).

Ils offrent des prestations très comparables et permettent notamment :

- les justifications sous sollicitations normales et tangentés aux ELS comme aux ELU.

- la détermination du ferrailage longitudinal et transversal, étant entendu que pour les structures à poutres, la torsion et la flexion transversale doivent faire l'objet d'une étude complémentaire.

Ils comportent en outre une version projeteur qui, pour une géométrie du tablier définie par l'utilisateur, dimensionne le câblage de l'ouvrage.

Ce programme projeteur, d'ores et déjà opérationnel en ce qui concerne le PSI-DP-EL et le MCP-EL, est en cours de développement pour le VIPP-EL.

Enfin, le logiciel PCP (ponts construits par phases) permet l'étude de structures complexes tant par leur géométrie (tabliers courbes, de section variable, arcs, ouvrages haubanés...) que par leur mode de construction (encorbellement, poussage, haubanage provisoire...).

Le système de calcul, fondé sur la théorie de Navier-Bresse des poutres dans R^3 - qui implique donc les hypothèses de conservation de la planéité des sections droites et d'indéformabilité de ces sections - est compatible avec les hypothèses fondamentales de la visco-élasticité linéaire :

- proportionnalité des déformations aux contraintes
- principe de superposition de Boltzmann.

L'utilisateur peut ainsi obtenir les redistributions d'effort par fluage, à charge pour lui d'introduire l'histoire de la structure par le moyen de commandes appropriées.

Différentes lois de retard sont utilisables pour le béton, dont, bien entendu, la loi réglementaire définie en Annexe 1 du BPEL.



DEPARTEMENT DES OUVRAGES D'ART

BAGNEUX, le 16 Janvier 1986

Arrondissement T3

Y.M. JAFFRE

Ingénieur

Note pour M. MILLAN

Je viens de recevoir un exemplaire du Guide d'Emploi du BPEL 83, "Exemples d'application aux ponts". Une première lecture rapide de ce document m'amène à formuler les observations suivantes.

Le chapitre 6 traite des modalités d'application du BPEL en ce qui concerne la représentation de la précontrainte (valeurs caractéristiques ou valeur probable) et le choix de la classe de vérification aux états-limites de service. On peut lire au paragraphe 2.2 (page 217), que tous les ouvrages-types: ponts-dalles, ponts à nervures, mais aussi les travées indépendantes à poutres précontraintes par pré- ou post-tension (PRAD, VIPP) sont à calculer dans le cas général en classe III avec fourchette de précontrainte, *50*....

Ces dispositions constitueraient un revirement notable de la doctrine actuelle du SETRA que j'ai pour ma part confirmée tout au long de l'année 1985 dans la plupart des CIPP.

Jusqu'à présent les VIPP étaient calculés selon l'IP1 ou éventuellement selon l'IP2 en genre II; les PRAD étaient calculés obligatoirement selon l'IP2, le plus souvent en genre IIb, éventuellement en genre IIa, plus sévère vis-à-vis de la fissuration, pour des ouvrages soumis à un environnement agressif (sels de déverglaçage).

Cette attitude était fondée sur l'article 3 de l'IP2 et ses commentaires, indiquant clairement que le genre II s'applique normalement aux ponts-routes et, a contrario, sur le paragraphe IV 3.1 de la circulaire 73.153 du 13 Août 1973 proprement dite qui n'admet l'emploi du genre IIIa que dans des cas particuliers (certains ponts-routes de 3ème classe au sens du fascicule 61 titre II) et sur avis favorable du SETRA.

Dans la circulaire du 8 Octobre 1983, le paragraphe 4.3 "Modalités d'application, cas des ponts-routes", homologue du précédent, indique bien que "les modalités et limites de la transition de la classe II vers la

classe III seront progressivement précisées par le SETRA, par catégorie d'ouvrages. La classe III pourra notamment être appliquée à quelques ouvrages expérimentaux, choisis en liaison avec le SETRA, sous réserve qu'ils soient situés en atmosphère normale et que l'élaboration du projet de base ainsi que la vérification du projet d'exécution soient assurés par le SETRA ou sous son contrôle".

A ma connaissance, il n'y a pas eu de telles expérimentations dans le domaine des ponts à poutres, c'est pourquoi je pense qu'il est prématuré de déclarer que ce type de structure relève systématiquement de la classe III du BPEL.

Je n'ignore pas tout l'intérêt que porte actuellement la communauté internationale à la précontrainte partielle qui - sans prétendre être exhaustif - peut être source d'économies notables et, en diminuant le niveau des contraintes de compression dans le béton, permet de réduire les déformations différées dans les structures.

On peut toutefois observer que la classe III du BPEL ne répond que très partiellement à cet objectif puisque les limitations des contraintes de compression du béton sont indépendantes de la classe de vérification ($0,60 f_{cj}$ en situation d'exécution et $0,50 f_{c28}$ sous combinaison quasi-permanente). Il est donc à craindre qu'en l'absence de garde-fou, l'application intégrale de la classe III ne conduise à une réduction importante des caractéristiques géométriques des sections de béton par rapport aux errements actuels, tout en conservant des niveaux de contraintes comparables.

Dès que le document aura fait l'objet d'une diffusion générale, les questions ne vont pas manquer d'affluer sur ce point. C'est pourquoi je souhaiterais avoir des instructions précises sur les réponses à apporter, la doctrine du Département des Ouvrages d'Art devant être la même pour tous les ingénieurs.

Subsidiairement, j'observe que les coefficients γ relatifs aux combinaisons fréquentes ne sont définis que pour les charges réparties: 0,6, 0,4, 0,2 en fonction de la classe de l'ouvrage au sens du fascicule 61 titre II. Quelles valeurs faut-il prendre pour les charges concentrées, sachant que les effets de A(1) et B_c sont comparables pour les portées de 30 à 35 m et que B_c peut être prépondérant jusqu'à 40 m pour les poutres de rive des VIPP?

(Cette question n'a d'intérêt que pour la classe III du BPEL, la vérification sous charges fréquentes étant rarement prépondérante en classe II).

Je note par ailleurs au paragraphe 2.2.2, page 9, relatif aux charges d'exploitation de caractère particulier que les valeurs nominales Q_{rp} définies par le document SETRA "Transports Exceptionnels" d'Octobre 81 (en fait Octobre 82) sont considérées comme des valeurs caractéristiques.

Il s'agit donc d'une abrogation du coefficient multiplicateur 1,1 destiné à couvrir des déséquilibres de charges sur les essieux dus à la non planéité, aux pentes de chaussées ou aux tolérances de positionnement du colis ainsi que les incertitudes sur son poids réel.

Quelle attitude faut-il adopter vis-à-vis des convois dits de classe super-E (poids en charge > 400 tonnes) pour lesquels on ne disposerait par exemple que d'un plan EDF?

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Jaffre', is written over a horizontal line that has been crossed out with a diagonal slash.

Y.M. JAFFRE

Copies:
M. PAILLUSSEAU
M. HUYNH
M. LEKHAC