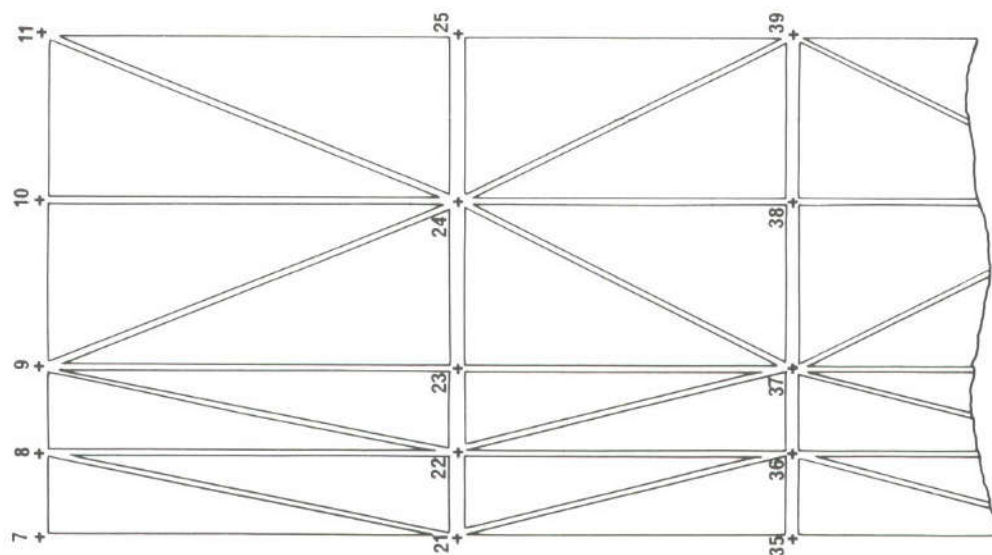


étude de programmes basés sur la méthode des éléments finis

SETRA

DIVISION DES
OUVRAGES D'ART-B

PEF 76



MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT

Direction des routes et de la circulation routière

MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT

SERVICE D'**É**TUDES **T**ECHNIQUES DES **R**OUTES ET **A**UTOROUTES

DIVISIONS DES **O**UVRAGES D'**A**RT **B**

CENTRE DE CALCUL

46, AVENUE ARISTIDE BRIAND - 92223 BAGNEUX - TÉLÉPHONE 655 - 42 42

PEF 76

ÉTUDE DE PROGRAMMES BASÉS SUR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS

Cette brochure a été rédigée par Mr. NGUYEN Vanke, Centre de Calcul, DOA. B

Juillet 1976

ETUDE DE PROGRAMMES BASES SUR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

---°---°---°---°---°---°---°---°---°---°---°---°---

1 - INTRODUCTION

La méthode des éléments finis est essentiellement un procédé de calcul qui consiste à représenter un milieu continu doté d'une infinité de degrés de libertés par un assemblage de sous-régions appelées éléments ; le nombre de degrés de libertés devient alors fini. Le nom de la méthode en découle logiquement. Les inconnues relatives à chaque élément, qui jouent en fait le rôle de paramètres à déterminer dans la théorie générale, sont, soit des déformations, soit des efforts attachés à chaque noeud de l'élément.

C'est la méthode qui rappelle le plus l'analyse structurale habituelle dont l'idée de base (décomposition en éléments simples) a été reprise dans la méthode des éléments finis. Cette méthode se prête donc aisément à l'interprétation physique du problème.

Ainsi la méthode se révèle très générale et très puissante. Elle est apte à résoudre un grand nombre de problèmes. En plus, grâce au progrès de l'ordinateur, la méthode semble rencontrer beaucoup de succès auprès des spécialistes de calcul de structure et est l'objet de développements très importants à l'heure actuelle.

Rappelons qu'en dehors de la méthode des éléments finis proprement dite, une autre méthode, plus sommaire mais très générale, existe pour le calcul de structures élastiques; elle est basée sur l'assimilation à un réseau de poutres et a été dénommée méthode des équivalences par M. ABSI. *

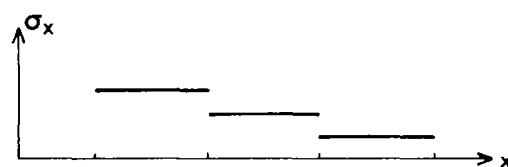
Donnons quelques éléments de comparaison entre les deux méthodes précitées :

- La méthode des équivalences a comme avantages de :
 - permettre une assez grande souplesse dans la prise en compte des caractéristiques de la structure, ce qui est intéressant par exemple pour l'étude des dalles élégies.
 - ramener l'étude d'une structure continue à celle d'un système de poutres que l'ingénieur constructeur "sent".
 - dans le cas du béton, armé ou précontraint, disposer des barres dans les directions dans lesquelles seront placés les câbles ou les armatures, ce qui facilite leur calcul (par exemple, dans une dalle en béton armé, on calcule une section rectangulaire de béton armé de un mètre de largeur soumise à un moment fléchissant qui résulte de calculs antérieurs).

* En toute rigueur, sur le plan théorique, cette méthode peut être considérée comme un cas particulier de la méthode des éléments finis.

Le gros inconvénient de la méthode des équivalences est que les contraintes (ou le moment de torsion, dans le cas de dalles) sont constantes le long d'une barre et donc subissent obligatoirement une discontinuité aux noeuds du maillage. Et l'on ne peut pas dire si ces discontinuités sont dues à une finesse insuffisante du maillage ou à la variation normale le long d'une barre. Au contraire, si l'on utilise la méthode des éléments finis avec des éléments tels que les quantités précitées puissent varier à l'intérieur de l'élément, on peut affirmer que des discontinuités aux noeuds correspondent à une finesse insuffisante du maillage.

Par exemple, la contrainte calculée au moyen de la méthode des équivalences, a un diagramme représenté figure 1.



Calculée au moyen d'éléments finis, elle peut avoir la forme de la figure 2 avec de très faibles discontinuités au passage d'un élément à l'autre.



Plusieurs programmes de calcul de structure basés sur la méthode des éléments finis ont été mis au point et sont opérationnels à présent.

L'objet de cette étude consiste à présenter et comparer certains de ces programmes qui, d'une part sont très connus et, d'autre part, nous sont apparus des plus intéressants.

Nous proposons donc, dans la première partie de cet exposé, un rappel succinct de la méthode des éléments finis.

La deuxième partie est consacrée à une présentation générale des programmes que nous avons retenus : (adresses, page 33).

- le programme ASKA à la S.I.A. (Société d'Informatique Appliquée) (C.I.S.I. actuellement).
- le programme TITUS à la S.T.A.D. (Société de traitement automatique des données).
- le programme NASTRAN à la G.S.I.E. (Générale de Service Informatique Entreprises).
- le programme ROSALIE du L.C.P.C. (Laboratoire Central des Ponts et Chaussées).

Nous signalons sommairement dans la suite l'existence de certains autres programmes tels que :

- MARC (ORDISOR)
- SAP (I.P.S.I. et C.I.S.I.)
- AGATHE (L.C.P.C.)

Cette liste de programmes n'est signalée qu'à titre indicatif, elle n'est pas exhaustive; en particulier d'autres programmes existent à la C.I.S.I.

La dernière partie est l'objet d'un exemple simple de pont-dalle à double nervure calculé à la fois par les programmes ASKA, TITUS, NASTRAN, ROSALIE.

Enfin, nous essayons, dans la dernière partie, de formuler des conclusions générales sur les programmes ainsi présentés.

2 - CAS D'USAGE DES PROGRAMMES D'ÉLÉMENTS FINIS POUR LES PROJETS DE PONTS.

Il est bien évident qu'il faut d'abord choisir le programme le plus adapté au problème à résoudre. En général si le problème peut être traité par un programme du S.E.T.R.A. il y aura lieu de l'utiliser à cause des avantages que procurent ces programmes, notamment :

- détermination automatique du câblage et du ferrailage pour les programmes de ponts-types.
- détermination des densités de ferrailage nécessaires en chaque point d'une dalle armée biaise calculée au moyen du programme MRB.BA.
- calcul des contraintes principales sur les faces supérieure et inférieure d'une dalle biaise calculée au moyen du programme MRB.BP.
- détermination des lignes enveloppes des efforts internes ou des contraintes dans une structure calculée au moyen d'EUGENE.
- vérification des différentes prescriptions de l'instruction provisoire n° 1 pour les ponts construits par encorbellement calculés par le programme V.E.P.

Si aucun des programmes du S.E.T.R.A. ne convient, il peut être suffisant d'utiliser un programme assimilant la structure à un ensemble de poutres*. Si, de plus, la structure comporte des éléments qui ne sont pas assimilables à des poutres (une ou plusieurs dalles par exemple), il peut paraître raisonnable d'utiliser un programme d'éléments finis. Cependant, il faut noter que les résultats de tels programmes doivent être interprétés, comme indiqué au chapitre 5. Cette interprétation ne peut pas être faite par un technicien mais doit être confiée à un ingénieur spécialisé dans les ouvrages d'art qui, en conséquence, connaisse bien la mécanique.

Par ailleurs, si l'ingénieur chargé de l'étude de l'ouvrage a l'habitude du maniement (c'est-à-dire introduction des données, exploitation des résultats) d'un programme de réseau de poutres, il pourra être judicieux d'utiliser un tel programme en appliquant la théorie des équivalences.

- () A notre avis, les programmes d'éléments finis doivent être utilisés
() essentiellement pour l'étude d'ensemble ou l'étude locale de structures pré-
() sentant des difficultés particulières ; les résultats imprimés par l'ordina-
() teur doivent être accompagnés de dessins qui peuvent souvent être exécutés
() automatiquement et d'un rapport indiquant au moins la nature des éléments

* Voir pour cela le document-type P.R.P. 75.

- () utilisés, les chargements retenus et les résultats les plus marquants
- () (par exemple les valeurs extrêmes des contraintes sous les divers cas de charge).

Indiquons au passage que les calculs en plasticité ne doivent pas, en principe, être utilisés pour l'étude d'un pont (sauf avis du S.E.T.R.A.) mais peuvent l'être pour celle des ouvrages de soutènement de dimensions particulièrement importantes, encore qu'il n'est pas évident qu'un tel calcul doive être conseillé en l'état actuel de nos connaissances compte tenu de la difficulté du choix des données à introduire (module d'Young, coefficient de Poisson, limites d'élasticité du sol). Signalons également que les calculs dynamiques peuvent être utilisés pour des problèmes de vibration, par exemple la recherche des périodes propres de vibrations d'un pont à haubans.

Le domaine d'élection reste donc le calcul statique en élasticité linéaire pour lequel les coûts sont d'ailleurs les plus faibles. Parmi les cas d'utilisation, nous pouvons citer :

- calcul de dalles de forme particulièrement complexe (signalons au passage qu'une dalle en forme de Y peut, en général, être calculée comme un ensemble de poutres élastiquement liées ; la nouvelle version du dossier EUGENE B, actuellement en cours de gestation, donnera des indications sur ce point).
- calcul de caissons très courbes ou très larges ; dans ce cas les résultats d'un calcul aux éléments finis devront être comparés à ceux d'un calcul en poutre et fournir essentiellement un coefficient d'excentrement.
- calcul d'un gousset de pont métallique exceptionnel par ses dimensions et/ou sa forme.
- calcul de l'attache d'un hauban sur un tablier de pont (que celui-ci soit en métal ou en béton).

Ces derniers exemples illustrent la possibilité d'utiliser un programme d'éléments finis pour une étude locale ; bien entendu il faudra avoir calculé auparavant les efforts globaux ; dans l'exemple du gousset, on calculera les efforts dans les barres aboutissant au gousset et on en déduira les chargements.

Bien évidemment, les gestionnaires de programmes privés d'éléments finis (c'est-à-dire CISI pour ASKA, GSIE-CFRO-STAD pour NASTRAN et TITUS) nous ont indiqué que leurs programmes pouvaient servir couramment et pas uniquement pour l'étude des "moutons à cinq pattes". Remarquons tout de suite que s'il est possible d'étudier n'importe quel ouvrage et donc en particulier un ouvrage simple au moyen d'un programme d'éléments finis, ce n'est pas, pour cette seule raison, opportun. Signalons par ailleurs que la CISI reconnaît que les problèmes soulevés par les vérifications et l'utilisation pratique des résultats (cf. paragraphe 5.1) ne sont que partiellement résolus. GSIE-CFRO-STAD insiste sur le fait que NASTRAN peut servir pour des problèmes de dimensionnement puisque l'on peut modifier directement

la matrice de rigidité sans faire relire toutes les données à l'ordinateur. De même le L.C.P.C., gestionnaire de ROSALIE, indique que l'on peut facilement modifier une structure que l'on a précédemment définie et calculée.

Nous ferons là-dessus deux remarques :

- Dans le cas de structures en béton précontraint, la difficulté consiste plus à définir le câblage qu'à dimensionner le coffrage de la structure, et pour la définition du câblage la seule aide qu'apportent les programmes d'éléments finis consiste à essayer divers câblages assimilés à divers chargements, alors qu'EUGENE permet, dans un certain nombre de cas, de déterminer automatiquement le câblage.
- Même si des exploitations complémentaires coûtent peu cher (relativement à la première exploitation), le coût total du calcul sera à peu près certainement supérieur à celui d'un calcul classique ; et par calcul classique, nous entendons non seulement un calcul au moyen d'un programme de ponts-types du S.E.T.R.A., mais encore un calcul au moyen de programmes de calculs d'efforts, la structure étant assimilée à un ensemble de poutres.

Nous retenons la possibilité d'ASKA que nous ont signalée ses gestionnaires, à savoir des éditions sélectives permettant de faire ressortir les éléments les plus significatifs d'un calcul (les résultats bruts étant, par ailleurs, fournis pour permettre toutes vérifications nécessaires). S'il est à priori difficile de savoir quels seront les résultats les plus significatifs pour un ouvrage d'un genre que l'ingénieur chargé de l'établissement du projet connaît mal, il lui sera possible de les définir s'il a à étudier une dizaine d'ouvrages du même genre, en analysant les résultats bruts des premiers calculs.

Une autre opinion a été formulée par un gestionnaire de programmes d'éléments finis, à savoir que les méthodes simplifiées sont fausses dans beaucoup de cas pour lesquels elles n'étaient pas prévues et qu'en réalité les structures sont toujours complexes sinon par leur forme, du moins par leurs appuis et leurs chargements.

Nous ferons trois remarques :

- Il faut, bien entendu, s'assurer de la validité des méthodes simplifiées ; la non validité de ces méthodes doit seulement entraîner une recherche d'une méthode plus élaborée qui n'est pas forcément celle des éléments finis ; nous avons déjà cité les programmes MRB.BA et MRB.BP, le système EUGENE, les programmes de réseaux de poutres.
- Avant de faire un calcul complexe d'efforts internes et de contraintes dues à des actions directes ou indirectes données (les actions indirectes correspondent à des déformations imposées ou gênées) il faut se demander si l'on a bien pris en compte toutes les actions qui ont un effet non négligeable ; la circulaire du 2 Avril 1975 de Monsieur le Directeur des Routes et de la Circulation Routière indique un certain nombre de telles actions qui avaient été omises lors d'études des ponts construits par encorbellements :

- . redistribution des efforts dus aux déformations différées,
- . gradient thermique,
- . poussée au vide du câble dans les hourdis courbes,
- . diffusion de la précontrainte,
- . efforts d'entraînement exercés par les câbles ancrés dans un hourdis faisant partie d'une poutre caisson.

Et, en général, les effets de telles actions peuvent être pris en compte par des règles plus ou moins forfaitaires sans faire appel à la méthode des éléments finis.

- Une cause majeure de mauvaise représentativité des calculs provient souvent de ce que le comportement du béton n'est pas linéaire (sous pressions locales élevées) ni élastique (en raison de la fissuration). Or ce n'est pas le simple fait de recourir à un programme de hautes possibilités qui conduira à des résultats représentatifs. Ceci s'applique notamment à la diffusion des contraintes près d'un ancrage de câble : cette diffusion peut être complètement différente aussi bien de la diffusion élastique que de la diffusion forfaitaire par compression définie par l'I.P.2, en raison de la courbure du diagramme $\sigma - \varepsilon$ du béton, du fluage, de la fissuration, et selon les armatures prévues.

3 - RAPPEL SUCCINCT DE LA THEORIE DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS - FORMULATION DU PROBLEME.

L'idée de base de la méthode des éléments finis consiste à réaliser l'approximation d'un milieu continu (problèmes physiques et mécaniques, problèmes de calcul de structure, etc...) au moyen de l'assemblage de sous-domaines ou éléments finis. La structure ou le domaine est ainsi subdivisé en un nombre fini de tels éléments qui sont soumis à des conditions de continuité au niveau des noeuds. Chaque élément est régi par un nombre fini de paramètres qui permettent de définir en tout point de l'élément les inconnues recherchées.

La subdivision ainsi réalisée forme un maillage dans la structure ou le domaine étudié.

Dans le cas du calcul de structure qui nous intéresse dans le présent exposé, le problème consiste à déterminer un système de n équations linéaires de n inconnues liées aux noeuds du maillage.

Il existe deux manières équivalentes de formuler le problème. La première fait appel au théorème des travaux virtuels ; la deuxième, plus générale, utilise le théorème désigné habituellement sous le nom de théorème de l'énergie potentielle

Nous développons sommairement cette dernière méthode qui consiste à déterminer l'extrémum de l'énergie potentielle du système.

Considérons une structure (s)

Désignons par :

U : l'énergie de déformation du système (s)

W : l'énergie potentielle due aux efforts extérieurs exercés sur
(s)

L'énergie potentielle totale du système (s) est alors :

$$(1) \quad T = U + W$$

Le théorème de l'énergie potentielle indique que :

$$(2) \quad d(T) = 0$$

Désignons par :

δ : le vecteur des déplacements aux noeuds du maillage
(dimension n).

F : le vecteur des efforts extérieurs aux noeuds du maillage
(dimension n).

L'énergie de déformation du système s est une forme quadratique symétrique des déplacements δ ; on peut donc la mettre sous la forme

$$\frac{1}{2} \delta^* R \delta \text{ où}$$

δ^* est la matrice ligne transposée du vecteur colonne

R une matrice symétrique que l'on appelle matrice de rigidité.

L'énergie potentielle totale du système (s) s'écrit :

$$T = \frac{1}{2} \delta^* R \delta - \delta^* F \quad (* \text{ désigne le transposé}).$$

$$\text{Donc} \quad d(T) = 0 \quad \text{entraîne} \quad \frac{\partial T}{\partial \{\delta\}} = 0$$

Ou encore :

$$(3) \quad R \delta = F$$

Si nous tenons compte des conditions de liaison, nous procédons de la même manière en utilisant la méthode des constantes de LAGRANGE.

Soit :

α : le vecteur des déplacements imposés

Q : la matrice de transformation relative aux liaisons.

Les conditions de liaison s'écrivent :

$$Q \cdot \delta - \alpha = 0$$

Soit λ le vecteur des constantes de LAGRANGE. L'expression de l'énergie T s'écrit alors :

$$T = \frac{1}{2} \delta^* R \delta - \delta^* F + (Q \cdot \delta - \alpha)^* \lambda$$

Il en résulte :

$$\frac{\partial T}{\partial \{\delta\}} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial T}{\partial \{\lambda\}} = 0$$

ou encore :

$$(4) \quad \begin{cases} R \cdot \delta - F + Q^* \lambda = 0 \\ Q \cdot \delta - \alpha = 0 \end{cases}$$

.../...

Et sous forme de blocs de matrice, nous avons :

(5)

$$\begin{bmatrix} R & Q \\ Q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ \alpha \end{bmatrix}$$

D'une manière générale, le système d'équations linéaires à résoudre se ramène à la forme (3).

Connaissant les déplacements on en déduit ensuite les efforts internes ou les contraintes.

N O T A :

1 - Par commodité d'écriture, nous avons raisonné sur les matrices ou les vecteurs correspondant à n composantes pour n noeuds du maillage. En fait, suivant le problème envisagé, chaque noeud comporte m composantes de déplacements chacun ($m = 6$ dans le cas général de structure spatiale).

2 - Comme nous avons indiqué plus haut, connaissant les composantes aux noeuds de chaque élément, par interpolation au moyen d'une fonction de forme (habituellement, cette interpolation est linéaire), nous pouvons déduire les composantes inconnues en tout point à l'intérieur de l'élément. Ceci implique, d'après le critère de continuité, que la continuité ait lieu non seulement au niveau des noeuds, mais encore au niveau des frontières des éléments adjacents. Le processus d'assemblage des éléments élémentaires entre eux pour former la structure complète est admis implicitement.

3 - Pour montrer la différence de ce procédé avec celui qui découle de l'utilisation des théories de Castigliano et de Ménabréa prenons un exemple très simple. Soit une poutre sur deux appuis simples de portée l chargée par une force F appliquée à l'abscisse x . On suppose que l'on ne sait pas calculer à priori le moment fléchissant M dans la poutre à partir de F , mais on veut connaître les flèches $v(x)$ en différents points.

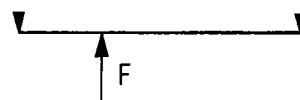


Fig. 3

On pose :

$$v(x) = \sum_{n=1}^N v_n \sin n \frac{\pi x}{l}$$

avec par exemple $n = 10$

L'énergie de déformation est :

$$U = \int_0^l \frac{1}{2} EI \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)^2 dx = \frac{EI}{2} \sum_{n=1}^N v_n^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi x}{l} dx = \frac{lEI}{4} \sum_{n=1}^N v_n^2$$

L'énergie potentielle des efforts extérieurs exercés est :

$$T = F \sum_{n=1}^N v_n \sin \frac{n\pi x_0}{l}$$

Nous calculerons les v_n (d'où la flèche de la poutre en tous points) en écrivant les N équations :

$$\frac{d}{dv_n} (U + T) = 0$$

Si une telle méthode de calcul est sans intérêt pour le calcul de poutres, elle peut être utilisée pour le calcul de dalles.

4 - Signalons aussi le concept des forces nodales qui permet de comprendre le processus d'assemblage des éléments et d'aboutir à la même formulation de base (3).

Considérons en effet une structure modélisée en éléments finis comprenant n noeuds.

Choisissons un noeud i quelconque du système. Tous éléments (soit k éléments par exemple) ayant le noeud i en commun contribuent à l'équilibre des forces du système au noeud i .

Désignons par :

F_i la force appliquée au noeud i

(p)

δ_i la déformation au noeud i due à l'élément

p ($p=1,2,\dots,k$)

$R_i^{(p)}$ la matrice de rigidité de l'élément p ($p=1,2,\dots,k$) correspondant au noeud i

L'équilibre des forces au noeud i conduit à :

$$F_i = \sum_{p=1}^k R_i^{(p)} \delta_i^{(p)} = R_i \cdot \delta_i \quad (R_i^{(p)} \delta_i^{(p)} \text{ est appelée force nodale})$$

Pour tous les noeuds du système, nous obtenons :

$$F = R \cdot \delta$$

Nous retrouvons donc la formulation (3).

5 - Dans le cas de l'élasticité linéaire, les composantes des matrices R et Q sont des constantes. Par contre, dans les problèmes de plasticité, de visco-élasticité (fluage, relaxation, etc...), de grandes déformations etc..., les composantes de R et Q ne sont plus constantes. Le processus itératif est souvent utilisé pour résoudre le problème.

6 - Signalons d'autre part qu'étant donné l'approximation d'un milieu continu par un milieu discret, la formulation précédente du problème n'est qu'approximative.

Sans entrer dans les détails théoriques, nous indiquons qu'une amélioration de la précision du problème est apportée au moyen d'un facteur pondéré qui n'est autre que la fonction d'interpolation de chaque élément elle-même (fonction de forme). Cette méthode est connue sous le nom de méthode de GALERKIN.

Enfin, en ce qui concerne les problèmes dynamiques, d'une manière générale, les équations (4) deviennent :

$$(6) \quad \begin{cases} R \cdot \delta + B \cdot \dot{\delta} + M \cdot \ddot{\delta} - F + Q^* \cdot \lambda = 0 \\ Q \cdot \delta - \alpha = 0 \end{cases}$$

Dans lesquelles :

$$\dot{\delta} \equiv \frac{d\delta}{dt}$$

$$\ddot{\delta} \equiv \frac{d^2\delta}{dt^2}$$

M = matrice de masse

B = matrice d'amortissement ou de frottement.

4 - LES PROGRAMMES ASKA, TITUS, NASTRAN et ROSALIE.

4.1. Le programme ASKA

Mis au point par une équipe de chercheurs réunis autour du Professeur ARGYRIS en Allemagne, ASKA est en service à la C.I.S.I. depuis 1970.

La C.I.S.I. dispose de trois versions :

- la version statique*, la version élasto-plastique et la version dynamique.

4.1.1. La version statique

La version statique est destinée aux calculs des structures en équilibre les plus diverses. Les exemples que le programme est capable de calculer sont théoriquement illimités. Pratiquement, ce sont les possibilités de l'ordinateur qui limitent les applications.

Une bibliothèque d'éléments très complète permet de modéliser les structures d'une manière très simple. Cette bibliothèque comporte environ 40 types d'éléments différents (voir croquis Annexe I)** qui sont :

* Cette version permet également de traiter des problèmes d'instabilité élastique, flambement par exemple.

** Au moment de l'envoi à l'imprimeur, nous apprenons que de nouveaux éléments ont été rajoutés à la bibliothèque.

- * des éléments de poutres,
- * des membranes, des plaques, des coques,
- * des éléments axisymétriques.

Certains de ces éléments sont pourvus de côtés curvilignes destinés à améliorer la modélisation de certaines structures courbes spéciales.

D'autre part, la technique des sous-structures est largement utilisée dès qu'il y a une possibilité. Elle permet de :

- * dupliquer certaines sous-structures identiques à une translation ou à une rotation près.
- * réaliser une optimisation locale en préservant une grande partie des calculs (la zone à modifier étant définie dans une sous-structure).
- * modifier les conditions aux limites sans refaire la totalité des calculs.
- * traiter des problèmes de très grande taille.

4.1.2. La version élasto-plastique

La version élasto-plastique d'ASKA (ASKA III.1) permet de résoudre des problèmes non linéaires et en particulier des problèmes de plasticité et de fluage. Les problèmes de fluage sont traités au moyen d'une adaptation de la méthode qui permet de traiter les problèmes de plasticité ; ces problèmes de fluage n'ont été effectivement traités que dans des cas simples.

Les hypothèses de base exigées dans ces calculs sont :

- * les milieux sont supposés isotropes.
- * les milieux sont supposés obéir à une loi contrainte-déformation plastique basée sur le critère de VON-MISES pour les contraintes équivalentes et les déformations équivalentes (ces milieux peuvent être parfaitement plastiques ou non).

Les méthodes de calcul adoptées dans cette version élasto-plastique consistent à :

- * incrémenter la charge appliquée sur la structure.
- * procéder aux itérations à chaque pas de charge pour déterminer l'état final de déformation et de contrainte à partir d'un état initial de déformation.

Toutes les possibilités offertes par ASKA sont valables dans cette version, et particulièrement la technique des sous-structures. Il est ainsi possible d'isoler la zone susceptible de plastification, les itérations ne portant que sur cette sous-structure.

4.1.3. La version dynamique

En ce qui concerne la version dynamique d'ASKA (DYNAN), elle est destinée au calcul des fréquences et des modes propres d'oscillations des structures (calcul des valeurs propres et des vecteurs propres du système) ainsi que de leurs réponses à des excitations périodiques ou non.

Le calcul des modes propres se fait :

- * sur des systèmes de grande taille.
- * sur des structures appuyées ou libres.

En résumé, la version dynamique peut résoudre :

- * des problèmes de valeurs propres.
- * des problèmes de réponses transitoires, harmoniques et totales.

En particulier, elle peut étudier les problèmes du séisme. Signalons enfin que le calcul des contraintes dynamiques se fait par la méthode de combinaison des contraintes nodales dans laquelle les degrés de liberté sont des modes de vibration judicieusement choisis dans une gamme de fréquences déterminées.

4.1.4. Préparation des données

La préparation des données est considérablement facilitée en tenant compte de certaines propriétés topologiques particulières du maillage, notamment : régularités, répétitions, symétries, etc...

Il existe un module dans ASKA se chargeant de générer automatiquement les maillages ainsi considérés.

L'introduction des données se fait en format libre.

D'autre part, une fois les données formulées, un autre module dessine et vérifie les maillages avant le début de tout calcul proprement dit.

4.1.5. Sorties

Les sorties sont variées et sélectives. On peut obtenir soit aux noeuds, soit aux centres de gravité du maillage :

- * les déplacements,
- * les contraintes, les contraintes moyennes, les contraintes principales,
- * les contraintes de VON-MISES (limites de plasticité).

../..

On peut aussi obtenir :

- * les réactions d'appuis,
- * les efforts internes.

D'autre part, des sorties graphiques peuvent être demandées : déformées, tracés des contraintes, courbes des moments, efforts etc... Le postprocessor d'ASKA est donc assez complet à l'heure actuelle.

4.1.6. Dimensions des problèmes envisagés

Comme nous l'avons signalé plus haut, la taille maximale du problème n'est limitée que par la mémoire disponible de l'ordinateur. La conception d'ASKA lui permet de traiter de façon aussi souple et aussi économique les structures de petite taille (bi-dimensionnelles, éléments-barres) que les grosses structures (tri-dimensionnelles).

A la C.I.S.I. l'ordinateur CDC 6600 permet d'étudier en un seul calcul des structures pouvant comporter jusqu'à :

- * 30.000 éléments
- * 30.000 degrés de libertés
- * 500 cas de charge

Ces performances peuvent en outre être augmentées par l'utilisation des sous-structures. On voit que c'est seulement le coût qui limite le problème.

4.1.7. Conditions d'utilisation

En ce qui concerne les conditions d'utilisation d'ASKA, on peut accéder à ce programme en libre service sur le CDC 6600 de la C.I.S.I. ainsi que sur tous les terminaux qui y sont connectés dans ses trois versions : statique, élasto-plastique et dynamique.

L'assistance technique et éventuellement la prise en charge complète d'un problème peuvent être demandées à la C.I.S.I.

Enfin, en ce qui concerne le coût d'un problème, il est assez varié. On peut estimer le coût, grosso-modo, lors de la soumission du problème à l'équipe chargée d'ASKA à la C.I.S.I.

D'une manière générale, le prix augmente sensiblement en fonction du nombre de noeuds du maillage et plus précisément du nombre de degrés de liberté. En effet, dans la partie de résolution matricielle, le temps varie approximativement comme le carré du nombre de degrés de liberté.

4.2. Le programme TITUS

Issu du programme CAR 3063, conçu initialement pour l'étude spécifique du comportement thermo-élastique des structures en caisson (réacteur nucléaire), des structures telles que les tunnels, les conduites forcées etc... et du programme PLAQUE pour l'étude des ponts, des

dalles, etc..., le programme TITUS s'est développé considérablement sous forme modulaire pour compléter ses applications à tous les domaines de calcul des structures. TITUS est opérationnel et géré par la S.T.A.D.

Compte tenu de son développement progressif sous forme modulaire, TITUS pourra étendre son domaine d'étude aux problèmes non linéaires et dynamiques dans un proche avenir. Le système TITUS permet donc essentiellement d'étudier des structures à comportement purement élastique et ne subissant que de petites déformations. Il permet de traiter les problèmes thermiques également.

La bibliothèque des éléments assez complète, mais sensiblement moins que celle d'ASKA (voir croquis Annexe I) permet de modéliser d'une manière assez souple et variée les structures étudiées.

4.2.1. Préparation des données

La préparation des données se fait par l'intermédiaire des procédures appelées "AMONT" du système TITUS.

Comme dans ASKA, la préparation des données comprend essentiellement les opérations suivantes :

- * schématisation géométrique,
- * schématisation des caractéristiques physiques,
- * schématisation des liaisons (appuis...),
- * schématisation des sollicitations (chargements).

Les propriétés particulières du maillage telles que régularité, symétrie, translation, etc... sont prises en compte dans le processus de génération automatique du maillage. Ce processus de génération simplifie donc considérablement les schématisations.

Dans le cas général d'un maillage quelconque, un processus conversationnel peut être établi entre l'utilisateur et l'ordinateur. Par exemple, l'utilisateur définit certains paramètres de la géométrie en fonction desquels l'ordinateur détermine une première ébauche du maillage (avec dessin automatique du plan). Puis l'utilisateur apporte les corrections qu'il juge nécessaires et les informations supplémentaires en fonction desquelles l'ordinateur détermine une seconde ébauche plus précise du maillage et ainsi de suite. Ce processus épargne à l'utilisateur des tâches fastidieuses et diminue les risques d'erreur.

4.2.2. Sorties

Les sorties comportent le rappel des données définissant la structure et ses cas de charge et les résultats de calcul qui sont les déplacements aux noeuds, les efforts internes, les réactions d'appui etc... ceux-ci sont relatifs à chaque cas de charge.

A partir de ces résultats de calcul, le traitement à la sortie, suivant les désirs de l'utilisateur, peut lui fournir :

- * les directions et les efforts principaux (contraintes, moments, etc...).
- * les enveloppes et les lignes isovaleurs.

Les résultats ainsi acquis peuvent être visualisés soit sur imprimante (problème de mise en page), soit sur traceur (dessins graphiques). Le postprocessor de TITUS visant à faciliter l'exploitation des résultats est donc assez satisfaisant.

4.2.3. Possibilités

Signalons enfin, comme dans ASKA que la limite des problèmes à traiter ne dépend que des possibilités de l'ordinateur. Il est néanmoins possible d'utiliser un petit ordinateur pour effectuer le maximum de travaux préliminaires et l'exploitation des résultats. La partie principale de calcul s'effectue sur un gros ordinateur (CDC 6600, Univac 1108, etc...).

Ce mode de traitement présente l'avantage de réduire les coûts tout en augmentant la rapidité et la souplesse d'utilisation.

4.2.4. Conditions d'utilisation

C'est l'équipe d'assistants du programme TITUS de la S.T.A.D. qui se charge de la mise en données des problèmes du client. Le client peut indiquer son choix sur les résultats de sortie dont il a besoin.

Le coût du problème est assez varié. Plusieurs facteurs entrent en jeu : nature du problème, nombre de noeuds, nature des éléments considérés, nombre de composantes calculées, assistance technique etc...

4.3. Le programme ROSALIE

Réalisé par la section de modèles numériques du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, le programme ROSALIE regroupe plus de trente éléments. Son domaine de calcul s'étend à l'élasticité linéaire, l'élasto-plasticité, la visco-élasticité et la dynamique. Il existe deux versions dans ROSALIE. La version réduite est destinée aux problèmes de l'élasticité et de conduction, la version complète, aux problèmes l'élasto-plasticité, de la visco-élasticité, de la dynamique.

Bien que muni de méthodes évoluées de détermination des données et de sorties graphiques, l'avantage du programme ROSALIE réside dans l'emploi simple d'une gamme d'éléments très variée; ces éléments sont d'application courante au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées et spécialisés dans le calcul des massifs (sols et roches) ou dans le domaine des ouvrages d'art. Dans tous les cas, la précision des calculs est recherchée.

Le programme ROSALIE contient plus de 30 éléments différents. Il possède des phases de préparation de données, de vérification de ces données, de calcul proprement dit et de sorties graphiques des résultats.

Le programme ROSALIE comprend quatre modules correspondant à chacune des phases successives de calcul :

- * Le module MAILLE (détermination des données) qui consiste à faciliter les entrées des données, à générer automatiquement des données, compte tenu des propriétés particulières du maillage (régularité, symétrie, etc...).
- * Le module TEST (vérification des données) qui a pour rôle, comme l'indique son nom, de vérifier des données fournies par le programme MAILLE. Ces vérifications peuvent être matérialisées par un listing ou par un dessin.
- * Le module CALCUL (calcul proprement dit) qui est le noyau de ROSALIE. Il effectue le calcul par la méthode des éléments finis.
- * Le module TRACE (dépouillement des résultats) qui exploite et interprète les résultats fournis par CALCUL. Ce programme fournit les dessins graphiques :
Contraintes principales, déformées, courbes isovaleurs, profils, etc... Le postprocessor du système ROSALIE, destiné à l'exploitation, au tri et aux dessins graphiques des résultats, est donc assez complet.

En ce qui concerne la limite du programme ROSALIE, elle ne dépend que des possibilités de l'ordinateur utilisé. Actuellement, il fonctionne indifféremment sur IBM 370, CDC 7600, UNIVAC 1108 ou IRIS 80. En principe, le nombre maximum d'inconnues n'est pas limité. Pratiquement, on fixe le nombre d'inconnues à 20.000. La limite existe cependant sur la demi-largeur de bande. La limite de la demi-largeur est de 450 pour l'IBM 370 et de 600 pour CDC 7600, dans l'option qui assure le coût minimal.

Quant aux conditions d'utilisation de ce programme, c'est l'équipe de ROSALIE de la section de modèles numériques du L.C.P.C. qui se charge de l'assistance et du calcul.

4.4. Le programme NASTRAN

Mis au point aux Etats-Unis, sous le patronage de la NASA, le programme NASTRAN s'est implanté récemment en EUROPE et au JAPON. En France, la version "Mac Neal Schwendler Corporation" de NASTRAN est opérationnelle et commercialisée depuis plus d'un an par la G.S.I.E.* (Générale de Service Informatique-Entreprises). NASTRAN est parmi les programmes des éléments finis les plus élaborés et les plus complets.

La bibliothèque NASTRAN offre un choix étudié d'éléments permettant de schématiser la plupart des structures.

L'analyse statique de NASTRAN permet d'étudier le comportement des structures complexes à des actions statiques qui peuvent être :

- forces de surface : efforts concentrés ou répartis (forces ou couples).
- forces de volume résultant d'un champ d'accélération (force de gravité, force d'inertie, forces centrifuges...).
- forces induites par des déformations forcées.
- gradients thermiques.

Les résultats standards fournis par cette analyse sont :

- les déplacements des noeuds,
- les charges appliquées aux noeuds,
- les efforts aux noeuds liés (appuis, liaisons, supports...),
- les efforts dans les éléments,
- les contraintes dans les éléments (contraintes principales, VON -MISES...),
- sorties graphiques.

L'analyse de stabilité élastique permet d'étudier le flambement et le cloquage. Recherche des différents modes d'instabilité élastique d'une structure.

L'analyse dynamique utilise les mêmes modules de mise en données que l'analyse statique. Il est donc possible d'effectuer à partir d'une seule schématisation, soit une étude statique, soit une étude dynamique.

Quatre types fondamentaux de problèmes dynamiques peuvent être résolus par NASTRAN :

- Problèmes de valeurs propres.
- Réponses transitoires.
- Réponses harmoniques.
- Problèmes de stabilité des servo-mécanismes.

* La C.I.S.I. dispose également du programme NASTRAN mais n'a pas développé de postprocessor pour le dépouillement des résultats.

Chacun d'eux peut être traité soit par la méthode directe (dans laquelle les inconnues sont les déplacements aux noeuds), soit par la méthode nodale (dans laquelle les degrés de liberté sont des modes de vibrations judicieusement choisis dans une gamme de fréquences déterminées).

En ce qui concerne les sorties graphiques, le système NASTRAN permet de dessiner automatiquement au choix :

- la structure non déformée en vue perspective, avec numérotation des noeuds et des éléments.
- la structure déformée en vue perspective avec les éléments déformés ou avec les vecteurs déplacements aux noeuds.
- les courbes isovaleurs (isodéplacements, isocontraintes).
- les courbes de réponses $y = F(x)$ (analyse dynamique).

Remarquons que les résultats fournis par NASTRAN nécessitent un postprocessor. En effet, ces résultats, tels que les contraintes, les moments etc... sont relatifs à un repère local lié à chaque élément. Il nécessite donc un programme de traitement consistant à transformer ces résultats sur un seul repère global et à calculer la moyenne de ces résultats. Suivant l'élément utilisé, le postprocessor fournit les résultats liés au centre de gravité et éventuellement au noeud de chaque élément.

Signalons enfin que théoriquement, il n'y a pas de limite dans la taille des problèmes que peut traiter NASTRAN.

Seules des considérations économiques peuvent obliger l'utilisateur à limiter ses calculs.

En ce qui concerne le mode d'utilisation, NASTRAN est disponible à la G.S.I.E. :

- en libre-service. L'utilisateur gère ses calculs lui-même. Le service G.S.I.E. est à la disposition de l'utilisateur pour le conseiller et l'assister au mieux.
- en travail à façon complet. L'équipe de NASTRAN à la G.S.I.E. prend en charge la totalité d'une étude sur la base d'une tarification forfaitaire préalablement définie.

4.5. Autres programmes des éléments finis

4.5.1. Le programme MARC

C'est encore un nouveau venu de la liste de plus en plus longue des programmes des éléments finis. Le programme MARC est actuellement commercialisé par la Société ORDISOR, (adresse, page 33).

Le programme est pourvu d'une bibliothèque d'éléments assez variés. Il est consacré exclusivement à l'analyse statique des structures (analyse linéaire ou non linéaire des structures).

En particulier, MARC peut traiter des problèmes comportant :

- des éléments de coques courbes (minces ou épaisses).
- de l'assemblage des surfaces courbes.
- des études d'instabilité : flambement en élasticité, en élasto-plasticité ou associé à des phénomènes cycliques.
- des phénomènes de fluage.
- de l'anisotropie à l'orientation quelconque.
- de la prise en compte par la presque totalité des éléments de l'effet des grands déplacements et des grandes déformations.

4.5.2. Le programme SAP

C'est un programme général d'analyse par éléments finis des structures linéaires. Neuf familles d'éléments à une, deux ou trois dimensions sont disponibles pour le traitement des problèmes statiques et dynamiques stationnaires ou transitoires.

Ce programme, en FORTRAN IV, a été écrit par l'équipe du Professeur E.L. WILSON de l'Université BERKELEY de CALIFORNIE, destiné à la recherche. Il est disponible actuellement à l'I.P.S.I. (Institut pour la promotion des sciences de l'ingénieur - n° 12 Avenue Boudon 75016 PARIS) ainsi qu'à la C.I.S.I.

4.5.3. Le programme AGATHE

A compter du 1er Janvier 1977, un autre programme basé sur la méthode des éléments finis appelé AGATHE sera disponible au L.C.P.C. Le programme AGATHE est destiné à l'étude des structures et des massifs complexes et de leur assemblage continu. Ce programme est composé de deux ensembles de sous-programmes : les programmes de résolution et les programmes liés à la géométrie.

Dans les programmes de résolution, il s'agit essentiellement de la méthode de résolution des systèmes linéaires. Deux méthodes sont disponibles : méthode de CHOLESKI par bande, méthode d'élimination par sous-structures.

Dans les programmes liés à la géométrie, il s'agit de sous-programmes de calcul des éléments et de leur assemblage par catégorie, suivant le domaine d'étude.

Des éléments appropriés sont disponibles dans chaque type de problème : problème plan, problème à symétrie de révolution, problème tri-dimensionnel, etc...

Les champs d'applications sont : élasticité, équation de LAPLACE, élasto-plasticité, dynamique, problèmes particuliers (rupture, contacts divers, viscosité, etc...).

Ce programme fonctionne sur IBM 370 (168). Il occupe en mémoire centrale 120 K octets, auxquels il faut ajouter les dimensions des tableaux.

5 - UTILISATION PRATIQUE ET VERIFICATIONS.

5.1. Considérations générales valables pour tous les programmes d'éléments finis examinés

5.1.1. Position du problème

Un programme d'éléments finis, tout comme un programme de calculs d'efforts internes, ne fournit que des résultats intermédiaires (en général des contraintes en certains points) mais non des résultats que l'on puisse directement utiliser pour établir le projet de l'ouvrage. Il faut donc interpréter les résultats.

D'autre part, il est souhaitable que l'essence des calculs (c'est-à-dire nature des éléments choisis, maillage retenu, principaux résultats obtenus) puisse être comprise par un ingénieur autre que celui qui a effectué l'étude ; il peut être chargé de contrôler le projet et sa note de calculs ou de recalculer l'ouvrage pour vérifier qu'il peut supporter le passage d'un convoi exceptionnel ou pour évaluer la gravité d'anomalies décelées au cours de la vie de l'ouvrage. Ce point pose, entre autres, la question de la permanence et de la stabilité du programme : celui-ci sera-t-il commercialisé pendant un grand nombre d'années ?

Enfin, comme lors d'usage de n'importe quel programme important, il y a lieu de vérifier la validité des résultats obtenus (il est à signaler que cette vérification n'est pas, en général, effectuée par l'équipe gestionnaire du programme).

Nous pouvons rassembler les causes d'erreurs* en trois groupes :

- Erreur dans l'introduction des données.
- Perte de précision dans l'inversion de la matrice de rigidité ou plutôt dans la résolution du système d'équations linéaires.
- Maillage trop lâche ou, d'une manière plus générale, mal choisi.

Nous indiquerons par ailleurs, en ce qui concerne le premier point, que, lors d'utilisation de programmes d'éléments finis, nous avons rencontré

* Outre, pour mémoire, les erreurs de nature physique (par exemple élasticité linéaire non applicable) qui se situent à l'amont du calcul.

les erreurs de données suivantes :

- membrane non alignée : il s'agissait d'éléments d'une plaque travaillant en tension plane, appelée membrane par les spécialistes d'éléments finis, qui auraient dû se trouver dans un même plan ; par suite d'imprécision dans les valeurs numériques d'entrée ces éléments n'étaient pas coplanaires, comme indiqué figure 4 ; pour que la structure soit en équilibre, il avait fallu imposer que le déplacement de tout noeud tel que A (voir fig.4) dans un plan perpendiculaire à celui de la membrane soit nul. Il en est résulté en un noeud tel que D une force importante perpendiculaire au plan supposé de la membrane ; cette force est bien nécessaire pour assurer l'équilibre du noeud D : les forces agissant en DC et DE ne sont visiblement pas en équilibre. Le défaut d'alignement n'était pas visible sur un dessin d'ensemble dans lequel figurait la coupe de la membrane.

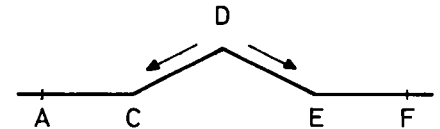


Fig.4

- élément manquant dans un maillage, ce qui signifie que la structure calculée comportait un trou contrairement à la structure réelle ; cette erreur était passée inaperçue parce que l'on avait fait dessiner le maillage avec les numéros des noeuds mais non celui des mailles.
- blocage de rotation autour d'un mauvais axe : voulant calculer un pont-dalle en Y au moyen d'un programme d'éléments finis, pour comparer avec les résultats obtenus au moyen d'EUGENE, (sur la figure 5 sont représentés seulement les mailles au voisinage de l'extrémité AB formant appui) nous avions voulu écrire que les rotations autour de OX des noeuds situés sur l'appui AB étaient nulles; par suite d'erreurs dans le référentiel, c'était la rotation autour de O \times qui était nulle.

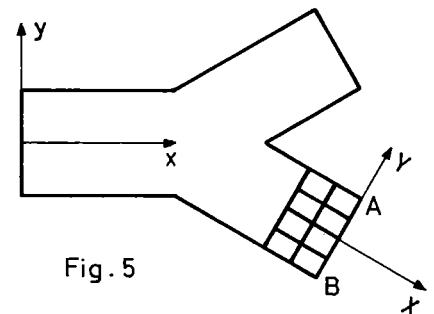


Fig.5

5.1.2. Possibilité de recouplement manuel

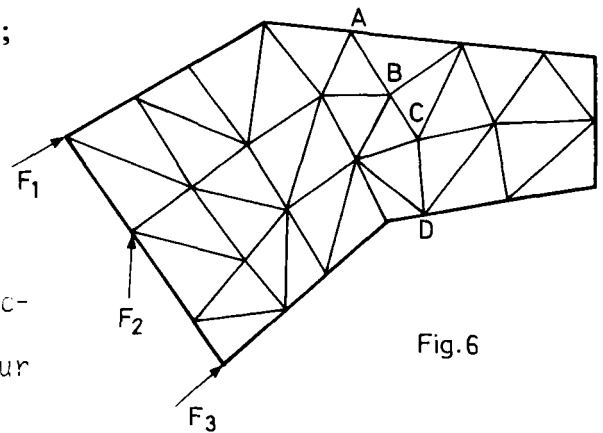
Un recouplement que l'on peut souvent effectuer manuellement consiste à :

- couper la structure en 2 parties que l'on peut appeler gauche et droite.
- calculer la résultante générale et le moment résultant des forces et réactions appliquées sur la partie gauche.
- calculer la résultante générale et le moment résultant des contraintes exercées par la partie droite sur la partie gauche.
- s'assurer de l'équilibre de la partie gauche, c'est-à-dire que les éléments de réduction calculés ci-dessus sont opposés.

.../...

Soit, par exemple, le cas d'une plaque travaillant en tension plane (voir figure 6).

On la coupe suivant une ligne A B C D (ici elle est brisée; si l'on peut trouver une ligne droite qui ne coupe aucun élément, c'est préférable). On calcule au point A par exemple les éléments de réduction: des forces F_1 , F_2 , F_3 d'une part, des contraintes appliquées sur les côtés AB, BC et CD d'autre part. Les éléments de réduction calculés d'une manière et de l'autre doivent être égaux en valeur absolue (ou tout au moins voisins) mais de signe contraire.



Ce recouplement vise à s'assurer à la fois

- du choix convenable du maillage
- d'une précision suffisante lors de la résolution du système d'équations linéaires.

Ce recouplement peut être effectué automatiquement par ASKA.

5.1.3. Précautions à prendre pour permettre un nouveau calcul

Comme indiqué en 5.1.1., il peut être nécessaire d'effectuer un nouveau calcul de l'ouvrage. Pour ce faire, il serait fort utile d'avoir les cartes données du premier calcul ; mais le paquet de cartes correspondant peut être volumineux et l'on peut se contenter de garder le listing complet résultant du passage en ordinateur ; pour les quatre programmes étudiés ici, toutes les données sont rappelées avant les résultats. Et à partir de ces listings, il est possible de faire perforer les cartes correspondantes.

Signalons également que pour chacun de ces programmes étudiés, une notice indique la manière de formuler les données et donc, à contrario, permet de comprendre les données déjà formulées : bien évidemment, cette relecture de données déjà formulées sera plus facile si l'on a fait dessiner le maillage obtenu comme conseillé en 5.6.

- (Nous avons demandé aux gestionnaires de programmes d'éléments finis
(ci-dessus mentionnés ce qu'ils pensaient des problèmes exposés en 5.1.1.
(et quels recouplements ou vérifications autres que celui exposé en 5.1.2.
(ils pourraient nous proposer. Nous résumons ci-après leurs réponses.

../..

5.2. Le programme ASKA (C.I.S.I.)

5.2.1. Permanence et stabilité du programme - Gestion du programme

ASKA sera commercialisé à la C.I.S.I. aussi longtemps qu'il n'aura pas été techniquement dépassé. L'estimation d'une durée minimum de quatre ans est tout à fait vraisemblable. En même temps, ASKA continuera à être développé par la C.I.S.I. et par l'I.S.D. de Stuttgart (Institut für statik und dynamik der luft und raumfahrtkonstruktionen, university of Stuttgart). Signalons qu'ASKA vient d'être implanté à l'E.D.F. après l'avoir été, il y a deux ans, à la S.N.I.A.S.

En ce qui concerne son équipe gestionnaire, la gestion d'ASKA est assurée par une équipe qualifiée, expérimentée et spécialisée.

5.2.2. Possibilité de recouplement et de vérification

ASKA dispose des programmes qui permettent de vérifier et de recouper les données.

L'expérience nous a montré que sur un dessin de maillage, certaines erreurs passent inaperçues. L'une concerne un élément manquant ; des programmes de vérification de maillage d'ASKA détectent ces éléments manquants en dédoublant tous les éléments et en faisant figurer à l'intérieur de l'élément le numéro de l'élément. Une autre, rencontrée de temps en temps, concerne la planéité des éléments ; ASKA permet de la détecter en traçant tous les éléments figurant dans un plan de coupe donné et ceux-là seuls. Une erreur analogue relative aux réactions de blocage anormales dues notamment au non-alignement des noeuds (d'un diaphragme par exemple) dont l'écart est faible et non décelable à l'oeil nu, est décelée par ASKA grâce à l'édition des valeurs significatives de ces réactions.

En ce qui concerne les précisions de la résolution du système linéaire, ASKA peut calculer sur option la norme de HOLDER de la matrice de rigidité et permet d'évaluer la perte de précision par le nombre de chiffres significatifs dans les résultats. ASKA calcule d'autre part les forces nodales et les résidus. La comparaison des forces nodales et des résidus permet d'apprécier la précision du calcul.

Par ailleurs, avant la résolution du système, ASKA imprime pour chaque bloc diagonal de la matrice de rigidité, les termes minimum et maximum. A ce niveau, par l'écart de ces termes qui est peu important ou non, on peut savoir si la structure est stable (matrice bien conditionnée).

A propos du maillage, la tâche consistant à tester si le maillage est bon ou non, reste du ressort de l'utilisateur. Car ASKA calcule et édite les contraintes et les efforts aux noeuds des éléments et la moyenne de ces valeurs aux noeuds de la structure. L'utilisateur relève par exemple ces valeurs de contraintes ou d'efforts et les compare à la moyenne. La dispersion de ces valeurs est un bon indicateur de la précision du maillage. ASKA examine par contre un par un les éléments et effectue de nombreux tests portant sur la forme des éléments et imprime un message signalant une anomalie ou l'utilisation de l'élément dans un cas limite (exemple : coque mince trop épaisse, rapport de rayons des cercles inscrits et circonscrits trop faible, etc...).

Une autre vérification concernant l'équilibre des efforts internes et externes dans un plan de coupe peut être effectuée par un post-processor d'ASKA. Ce post-processor utilise des modules standards ou des modules spécifiques adaptés au problème donné.

En résumé, vu les possibilités du programme ASKA à l'heure actuelle, ce programme effectue un grand nombre de vérifications et de recoupements usuels, détecte et signale bon nombre d'erreurs et d'utilisations dangereuses des éléments.

La tâche essentielle incombe toutefois à l'utilisateur. Compte tenu de son expérience et de son sens critique, l'utilisateur doit vérifier la cohérence des résultats et leur concordance avec les résultats de calculs analogues ou des résultats d'essais. En somme, avant toute chose, il faut effectuer le maximum de vérifications et contrôler avec soin les résultats.

5.2.3. Utilisation pratique des résultats fournis par l'ordinateur

En vue de fournir des résultats dans un langage simple et accessible à tout utilisateur non spécialiste des éléments finis, ASKA continue à déployer de nombreux efforts.

Ainsi les sorties graphiques telles que les déformées, les courbes de moments, les moments principaux, etc... sont présentées d'une manière relativement simple et facilement compréhensible. Cependant il est préférable de demander un rapport permettant une interprétation sûre.

Des résultats bruts peuvent être remis en forme de manière claire. L'utilisateur peut aussi obtenir la sélection de certaines parties de résultats qui l'intéressent.

5.3. Le programme NASTRAN (G.S.I.E.)

5.3.1. Permanence et stabilité du programme - Gestion du programme.

La permanence de NASTRAN sera assurée pendant un bon nombre d'années. Nous serons informés des modifications s'il y a lieu.

La gestion de NASTRAN est assurée par une équipe expérimentée, qualifiée et spécialisée.

5.3.2. Possibilités de recoupement et de vérification

Les possibilités de recoupement et de vérification de NASTRAN sont

- tracé du maillage avec identification des noeuds, des mailles et des propriétés des mailles.
- graphique dessiné automatiquement représentant les charges appliquées en intensité et en direction.
- réactions aux noeuds, aux appuis, en intensité et en direction, y compris les forces bloquées. Ceci permet de détecter une anomalie due par exemple à ce que des éléments de membrane ne sont pas coplanaires,/..

- édition des forces nodales et des résidus après résolution, ce qui permet d'estimer la précision de celle-ci,
- édition éventuelle du dessin des conditions aux limites.

Par ailleurs, un analyseur de données et un analyseur de résultats qui détecteraient toutes anomalies des données ou des résultats nous ont été annoncés, mais nous n'avons pu obtenir d'exposé détaillé des travaux effectués par ces analyseurs.

5.3.3. Utilisation pratique des résultats fournis par l'ordinateur

Il est possible d'obtenir des sorties graphiques représentant en grandeur et en direction les contraintes principales (cas d'une membrane) ou les moments principaux (cas d'une dalle).

A la demande de l'utilisateur, un rapport permettant l'interprétation des résultats de l'ordinateur peut être effectué. Parfois, un rapport de synthèse peut être fourni.

5.4. Le programme TITUS (G.S.I.E. - S.T.A.D.)

Depuis la fusion de la G.S.I.E. et de la S.T.A.D., la gestion du programme TITUS est commune avec NASTRAN.

Pour le moment, la permanence de TITUS continue à être assurée par son ancienne équipe gestionnaire. Nous serons informés des modifications éventuelles.

Nous pensons que pour l'interprétation sûre des sorties il convient de demander un rapport.

5.5. Le programme ROSALIE (L.C.P.C.)

5.5.1. Permanence et stabilité du programme - Gestion du programme

Le délai de maintenance du programme ROSALIE pour encore quatre ou cinq ans est tout à fait vraisemblable étant donné l'intérêt présenté par ce programme. Toutefois, une garantie formelle de maintenance à long terme est tributaire des crédits attribués au L.C.P.C.

En ce qui concerne la gestion de ce programme, elle est confiée à une équipe de spécialistes qualifiée et expérimentée. Toutefois, dans l'état actuel des choses, une assistance permanente aux utilisateurs est impossible. Une assistance légère et partielle peut être assurée pour l'instant.

5.5.2. Possibilités de recoupement et de vérification

Les possibilités de recoupement et de vérification du programme ROSALIE sont nombreuses.

Pour vérifier le maillage :

- ROSALIE dessine le contour du solide et un élément manquant apparaît donc comme un contour (c'est un moyen pour détecter un élément manquant par exemple).
- ROSALIE effectue des dessins permettant de se rendre compte des conditions aux limites imposées.

- ROSALIE dessine les éléments par une réduction homothétique. Sur le dessin les interfaces des éléments sont matérialisées par des doubles traits (c'est un autre moyen pour déceler un élément manquant).

- ROSALIE fait des tests numériques et indique les interfaces où une erreur est possible ou certaine.

- ROSALIE peut exécuter un dessin de détails pour faire apparaître des défauts d'alignement ou de planéité.

Pour estimer les pertes de précision dans la résolution du système d'équations linéaires :

- ROSALIE peut recalculer, par option dans l'exécution du calcul, les résidus qu'il est possible de comparer aux forces. Ce calcul fournit aussi les réactions d'appui. On imprime parfois la diagonale de la matrice qui ne doit pas présenter des écarts trop importants d'une équation à l'autre. On peut aussi vérifier sur les contraintes aux bords libres si la solution est précise. ROSALIE permet de visualiser ces contraintes.

En définitive, il n'existe pas de méthode générale pour s'assurer que le maillage est optimal. Quant à la méthode de contrôle du maillage, il s'avère que le contrôle sur les bords libres est le plus rapide et le plus efficace. C'est le rôle du programme TEST de ROSALIE qui indique si les données sont conformes ou non et élimine donc les erreurs imputables au maillage.

Dans tous les cas, l'utilisateur doit faire une analyse critique et détaillée des résultats fournis par l'ordinateur avant d'être sûr des vérifications.

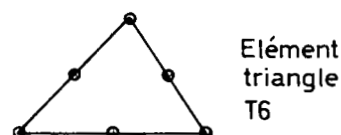
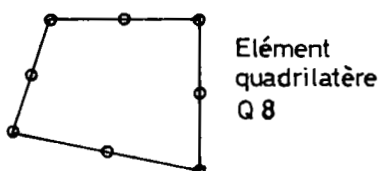
5.5.3. Notice du programme ROSALIE

En plus de la description du mode d'introduction des données, la notice de ROSALIE en cours de préparation et destinée à être diffusée bientôt, comportera des exemples représentatifs largement développés.

Nous en citons deux particulièrement importants.

Le premier exemple est l'étude d'une paroi moulée.

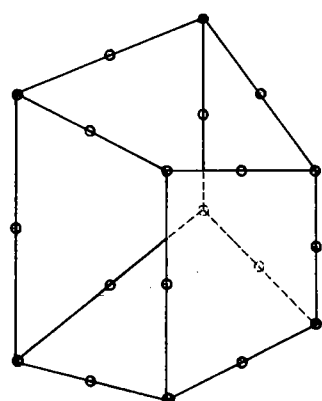
Il s'agit d'un modèle bidimensionnel travaillant en tension plane dont les éléments utilisés sont des quadrilatères (quadrilatère à 8 noeuds Q 8) en majorité, combinés avec des éléments triangulaires (triangle à 6 noeuds T 6). Ce modèle ainsi choisi, composé de 447 quadrilatères Q 8 et 60 triangles T 6, soit 2071 points, permet de gagner d'une manière appréciable sur l'ordre de la matrice à traiter sans affecter la précision du calcul.



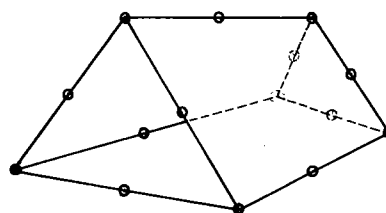
Des sorties graphiques détaillées et bien explicitées sont destinées à faciliter le dépouillement du cas bidimensionnel.

Le deuxième exemple est une analyse des contraintes et des déplacements du chevêtre du viaduc de Beauregard (Moselle).

C'est un problème tridimensionnel. Les éléments utilisés sont des hexaèdres à 20 noeuds en grand nombre, combinés avec des pentaèdres à 15 noeuds.



Elément
hexaèdre
à 20 noeuds
H 20



Elément
pentaèdre
à 15 noeuds
P 15

Le maillage se compose ainsi de 136 hexaèdres et 16 pentaèdres, soit au total 916 points.

Des essais de sections planes de ce maillage ont permis de vérifier que la précision est bonne. Comme dans le premier exemple, nous trouvons un grand nombre de dessins graphiques détaillés et bien explicités, destinés à faciliter le dépouillement du cas tridimensionnel.

5.5.4. Utilisation pratique des résultats fournis par l'ordinateur

Les sorties graphiques de ROSALIE (notamment déformées, courbes de moments, moments principaux) sont faites de telle manière qu'elles sont facilement exploitables pour tout utilisateur même non initié à la méthode des éléments finis. De plus, il est possible de joindre aux résultats fournis un des exemples illustrés qui figurent dans la notice afin de faciliter le dépouillement.

Dans le but de s'assurer le maximum de validité des résultats, ROSALIE donne le plus possible de renseignements et de dessins pour faciliter cette tâche. ROSALIE peut donc fournir :

- le maillage,
- les types d'éléments,
- les caractéristiques mécaniques,
- les conditions aux limites sur les frontières -
ROSALIE peut fournir le dessin des conditions
aux limites - ,

- les conditions de chargement (résultats de chargement : forces, moments),
- le dessin automatique des contraintes, surtout sur les bords libres et les déformés.

Enfin, suivant les cas, à la demande de l'utilisateur, l'introduction de conditions supplémentaires dans ROSALIE ne présente pas de difficultés. ROSALIE permet aussi de résoudre sans trop de difficulté particulière des problèmes supplémentaires avec une certaine variante par rapport à une autre étude initiale de ce même problème, une fois que cette dernière a été résolue par le programme.

En définitive, pour assurer l'aspect pratique de l'utilisation de ROSALIE, le programme MAILLE se charge des données à l'entrée et le programme TRACE des résultats et en particulier des sorties graphiques des résultats.

5.6. Remarques générales sur les réponses des gestionnaires de programmes d'éléments finis

Les vérifications graphiques sont possibles pour tous les programmes et fort utiles; encore faut-il les utiliser à fond : dans l'exemple que nous indiquons en 5.1.1. nous avons fait dessiner le maillage avec les numéros des noeuds mais non avec les numéros des éléments ; en fait il aurait fallu faire exécuter par le traceur automatique deux dessins :

- l'un comportant les numéros des noeuds
- l'autre comportant les numéros des éléments.

Encore faut-il que, compte tenu des échelles choisies, les dessins soient effectivement lisibles.

De même, il faut prendre le soin de faire exécuter puis examiner des dessins de détail pour déceler un défaut de planéité d'une membrane.

Egalement, pour les résultats il est intéressant de sortir les résultats sous formes graphiques.

A part la G.S.I.E. gestionnaire de NASTRAN (ou plutôt d'une version de NASTRAN qu'ils ont implantée sur leur ordinateur), tous les gestionnaires insistent sur le rôle de l'ingénieur projeteur qui a commandé le calcul et analyse les résultats ; en l'absence de précisions sur l'analyseur de résultats nous considérons que ceci est également valable pour NASTRAN.

Nous pensons qu'il est bon que cet ingénieur rédige par ailleurs un rapport où il indique, à l'intention des tiers (son successeur par exemple), en réutilisant et complétant des explications du bureau de calcul, les renseignements non fournis par les dessins ; ce sont, en général,

- les types d'éléments choisis
- les appuis et les conditions d'appuis
- les chargements introduits.

Il est bon également qu'il y ajoute les résultats les plus significatifs du calcul, par exemple les valeurs numériques des contraintes maximales et les points où elles se reproduisent.

6 - ETUDE D'UN EXEMPLE.

Il s'agit d'un pont-dalle droit à double nervure et encastré à la torsion à ses extrémités.(1)

Les caractéristiques géométriques sont indiquées dans les plans I et II (voir annexe II).

Comme cas de charge, nous admettons deux files de camions Bc (voir plan II - annexe II).

Les impacts d'une roue avant et d'une roue arrière ont respectivement :

$$20 + 2 \times 15 = 50 \text{ cm de côté}$$

$$25 + 2 \times 15 = 55 \text{ cm de côté}$$

La dalle ne travaille qu'en flexion pure (tension plane négligeable).

Les caractéristiques mécaniques sont :

$$\text{Moments d'inertie : } I = 1,0 \text{ m}^4$$

$$K = 0,2 \text{ m}^4$$

$$\text{Module d'Young : } E = 3.600.000 \text{ tonnes/m}^2$$

$$\text{Coefficient de Poisson : } \nu = 0,2$$

Nous étudions les moments M_x , M_y , M_{xy} de la dalle.

En vertu du principe de St.VENANT, les parties de la dalle se trouvant au-delà des appuis poutres peuvent être négligées.

D'autre part, la symétrie de la structure permet de réduire l'étude sur la moitié de la structure.

(1) Il peut être calculé au moyen des programmes TISE et N2HOU puisqu'il est droit ; s'il était biais il pourrait être calculé au moyen d'EUGENE ; ici nous voulions tester les programmes d'éléments finis.

Il en résulte que notre étude est concentrée sur la moitié de la structure comme indique le plan II - Annexe II, avec le cas de charge correspondant.

Nous présentons, dans l'Annexe II, plans III et IV, à titre indicatif, les modélisations conçues pour ASKA, TITUS, ROSALIE, NASTRAN.

Le plan III, Annexe II, montre un exemple de modélisation de la plaque et de la poutre destiné aux calculs.

Les plans IV, Annexe II, montrent les modélisations complètes de la dalle ainsi que le numérotage des noeuds des éléments.

Les résultats des calculs des moments M_x , M_y , M_{xy} , de la dalle sont illustrés à titre d'exemple par le plan V, Annexe II, sous forme de moments principaux (directions et gradients algébriques) aux noeuds et aux centres de gravité de chaque élément (programme ASKA).

Signalons, à titre indicatif, que le coût du passage de ce cas particulier s'élève en moyenne à 5.000.- francs, relatif aux quatre programmes étudiés. Il est bien entendu que ce coût évolue avec le temps et peut varier sensiblement suivant le cas.

7 - CONCLUSIONS.

Les résultats fournis par les quatre programmes (ASKA, TITUS, ROSALIE, NASTRAN) sont comparables.

Le programme possédant des éléments permettant de modéliser le plus fidèlement possible la structure donne de meilleurs résultats.

En définitive, ce qui différencie ces programmes réside dans des considérations de pratique, de performance, d'application et d'économie.

Cela nous permet de dresser le tableau comparatif suivant :

../..

	ASKA	TITUS	ROSALIE	NASTRAN
Bibliothèque des éléments	Assez complète	Moyenne	Satisfaisante	Assez complète
Modélisation	Assez souple	Moyenne	Satisfaisante	Assez complète
Mise en données	Satisfaisante	Satisfaisante	Satisfaisante	Satisfaisante
Utilisation des propriétés de symétries, de régularités des maillages	OUI	OUI	OUI	OUI
Génération automatique des données	OUI	OUI	OUI	OUI
Vérification graphique des données	OUI	OUI	OUI	OUI
Résultats	Complets	Satisfaisants	Satisfaisants	Satisfaisants
Dessins graphiques	OUI	OUI	OUI	OUI
Domaines d'application	Statique, Dynamique (linéaire et non-linéaire)	Statique	Statique, Dynamique (linéaire & non-linéaire)	Statique, Dynamique (linéaire & non-linéaire)
Délai	Raisonnable	Raisonnable	Raisonnable	Raisonnable (selon le degré d'urgence)
Coût	Moyen	Elevé	Moyen	Elevé
Assistance pour usage	Très utile	Nécessaire	Nécessaire (s'en assurer)	Nécessaire

Au fur et à mesure de leurs développements, tous les programmes des éléments finis tendent à se ressembler.

Les programmes ASKA, TITUS, ROSALIE, NASTRAN ainsi que MARC, SAP, AGATHE sont aptes à traiter tous les problèmes courants.

Signalons toutefois que les performances et le champ d'application des programmes tels que ASKA, NASTRAN, ROSALIE, AGATHE, SAP, sont assez grands.

Des problèmes plus ou moins complexes, aussi bien dans les domaines statiques que dynamiques, peuvent être traités par ces programmes.

L'utilisateur possède donc une gamme de programmes assez large et un choix assez souple et varié pour résoudre son problème selon ses exigences.

B I B L I O G R A P H I E

- 1 - O.C. ZIENKIEWICZ - The Finite Element Method in Engineering Science - Mc Graw-Hill 1971.
- 2 - D.H. NORRIE, G. de VRIES - The Finite Element Method - Fundamentals and Applications - Academic-Press 1973.
- 3 - J.T. ODEN - Finite elements of nonlinear continua - Mc Graw Hill 1972.

ooo

ADRESSES UTILES :

- Programmes ROSALIE AGATHE : Laboratoire Central des Ponts et Chaussées
58, Bd. Lefebvre - 75732 PARIS CEDEX 15
Tél. 532.31.79 - Télex LCPARI 20361 F.
- Programme ASKA : C.I.S.I.
35, Bd. Brune - 75680 PARIS CEDEX 14
Tél. 539.25.10
- Programme NASTRAN : G.S.I.E.
69, rue Legendre - 75017 PARIS CEDEX 17
Tél. 627.65.00
- Programme TITUS : S.T.A.D.
11, rue de la Vistule - 75013 PARIS
Tél. 707.37.19
- Programme MARC : O R D I S O R
9, rue de Vienne - 75008 PARIS
Tél. EUR.50.50
- Programme SAP : I.P.S.I.
12, Avenue Boudon - 75016 PARIS

C.I.S.I.
35, Bd. Brune - 75680 PARIS CEDEX 14
Tél. 539.25.10

Questionnaire à retourner à M. le Chef du Centre de Calculs
des Divisions d'Ouvrages d'Art du S.E.T.R.A., en cas d'utilisation
d'un programme d'éléments finis.

NOM, Adresse, n° de téléphone de l'ingénieur ayant suivi l'affaire.

Pour quel ouvrage avez-vous utilisé un programme d'éléments finis ?

S'agissait-il d'une étude locale ou globale ?

Quel était le nombre total de degrés de liberté de la structure étudiée ?

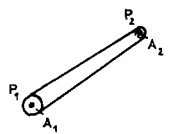
De quel type était la structure étudiée,

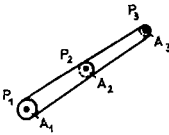
- dalle
- plaque travaillant en tension plane
- autres

ANNEXE 1

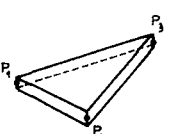
Programme ASKA BIBLIOTHEQUE des ELEMENTS

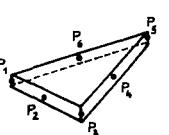
Eléments barre

FLA 2  Nombre de nœuds 2
Degrés de liberté u, v, w
Champ de déplacement linéaire

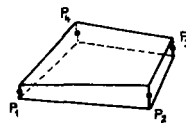
FLA 3  Nombre de nœuds 3
Degrés de liberté u, v, w
Champ de déplacement quadratique

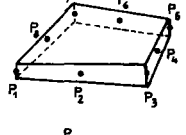
Eléments membrane triangulaire

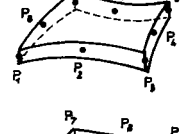
TRIM 3  Nombre de nœuds 3
Degrés de liberté u, v, w
Champ de déplacement linéaire
Variation linéaire de l'épaisseur

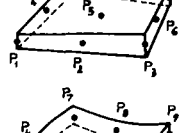
TRIM 6  Nombre de nœuds 6
Degrés de liberté u, v, w
Champ de déplacement quadratique
Variation linéaire de l'épaisseur

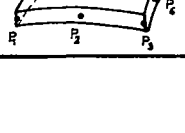
Eléments membrane quadrilatérale

QUAM 4  Nombre de nœuds 4
Degrés de liberté u, v, w
Champ de déplacement bilinéaire
Variation bilinéaire de l'épaisseur

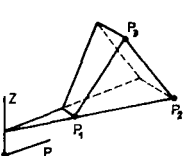
QUAM 8  Nombre de nœuds 8
Degrés de liberté u, v, w
Champ de déplacement biquadratique incomplet
Variation linéaire de l'épaisseur

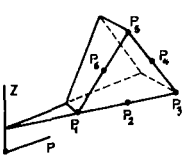
QUAC 8  Semblable à QUAM 8, mais avec côtés curvilignes paraboliques

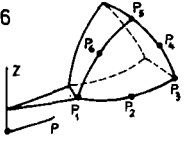
QUAM 9  Nombre de nœuds 9
Degrés de liberté u, v, w
Champ de déplacement biquadratique
Variation bilinéaire de l'épaisseur

QUAC 9  Semblable à QUAM 9, mais avec côtés curvilignes paraboliques

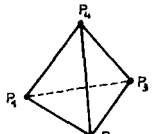
Eléments anneau

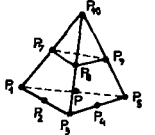
TRIAX 3  Nombre de nœuds 3
Degrés de liberté u, v, w
Champ de déplacement linéaire

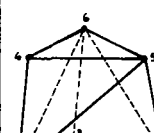
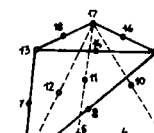
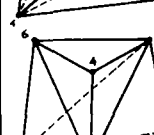
TRIAX 6  Nombre de nœuds 6
Degrés de liberté u, v, w
Champ de déplacement quadratique

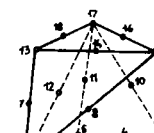
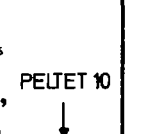
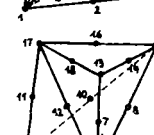
TRIAXC 6  Semblable à TRIAX 6, mais avec cotés de la section droite curvilignes paraboliques

Eléments tétraèdre

TET 4  Nombre de nœuds 4
Degrés de liberté u, v, w
Champ de déplacement linéaire

TET 10  Nombre de nœuds 10
Degrés de liberté u, v, w
Champ de déplacement quadratique

PELTET 4  **HETET 4**  **PERTET 4** 

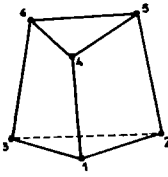
PELTET 10  **HETET 10**  **PERTET 10** 

ANNEXE 1

Programme ASKA BIBLIOTHEQUE des ELEMENTS (suite)

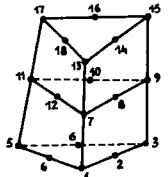
Eléments pentraèdre

PENTA 6



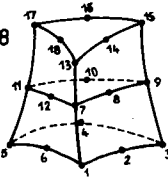
Nombre de noeuds 6
Degrés de liberté u, v, w
Champ de déplacement quadratique incomplet

PENTA 18



Nombre de noeuds 18
Degrés de liberté u, v, w
Champ de déplacement cubique incomplet

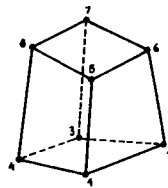
PENTAC 18



Semblable à PENTA 18, mais avec côtés curvilignes paraboliques

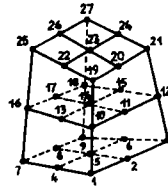
Eléments hexaèdre

HEXE 8




Nombre de noeuds 8
Degrés de liberté u, v, w
Champ de déplacement quadratique incomplet

HEXE 27



Nombre de noeuds 27
Degrés de liberté u, v, w
Champ de déplacement quadratique incomplet

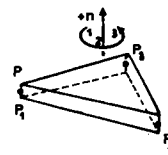
HEXEC 27



Semblable à HEXE 27, mais avec côtés curvilignes paraboliques

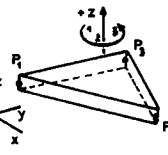
Eléments plaque

TRIB 3



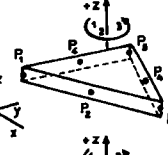
Nombre de noeuds 3
Degrés de liberté déplacements u, v, w rotations $\theta_x, \theta_y, \theta_z$
Champ de déplacement totalement compatible pour les éléments coplanaires

TUBA 3



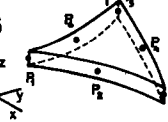
Elément fléchi dans le plan normal à l'axe z
Nombre de noeuds 3
Degrés de liberté $w, w_x, w_y, w_{xx}, w_{xy}, w_{yy}$
Champ de déplacement 5^e ordre incomplet

TUBA 6



Elément fléchi dans le plan normal à l'axe z
Nombre de noeuds 6
Degrés de liberté $w, w_x, w_y, w_{xx}, w_{xy}, w_{yy}, w_{,n}$ (points médians)
Champ de déplacement 5^e ordre incomplet

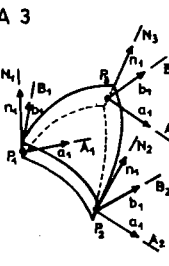
TUBAC 6



Semblable à TUBA 6, mais avec côtés curvilignes paraboliques et variation linéaire de l'épaisseur

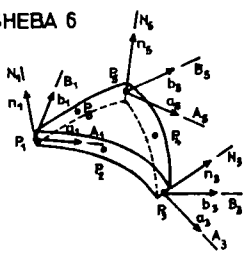
Eléments coque mince

SHEBA 3



Nombre de noeuds 3
Degrés de liberté 3 translations a, b, n dans les directions A, B, N
15 dérivations $a_A, b_A, n_A, a_B, b_B, n_B, a_{AA}, b_{AA}, n_{AA}, a_{AB}, b_{AB}, n_{AB}, a_{BB}, b_{BB}, n_{BB}$
Champ de déplacement 5^e ordre incomplet

SHEBA 6

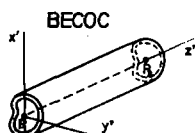


Nombre de noeuds 6
Degrés de liberté : les mêmes que SHEBA 3
Champ de déplacement 5^e ordre incomplet

ANNEXE 1

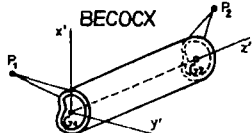
Programme ASKA BIBLIOTHEQUE des ELEMENTS (suite)

Eléments poutre (suite)



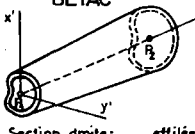
BECOC

Section droite : constante, fermée, mince
Degrés de liberté : $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$, en P_1, P_2
Torsion de S³ VENANT, effets de cisaillement en flexion



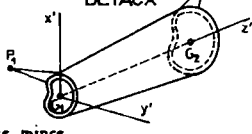
BECOCX

Section droite : constante, fermée, mince
Degrés de liberté : $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$, en P_1, P_2
Torsion de S³ VENANT, effets de cisaillement en flexion



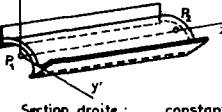
BETAC

Section droite : effilée, fermée, mince
Degrés de liberté : $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$, en P_1, P_2
Torsion de S³ VENANT, effets de cisaillement en flexion



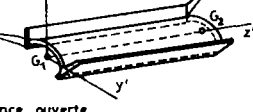
BETACX

Section droite : effilée, fermée, mince
Degrés de liberté : $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$, en P_1, P_2
Torsion de S³ VENANT, effets de cisaillement en flexion



BECOP

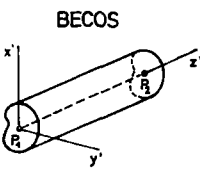
Section droite : constante, mince, ouverte
Degrés de liberté : $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$
Effets flexion torsion, pas d'effet en flexion



BECOPX

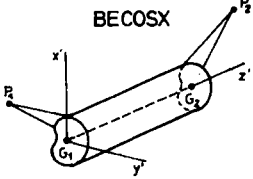
Section droite : constante, mince, ouverte
Degrés de liberté : $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$
Effets flexion torsion, pas d'effet en flexion

Eléments poutre



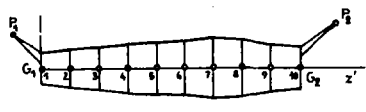
BECOS

Section droite : constante, poutre solide
Degrés de liberté : $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$, en P_1, P_2
Torsion de S³ VENANT, pas d'effet en flexion



BECOSX


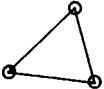
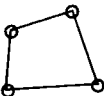

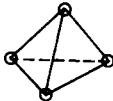
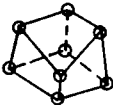
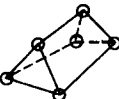
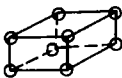
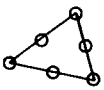
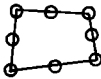

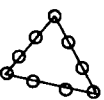
Section droite : constante, poutre solide
Degrés de liberté : $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$, en P_1, P_2
Torsion de S³ VENANT, pas d'effet en flexion



GBEAMX

Section droite : tube mince, composée de 10 sections équidistantes
Degrés de liberté : $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$, en P_1, P_2
Torsion S³ VENANT, effets de cisaillement en flexion

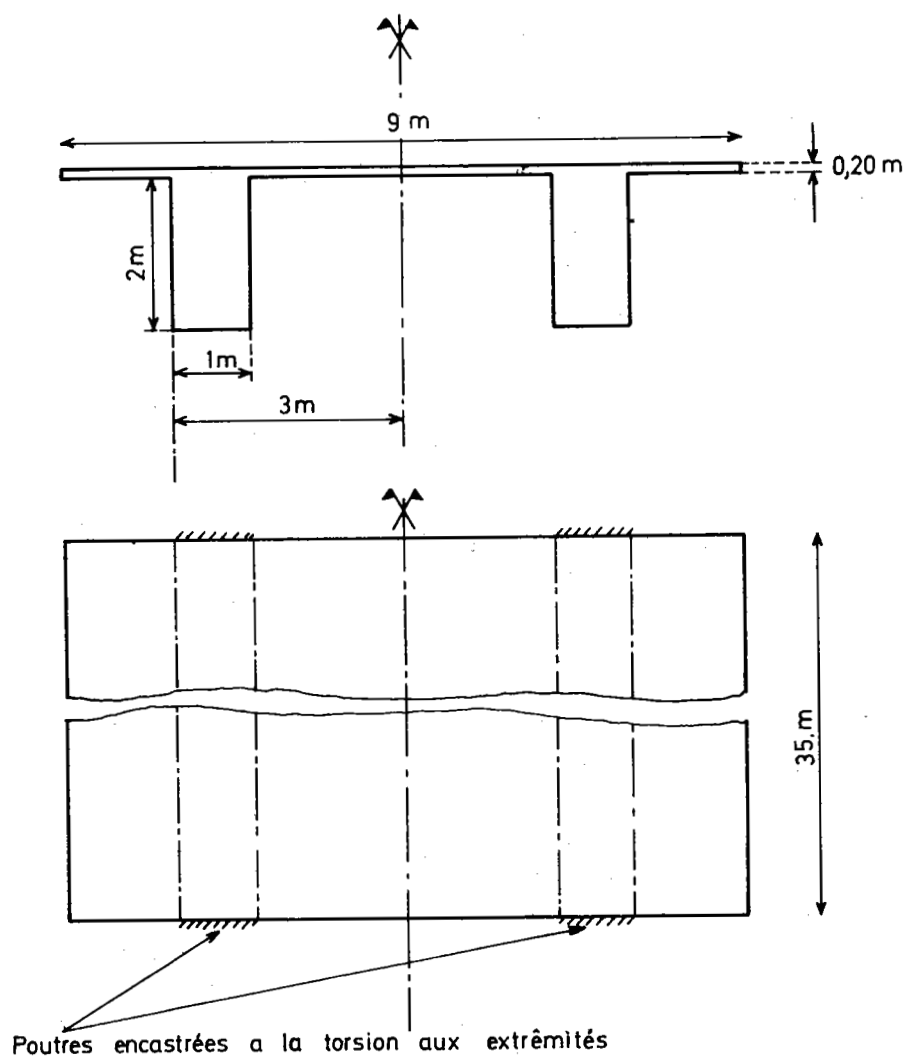
Au moment de l'envoi à l'impression, nous apprenons que de nouveaux éléments sont venus compléter cette bibliothèque

FORME	NOM	Nombre de nœuds associés	Degré de discrétisation des fonctions	APPLICATIONS
	Barre	2	Linéaire et cubique	Ressorts, poutres en flexion composée
	Triangle	3	Linéaire et cubique	
	Quadrilatère	4	Decoupage en triangles	
	Rectangle	4	2ème et 4ème degrés	
	Tétraèdre	4	Linéaire	Massifs pleins tridimensionnels
	Hexaèdre	8	Découpage en tétraèdres	
	Prisme	6	Découpage en tétraèdres	
	Parallélépipède rectangle	8	2ème degré	
	Triangle	6	2ème degré	Membranes
	Quadrilatère	8	Découpage en triangles à 6 nœuds	
	Rectangle	8	3ème degré	
	Triangle	9	3ème degré	

ANNEXE 2

PLAN I

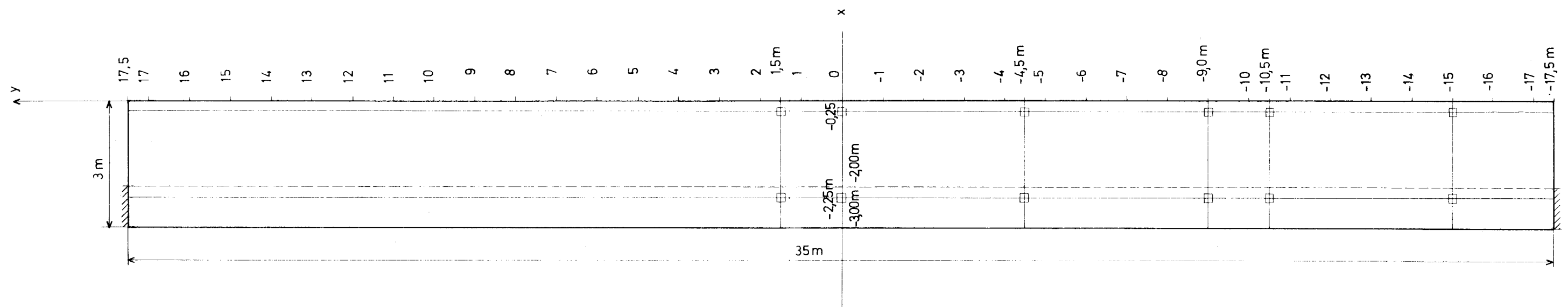
Exemple de pont à calculer
Coupe transversale et vue de face



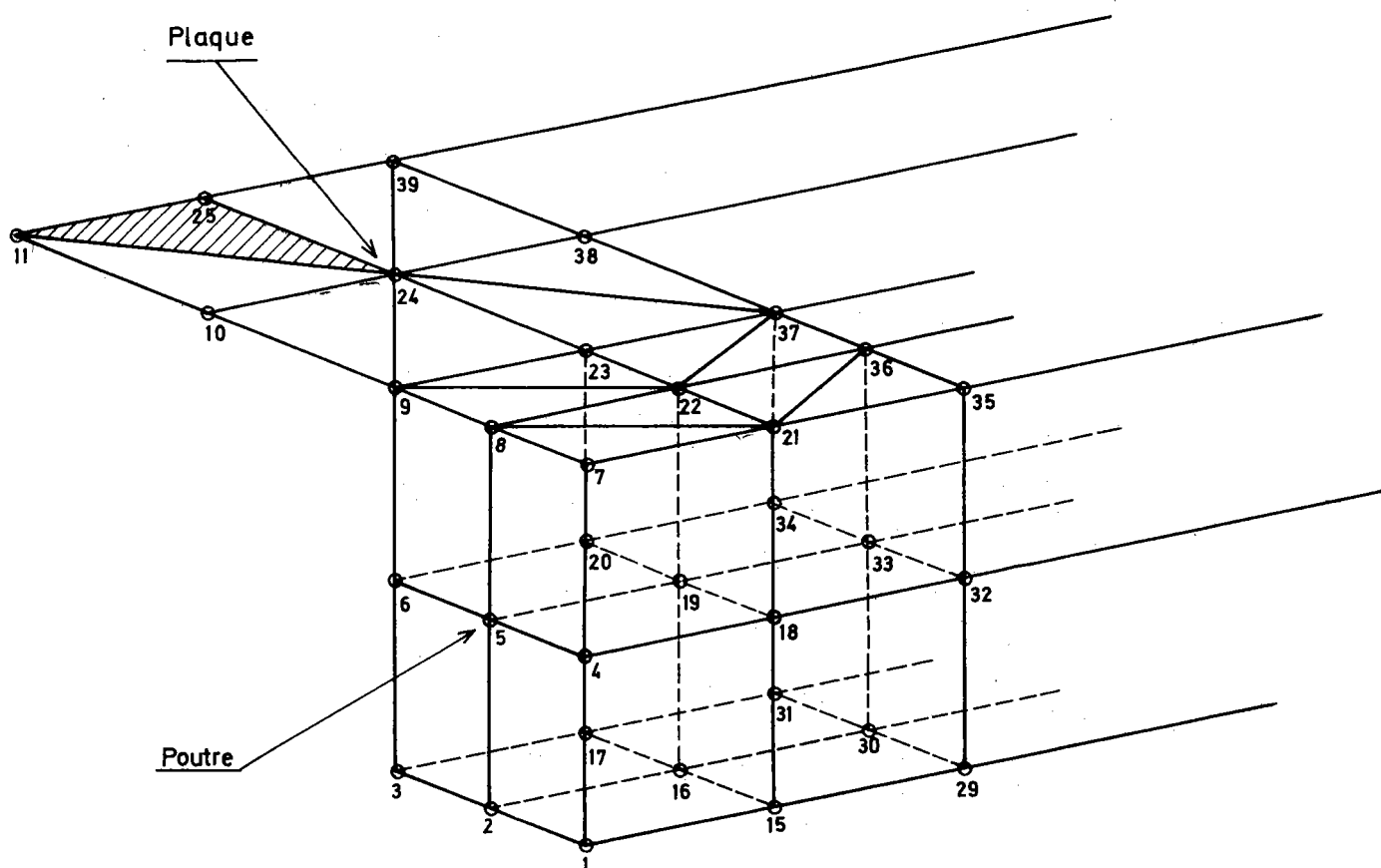
ANNEXE 2

PLAN II

MOITIÉ DU PONT à l'échelle 1/100



Exemple de modelisation de la plaque
et de la poutre (ASKA)



Légendes :

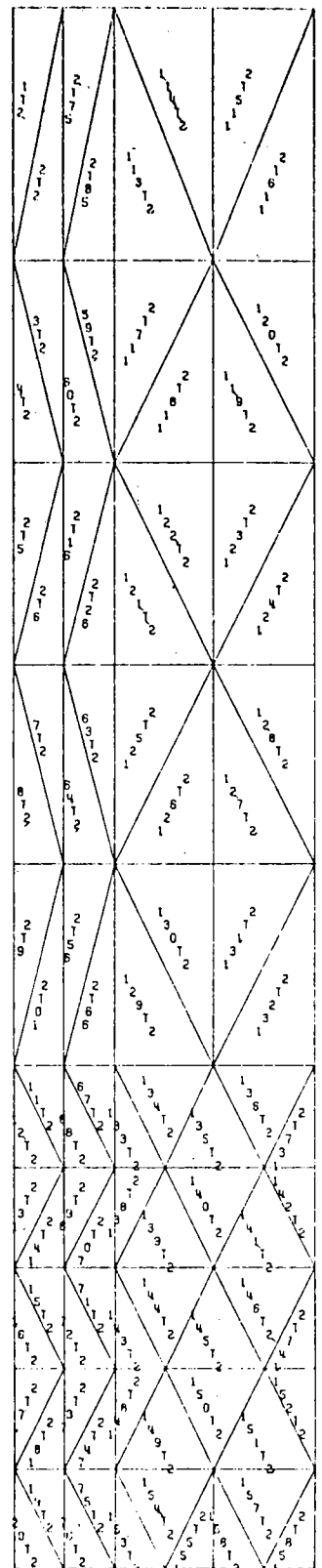
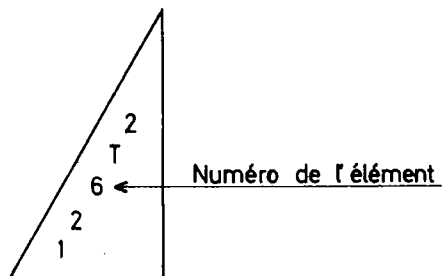
- La poutre est modélisée par des éléments solides (parallélépipèdes à 27 nœuds).
Exemple : parallélépipède : (1 à 9 , 15 à 23 , 29 à 37)
- La plaque est modélisée par des éléments triangles à 3 nœuds.
Exemple : triangle (11, 24, 25)

2

6/17/75

Légende :

un élément triangle de la dalle



↓
suite

SCIRA PONT A POIVRE EPAISSE
UNDEFORMED SHAPE

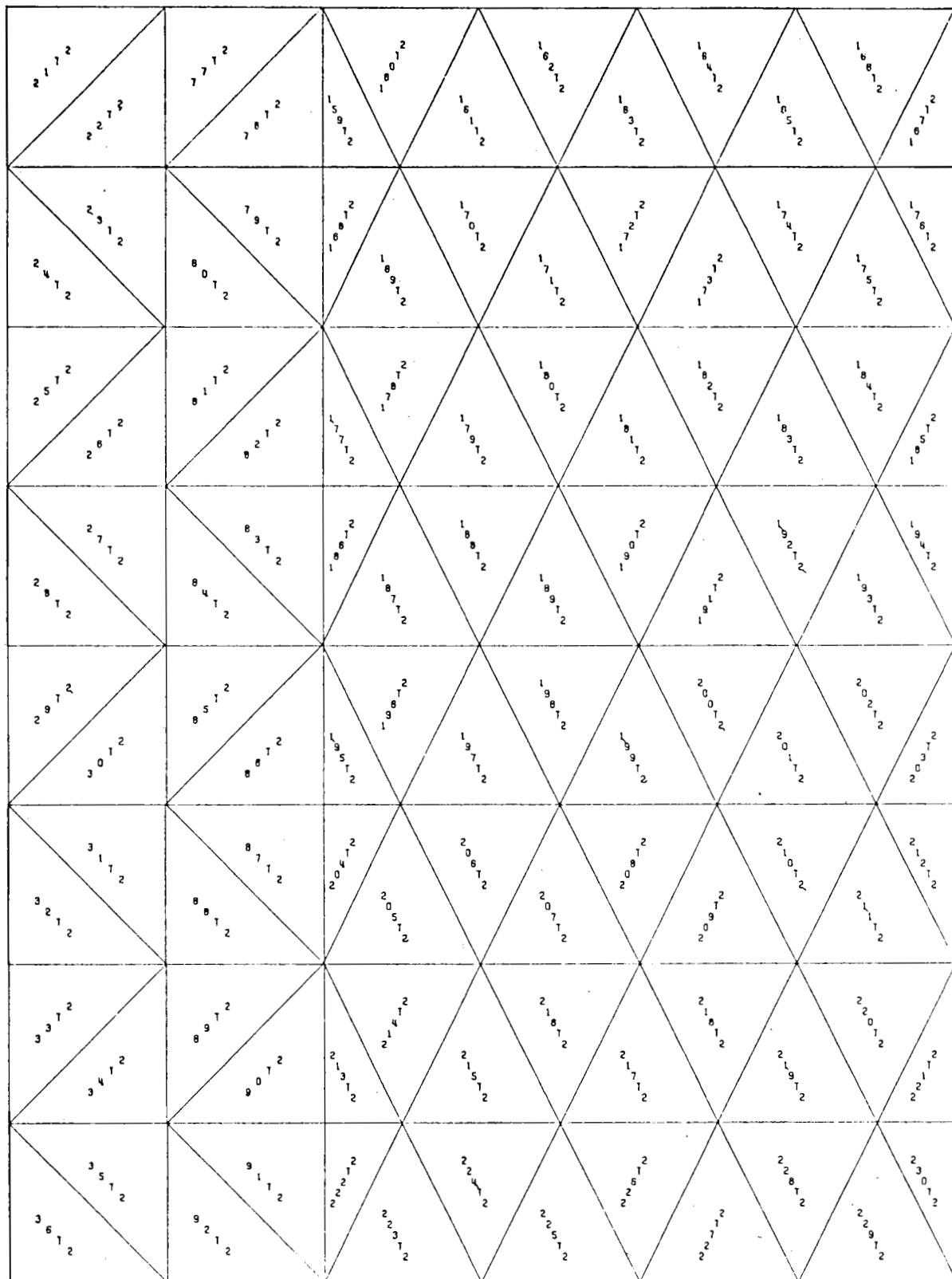
ANNEXE 2 PLAN IV(4)a

Modélisation et numérotage des éléments de la dalle (NASTRAN) - suite -

- 47 -

suite de la page 32

6/17/75



SETRA PONT A POUTRE CLARISSE

UNDEFORMED SHAPE

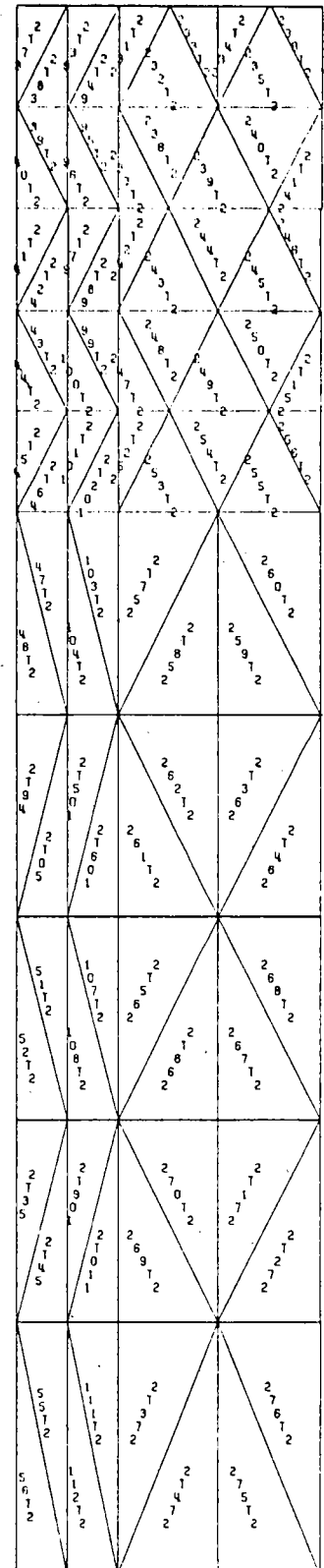
↓
suite

Modélisation et numérotage
des éléments de la dalle (NASTRAN) -suite-

suite de la page 33

5

6/17/75



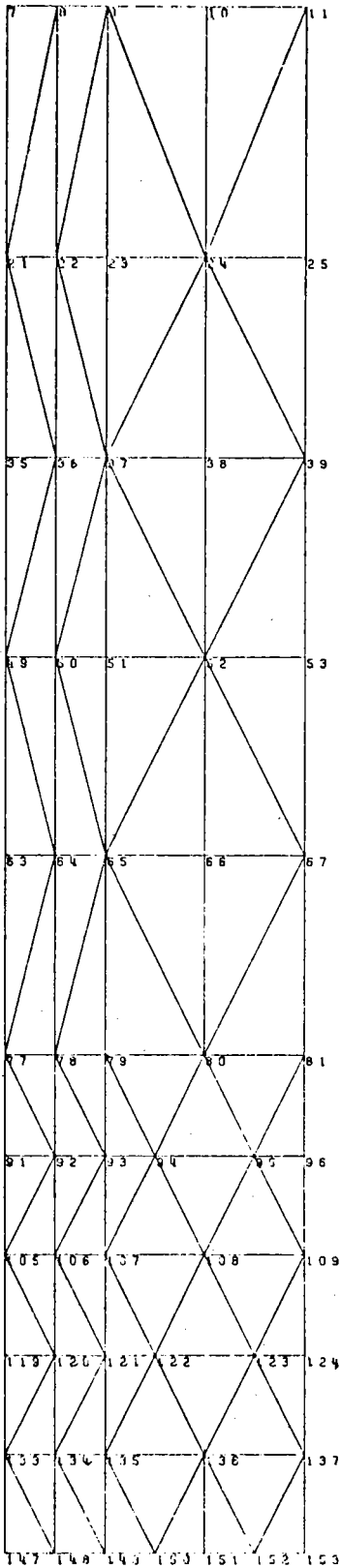
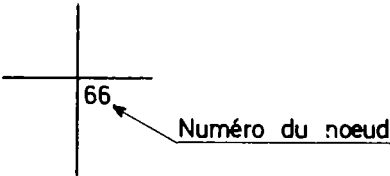
SETHA PONT A FEUIRE EPAISSE

UNDEFORMED SHAPE

Modélisation et numérotage
des noeuds de la dalle (NASTRAN)

8/17/75

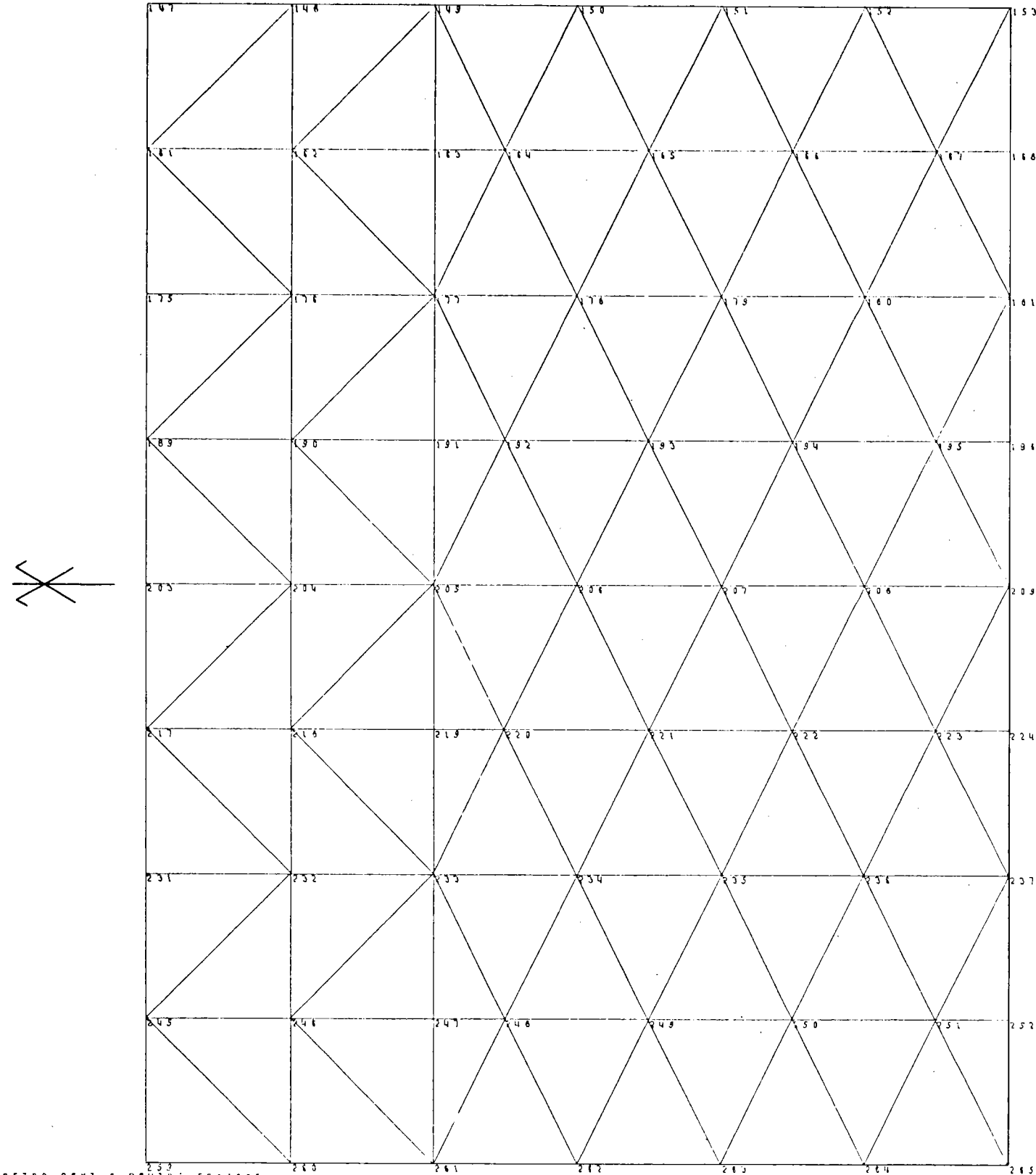
Légende



SETRA PONT A POUTRE EPAISSE
UNDISTORTED SHAPE

suite de la page 35

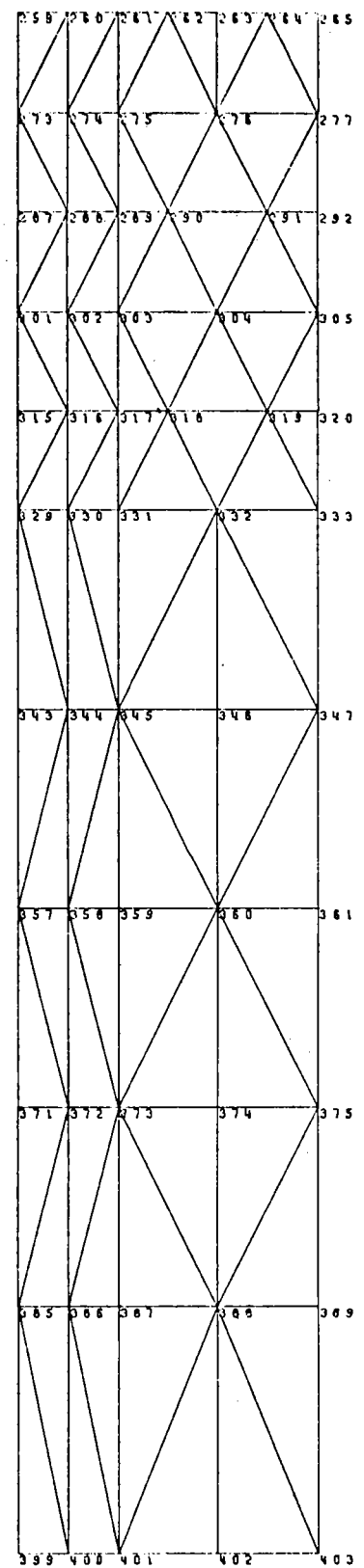
8/17/75



↓
suite

suite de la page 36

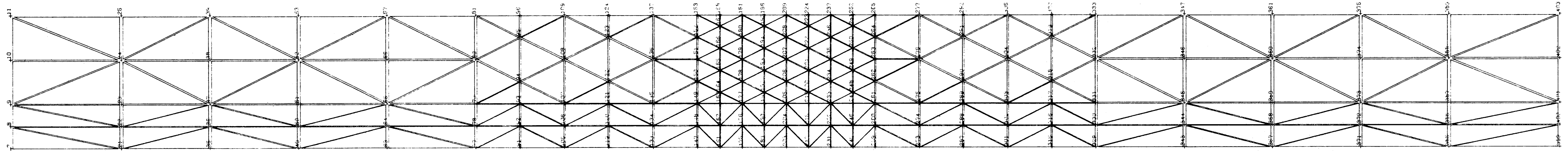
8/17/75

SETRA PONT A POUIRE EPAISSE
UNDEFORMED SHAPE

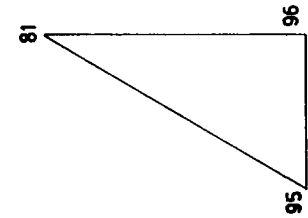
ANNEXE 2

PLAN IV (1)

Modélisation et numérotage
des nœuds de la dalle (ASKA)



Légende : un élément triangle de la dalle

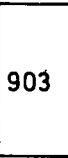


ANNEXE 2

PLAN IV (2) a
Modélisation et numérotage
des éléments de la dalle (TITUS)

101	201	301	401	501	601	701	801	901	1001	1101	1201	1301	1401	1501	1601	1701	1801	1901	2001	2101	2201	2301	2401	2501	2601	2701	2801	2901	3001	3101	3201	3301	3401	3501	3601	3701	3801	3901	4001	4101	4201	4301	4401	4501	4601	4701	4801	4901	5001	5101	5201	5301	5401	5501	5601	5701	5801	5901	6001	6101	6201	6301	6401	6501	6601	6701	6801	6901	7001
102	202	302	402	502	602	702	802	902	1002	1102	1202	1302	1402	1502	1602	1702	1802	1902	2002	2102	2202	2302	2402	2502	2602	2702	2802	2902	3002	3102	3202	3302	3402	3502	3602	3702	3802	3902	4002	4102	4202	4302	4402	4502	4602	4702	4802	4902	5002	5102	5202	5302	5402	5502	5602	5702	5802	5902	6002	6102	6202	6302	6402	6502	6602	6702	6802	6902	7002
103	203	303	403	503	603	703	803	903	1003	1103	1203	1303	1403	1503	1603	1703	1803	1903	2003	2103	2203	2303	2403	2503	2603	2703	2803	2903	3003	3103	3203	3303	3403	3503	3603	3703	3803	3903	4003	4103	4203	4303	4403	4503	4603	4703	4803	4903	5003	5103	5203	5303	5403	5503	5603	5703	5803	5903	6003	6103	6203	6303	6403	6503	6603	6703	6803	6903	7003
104	204	304	404	504	604	704	804	904	1004	1104	1204	1304	1404	1504	1604	1704	1804	1904	2004	2104	2204	2304	2404	2504	2604	2704	2804	2904	3004	3104	3204	3304	3404	3504	3604	3704	3804	3904	4004	4104	4204	4304	4404	4504	4604	4704	4804	4904	5004	5104	5204	5304	5404	5504	5604	5704	5804	5904	6004	6104	6204	6304	6404	6504	6604	6704	6804	6904	7004
105	205	305	405	505	605	705	805	905	1005	1105	1205	1305	1405	1505	1605	1705	1805	1905	2005	2105	2205	2305	2405	2505	2605	2705	2805	2905	3005	3105	3205	3305	3405	3505	3605	3705	3805	3905	4005	4105	4205	4305	4405	4505	4605	4705	4805	4905	5005	5105	5205	5305	5405	5505	5605	5705	5805	5905	6005	6105	6205	6305	6405	6505	6605	6705	6805	6905	7005
106	206	306	406	506	606	706	806	906	1006	1106	1206	1306	1406	1506	1606	1706	1806	1906	2006	2106	2206	2306	2406	2506	2606	2706	2806	2906	3006	3106	3206	3306	3406	3506	3606	3706	3806	3906	4006	4106	4206	4306	4406	4506	4606	4706	4806	4906	5006	5106	5206	5306	5406	5506	5606	5706	5806	5906	6006	6106	6206	6306	6406	6506	6606	6706	6806	6906	7006

Légende : un élément rectangle de la dalle



PONT

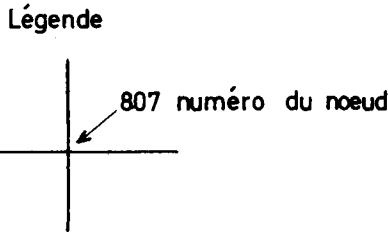
MAILLAGE NUMERO MAILLE

ECHELLE : .500000

ANNEXE 2

PLAN IV (2) b
Modélisation et numérotage
des noeuds de la dalle (TITUS)

101	201	301	401	501	601	701	801	901	1001	1101	1201	1301	1401	1501	1601	1701	1801	1901	2001	2101	2201	2301	2401	2501	2601	2701	2801	2901	3001	3101	3201	3301	3401	3501	3601	3701	3801	3901	4001	4101	4201	4301	4401	4501	4601	4701	4801	4901	5001	5101	5201	5301	5401	5501	5601	5701	5801	5901	6001	6101	6201	6301	6401	6501	6601	6701	6801	6901	7001	7101
102	202	302	402	502	602	702	802	902	1002	1102	1202	1302	1402	1502	1602	1702	1802	1902	2002	2102	2202	2302	2402	2502	2602	2702	2802	2902	3002	3102	3202	3302	3402	3502	3602	3702	3802	3902	4002	4102	4202	4302	4402	4502	4602	4702	4802	4902	5002	5102	5202	5302	5402	5502	5602	5702	5802	5902	6002	6102	6202	6302	6402	6502	6602	6702	6802	6902	7002	7102
103	203	303	403	503	603	703	803	903	1003	1103	1203	1303	1403	1503	1603	1703	1803	1903	2003	2103	2203	2303	2403	2503	2603	2703	2803	2903	3003	3103	3203	3303	3403	3503	3603	3703	3803	3903	4003	4103	4203	4303	4403	4503	4603	4703	4803	4903	5003	5103	5203	5303	5403	5503	5603	5703	5803	5903	6003	6103	6203	6303	6403	6503	6603	6703	6803	6903	7003	7103
104	204	304	404	504	604	704	804	904	1004	1104	1204	1304	1404	1504	1604	1704	1804	1904	2004	2104	2204	2304	2404	2504	2604	2704	2804	2904	3004	3104	3204	3304	3404	3504	3604	3704	3804	3904	4004	4104	4204	4304	4404	4504	4604	4704	4804	4904	5004	5104	5204	5304	5404	5504	5604	5704	5804	5904	6004	6104	6204	6304	6404	6504	6604	6704	6804	6904	7004	7104
105	205	305	405	505	605	705	805	905	1005	1105	1205	1305	1405	1505	1605	1705	1805	1905	2005	2105	2205	2305	2405	2505	2605	2705	2805	2905	3005	3105	3205	3305	3405	3505	3605	3705	3805	3905	4005	4105	4205	4305	4405	4505	4605	4705	4805	4905	5005	5105	5205	5305	5405	5505	5605	5705	5805	5905	6005	6105	6205	6305	6405	6505	6605	6705	6805	6905	7005	7105
106	206	306	406	506	606	706	806	906	1006	1106	1206	1306	1406	1506	1606	1706	1806	1906	2006	2106	2206	2306	2406	2506	2606	2706	2806	2906	3006	3106	3206	3306	3406	3506	3606	3706	3806	3906	4006	4106	4206	4306	4406	4506	4606	4706	4806	4906	5006	5106	5206	5306	5406	5506	5606	5706	5806	5906	6006	6106	6206	6306	6406	6506	6606	6706	6806	6906	7006	7106
107	207	307	407	507	607	707	807	907	1007	1107	1207	1307	1407	1507	1607	1707	1807	1907	2007	2107	2207	2307	2407	2507	2607	2707	2807	2907	3007	3107	3207	3307	3407	3507	3607	3707	3807	3907	4007	4107	4207	4307	4407	4507	4607	4707	4807	4907	5007	5107	5207	5307	5407	5507	5607	5707	5807	5907	6007	6107	6207	6307	6407	6507	6607	6707	6807	6907	7007	7107



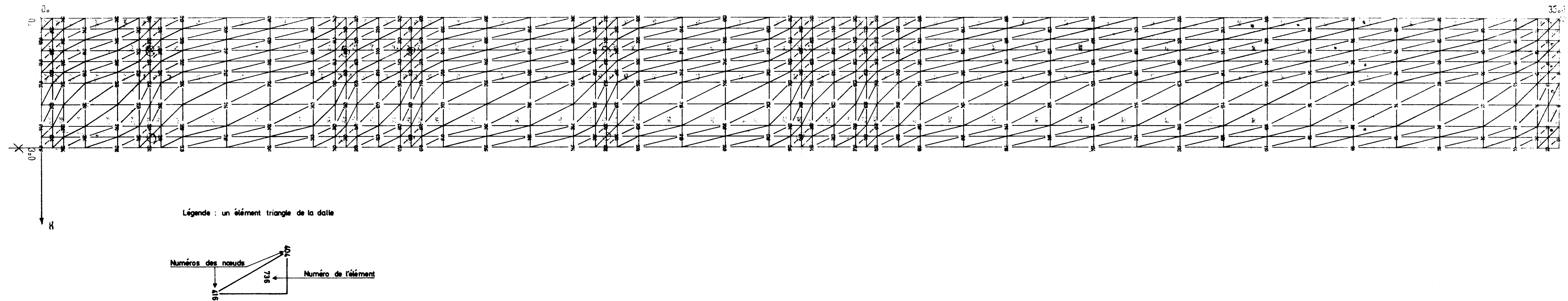
PONT
MAILLAGE NUMERO NOEUDS
ECHELLE : .500000

TITUS - SYSTEME DE CALCUL DE STRUCTURES

ANNEXE 2

PLAN IV (3)

Modélisation et numérotage des éléments
et des noeuds de la dalle (ROSALIE)



PLAN IV

Diagramme des moments principaux
aux nœuds et aux centres de gravité.

Echelle: 1 cm = 2,62 tm

