

ponts métalliques

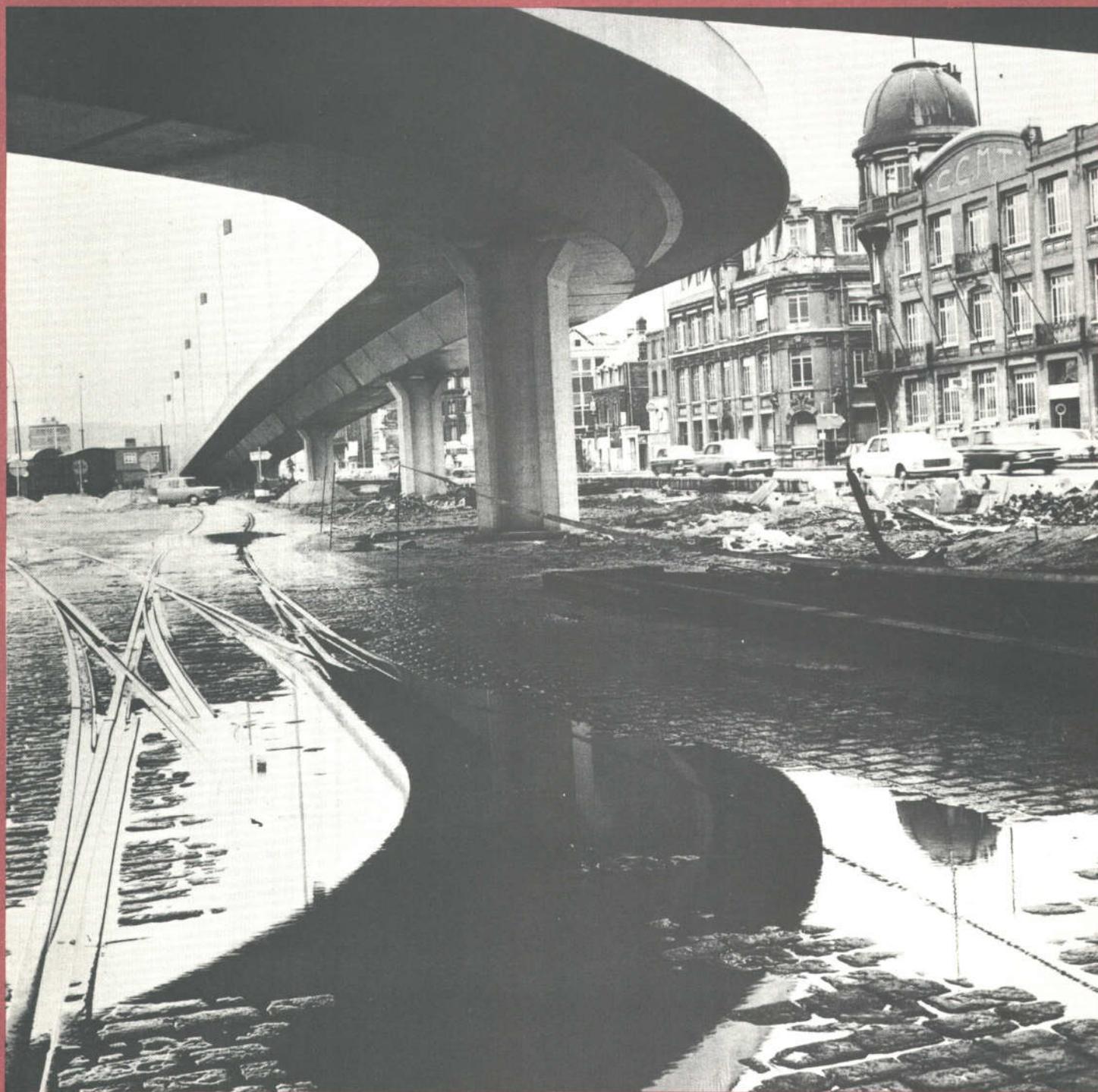
calcul et conception

nouvelles prescriptions

SETRA

DIVISION DES
OUVRAGES D'ART - A

Bulletin technique n° 5



MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT ET DU LOGEMENT
Direction des routes et de la circulation routière

Ministère de l'Équipement et du Logement
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

46, AVENUE ARISTIDE BRIAND - 92 - BAGNEUX - TÉL. 655.42.42

PONTS METALLIQUES
CALCUL ET CONCEPTION
NOUVELLES PRESCRIPTIONS

Bulletin rédigé par Mr. F. CIOLINA Ingénieur des Ponts et Chaussées à la Division des
Ouvrages d'Art A. du SETRA avec la collaboration de Mr. GENIEUX Ingénieur des
Travaux Publics de L'Etat.

Juillet 1970

SOMMAIRE

	Pages
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I – Evaluation des charges - Sollicitations	3
CHAPITRE II – Contraintes admissibles	9
CHAPITRE III – Attaches - Goussets	15
CHAPITRE IV – Instabilité - Généralités	19
CHAPITRE V – Flambement	25
CHAPITRE VI – Déversement	33
CHAPITRE VII – Voilement	39
CHAPITRE VIII – Dalles orthotropes	59

AVANT – PROPOS

Plusieurs règlements essentiels concernant le calcul et la conception des ouvrages d'art ont fait l'objet de modifications récentes ou sont actuellement en cours de révision. Il en est ainsi du Titre V du fascicule 61 du C.P.C. "Conception et calcul des ponts et ouvrages métalliques".

De nouvelles prescriptions devaient en effet être introduites dans ce domaine, le précédent règlement datant de 1960, pour tenir compte de différents facteurs :

- en dix ans, les techniques d'exécution, les méthodes d'assemblages ont évolué ; on peut citer notamment l'emploi de boulons HR et du soudage semi-automatique.

- les tendances générales à la restructuration et aux fusions ont entraîné de profonds bouleversements dans les entreprises de constructions métalliques. Ces dernières, soumises à la concurrence très vive des entreprises de construction en béton précontraint, ont dû rechercher des formes nouvelles. Il fallait donc adapter les prescriptions du règlement à des structures telles que les dalles orthotropes.

- les études faites sur les phénomènes d'instabilité et notamment par la Convention européenne des constructeurs métalliques dans le domaine du flambement méritaient d'être prises en considération.

Le lecteur trouvera dans ce bulletin, rédigé par Monsieur F. CIOLINA, Ingénieur des Ponts et Chaussées à la Division des ouvrages d'art A du S.E.T.R.A., une illustration - sous la forme de commentaires explicatifs et d'exemples traités, - des modifications et des orientations introduites dans le nouveau règlement de construction métallique paru le 4 Février 1970.

Cette illustration nous a paru nécessaire et nous espérons que le travail des ingénieurs et des bureaux d'études intéressés en sera facilité.

L'Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées
Chef de la Division des Ouvrages d'art A,

M. LE FRANC

INTRODUCTION

Les exemples numériques relatifs à certaines parties d'ouvrages ou de ponts métalliques, qui sont développés dans le présent bulletin sont des applications des prescriptions données dans le titre V fascicule 61.

Les textes du titre V fascicule 61 du C.P.C. approuvés par les arrêtés du 19 Août 1960, 14 Septembre 1967 et 19 Septembre 1969 concernent la conception et le calcul des ouvrages métalliques. Ces textes font partie du fascicule spécial n° 70-12 bis du bulletin des textes officiels paru le 4 Février 1970.

La fourniture des aciers, rivets et boulons à haute résistance au point de vue caractéristiques mécaniques et modes de réception est soumise aux prescriptions :

– du titre III du fascicule n° 4 du C.P.C., approuvé par le décret n° 65-798 du 7 Septembre 1965 et publié par le Journal Officiel sous la rubrique Textes d'Intérêt Général.

– du titre IV du fascicule n° 4 du C.P.C., Rivets en acier, Boulons à haute résistance, approuvé par un arrêté du 14 Septembre 1967, et placé en annexe de la circulaire n° 58 du 14 Septembre 1967. Ces textes font partie du fascicule spécial n° 67-17 quater du Bulletin Officiel.

L'exécution des ponts métalliques et les modalités de contrôle des éléments soudés, rivés ou boulonnés sont couverts par les prescriptions du fascicule n° 66 du C.P.C. approuvé par le décret n° 67-371 du 26 Avril 1967 et placé en annexe à la circulaire d'application n° 57 du 14 Septembre 1967. Ces textes font partie du fascicule spécial n° 67-17 ter du Bulletin Officiel.

CHAPITRE I

EVALUATION DES SOLLICITATIONS

1.1. - CHARGE PERMANENTE

L'évaluation de la charge permanente d'un pont métallique se fait en tenant compte des masses volumiques suivantes :

- acier 7,85 tonnes par mètre cube
- béton armé
ou précontraint 2,5 tonnes par mètre cube
- revêtement de chaussée 2,25 tonnes par mètre cube

Dans les ouvrages de types courants, le commentaire de l'article 1^{er} du fascicule 61 titre V admet l'utilisation d'abaques ou de formules expérimentales pour l'évaluation des charges permanentes.

Cette utilisation est limitée au cas d'avant projets sommaires ou à celui d'une évaluation a priori des charges permanentes pour le dégrossissage d'un projet.

Il paraît utile de donner ici quelques renseignements statistiques de poids (G_a) d'ossatures métalliques de ponts par mètre carré de tablier.

Les lois données ci-après supposent qu'il s'agit d'un pont à poutres sous chaussée ou à poutres caissons sous chaussée -et que les surcharges de calcul sont conformes à celles du titre II du fascicule 61 du C.P.C. - Par ailleurs, aucune canalisation importante n'est prévue.

Le poids (G_a) est celui des parties de charpente métallique en acier A52 ou A42, à l'exclusion des aciers de béton armé ou des aciers moulés d'appuis.

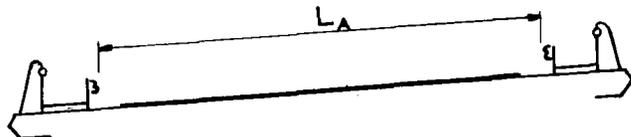
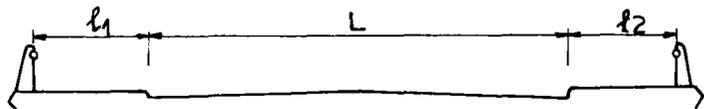
1.1.1. - Définition des surfaces

La surface envisagée est le produit de la longueur de l'ossature par la largeur L_u de la plate-forme.

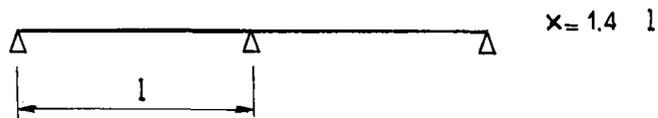
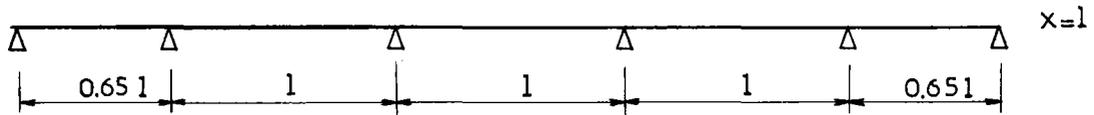
Dans le cas d'un profil en travers comportant une chaussée sans séparateur et des trottoirs livrés à la circulation des piétons, on a :

$$L_u = L + 0,2 (l_1 + l_2)$$

Dans le cas d'une plate-forme d'autoroute, on prend pour largeur $L_u = L_A$.



1,12. - Les courbes statistiques de poids sont établies en fonction de la longueur entre appuis de la travée la plus importante dans le cas d'un pont continu. Dans le cas d'un pont dont les travées de rive sont très importantes ou dans le cas d'un pont à une ou deux travées, on utilisera comme longueur x équivalente, les valeurs suivantes :



1,13. - Relations statistiques

Dans le cas d'un pont à couverture en béton armé on a :

$$(G_a) = 0,115 \cdot x^{1,6} + 110 \quad (x \text{ en mètre} - G_a \text{ en kilogramme par mètre carré utile})$$

S'il s'agit d'un pont à ossature mixte :

$$(G_a) = 0,105 \cdot x^{1,6} + 100$$

Dans le cas d'un pont à couverture en dalle orthotrope

$$(G_a) = 40 \sqrt{x} - 100 \quad (\text{dont } 200 \text{ kg/m}^2 \text{ utile pour la tôle et ses nervures}).$$

Les valeurs indiquées concernent le poids total de métal par mètre carré de surface telle qu'elle est définie en 1,11. Dans le cas d'un caisson l'éclatement des âmes de poutres n'est pas inférieur à $\frac{L}{30}$.

Exemples pratiques

1 - Pont mixte à dalle béton associée (poutres continues)

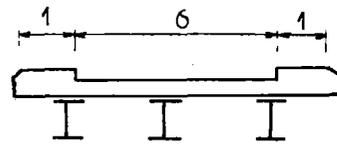
On a $L_u = 6 + 0,2 \times 2 = 6,4$

$x = 35,35$

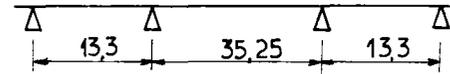
$g = 0,105 \times 35,35^{1,6} + 100$

$= 131,7 \text{ kg/m}^2$

Tonnage total $0,1317 \times 6,4 \times 61,85 = 52,13 \text{ tonnes}$



STRUCTURE MIXTE



2 - Pont mixte à dalle béton associée (poutres isostatiques)

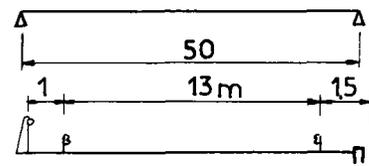
$L_u = 13 \text{ m}$

$x = 50 \times 1,4 = 70 \text{ m}$

$g = 0,105 \times 70^{1,6} + 100$

$= 194 \text{ kg/m}^2 \text{ utile}$

Tonnage total $0,194 \times 13 \times 50 = 126,1 \text{ tonnes}$



Plateforme type II.pI

3 - Pont à dalle orthotrope

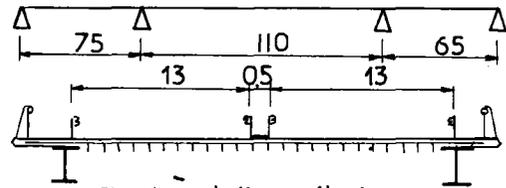
$L_u = 26 \text{ m}$

$x = 110 \text{ m}$

$g = 40 \sqrt{110} - 100$

$= 319,2 \text{ kg/m}^2 \text{ utile}$

Tonnage total $0,3192 \times 26 \times 250 = 2074,8 \text{ tonnes}$



Pont à dalle orthotrope.

1,2. - PONDERATION DES SOLLICITATIONS

Contrairement aux prescriptions de l'ancien article 8 du titre V du fascicule 61, on procède aux calculs des efforts pondérés et les contraintes qui en résultent sont déterminées à partir de ces sollicitations.

Dans le cas d'un pont route, il convient d'évaluer les sollicitations suivantes (article 6) :

$(S_I) = (G) + 1,2 (P) + (T)$

$(S_I^{III}) = (G) + (T) + (W)$

$(S_I^{IV}) = (G) + (P) + (T) + (SI)$

(G) représente la sollicitation due à la charge permanente

(P) représente la sollicitation due à la surcharge

(T) représente la sollicitation due à la température

(W) représente la sollicitation due aux surcharges climatiques extrêmes

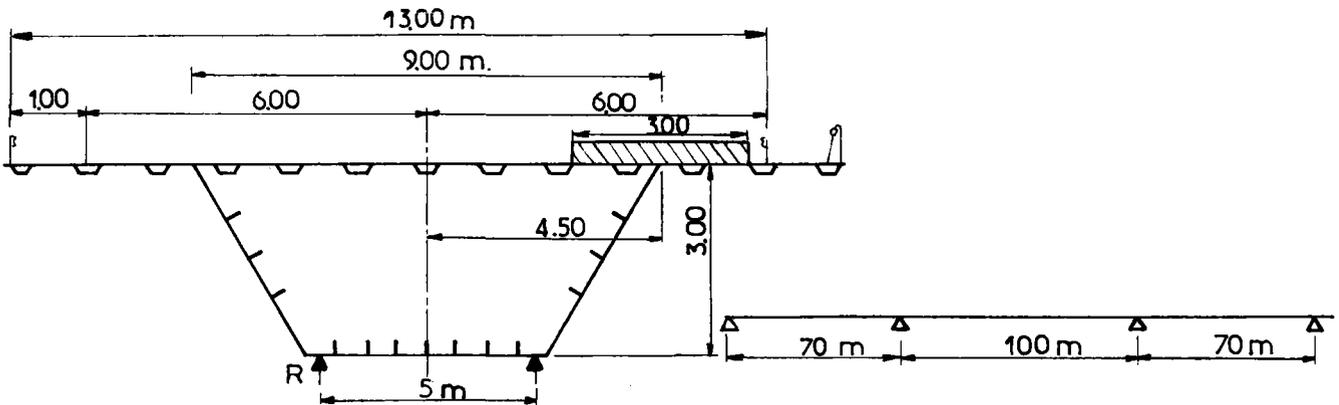
(SI) représente la sollicitation due aux séismes.

D'après l'article 9 du titre II du fascicule 61 "Pression du vent" pour l'étude des cas courants, on a en général une sollicitation (W) due à une pression du vent égale à 250 kg/m².

L'évaluation de la sollicitation (SI) se fera en tenant compte d'une accélération égale à une fraction de $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ appliquée au centre de gravité de chaque élément de l'ossature.

Le commentaire de l'article 6 attire l'attention du projeteur sur la nécessité de prévoir d'autres pondérations dans le cas de renversements d'efforts (conformément au commentaire de l'article 8 pour l'équilibre statique), ou de flexion composée.

1,21. - Vérification de la stabilité d'un caisson à dalle orthotrope sur culée.



(G_a) = 300 kg/m² au point de vue poids d'acier si l'on se réfère à 1,13.

(G_a) = 300 + 100 = 400 kg/m² au total (compte-tenu des revêtements et des accessoires)
soit pour 13 m de large (G) = 5,2 t/m.

La réaction de charge permanente a pour valeur :

$$R_G = \frac{1}{2} \times 5,2 (0,4 \times 70) = 72,8 \text{ tonnes}$$

La surcharge soit 0,66 t/m² due à une bande de 3 m excentrée de 4,50 m donne une réaction :

$$R_{S1} = \frac{1}{2} \times (3 \times 0,66) \times (0,5 \times 70) = 34,65 \text{ tonnes}$$

et en raison de son excentrement un complément de réaction

$$R_{S2} = \pm 2 \times 34,65 \times \frac{4,5}{5} = \pm 62,37 \text{ tonnes}$$

d'où la réaction résultante, compte-tenu d'un coefficient de pondération de 1,5

$$\begin{aligned} R &= R_G + 1,5 R_{S1} - 1,5 R_{S2} \\ &= 72,8 + 51,97 - 93,55 = 31,22 \text{ tonnes} \end{aligned}$$

donc l'équilibre est assuré.

1,22 - Ancrage de pied de poteau

Dans le cas d'un poteau métallique supportant un tablier de pont l'effort en tête est le suivant :

- effort de compression dû aux charges permanentes $G = 60 \text{ t}$.
- effort de compression dû aux surcharges $f = 28 \text{ t}$.
- effort horizontal de freinage $P_4 = 5 \text{ t}$.

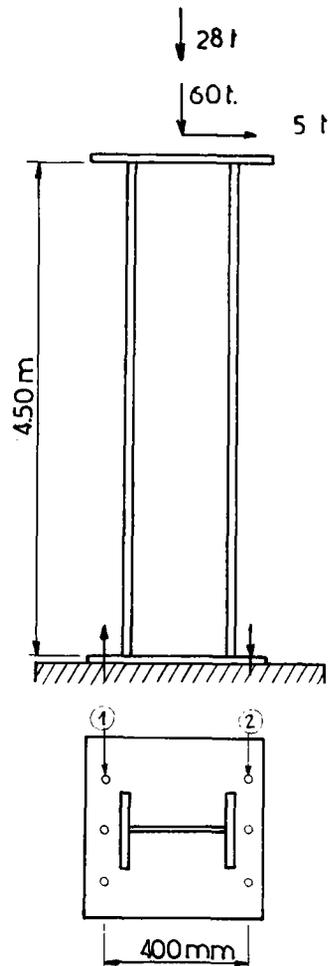
Au niveau de la platine d'appui, les boulons d'ancrage ① sont soumis à un effort de traction pondéré (S).

$$(S) = \frac{5 \times 4,5 \times 1,2}{0,4} - (30 + 1,2 \times 14) = 20,7 \text{ t.}$$

Si l'on admet une pondération du second genre

$$(S_2) = \frac{5 \times 4,5 \times 1,5}{0,4} - (30 + 1,5 \times 14) = 33,37 \text{ t.}$$

On constate ici que $1,33 (S_1) < (S_2)$, la pondération du second genre est donc à utiliser.



1,23. - Point de moment nul et raidissage

L'étude de la stabilité des âmes de poutres dans les zones de points de moments fléchissants nuls doit se faire dans une zone déterminée de la façon suivante :

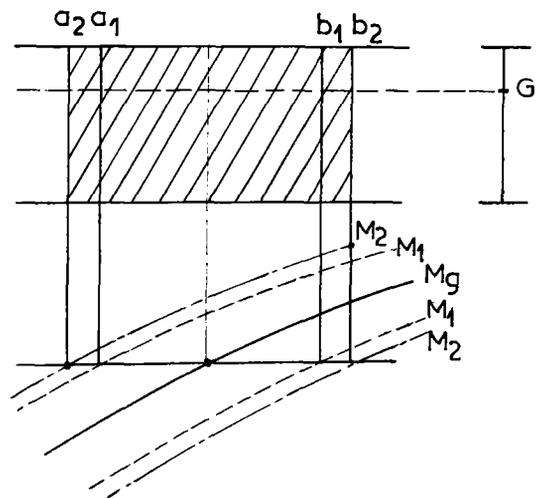
- La zone $a_1 b_1$ correspond au cas où l'on ne tiendrait compte que d'une pondération du premier genre

$$M_1 = Mg \pm 1,2 Mp$$

(Mg moment fléchissant dû à la charge permanente G)

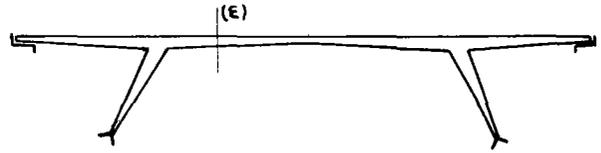
(Mp moment fléchissant dû à la surcharge P)

- La zone $a_2 b_2$ plus étendue correspond à une pondération du second genre $M_2 = Mg + 1,5 Mp$



1.24. - Contraintes résultantes dans le cas d'une flexion composée

Si la section de tablier (ϵ) étudiée est soumise à une compression et à une flexion (cas des ponts à béquilles ou à haubans), il convient de calculer les contraintes σ ($G + 1,2 P$) de flexion composée.



Or, d'après le titre II, article 2.2 du fascicule 61 (P) est déterminé d'après les zéros de la ligne d'influence de l'effet envisagé. Il faut donc déterminer les zéros de la ligne d'influence de la contrainte σ et non du moment fléchissant ou de l'effort normal.

Une pondération du second genre n'a aucun intérêt dans ce cas sauf pour l'étude des sections où les contraintes changent de signe.

CHAPITRE II

CONTRAINTES ADMISSIBLES

2.1. - CONTRAINTES ADMISSIBLES

Si l'on ne se préoccupe pas des problèmes de stabilité (flambement ou déversement ou voilement) l'article 11 donne les contraintes admissibles suivantes pour les tôles en acier A52 ou pour des tôles en acier A42 d'épaisseur inférieure à 16 mm (en utilisant les bornes inférieures de la limite élastique données dans les articles 16, 17, 19 et 20 du titre III du fascicule n° 4) en hectobars.

	Acier A42	Acier A52
Limites élastiques	$\sigma_e = 23,5$ (24)	$\sigma_e = 35,3$ (36)
Contrainte de traction ou de compression ou de flexion	17,62 (18)	26,47 (27)
Contrainte de cisaillement	10,57 (10,8)	15,88 (16,2)

On a indiqué entre parenthèses les valeurs des contraintes en kilogramme force/mm². Les calculs qui suivent utiliseront comme unités le kilogramme force par mm² (= 0,981 hectobar)

Le commentaire de l'article 11.1 indique que la limite d'élasticité σ_e peut être celle fixée par les décisions d'agrément. Celles-ci n'étant pas publiées, les calculs qui suivent tiendront compte d'une limite d'élasticité minimale conforme à celle qui est prévue dans le titre III du fascicule n° 4. mais dans un but de simplification, nous adopterons :

$$\sigma_e = 36 \text{ kgf/mm}^2 \text{ pour les pièces en A 52}$$

$$\sigma_e = 24 \text{ kgf/mm}^2 \text{ pour les pièces en A42}$$

quelle que soit l'épaisseur de la pièce.

Pour le cas d'un état de contraintes complexes, on se réfère au critère de Von Mises.

2,11. - Exemple de détermination de moment résistant dans le cas d'une poutre symétrique (acier A 52S)

La poutre est composée d'une âme de 2000/10 (en mm) et de semelles en paquets.

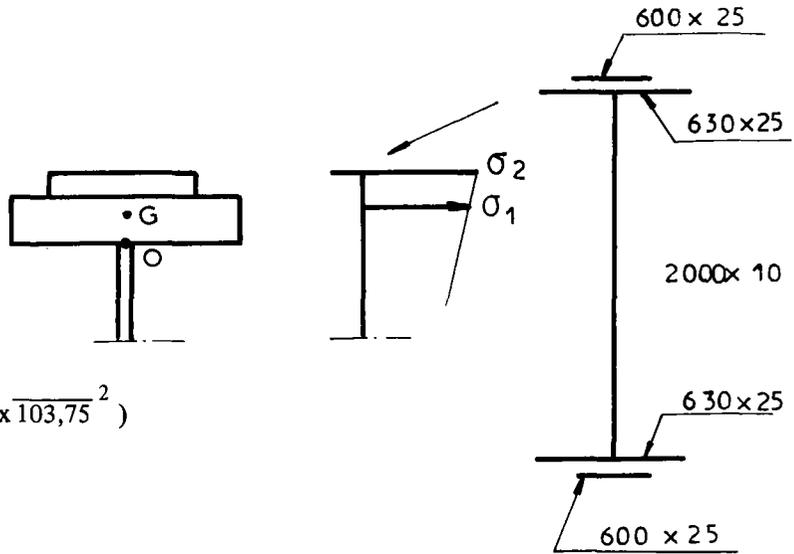
600 x 25

630 x 25

L'inertie I de la poutre a pour valeur :

$$I = 2 (63 \times 2,5 \times 101,25^2 + 60 \times 2,5 \times 103,75^2) + \frac{200^3}{12} = 7,791 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

$$V = 105 \text{ cm d'où le module d'inertie } \frac{I}{V} = 7,420 \cdot 10^4 \text{ cm}^3$$



La contrainte σ_1 atteinte au centre de gravité du paquet de semelles ne peut dépasser 27 kg/mm^2 .

$$OG = \frac{63 \times 2,5 \times 1,25 + 60 \times 2,5 \times 3,75}{307,5} = 2,469 \text{ cm}$$

Le module d'inertie correspondant à G vaut :

$$\frac{I}{V_1} = 7,420 \cdot 10^4 \times \frac{1,05}{1,02469} = 7,603 \cdot 10^4 \text{ cm}^3$$

En admettant $\overline{\sigma_1} = 27 \text{ kgf/mm}^2$ le moment résistant vaut :

$$M_{R1} = 2,7 \cdot 10^2 \times 7,603 = 2052 \text{ tm}$$

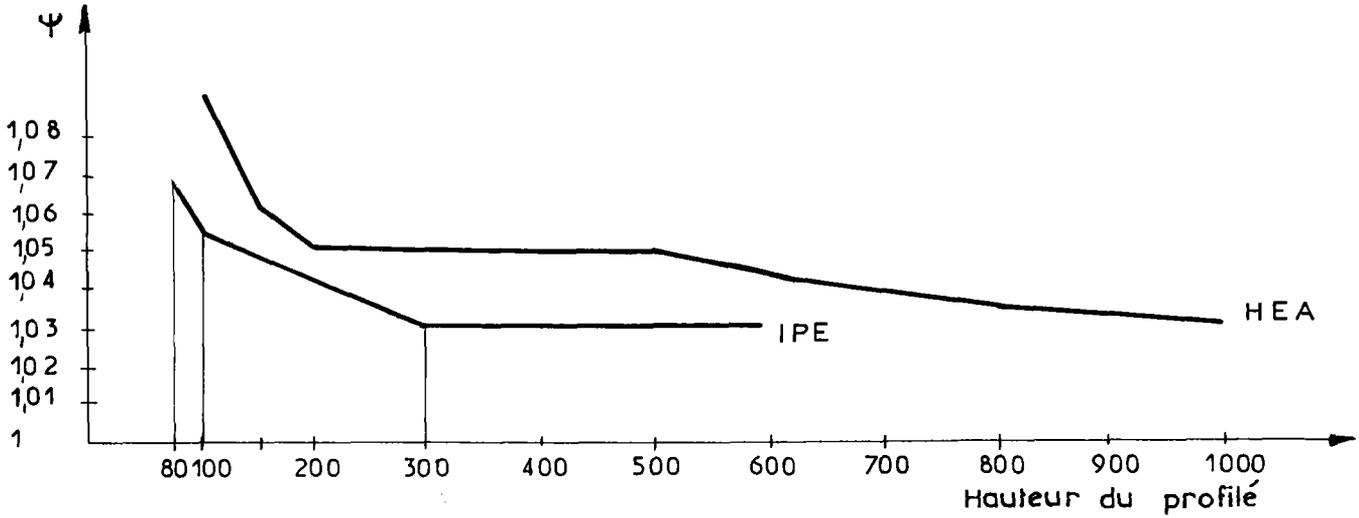
En admettant que $\overline{\sigma_2} = 27,5 \text{ kgf/mm}^2$ le moment résistant ne vaut que :

$$M_{R2} = 2040 \text{ tm}$$

Le calcul de la contrainte au centre de gravité du paquet de semelles se traduit donc par une augmentation fictive de 0,58 % de la contrainte admissible évaluée suivant les éléments antérieurs (en prenant la même valeur de σ_e).

2,12. - Cas de profilés de faible hauteur

Si l'on se réfère aux normes A 45 205 (poutrelle IPE) et A 45 201 (poutrelles à larges ailes à faces parallèles) on peut déterminer le rapport des contraintes $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \psi$ en fonction de la hauteur du profilé.



2,13. - Application du critère de Von Mises

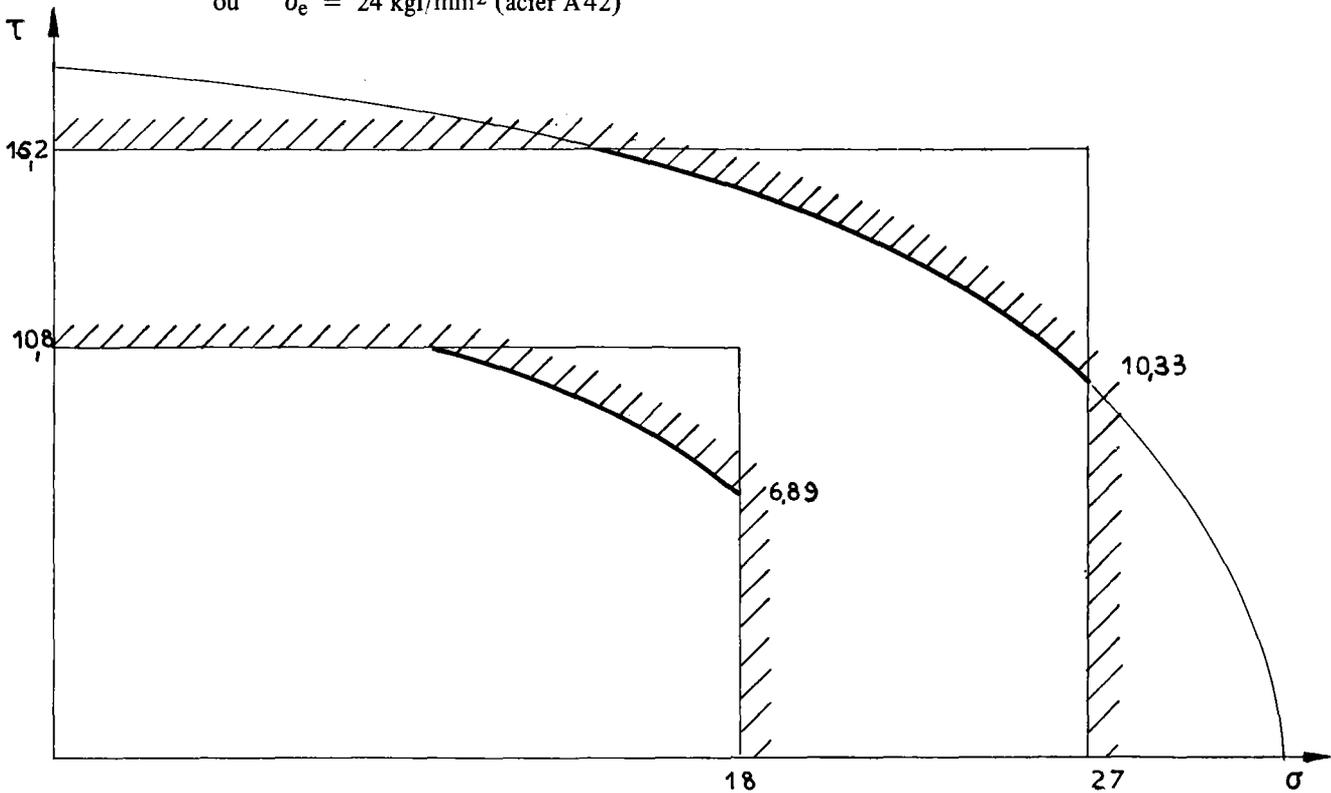
Dans le cas d'un état de flexion, on vérifie qu'en chaque point de section :

$$\sigma^2 + 3 \tau^2 \leq 0,81 \sigma_e^2$$

Cette inégalité peut se traduire par les diagrammes suivants :

pour $\sigma_e = 36 \text{ kgf/mm}^2$ (acier A 52)

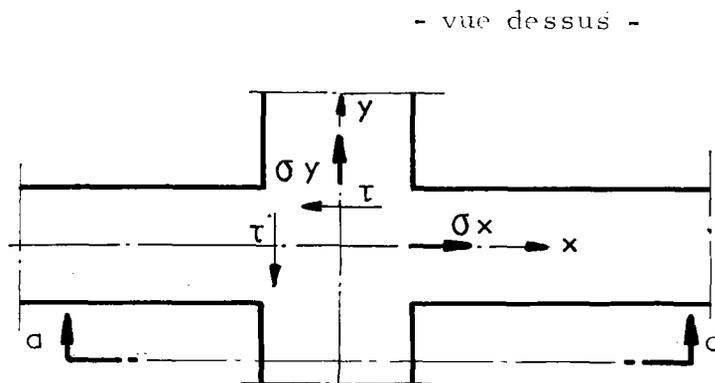
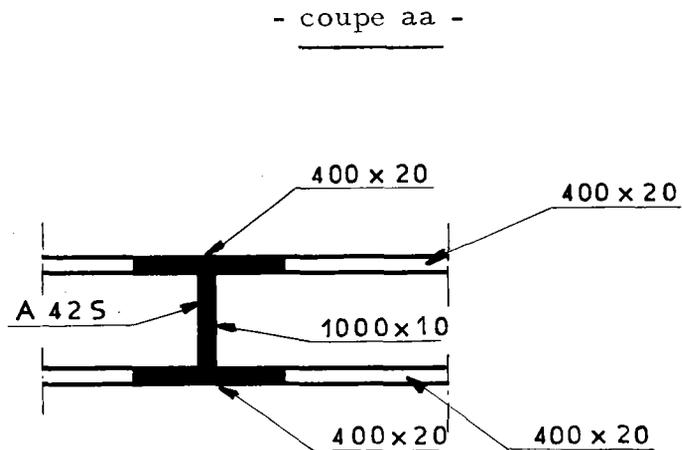
ou $\sigma_e = 24 \text{ kgf/mm}^2$ (acier A 42)



Dans le cas du croisement de deux poutres, on applique la formule de Von Mises généralisée pour la vérification des contraintes.

Exemple : croisement de deux poutres identiques.

La réaction commune pondérée exercée au point de croisement des poutres a pour valeur 60 t.



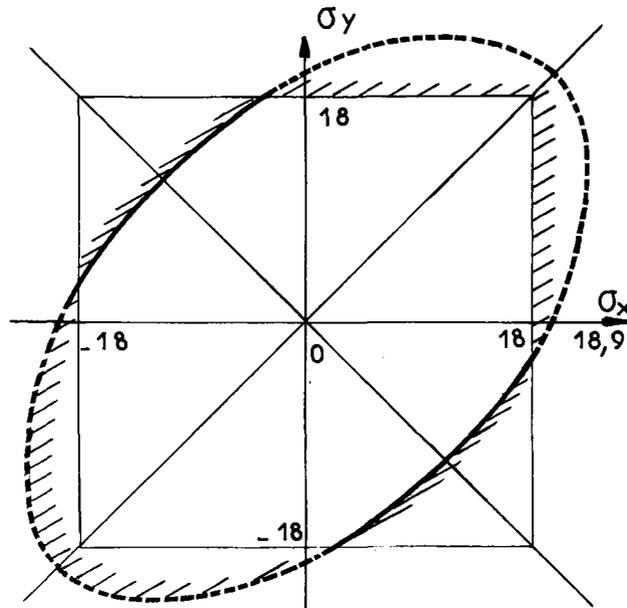
La contrainte de cisaillement τ est égale à $\frac{60\,000}{10 \times 1000} = 6 \text{ kgf/mm}^2$

On doit avoir $\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3 \tau^2 \leq 0,81 \sigma_e^2$

avec $\sigma_e = 24 \text{ kgf/mm}^2$

$\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y \leq 358,56 \text{ kgf/mm}^2$

Le diagramme ci-après montre que cette inégalité n'intervient que dans le cas où σ_x et σ_y sont de signes différents. Une des poutres est alors soumise à un moment positif et l'autre poutre à un moment fléchissant négatif.



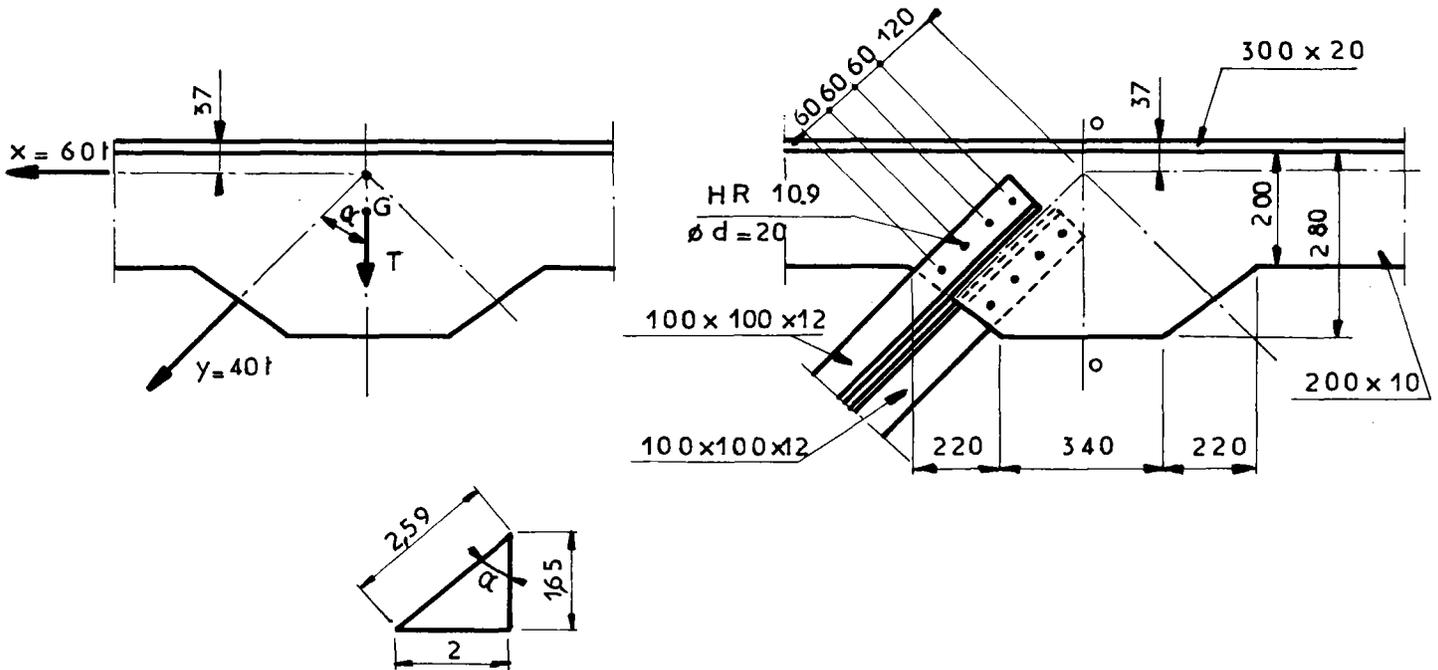
Dans le cas où des goussets suffisants sont prévus, la condition de Von Mises n'est plus prépondérante.

CHAPITRE III

VERIFICATION DES GOUSSETS ET DES ATTACHES DE PIECES

L'article 11 indique deux méthodes de calcul de vérification des goussets, dont l'une est applicable aux goussets de faible importance et dont l'autre est applicable aux goussets formant une saillie importante par rapport à la membrure.

3.1. - ETUDE D'UN GOUSSET DE FAIBLE IMPORTANCE - Acier A 42



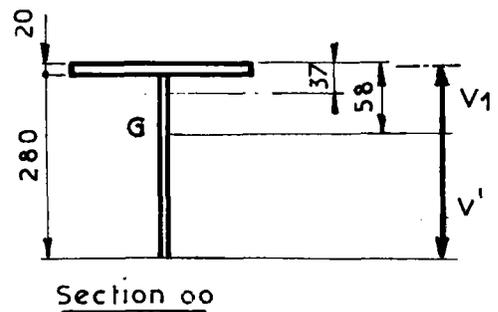
— Le gousset a un centre de gravité G qui ne coïncide pas avec le point de concours des axes selon lesquels s'exercent les efforts de traction ou de compression transmis au noeud.

On a $v = 58 \text{ mm}$. $v_1 = 48 \text{ mm}$

Pour la section (oo) $v' = 242 \text{ mm}$
 $I = 61,4 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

$$\frac{I}{V_1} = 1,279 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$\frac{I}{V'} = 0,253 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$



– Les efforts réduits au point G ont pour valeur :

$$\begin{aligned} \text{Effort normal : } N &= - 60 - 40 \sin \alpha \\ &= - 60 - 30,88 = - 90,88 \text{ tonnes} \\ T &= + 40 \cos \alpha = 25,48 \text{ tonnes} \\ M &= 90,88 (v - 37) 10^{-3} = 1,908 \text{ tonne} \times \text{mètre} \end{aligned}$$

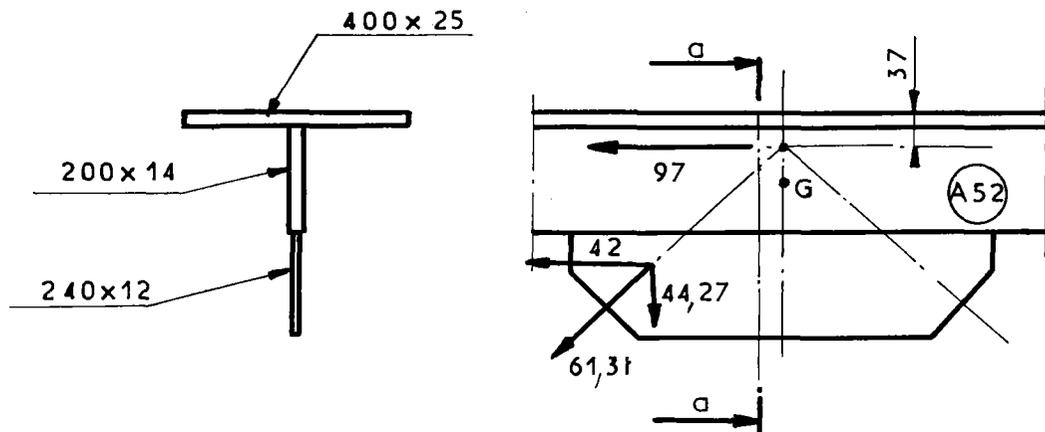
$$\begin{aligned} \text{d'où les contraintes } \sigma &= \frac{90,88 \cdot 10^3}{8.800} + \frac{1,908 \cdot 10^6}{1,275 \cdot 10^6} \\ \sigma &= 10,3 + 1,5 = 11,8 \text{ kgf/mm}^2 \\ \tau &= \frac{25.480}{2800} = 9,1 \text{ kgf/mm}^2 \end{aligned}$$

– La condition suivante doit être vérifiée

$$\begin{aligned} \sqrt{\sigma^2 + 3 \tau^2} &\leq 0,9 \sigma_e \\ \sqrt{\sigma^2 + 3 \tau^2} &= 19,7 < 21,6 \text{ kgf/mm}^2 \end{aligned}$$

3.2. - ETUDE D'UN GOUSSET FORMANT UNE SAILLIE IMPORTANTE (Acier A52)

La section aa du gousset comprend une partie en T sur l'âme de laquelle un élément de 240/12 a été soudé.



– D'après les prescriptions de l'article 11.322 la partie en saillie (240/12) doit résister à l'effort tranchant de 44,27 tonnes.

$$\text{On a } \frac{44,27 \cdot 10^3}{240 \times 12} = 15,37 \text{ kgf/mm}^2 \leq 16,2 \text{ kgf/mm}^2$$

Quant à la partie en T (section 400 x 25 + 200 x 14 = 12.800 mm²), elle doit résister à l'effort normal de 139 tonnes.

$$\text{On a } \frac{139 \cdot 10^3}{12.800} = 10,9 \text{ kgf/mm}^2 \leq 27 \text{ kgf/mm}^2$$

3.3. - GOUSSETS DANS LE CAS D'UNE POUTRE TYPE WARREN

– En dehors des vérifications dont le principe est évoqué en 3.2., il convient d'appliquer les prescriptions de 11.323 et de 11.324 :

– la flexion locale du gousset - dans la section 1 - est due à l'excentrement de la force de compression de 1800 t. et le moment fléchissant correspondant a pour valeur :

$$M = 900 \times 10^3 \times OG = 900.10^3 \times 250 = 225.10^6 \text{ kgf} \times \text{mm}$$

La tôle du gousset (c'est-à-dire en fait les 2 tôles de 20 mm d'épaisseur) est donc soumise à une contrainte de flexion.

$$\sigma = \frac{M6}{th^2} = \frac{225.10^6 \times 6}{2 \times 20 \times 10^6} = 33,8 \text{ kgf/mm}^2$$

d'où $33,8 \text{ kgf/mm}^2 \leq 36 \text{ kgf/mm}^2$ d'après 11.324

– La vérification du gousset quant aux déchirures peut être faite pour les sections a b c d e f ou h b c d e g.

– **Déchirure a b c d e f**

$$\text{Effort résistant total : } [2 (a c) \times (\bar{\tau} \cos \alpha + \bar{\sigma} \sin \alpha) + (d c) \bar{\sigma}] t$$

$$\cos \alpha = \sin \alpha = 0,7 \qquad t = 20 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} \text{avec } ac &= (300 - 1,5 \times 21) = 269 \text{ mm} && \text{en tenant compte} \\ dc &= (80 - 21) = 59 \text{ mm.} && \text{des sections nettes} \end{aligned}$$

$$F = [2 \times 269 (16,2 \times 0,7 + 27 \times 0,7) + 59 \times 27] 20.10^3 \text{ en tonnes force}$$

$$F = 357,2 \text{ tonnes}$$

– **Déchirure h b c d e g**

$$F = [2hb (\bar{\tau}) + 2 (bc) (\bar{\tau} \cos \alpha + \bar{\sigma} \sin \alpha) + (dc) \bar{\sigma}] t$$

$$\text{avec } hb = (260 - 3,5 \times 21) = 186,5$$

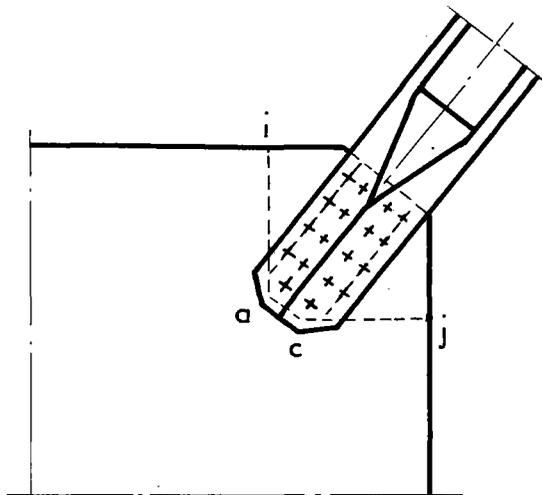
$$bc = (90 - 21) = 69$$

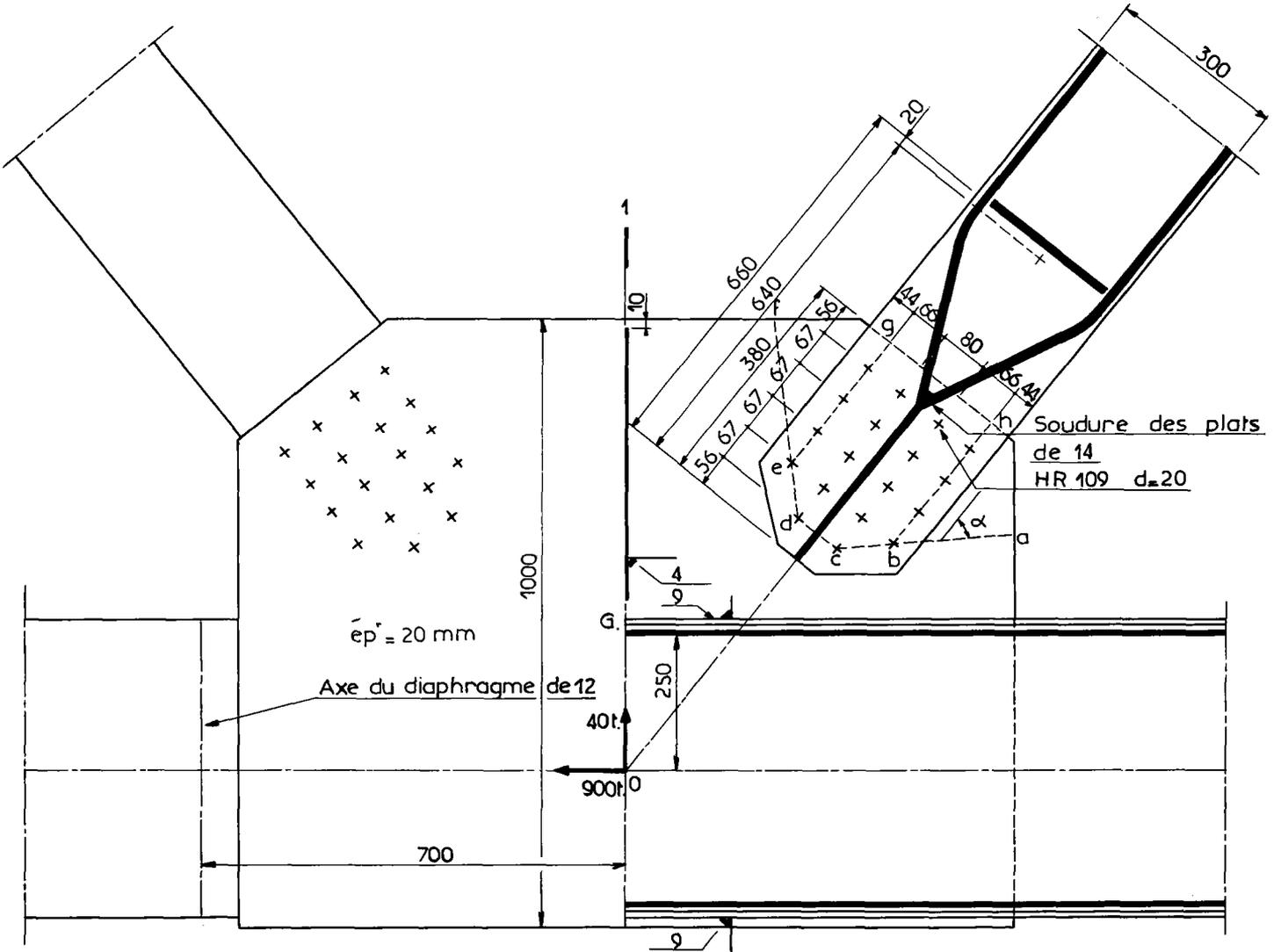
$$dc = (80 - 21) = 59$$

$$\text{d'où } F = 236,2 \text{ tonnes force}$$

– Dans l'exemple cité, le plan de déchirure le plus dangereux est donc h b c d e g.

Si le gousset présente un tracé très marqué (voir figure ci-dessous), des plans de déchirure du type (i a c j) sont à vérifier et peuvent conduire à un renforcement du gousset.





CHAPITRE IV

PHENOMENES D'INSTABILITE GENERALITES

– Les structures métalliques (poutres, poteaux, plaques) peuvent être sujettes à différents phénomènes d'instabilité qui mettent en cause la sécurité de l'ossature, si aucune vérification n'est faite par le projeteur.

– On peut distinguer deux types d'instabilité de nature différente :

- les phénomènes intéressant la stabilité des barres ou des poteaux soumis à une flexion composée ou à une compression
- les phénomènes concernant le comportement des plaques minces (âme de poutre par exemple) soumis à des efforts de compression ou de flexion, ou de cisaillement dans le plan de la plaque.

4.1. - FLAMBEMENT - DEVERSEMENT

4.1.1. - Flambement

Il s'agit d'un problème linéaire. Une des difficultés d'interprétation provient de la prise en compte des liaisons de la barre comprimée à ses extrémités.

Dans la théorie d'Euler, dans le cas d'une articulation à chaque extrémité, on peut déterminer la force F_K dite force critique de flambement, entraînant la ruine de la pièce.

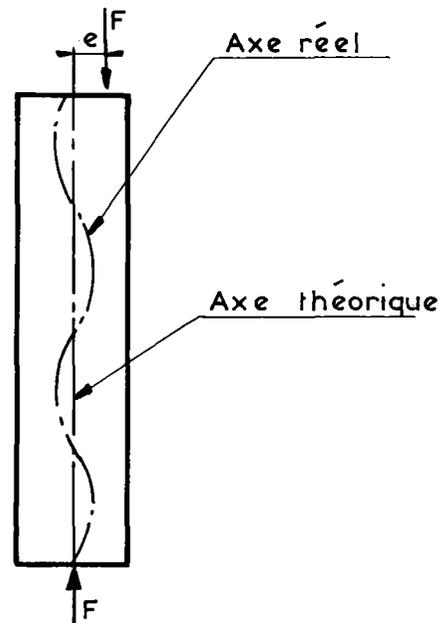
$F_K = \frac{\pi^2 E I}{L^2}$ ce qui conduit à une contrainte théorique de compression

$$\sigma_K = \frac{F_K}{\Omega} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

avec $\lambda = \frac{L}{i}$

et $i^2 = \frac{I}{\Omega}$

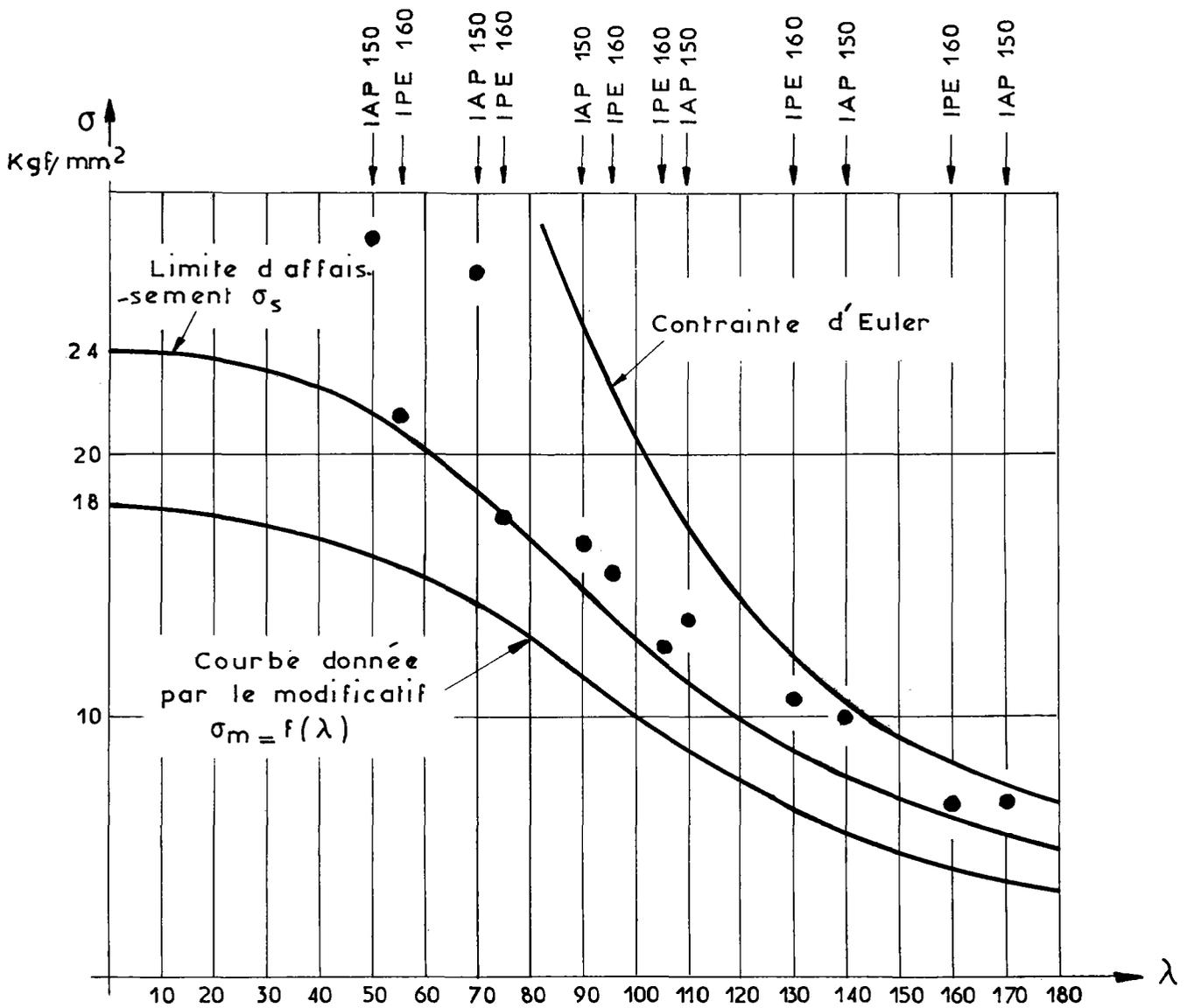
λ est l'élancement de la pièce. Cette quantité caractérise donc le comportement de la poutre à l'égard du flambement.



- Cette théorie simpliste ne tient pas compte de divers facteurs :
- les axes des barres ne sont pas idéalement rectilignes
- le centrage des forces de compression est rarement réalisé
- les barres, même dressées, présentent toujours une déformée initiale.

Tous ces éléments sont, de plus, variables d'une poutre à l'autre et leur influence ne peut être étudiée que par des corrélations statistiques obtenues à partir d'un grand nombre d'essais.

Les travaux effectués par la Convention Européenne de la Construction Métallique ont permis de bâtir pour des poutrelles type IPE et IAP une courbe expérimentale du flambement.

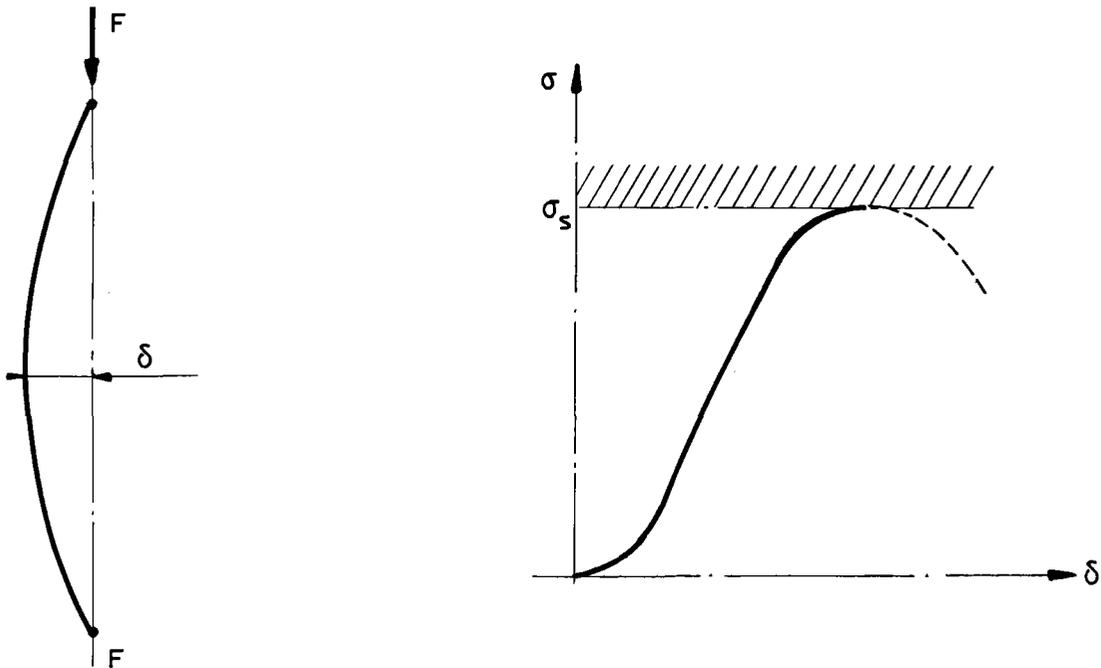


● pts expérimentaux valeurs moyennes, écart quadratique = -2,6

— Cette courbe expérimentale à l'avantage de ne pas analyser tous les facteurs d'instabilité et permet de définir une contrainte d'affaissement. En général on adopte un coefficient de sécurité de 1,33 par rapport à cette valeur.

Il est à noter que toutes les théories de flambement ne sont en réalité que des modèles mathématiques dont les paramètres sont déterminés en utilisant les résultats expérimentaux.

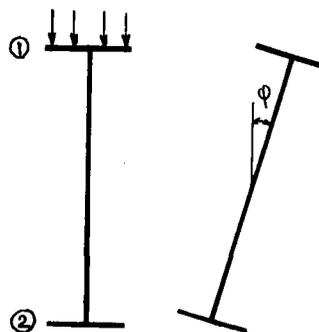
La contrainte d'affaissement constitue une borne qu'il ne faut dépasser en aucun cas, sous peine de déformations très importantes accompagnées d'une plastification de la barre en certaines zones.



4,12 - Flambement - Liaison des barres - Déversement

Tout ce qui précède suppose que la barre ne présente de risque d'instabilité que dans un plan sans prise en compte des liaisons

Or, une poutre soumise à des efforts de flexion sans intervention d'un effort de compression aux extrêmités, peut subir une déformation irréversible par déversement de la membrure comprimée.

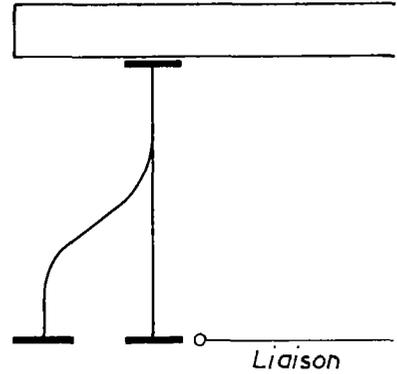


La membrure ① comprimée est sujette à un flambement latéral (dans un plan horizontal).

La membrure ② tendue constitue un rappel élastique pour la membrure ①, qui subit une rotation d'angle ϕ , mettant en jeu les caractéristiques torsionnelles de la section.

L'étude du flambement de la membrure ① doit donc être menée en tenant compte des liaisons décrites ci-dessus.

Dans le cas d'une poutre de pont soumise à un moment de flexion négatif, la membrure inférieure est également susceptible de déversement avec faible rotation en raison de la souplesse de l'âme. Le flambement de la semelle est évité en prévoyant des liaisons grâce aux membrures inférieures des entretoises.



Ces deux exemples de flambement empruntés à des cas de déversement montrent tout l'intérêt de connaître avec précision la nature des liaisons en section courante et aux extrémités.

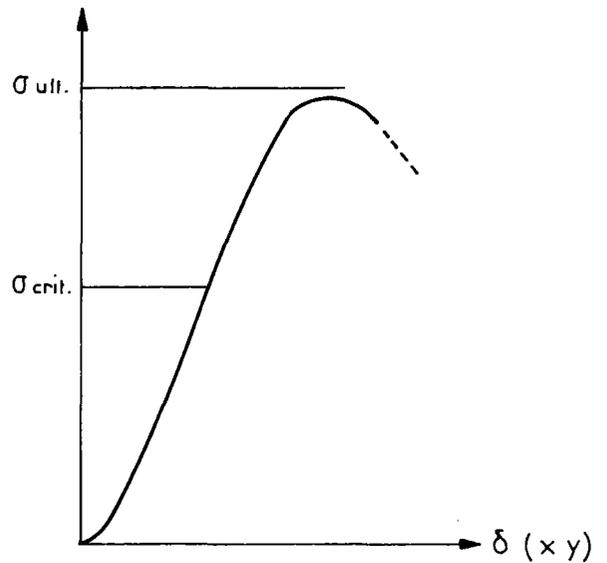
4.2. - VOILEMENT

Le problème de la stabilité d'une plaque est bidimensionnel et l'interprétation théorique devient plus complexe.

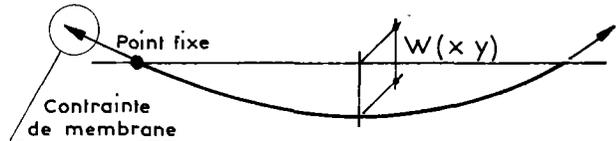
La déformée δ de la poutre dépend des coordonnées (x, y) définissant un point de la plaque.

Dès que la plaque se déforme, du fait des conditions aux bords, il apparaît des contraintes de tensions membranaires.

Un calcul purement élastique faisant appel à la théorie des plaques peut être conduit en écrivant que la variation de potentiel interne de la plaque est égale à un travail des forces extérieures. Une telle théorie néglige complètement les contraintes de membrane. Elle a été développée notamment par Timoschenko puis récemment par MM. Klöppel et Sheer. Les travaux de ces professeurs permettent l'évaluation d'une contrainte critique de voilement. σ_K ou τ_K dépendant des efforts exercés, des dimensions de la plaque et de son raidissage.



Mais les essais effectués notamment à Le High University aux U.S.A. montrent que la notion de contrainte critique ne permet pas d'appréhender le comportement ultime de la plaque.

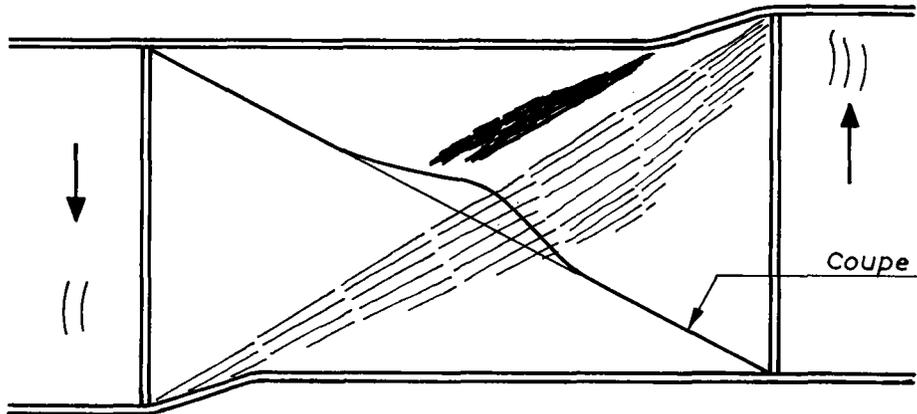


En effet, l'apparition des contraintes de membrane entraîne un renforcement provisoire de la stabilité de la plaque et la contrainte ultime de ruine est en général nettement supérieure à la contrainte critique et l'affaissement de la plaque est très progressif.

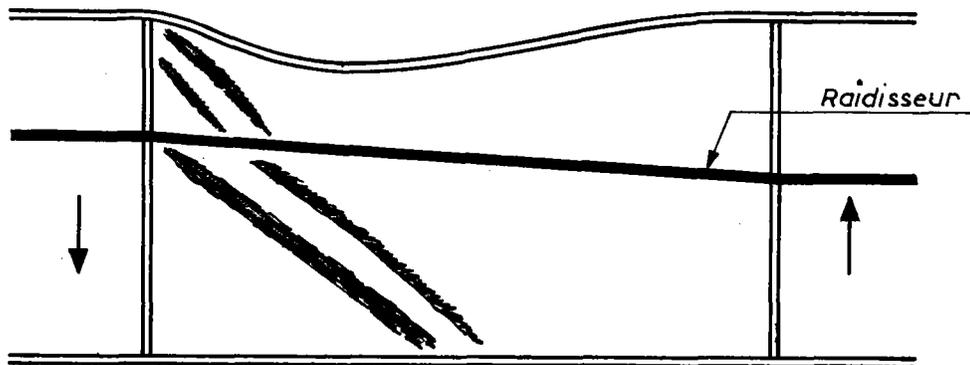
Différents chercheurs, dont MM. Basler et Thürlimann aux U.S.A., M. Djubek en Tchécoslovaquie ont tenté de représenter des modèles mathématiques basés soit sur une évaluation de la contrainte ultime, soit sur une étude de contrainte de membranes. Mais ces théories restent très fragmentaires en raison du caractère particulier des formes de raidissage étudiées. D'autre part, de tels calculs ne peuvent être testés que par des essais nombreux, ce qui n'est hélas pas le cas actuellement.

Le titre V du fascicule 61 se réfère à la notion de contrainte critique.

On a représenté, ci-après, deux figures d'essais de poutres soumises à un cisaillement. La ruine de la poutre se produit par plastification d'une diagonale. Dans le cas d'un raidissage horizontal, la mise hors service de l'âme est retardée par mise en plastification progressive des panneaux élémentaires. La résistance des semelles au point de vue flexion locale et torsion joue un grand rôle et le lecteur pourra se rendre compte de la difficulté d'une interprétation simple des phénomènes de voilement de nature beaucoup plus complexe que ceux de flambement.



PANNEAU CISAILLE SANS RAIDISSEUR



PANNEAU CISAILLE AVEC RAIDISSEUR

CHAPITRE V

FLAMBEMENT

5.1. - GENERALITES

L'article 13 du titre V du fascicule 61 propose comme limites $\bar{\sigma}_m$ de la contrainte de compression $\bar{\sigma}_m$ d'une barre les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_m &= 0,75 \sigma_e \text{ si } \lambda \leq 20 \\ \bar{\sigma}_m &= 0,75 \sigma_e \left(1 - 0,375 \frac{\sigma_e}{\sigma_k} \right) \text{ si } \sigma_k > 0,75 \sigma_e \\ \bar{\sigma}_m &= 0,5 \sigma_k \text{ si } \sigma_k \leq 0,75 \sigma_e \\ \text{avec } \sigma_k &= \frac{m \pi^2 E}{\lambda^2} \end{aligned}$$

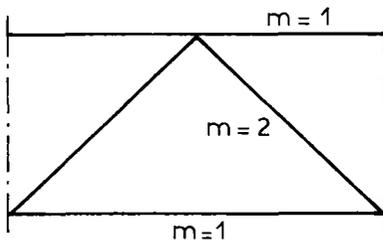
m déterminant les liaisons de la barre à ses extrémités.

Pratiquement on a :

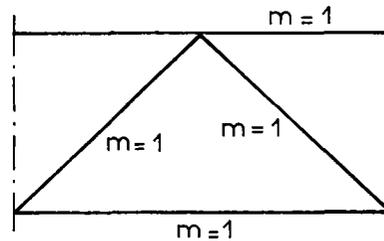
Acier A 52 $\sigma_e = 36 \text{ kgf/mm}^2$	Acier A 42 $\sigma_e = 24 \text{ kgf/mm}^2$
$\bar{\sigma}_m = 27 \text{ si } \lambda \leq 20$	$\bar{\sigma}_m = 18 \text{ si } \lambda \leq 20$
$\bar{\sigma}_m = 27 - \frac{17,6}{m} \left(\frac{\lambda}{100} \right)^2 \text{ si } 20 < \lambda \leq 87,5$	$\bar{\sigma}_m = 18 - \frac{7,85}{m} \left(\frac{\lambda}{100} \right)^2 \text{ si } 20 < \lambda \leq 101$
$\bar{\sigma}_m = \frac{10,353 m}{\left(\frac{\lambda}{100} \right)^2} \text{ si } \lambda \geq 87,5$	$\bar{\sigma}_m = \frac{10,353 m}{\left(\frac{\lambda}{100} \right)^2} \text{ si } \lambda \geq 101$

Les valeurs de m sont indiquées ci-après pour l'étude des pièces constituant une entretoise.

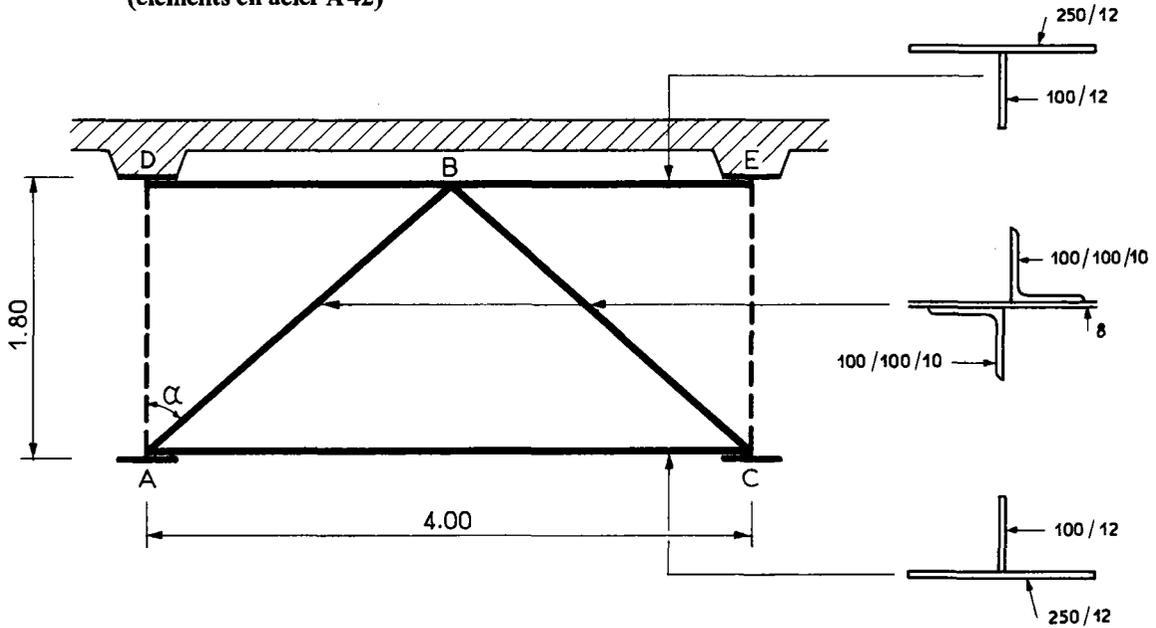
Flambement dans le plan de l'entretoise



Flambement hors du plan de l'entretoise



5,2. - ETUDE DES PIÈCES CONSTITUANT UNE ENTRETOISE TRIANGULEE
(éléments en acier A 42)



$\cos \alpha = 0,67$

Les efforts appliqués dans le panneau correspondant à l'entretoise sont les suivants (après pondération des efforts).

- Effort tranchant dans le panneau $T = \begin{cases} 14 \text{ tonnes force} \\ - 12 \text{ tonnes force} \end{cases}$
- Moment fléchissant en A $M_A = \begin{cases} 90 \text{ tm} \\ - 25 \text{ tm} \end{cases}$
- Moment fléchissant en B $M_B = \begin{cases} 120 \text{ tm} \\ - 30 \text{ tm} \end{cases}$
- Moment fléchissant en C $M_C = \begin{cases} 99 \text{ tm} \\ - 40 \text{ tm} \end{cases}$

La détermination des efforts dans les barres conduit aux résultats suivants :

- Barre AC $F_{AC} = \frac{M_B}{1,8}$ $F_{AC} = \begin{cases} - \frac{120}{1,8} = - 66,7 \text{ t.f.} \\ \frac{30}{1,2} = 16,7 \text{ t.f.} \end{cases}$
- Barre DB $F_{DB} = \frac{M_A}{1,8}$ $F_{DB} = \begin{cases} \frac{90}{1,8} = 50 \text{ t.f.} \\ - \frac{25}{1,8} = - 13,9 \text{ t.f.} \end{cases}$
- Barre BE $F_{BE} = \frac{M_C}{1,8}$ $F_{BE} = \begin{cases} \frac{99}{1,8} = 55 \text{ t.f.} \\ - \frac{40}{1,8} = - 22,2 \text{ t.f.} \end{cases}$
- Barres AB $F_{AB} = \frac{T}{\cos \alpha} = \frac{T}{0,67}$ $F_{AB} = \begin{cases} \frac{14}{0,67} = 20,9 \text{ t.f.} \\ \frac{- 12}{0,67} = - 17,9 \text{ t.f.} \end{cases}$

– Etude des diagonales – barres AB et BC

On a $i_z = \sqrt{\frac{I}{S}} = 0,384 a$ a étant la dimension de l'aile de la cornière supposée à aile égale d'épaisseur $\frac{a}{10}$

$$i_z = 0,384 \times 10 = 3,84 \text{ cm}$$

d'où

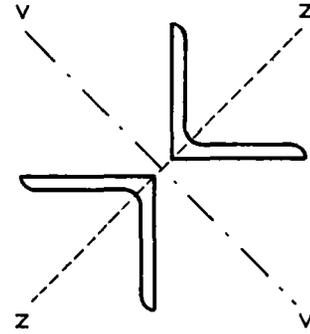
$$\lambda_z = \frac{269}{3,84} = 70$$

Le plan de flambement étant hors du plan de l'entretoise, on prend $m = 1$.

d'où

$$\bar{\sigma}_m = 18 - 7,85 \left(\frac{70}{100} \right)^2 = 14,15 \text{ kgf/mm}^2$$

Or
$$\sigma_m = \frac{1,1 \times 20,9 \cdot 10^3}{3840} = 6 \text{ kgf/mm}^2 < \bar{\sigma}_m$$



Le coefficient de majoration 1,1 tient compte des encastremets partiels de la diagonale au droit des noeuds.

– Etude de la membrure BE

Nous n'étudierons pas la membrure DB qui est soumise à des efforts plus faibles.

L'inertie de la membrure a pour valeur

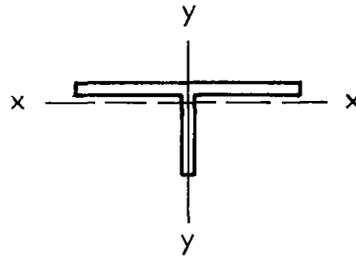
$$I_x = 372,4 \text{ cm}^4$$

La section a pour valeur

$$\Omega = 42 \text{ cm}^2$$

et l'inertie par rapport à Y

$$I_Y = 1563,9 \text{ cm}^4$$



On n'envisage donc que le flambement de la barre dans le plan de l'entretoise

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{\Omega}} = 2,97 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = \frac{200}{2,97} = 67,3$$

d'où

$$\bar{\sigma}_m = 18 - 7,85 \left(\frac{67,3}{100} \right)^2 = 14,43 \text{ kgf/mm}^2$$

or

$$\sigma_m = \frac{55 \times 1,1 \cdot 10^3}{4200} = 14,4 \text{ kgf/mm}^2 < \bar{\sigma}_m$$

5.3. - ETUDE D'UNE PIECE A BARRETTES TRANSVERSALES *

Dans le cas d'un tel élément, il convient d'appliquer le paragraphe 13,4 du titre V du fascicule 61.

A titre d'exemple, on peut traiter le problème de la détermination de la distance entre "rivets de flambement" d'une diagonale composée de 2 cornières en croix, à ailes égales.

Soit ℓ la longueur des cornières

ℓ_m la distance entre les barrettes servant de liaison et solidarissant les deux cornières.

On désigne par :

a la longueur d'arête de la cornière

Ω la section d'une cornière

n le rapport $\frac{\ell}{\ell_m}$

I l'inertie de l'ensemble par rapport à (vv)

I_z l'inertie de l'ensemble par rapport à (zz)

I_m l'inertie d'une cornière par rapport à l'axe zz

L'ensemble des deux cornières présente l'élanement λ maximum pour un flambement dans le plan (vv).

On a $\lambda_z = \frac{\ell}{i_z}$

i_z rayon de giration pour l'axe zz

$$i_z = 0,384 a$$

Mais compte tenu de l'influence de l'effort tranchant il convient d'examiner le système des deux cornières comme une pièce à barrettes pouvant flamber dans le plan (zz) pour lequel l'élanement serait

$$\text{de } \lambda_v = \frac{\ell}{i}$$

$$\text{avec } i = \sqrt{v_0^2 + iv_1^2}$$

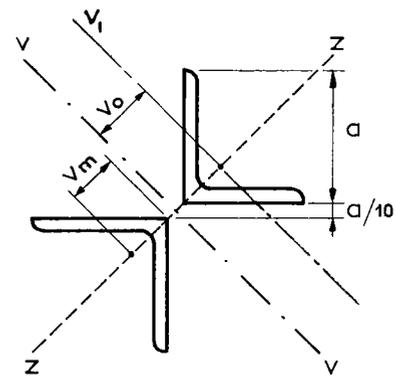
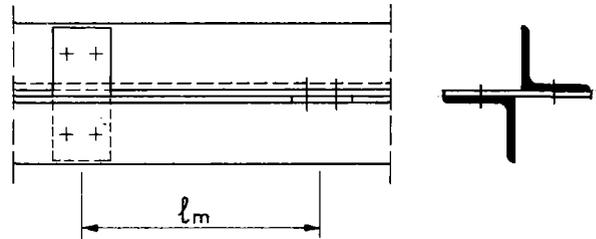
$$\text{Or } v_0 = 0,471 a$$

$$iv_1 = 0,197 a$$

iv_1 étant le rayon de giration d'une cornière seule par rapport à l'axe v_1

$$\text{d'où } i = 0,511 a$$

$$\text{et } \lambda_v = \frac{\ell}{0,511 a} = 0,752 \lambda_z$$



* Cet exemple s'inspire largement d'un article de M. Delesques paru dans la revue Construction Métallique de Décembre 1965.

D'après la théorie classique de flambement, on a comme valeur de la contrainte critique de flambement σ_{KT} avec prise en compte de l'effort tranchant

$$\sigma_{KT} = \frac{\sigma_K}{1 + \frac{26}{\lambda^2_v} \frac{2 \times \Omega}{\Omega'}}$$

Ω' désignant la section équivalente au point de vue effort tranchant du profil composé des 2 cornières.

On peut donc remplacer l'élanement λ_v par

$$\lambda'_v = \lambda_v \sqrt{1 + \frac{26}{\lambda^2_v} \frac{2 \times \Omega}{\Omega'}} = \lambda_v \sqrt{\delta}$$

on a $\frac{1}{\Omega'} = 0,032 \frac{\ell_m^2}{2I_m}$ en négligeant l'inertie des barrettes

$$\text{d'où } \delta = 1 + 0,832 \left(\frac{\lambda_m}{\lambda_v} \right)^2 \quad \text{avec} \quad \lambda_m^2 = \frac{\ell_m^2}{\frac{I_m}{\Omega}}$$

$$\text{et } \sqrt{\delta} = 1 + 0,416 \left(\frac{\lambda_m}{\lambda_v} \right)^2 \quad \text{et} \quad \lambda_m = \frac{1,949}{n} \lambda_z$$

$$\text{Il convient donc d'adopter } \lambda'_v = \lambda_v \left(1 + 0,416 \frac{\lambda_m^2}{\lambda_v^2} \right) = 0,752 \left(1 + \frac{2,79}{n^2} \right) \lambda_z$$

on a $\lambda'_v > \lambda_z$ si $n < 3$

Par ailleurs, les membrures de la pièce composée des 2 cornières doivent résister aux extrémités de la longueur de flambement à l'effort tranchant de flambement T_f

Ce dernier provoque dans les membrures un moment fléchissant :

$$M = \frac{T_f}{2} \times \frac{\ell_m}{2} = \frac{T_f \ell_m}{4}$$

Il en résulte une contrainte de flexion

$$\sigma_f = \frac{T_f}{4} \ell_m \frac{V_m}{I_m}$$

Si l'on applique les prescriptions de l'article 14, il convient de vérifier

$$(1) \frac{\sigma_f}{\bar{\sigma}_f} + \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}_m} \leq 1 \quad \text{avec} \quad \bar{\sigma}_f = 0,75 \sigma_e \quad (1)$$

$$\text{Or } T_f = \frac{\pi}{\ell} (0,75 \sigma_e - \bar{\sigma}_m) \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}_m} \times \frac{I}{V}$$

$$\text{d'où } \frac{\sigma_f}{\bar{\sigma}_f} = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_m}{0,75 \sigma_e} \right) \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}_m} \times \frac{\ell_m}{\ell} \times \frac{I}{2I_m} \times \frac{V_m}{V}$$

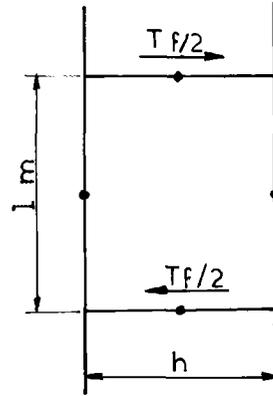
$$\frac{\ell_m}{\ell} = \frac{1}{n} \frac{I}{2I_m} = \frac{i^2}{i_z^2} = \frac{0,261 a^2}{0,038 a^2} = 6,73 \text{ et } \frac{V_m}{V} = 0,849$$

$$\text{d'où } \frac{\sigma_f}{\bar{\sigma}_m} = \frac{9}{n} \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_m}{0,75 \sigma_e} \right) \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}_m}$$

La condition (1) s'écrit

$$\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}_m} \left[\frac{9}{n} \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_m}{0,75 \sigma_e} \right) + 1 \right] \leq 1$$

$$\text{où } \sigma_m \leq \frac{\bar{\sigma}_m}{1 + \frac{9}{n} \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_m}{0,75 \sigma_e} \right)}$$



Cette inégalité peut se remplacer par $\sigma_m \leq \bar{\sigma}_m$

$\bar{\sigma}_m$ étant évaluée en tenant compte d'un élancement fictif

$$\lambda'_v = \left(0,42 + \frac{1,6}{n} \right) (\lambda + 27) \text{ limitée à } \lambda + \frac{135}{n} - 22$$

En conclusion de cette étude, on doit donc vérifier la pièce composée de cornière en croix pour 3 élancements.

l'élancement	λ_z
l'élancement fictif	$\lambda'_v = 0,752 \left(1 + \frac{2,79}{n^2} \right)$
l'élancement fictif	$\lambda''_v = \left(0,42 + \frac{1,6}{n} \right) (\lambda + 27) \text{ limité à } \lambda + \frac{135}{n} - 22$

Applications :

Dans le cas des diagonales étudiées en 5.2 on a avec $n = 4$

$$\begin{cases} \lambda_z = 70 \\ \lambda'_v = 61,8 \\ \lambda''_v = 79,5 \end{cases}$$

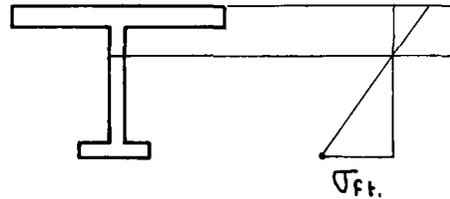
$$\text{Il en résulte } \bar{\sigma}_m = 18 - 7,85 \left(\frac{79,5}{100} \right)^2 = 13,04 \text{ kgf/mm}^2$$

on constate que $\sigma \leq \bar{\sigma}_m$

5,4. - APPLICATION DE L'ARTICLE 14.2

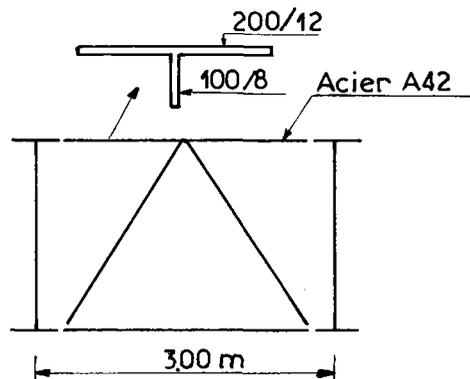
Cette clause concerne les profilés dissymétriques soumis à une flexion composée. Il convient de vérifier que les phénomènes de flambement qui provoquent une amplification des contraintes de flexion (coefficient de majoration égal à $\frac{1}{1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_k}}$ n'entraîne pas la ruine de la semelle tendue. La formule est la suivante :

$$\frac{\sigma_{ft}}{1 - \frac{\sigma_m}{0,75 \sigma_k}} - \sigma_m \leq 0,75 \sigma_e$$



Exemple d'application :

Le profil dont la coupe est représentée ci-après constitue la membrure supérieure d'une entretoise de pont.



En cours de construction, cette pièce d'inertie $I = 258 \text{ cm}^4$ et d'aire $\Omega = 32 \text{ cm}^2$ subit une contrainte de compression $\sigma_m = 5 \text{ kgf/mm}^2$

$$\text{or } \sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\frac{l^2}{i^2}} = \frac{3,14^2 \times 21.000}{\left(\frac{300}{8,06}\right)^2} = 149 \text{ kg/mm}^2$$

$$\text{d'où } \frac{\sigma_{ft}}{1 - \frac{\sigma_m}{0,75 \sigma_k}} - \sigma_m = \frac{\sigma_{ft}}{1 - \frac{5}{149}} - 5 = 1,03 \sigma_{ft} - 5$$

$$\text{et par conséquent } \sigma_{ft} \leq \frac{23}{1,03} = 22,3 \text{ kgf/mm}^2$$

Il en résulte que les efforts de flexion admissibles sont tels que la contrainte de la semelle inférieure ne dépasse pas $22,3 \text{ kgf/mm}^2$.

CHAPITRE VI

DEVERSEMENT

6.1. - GENERALITES

Les prescriptions de l'article 16 concernent, d'une part, la stabilité des poutres isolées, par exemple en cours de montage et, d'autre part, la stabilité des poutres en service munies d'un contreventement rigide, obtenu grâce à la mise en place du hourdis. Les justifications demandées dans ce nouvel article sont plus précises que dans la rédaction antérieure. Elles ont une incidence non négligeable sur le choix des contraintes admissibles dans les semelles comprimées de poutres.

6.2. - DEVERSEMENT DES POUTRES ISOLEES

6.21. - Généralités

Dans le cas d'une telle poutre, les conditions aux extrémités étant données, il est possible de déterminer un moment critique de déversement.

$$M_d = m \frac{\sqrt{E I_y GK}}{\ell} \sqrt{1 + 2,5 \frac{E I_y b^2}{GK \ell^2}}$$
$$= 1,58 m Ely \frac{b}{\ell^2} \sqrt{1 + 0,156 \frac{K}{I_y} \left(\frac{\ell}{b}\right)^2}$$

Cette expression suppose que les appuis extérieurs sont simples vis-à-vis des phénomènes de flexion et de torsion.

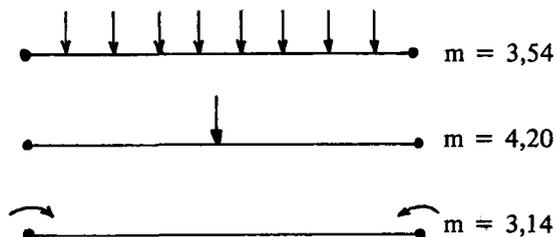
ℓ désigne la portée de la poutre

b désigne sa hauteur

EI_y désigne sa rigidité de flexion dans le sens transversal

GK désigne sa rigidité de torsion

m désigne un coefficient caractérisant le chargement de la poutre.



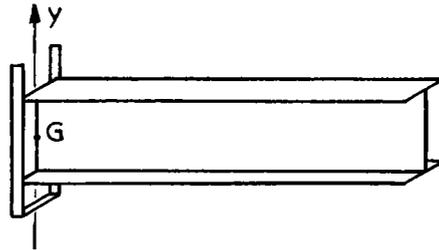
– Le moment M_d se traduit par une contrainte critique, σ_{fK} , de déversement au niveau de la membrure comprimée.

Les prescriptions de l'article 16-1 se traduisent par :

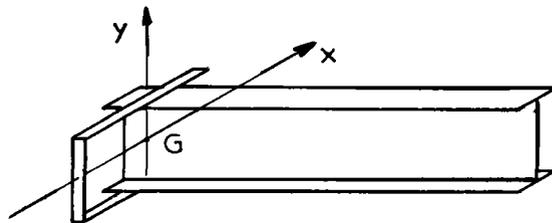
$\sigma_f \leq f(\sigma_{fK})$ f étant la fonction de flambement définie à l'article 13.

σ_f étant la contrainte de compression dans la membrure comprimée.

– Mais différents cas d'appuis aux extrémités peuvent se présenter; on peut distinguer deux cas: l'encastrement de l'extrémité pouvant être envisagé par rapport aux axes GX ou GY ou par rapport aux deux axes.



encastrement par rapport à GY



encastrement par rapport à GX



On a les valeurs suivantes de m .

	$m = 6,10$
	$m = 6,28$
	$m = 6,28$
	$m = 1,80$
	$m = 2,94$
	$m = 2,98$
	$m = 3,97$

Pour l'évaluation du moment M_d on suppose que la charge est appliquée au centre de gravité de la section. Dans le cas où la charge est appliquée à la membrure supérieure, il convient de tenir compte de la réduction du moment critique de déversement.

Dans certains cas, il peut être utile de vérifier la stabilité d'une console. L'expression du moment critique de déversement M_d reste valable, mais le paramètre m prend les valeurs suivantes :



6.22. - Exemple N° 1 : poutre sur deux appuis soumise à une charge uniformément répartie

On vérifie la stabilité de la poutre ci-contre sous l'action de son poids propre

On a $m = 3,54$ (cf 6.21)

$$I_x = 69.900 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 2.140 \text{ cm}^4$$

$$\frac{I_x}{V_x} = 2.330 \text{ cm}^3$$

$$K = 73,5 \text{ cm}^4$$

$$P = 94,5 \text{ kgf/ml}$$

Il vient :

$$\sigma_f = \frac{pl^2}{8} \times \frac{V_x}{I_x} = \frac{94,5 \times 23^2}{8 \times 2330} = 2,68 \text{ kgf/mm}^2$$

On a

$$M_d = 3,54 \sqrt{\frac{EI_y GK}{l}} \sqrt{1 + 2,5 \frac{EI_y}{GK} \left(\frac{b}{l}\right)^2} = 8,316 \text{ kgm}$$

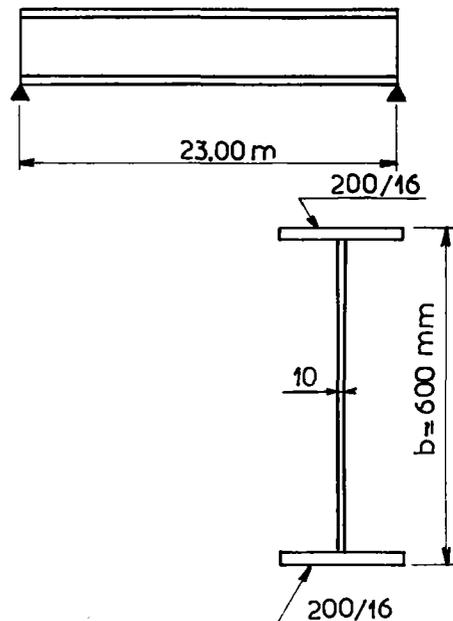
$$\text{d'où } \sigma_{fk} = M_d \frac{V_x}{I_x} = 3,56 \text{ kgf/mm}^2$$

d'où $f(\sigma_{fk}) = 0,5 \times 3,56 = 1,78$ la stabilité n'est pas assurée.

En prévoyant un encastrement par rapport à GY on a :

$$\sigma_{fK} = \frac{6,10}{3,54} \times 3,56 = 6,13 \text{ kgf/mm}^2$$

et $f(\sigma_{fK}) = 0,5 \times 6,13 = 3,06 \text{ kgf/mm}^2$ la stabilité est assurée



6,23. - Exemple d'une console

Une console de même section que la poutre définie en 6.22 d'une longueur l est soumise à son poids propre.

On a $m = 7,75$ et l'on veut déterminer l maximum.

d'où
$$M_d = \frac{7,75 \times \sqrt{E I_y G K}}{l} \sqrt{1 + 2,5 \frac{E I_y}{G K} \left(\frac{b}{l}\right)^2}$$

on a approximativement $M_d = \frac{7,75}{l} \sqrt{E I_y G K} = \frac{39,7 \cdot 10^{10}}{l}$ em $\text{mm}^2 \times \text{kgf}$

et $\sigma_{fK} = \frac{M_d \times V_x}{I_x}$

et $\sigma_f \leq 0,5 \sigma_{fK}$

Or $\sigma_f = \frac{p l^2}{2} \times \frac{V_x}{I_x}$

d'où $\frac{p l^2 \times V_x}{2 \times I_x} \leq 0,5 \frac{M_d \times V_x}{I_x}$

ou $\frac{p l^2}{2} \leq 0,5 M_d$

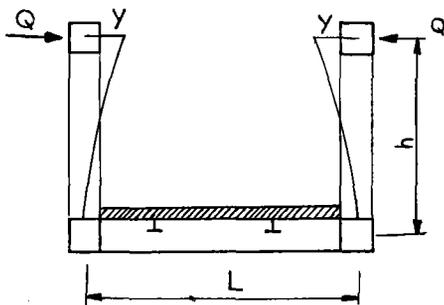
$p = 94,5 \text{ kg/ml} = 94,5 \cdot 10^{-3} \text{ kgf/mm}$

et il vient $p l^2 \leq \frac{39,7 \cdot 10^{10}}{l} \quad l \leq \sqrt[3]{\frac{39,7 \cdot 10^{10}}{94,5 \cdot 10^{-3}}} = \boxed{16.100 \text{ mm.}}$

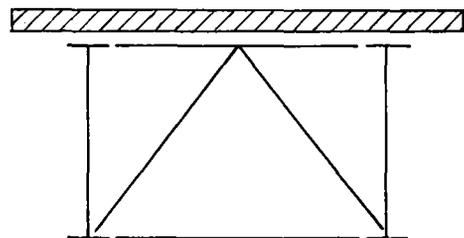
6,3. - DEVERSEMENT DES POUTRES DE PONT MUNIES D'UN CONTREVENTEMENT TRES RIGIDE

6,31. - Généralités

Les deux cas envisagés sont ceux des poutres triangulées (Pont Warren par exemple) et poutres de pont sous chaussée.



Cas N° 1



Cas N° 2

Dans le cas N° 1, on évalue la contrainte σ_m de compression dans la membrure et on la compare à $f (1,1 \times \sigma_{fK})$, σ_{fK} étant la contrainte critique de flambement transversal de la membrure.

A titre indicatif, précisons le calcul de cette contrainte σ_{fK} soit I_y l'inertie de flexion transversale de la membrure.

On a, en supposant que les différents noeuds de triangulation constituent des éléments de rappel élastique.

$$F_K = 2 \sqrt{EI_y \xi} \text{ et } \sigma_{fK} = \frac{F_K}{\Omega}$$

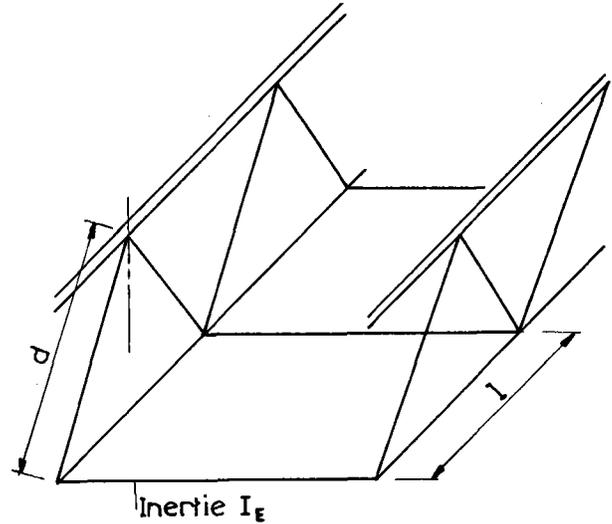
Ω section de la membrure

$$\text{avec } \xi = \frac{E}{\ell} \frac{1}{\frac{h^2 L}{\alpha I_E} + \frac{d^3}{6 I d} + \frac{d}{2 G} \frac{\Omega' d}{E}}$$

où I_E désigne l'inertie de flexion de la pièce de pont

I_d désigne l'inertie des diagonales prise par rapport à leur axes de symétrie vertical

$\Omega' d$ désigne la section équivalente d'une diagonale (vis-à-vis de l'effort tranchant).



Dans le cas N° 2, on vérifie que la contrainte de compression σ_f dans la membrure inférieure est telle que $\sigma_f \leq f (1,2 \sigma_{fK})$, σ_{fK} étant la contrainte de flambement transversal du paquet de semelles.

6.32. - Etude du cas N° 2

Si l'on symbolise le paquet de semelles par un rectangle de dimensions $b \times t$, la contrainte de flambement latéral de la semelle a pour valeur :

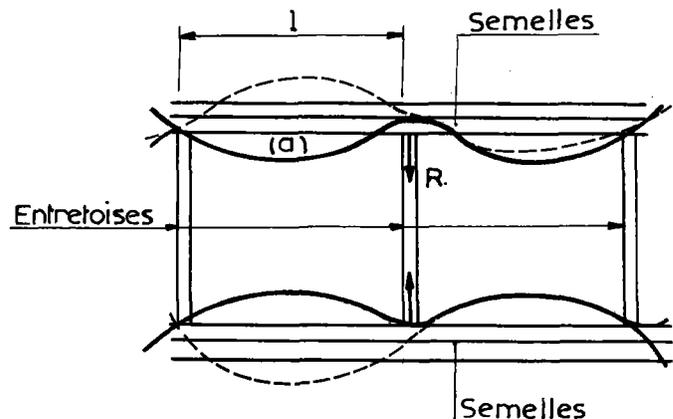
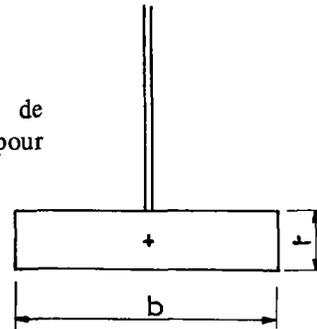
$$\sigma_{fK} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$$

$$\text{avec } \lambda = \frac{\ell}{i}$$

$$\text{et } i^2 = \frac{I_y}{\Omega} = \frac{t b^3}{12 b \times t} = \frac{b^2}{12}$$

$$\text{et } \lambda^2 = 12 \left(\frac{\ell}{b} \right)^2$$

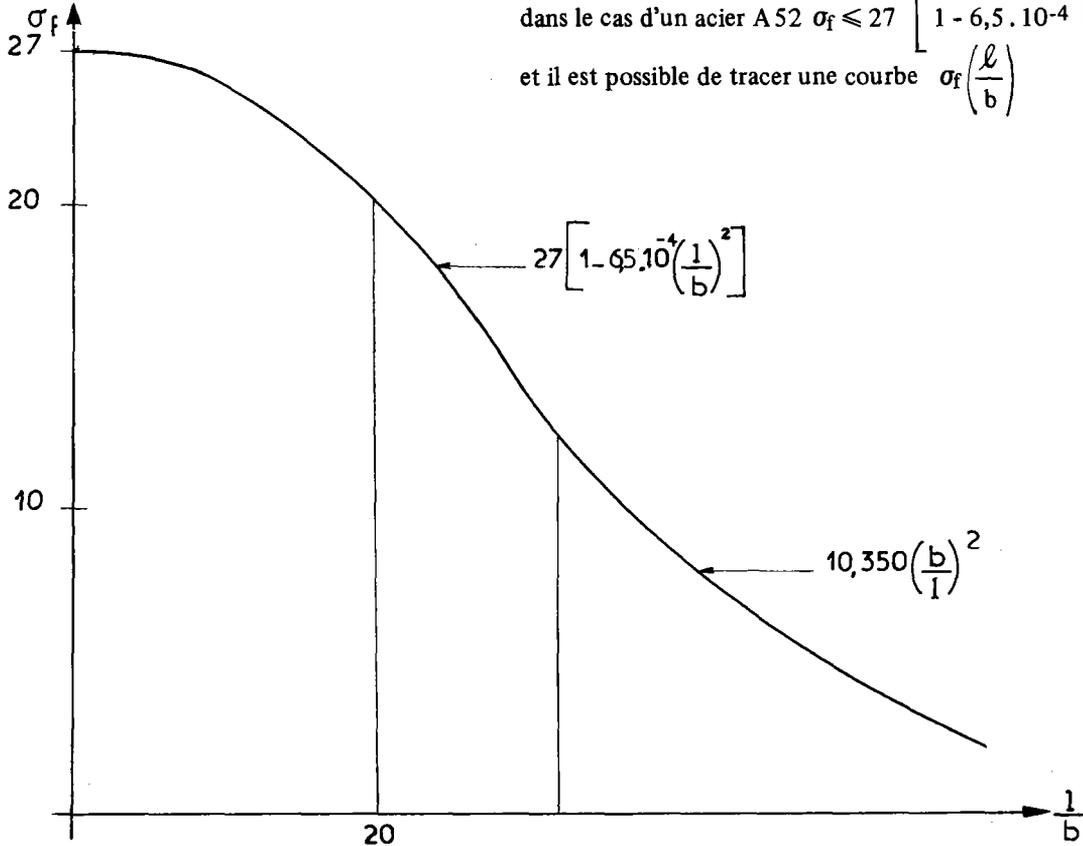
$$\begin{aligned} \text{d'où } 1,2 \sigma_{fK} &= \frac{1,2 \pi^2}{12} E \left(\frac{b}{\ell} \right)^2 \\ &= 20\,700 \left(\frac{b}{\ell} \right)^2 \end{aligned}$$



En prenant un élancement λ peu élevé il convient que :

$$\sigma_f \leq 0,75 \sigma_e \left[1 - \frac{0,375 \sigma_e}{20.700 \left(\frac{b}{l}\right)^2} \right]$$

dans le cas d'un acier A52 $\sigma_f \leq 27 \left[1 - 6,5 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l}{b}\right)^2 \right]$
 et il est possible de tracer une courbe $\sigma_f \left(\frac{l}{b}\right)$



On peut vérifier que si $l = 8 \text{ m}$ et $b = 900 \text{ mm}$ $\sigma_f \leq 25,5 \text{ kgf/mm}^2$
 $l = 8 \text{ m}$ et $b = 400 \text{ mm}$ $\sigma_f \leq 20 \text{ kgf/mm}^2$

En conclusion, le projeteur doit choisir des semelles de largeur suffisante pour ne pas trop pénaliser la contrainte admissible.

- Effort de compression dans les membrures inférieures des entretoises

Ces éléments peuvent être soumis à l'action de l'effort tranchant de flambement. Dans le cas de déformation (a), l'effort de compression R a pour valeur :

$$R = 2 T_f \text{ avec } m = 4$$

$$R = 2 T_f = \frac{4 \pi I_y}{l V_y} (0,75 \sigma_e - \bar{\sigma}_m) \frac{\sigma}{\bar{\sigma}_m}$$

or $\frac{I_y}{V_y} = \frac{b^3 t}{12 \frac{b}{2}} = \frac{b^2 t}{6}$ et $\bar{\sigma}_m = 27 \left[1 - 6,5 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l}{b}\right)^2 \right]$ avec $0,75 \sigma_e = 27 \text{ kgf/mm}^2$

$$R = \frac{4 \pi}{l} \frac{b^2 t}{6} \times 6,5 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l}{b}\right)^2 \times \frac{\sigma}{\bar{\sigma}_m}$$

On prendra $\sigma = \bar{\sigma}_m$

$$R = 13,6 \cdot 10^{-4} (l \times t)$$

Si $l = 8 \text{ m}$. et $t = 30 \text{ mm}$

On obtient $R = 0,32 \text{ tonne force}$

$$l = 8 \text{ m. et } t = 100 \text{ mm}$$

$$R = 1,08 \text{ tonne force}$$

CHAPITRE VII

VOILEMENT

Nota : Les abaques n° 1 à 4 dont il est question dans ce chapitre sont extraites du Tome I du livre : "Ausgesteifter Rechteckplatten" de MM. KLOPPER et SHEER.

- L'abaque n° 1 correspond à la page 98 de ce livre.
- L'abaque n° 2 correspond à la page 106 de ce livre.
- L'abaque n° 3 correspond à la page 46 de ce livre.
- L'abaque n° 4 correspond à la page 51 de ce livre.

7.1. - GENERALITES

Le commentaire de l'article 15-1 précise que la théorie se référant aux contraintes critiques n'est pas entièrement satisfaisante. En effet, la notion de "contrainte critique" qui est mise en évidence dans les calculs de type élastique développés par Timoschenko notamment, puis par MM. Massonnet, Kloppel et Sheer, n'a pas reçu de confirmation expérimentale.

Tous les essais relatés dans la littérature technique, montrent qu'il existe une contrainte ultime supérieure à la contrainte critique. Sa valeur ne peut être déterminée que si la plaque raidie ou non est considérée comme une membrane.

Les recherches effectuées, notamment par MM. Basler, Thürliman et Beedle à la High University aux Etats-Unis et par M. Djubek à l'université de Bratislava en Tchécoslovaquie, ont pour but de mettre au point des modèles mathématiques, utilisant une analyse des contraintes membranaires et les tester expérimentalement. Ces essais sont possibles pour des poutres de faible hauteur (1 à 2 m). Mais pour des plaques de grandes dimensions, le coût des tests expérimentaux devient prohibitif et l'on comprend aisément que le recours à des ordinateurs de grande puissance, la nécessité d'essais en vraie grandeur à rupture ne permettent pas d'aboutir rapidement à des résultats exploitables par le projeteur.

Il en résulte que la Commission chargée de la modification du titre V du fascicule 61 a estimé que seule la théorie des "contraintes critiques" pouvait donner lieu à des prescriptions.

Avant d'aborder les prescriptions du nouvel article 15, une analyse succincte des différentes théories évoquées ci-dessus permettra au lecteur de mieux connaître les théories connues.

7,11. - Théorie des contraintes critiques

Dans cette théorie, on assimile le phénomène d'instabilité de la plaque étudiée, à un problème de flambement "à deux dimensions", en utilisant l'équation de Lejeune Dirichlet liant le potentiel interne à la variation du travail des forces extérieures.

- Une telle conception ne permet pas de connaître les contraintes des membranes.
- La plaque de dimensions ($a = \alpha b$, b) est supposée simplement appuyée sur ses bords.

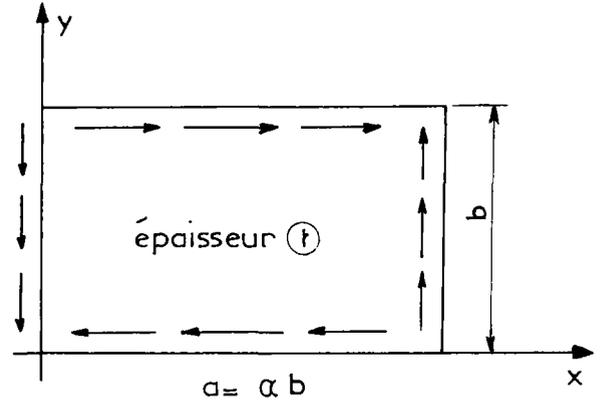
Dans le cas d'une plaque cisailée uniformément sur ses bords, l'énergie de déformation de la plaque s'écrit :

$w(x,y)$ étant la déformée transversale

E étant le module d'élasticité

μ étant le coefficient de Poisson

$$D = \frac{E t^3}{12 (1 - \mu^2)} \text{ étant la rigidité du panneau}$$



$$\Delta \epsilon = \frac{D}{2} \left\{ \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\delta^2 w}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 w}{\delta y^2} \right)^2 + 2 (1 - \mu) \left[\frac{\delta^2 w}{\delta x^2} - \frac{\delta^2 w}{\delta y^2} - \left(\frac{\delta^2 w}{\delta x \delta y} \right)^2 \right] \right\} dx dy$$

En prenant

$$w(x,y) = \sum_m \sum_n a_{mn} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b}$$

$$\Delta \mathcal{E} = D \pi^4 \frac{ab}{8} \sum \sum a_{mn}^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2$$

Le travail des forces extérieures de cisaillement s'écrit :

$$\Delta \mathcal{C} = -\tau t \int_0^a \int_0^b \frac{\delta w}{\delta x} \frac{\delta w}{\delta y} dx dy$$

$$= -\tau t 4 \sum_m \sum_n \sum_p \sum_q a_{mn} a_{pq} \frac{mnpq}{(m^2 - p^2)(n^2 - q^2)}$$

avec $m \neq p$ impair
 $n \neq q$ impair

Si $\Delta \mathcal{C} = \Delta \mathcal{E}$ on obtient

$$\tau = \frac{\pi^4 \alpha b^2 D}{32 t} \times \frac{\sum \sum a_{mn}^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2}{\sum \sum \sum \sum a_{mm} a_{pq} \frac{mnpq}{(m^2 - p^2)(n^2 - q^2)}}$$

La valeur minimum de τ correspond à la contrainte critique

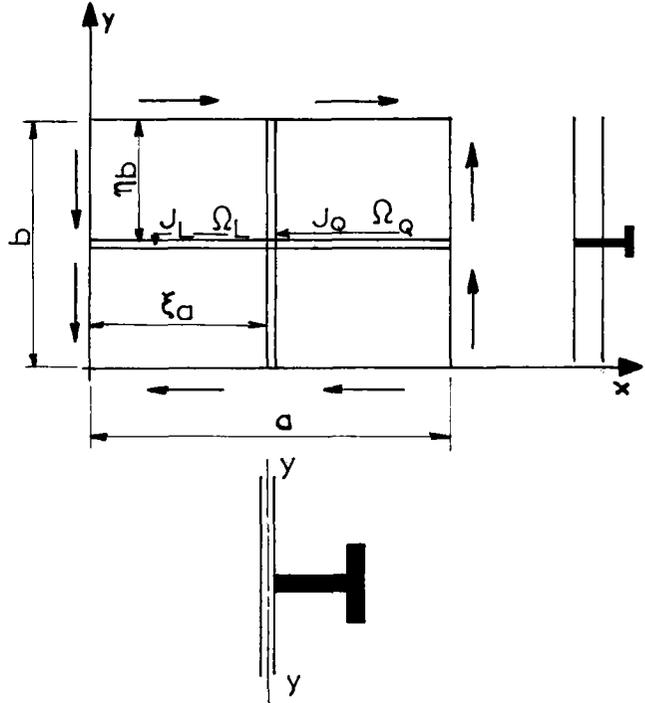
$$\tau_k = k \tau \frac{\pi^2 D}{b^2 t} = k \tau \sigma_c \text{ avec } \sigma_c = \frac{\pi^2 D}{b^2 t} = 1,898 \left(\frac{100 t}{b} \right)^2$$

$k \tau$ étant fonction du paramètre α

Dans le cas où un ou plusieurs raidisseurs sont prévus (raidisseurs longitudinaux d'inertie J_L et de section Ω_L et raidisseurs verticaux d'inertie J_Q et de section Ω_Q), il suffit d'ajouter à $\Delta \mathcal{E}$ le terme suivant.

$$(\Delta \mathcal{E})' = \frac{E J_L}{2} \int_0^a \left(\frac{\delta w}{\delta x} \right)^2 dx \quad y = \eta^b$$

$$+ \frac{E J_Q}{2} \int \left(\frac{\delta w}{\delta y} \right)^2 dy \quad x = \xi^a$$



Il en résulte que $K\zeta$ a une valeur plus élevée et qu'elle dépend des paramètres

$$\gamma_L = \frac{E J_L}{b D} = \frac{J_L}{0,092 \text{ bt}^3}$$

et

$$\gamma_Q = \frac{E J_Q}{b D} = \frac{J_Q}{0,092 \text{ bt}^3}$$

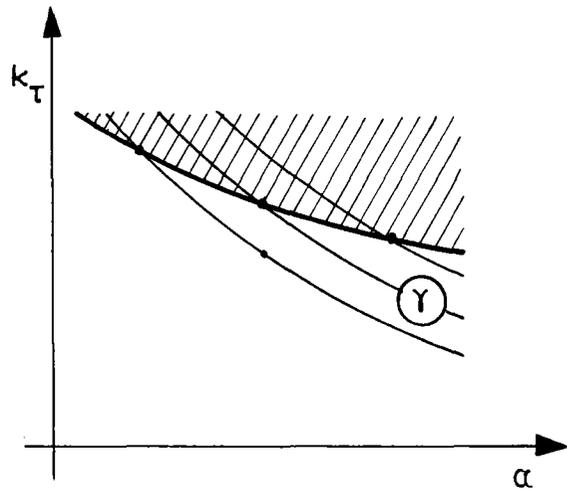
J : inertie prise à partir de yy
pour la surface en noire
 Ω : aire en noire

Dans le cas d'un seul raidisseur de paramètre γ on constate qu'il est possible de dresser les courbes

$$K\zeta(\alpha, \gamma)$$

mais $K\zeta(\alpha, \gamma)$ est borné par $K\zeta(\alpha, \gamma^*)$ qui correspond au cas où la stabilité des panneaux élémentaires, limités par les bords de la plaque devient prépondérante devant la stabilité du panneau complet raidi.

Le coefficient γ^* constitue la valeur limite de γ pour laquelle la "souplesse" du raidisseur n'intervient plus dans les calculs. Si le projeteur prend $\gamma > \gamma^*$ il pourra se contenter de vérifier la stabilité de chaque panneau élémentaire.

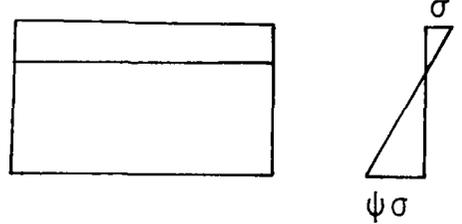


Tous les calculs précédents supposent évidemment la rigidité de torsion du raidisseur nulle.

Dans le cas où le panneau étudié est soumis à une flexion (contrainte de compression σ , contrainte de traction $\psi \sigma$) ou à une compression excentrée (contrainte de compression maximale σ , contrainte minimum de compression $\psi \sigma$) on peut déterminer de la même manière une contrainte critique.

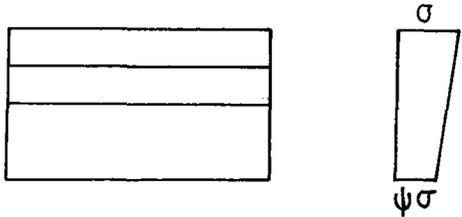
$$\sigma_K = K_\sigma \sigma_c \text{ avec } K_\sigma = K_\sigma(\alpha, \gamma, \delta)$$

avec
$$\delta = \frac{\Omega_L \text{ ou } Q}{b t}$$

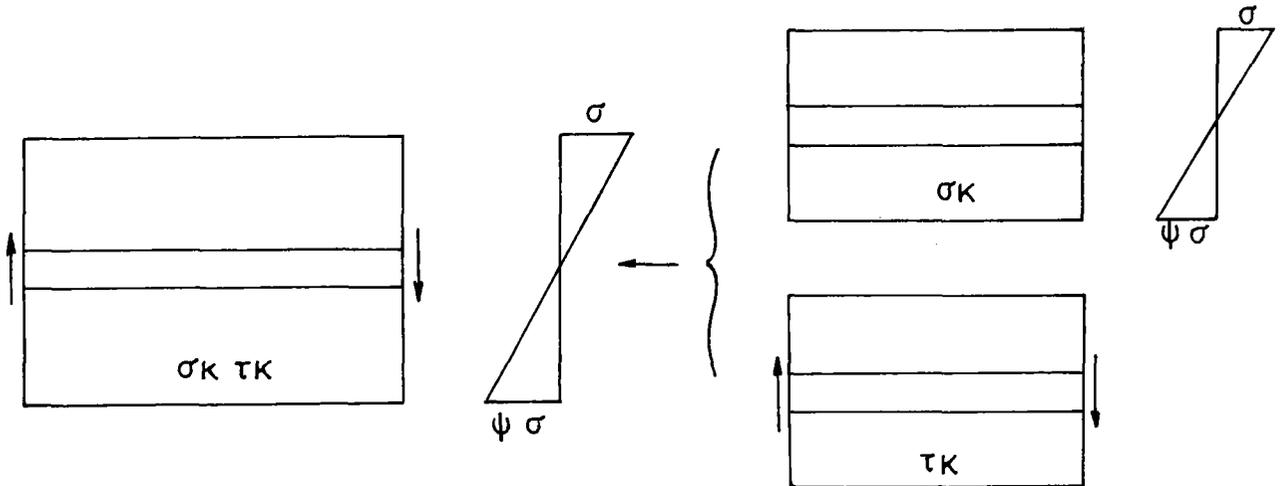


Si le panneau est soumis simultanément à des contraintes normales et tangentielles (supposées uniformes) on vérifie que :

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_K}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_K}\right)^2 \leq 1$$



σ_K et τ_K étant évalués dans les cas de sollicitations élémentaires.



7.12. - Théorie de MM. Basler et Thürlimann *

Cette théorie est une tentative pour évaluer les contraintes ultimes dans le cas d'une poutre à semelles égales en acier A 42 (ou E 24) ne comportant que des raidisseurs verticaux.

* d'après Vollwandtraeger - Berechnung in überkritischen Bereich édité par Schweizer Stahlbau - Vereinigung

7,121. - Flexion pure

Si l'élanement $\frac{b}{t}$ de l'âme est faible, $\frac{b}{t} < 180$, on peut admettre que l'âme reste plane jusqu'à la plastification des semelles.

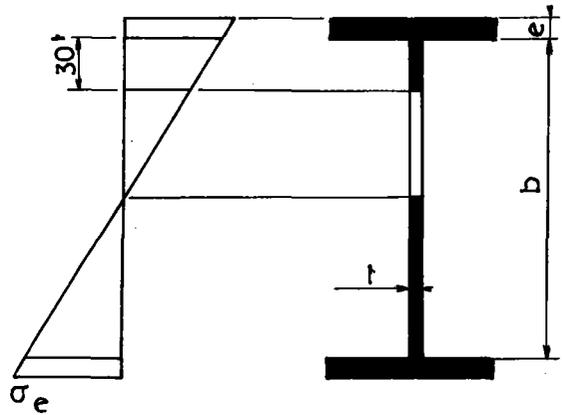
Si l'élanement $\frac{b}{t} > 360$ et si la stabilité des membrures est assurée, l'âme dans sa partie comprimée risque de flamber sous les charges et sa partie résistante est limitée à une hauteur égale à $30 t$.

Pour le cas fréquent où :

$$180 < \frac{b}{t} < 360$$

on peut admettre un facteur de réduction du moment ultime égal à :

$$1 - 0,0005 \frac{bt}{\Omega_m} \left(\frac{b}{t} - 180 \right) \quad \Omega_m \text{ étant la section d'une membrure}$$



S'il s'agit de poutre en acier A 52, on peut admettre que pour $150 < \frac{b}{t} < 240$ le coefficient de réduction vaut

$$1 - 0,0005 \frac{bt}{\Omega_m} \left(\frac{b}{t} - 150 \right)$$

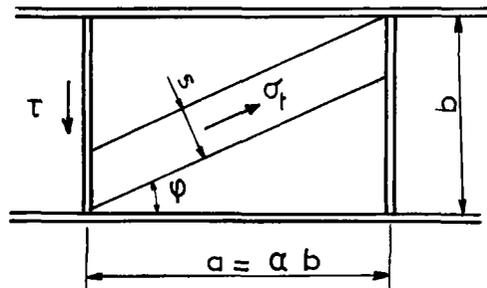
7,122. - Cisaillement pur

Si la contrainte τ est inférieure à la contrainte critique τ_K l'âme reste plane. Quand $\tau > \tau_K$ et si les raidisseurs verticaux ont une section suffisante, des contraintes membranaires σ_t dirigées suivant une bande diagonale apparaissent.

L'effort tranchant ΔT_σ dû à cet effort de membrane a pour valeur

$$\begin{aligned} \Delta T_\sigma &= t s \times \sigma_t \sin \varphi \\ &= t \sigma_t (b \cos \varphi \sin \varphi - a \sin^2 \varphi) \end{aligned}$$

avec un maximum pour $\operatorname{tg} 2 \varphi = \frac{b}{a} = \frac{1}{\alpha}$



Il apparaît dans le raidisseur vertical une compression

$$\begin{aligned} \sigma_t t a \sin^2 \varphi &= \sigma_t \frac{t a}{2} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) \\ &= \sigma_t t \frac{\alpha b}{2} \left(1 - \frac{\alpha}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \right) \end{aligned}$$

Dans les membrures de section Ω_m l'effort de compression varie de

$$\Delta F_m = \sigma_t t a \sin \varphi \cos \varphi = \sigma_t \frac{t b \alpha}{2 \sqrt{1 + \alpha^2}}$$

ce qui correspond à un effort tranchant

$$T_\sigma = \frac{b}{a} \Delta F_m = \sigma_t t \frac{b}{2 \sqrt{1 + \alpha^2}}$$

donc au total on a

$$T_u = t x b \zeta_k + T_\sigma = t b \left(\zeta_k + \frac{\sigma_t}{2} \times \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \right)$$

T_u étant l'effort tranchant ultime

Par ailleurs, les expériences montrent que l'inertie J du raidisseur doit être telle que :

$$J \geq \left(\frac{b}{50} \right)^4$$

$$\text{Les conditions } \frac{F}{\Omega} \leq \frac{3}{4} \sigma_e$$

$$\text{et } J \leq \left(\frac{b}{50} \right)^4$$

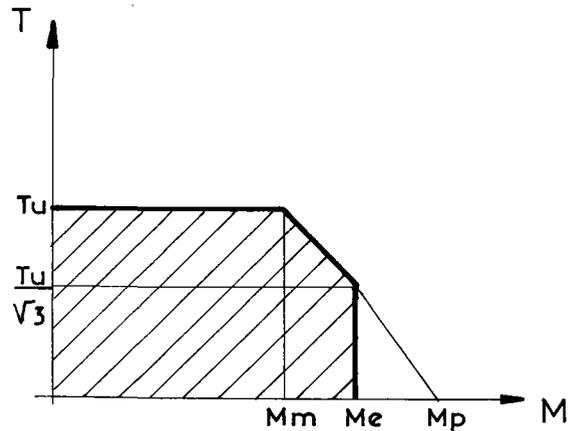
ont été utilisées pour définir les valeurs minima γ et δ des raidisseurs principaux (commentaire 15-1)

7,123. - Si la poutre est soumise à un moment M et à un effort tranchant T on définit une courbe d'interaction (MT).

M_m correspond au cas où les semelles résistent aux efforts de flexion.

M_p désigne le moment ultime de saturation plastique

M_e désigne le moment ultime quand les semelles sont plastifiées.



7,124. - Beedle a repris récemment les travaux de Basler Thürlimann dans le cas d'emploi de raidisseurs longitudinaux, mais aucune publication de ces nouveaux travaux n'a été faite.

7,13. - Théorie de l'école Tchécoslovaque

Cette théorie a pour but d'évaluer numériquement les contraintes de membranes (σ_{xm} , σ_{ym} , ζ_m) à partir des équations dites de Karman.

En désignant par $f(x, y)$ la fonction d'Airy, on a :

$$\sigma_{xm} = \frac{\delta^2 f}{\delta y^2} \quad \sigma_{ym} = \frac{\delta^2 f}{\delta x^2} \quad \zeta_m = -\frac{\delta^2 f}{\delta x \delta y}$$

et $\Delta \Delta f = E \left[\left(\frac{\delta^2 w}{\delta x \delta y} \right)^2 - \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} \frac{\delta^2 w}{\delta y^2} \right]$

(le symbole $\Delta \Delta$ désignant un double Laplacien).

Les calculs s'effectuent en développant w en série double de Fourier. L'obtention de résultats numériques est très pénible et nécessite l'emploi d'un programme sur ordinateur.

La concentration des contraintes en un point est caractérisée par le paramètre

$$X = \frac{\sqrt{\sigma_{xm}^2 + \sigma_{ym}^2 - \sigma_{xm} \sigma_{ym} + 3\zeta_m^2}}{\sqrt{\sigma^2 + 3\zeta^2}}$$

finalement, connaissant X on peut vérifier

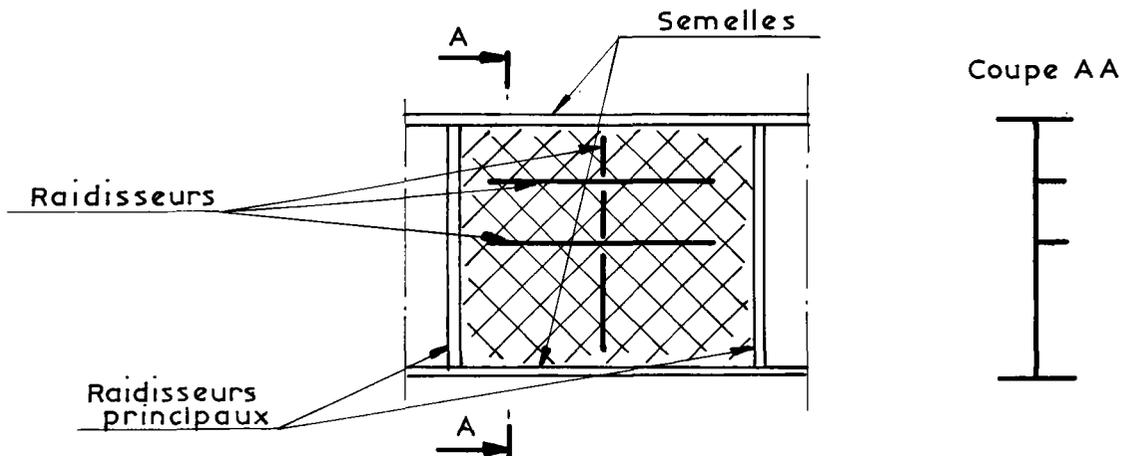
$$X \sqrt{\sigma^2 + 3\zeta^2} \leq \sigma_e$$

Quelques configurations (panneau carré et panneau $\alpha = 0,5$) seulement ont été étudiées par Djubek et Skaloud et il est prématuré d'extrapoler ces résultats fragmentaires.

7,2. - PRESCRIPTIONS DE L'ARTICLE 15 : Raidisseurs principaux et raidisseurs rigides

7,21. - Raidisseurs principaux

Dans l'étude de la stabilité d'une âme de poutre, le projeteur commence par déterminer des panneaux limités par les semelles de la poutre et par des raidisseurs principaux.



Ces derniers doivent satisfaire aux valeurs données dans le commentaire de l'article 15-2.

Dans le cas d'une poutre en acier A 52 et d'un raidisseur en acier A 42, on a

$$\gamma \geq 0,33 \left(\frac{b}{50 t} \right)^3 \quad \text{et} \quad \delta \geq 0,8 \cdot 10^{-3} \frac{b}{t}$$

$$\text{d'où } J \geq 0,092 \text{ bt}^3 \times 0,33 \left(\frac{b}{50 t} \right)^3$$

$$\Omega \geq 0,8 \cdot 10^{-3} b^2$$

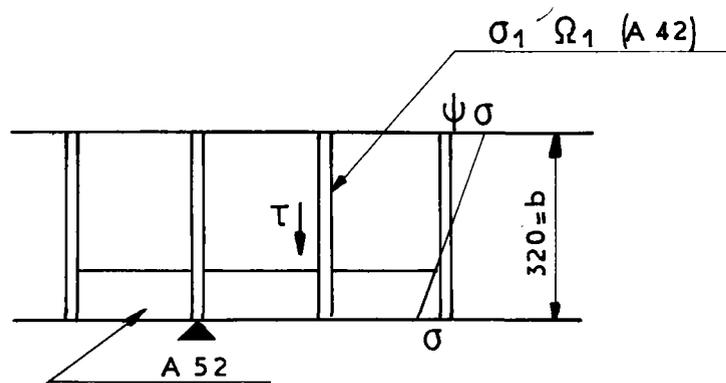
$$\text{d'où } \begin{cases} J \geq 0,245 \cdot 10^{-6} b^4 \\ \Omega \geq 0,8 \cdot 10^{-3} b^2 \end{cases} \quad (1)$$

et dans le cas d'une poutre en acier A 52 avec raidisseur en acier A 52

$$\begin{cases} J \geq 0,145 \cdot 10^{-6} b^4 \\ \Omega \geq 0,66 \cdot 10^{-3} b^2 \end{cases} \quad (2)$$

Si le taux de cisaillement est faible, on adopte $\left(\frac{\tau}{\sigma} < 0,4 \right)$

$$\begin{cases} J_1 \geq 2,5 \frac{\tau}{\sigma} J \quad \text{ou} \quad 0,25 J \\ \Omega_1 \geq 2,5 \frac{\tau}{\sigma} \Omega \quad \text{ou} \quad 0,25 \Omega \end{cases}$$



Exemple :

$$\text{Si } \begin{cases} \sigma = 25 \text{ kgf/mm}^2 \\ \tau = 8 \text{ kgf/mm}^2 \end{cases}$$

Dans ce cas :

$$\frac{\tau}{\sigma} = \frac{8}{25} = 0,32 < 0,4$$

$$\begin{aligned} \text{On doit prendre } J_1 &\geq 2,5 \times 0,32 \times 0,245 \cdot 10^{-6} \times \overline{320}^4 \\ &\geq 2055 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Omega_1 &\geq 2,5 \times 0,32 \times 0,8 \cdot 10^{-3} \times \overline{320}^2 \\ &\geq 65,5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Le profil dessiné en T présente les caractéristiques :

$$J_1 = 99.161 \text{ cm}^4$$

$$\Omega_1 = 72 \text{ cm}^2$$

De façon plus générale, si l'on utilise un simple plat comme raidisseur et si $b_1 = 36 e$

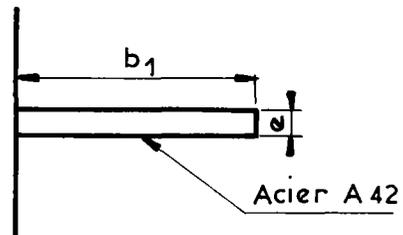
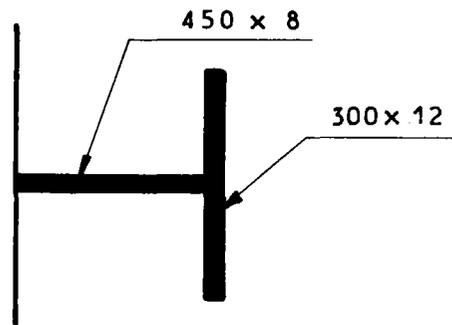
$$J_1 = \frac{e b_1^3}{3}$$

$$\Omega_1 = e b_1$$

d'où

$$b_1 \geq 0,071 b \text{ (condition portant sur } J_1)$$

$$\geq 0,17 b \text{ (condition portant sur } \Omega_1)$$



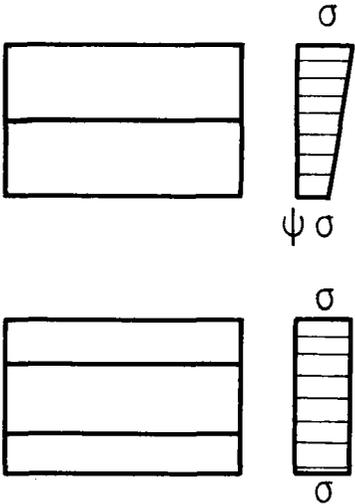
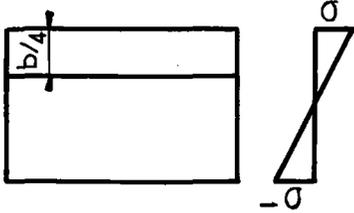
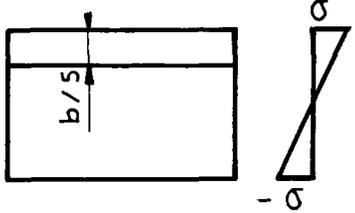
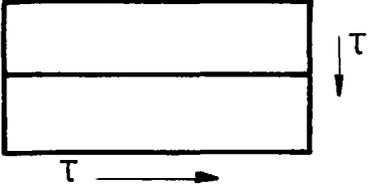
On peut donc conclure que la condition δ minimum est prépondérante pour la détermination du raidisseur principal.

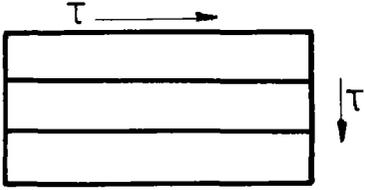
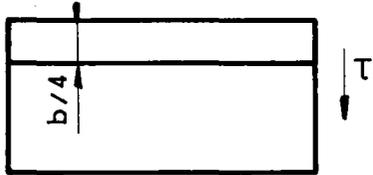
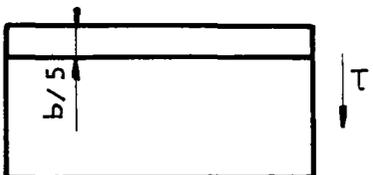
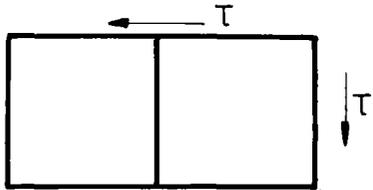
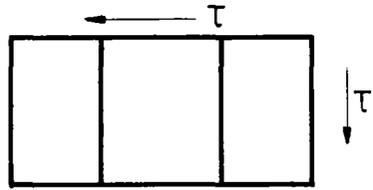
7,22. - Raidisseurs rigides

Avant de traiter le raidissage dans cette hypothèse, il est utile de préciser les coefficients k_σ et k_γ dans les cas élémentaires de sollicitations.

	Sollicitations			Coefficients K_{σ} et K_{τ}
$0 \leq \psi \leq 1$		$\sigma_k = K_{\sigma} \sigma_c$	$\alpha \geq 1$ $\alpha < 1$	$K_{\sigma} = \frac{8,4}{\psi + 1,1}$ $K_{\sigma} = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 \frac{2,1}{\psi + 1,1}$
$-1 \leq \psi \leq 0$		$\sigma_k = K_{\sigma} \sigma_c$		$K_{\sigma} = (1 + \psi) k_{\sigma} \quad (\psi = 0)$ $- \psi k_{\sigma} \quad (\psi = -1)$ $+ 10 \psi (1 + \psi)$
$\psi = -1$ $\psi \leq -1$		$\sigma_k = K_{\sigma} \sigma_c$	$\alpha \geq \frac{2}{3}$ $\alpha < \frac{2}{3}$	$K_{\sigma} = 23,9$ $K_{\sigma} = 15,87 + \frac{1,87}{\alpha^2} + 8,6 \alpha^2$
Cisaillement		$\tau_k = K_{\tau} \sigma_c$	$\alpha \geq 1$ $\alpha < 1$	$K_{\tau} = 5,34 + \frac{4}{\alpha^2}$ $K_{\tau} = 4 + \frac{5,34}{\alpha^2}$

Par ailleurs, il convient de préciser les valeurs de γ^* pour différents cas de sollicitations et de raidissage δ .

	$\alpha < \sqrt{8(1+2\delta)-1}$ $\gamma^* = (0,53 + 0,47 \psi) \left[\frac{\alpha^2}{2} [16(1+2\delta)-2] - \frac{\alpha^4}{2} + \frac{1+2\delta}{2} \right]$ $\alpha > \sqrt{8(1+2\delta)-1}$ $\gamma^* = (0,53 + 0,47 \psi) \left[\frac{1}{2} [8(1+2\delta)-1]^2 + \frac{1+2\delta}{2} \right]$ $\alpha < \sqrt{18(1+3\delta)-1} \quad \gamma^* = \frac{\alpha^2}{3} [36(1+3\delta)-2] - \frac{\alpha^4}{3} + \frac{1+3\delta}{3}$ $\alpha > \sqrt{18(1+3\delta)-1} \quad \gamma^* = \frac{1}{3} [18(1+3\delta)-1]^2 + \frac{1+3\delta}{3}$
	$2 > \alpha > 0,5 \quad \gamma^* = (3 + 130 \delta) \alpha + 5 - 90 \delta$
	$0,7 < \alpha < 2 \quad \gamma^* = (114 \delta + 23) (\alpha - 0,7) + 10$ $\gamma^* < 40 + 150 \delta$
	$0,5 \leq \alpha \leq 2 \quad \gamma^* = 160 \alpha - 100$

	$0,66 \leq \alpha \leq 4 \quad \gamma^* = +160 \alpha - 100$
	$0,7 \leq \alpha \leq 2 \quad \gamma^* = 26 \alpha - 22$
	$0,7 \leq \alpha \leq 4 \quad \gamma^* = -18 + 23 \alpha$
	$0,7 \leq \alpha \leq 2 \quad \gamma^* = \frac{150}{\alpha} - 100$
	$0,7 \leq \alpha \leq 2,5 \quad \gamma^* = -120 + \frac{180}{\alpha}$

Ces tableaux peuvent être complétés en utilisant les abaques de MM. Kloppel et Sheer.

Exemple d'application :

① soit le panneau

$$a = 3 \text{ m}$$

$$b = 2 \text{ m.}$$

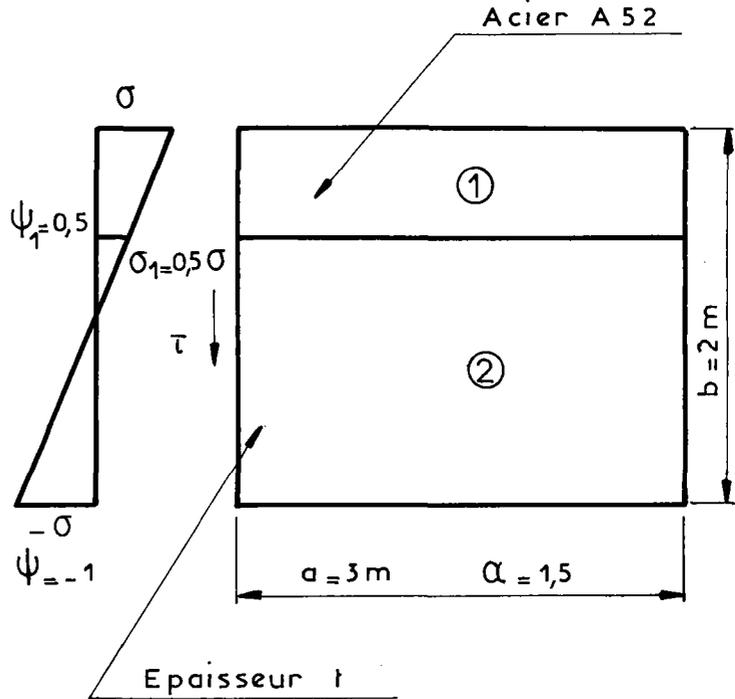
raidi au 1/4 de la hauteur soumis à des contraintes de flexion

$$\sigma = 27 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\psi = -1$$

et on admet que la contrainte moyenne de cisaillement peut être prise égale à 9 kgf/mm².

Le problème consiste à déterminer l'élancement $\frac{b}{t}$ de la tôle.



La stabilité du panneau élémentaire 1 est vérifiée par l'inégalité

$$\left(\frac{\sigma}{K_{\sigma_1} \sigma_{c1}} \right)^2 + \left(\frac{\tau}{K_{\tau_1} \sigma_{c1}} \right)^2 \leq 1$$

$$\text{avec } K_{\sigma_1} = \frac{8,4}{\psi_1 + 1,1} = \frac{8,4}{0,5 + 1,1} = 5,2$$

$$K_{\tau_1} = 5,34 + \frac{4}{\alpha_1^2} = 5,34 + \frac{4}{6^2} = 5,45$$

$$\sigma_{c1} = 1,898 \left(\frac{100 \text{ t}}{b} \right)^2 \times 16$$

$$\text{d'où } \left(\frac{27}{5,20 \sigma_{c1}} \right)^2 + \left(\frac{9}{5,45 \sigma_{c1}} \right)^2 \leq 1$$

$$\text{il vient } 5,46 \leq \sigma_{c1} \text{ d'où } \frac{b}{t} \leq 234$$

La stabilité du panneau élémentaire n° 2 est vérifiée par l'inégalité

$$\left(\frac{\sigma_1}{K_{\sigma_2} \sigma_{c2}} \right)^2 + \left(\frac{\tau}{K_{\tau_2} \sigma_{c2}} \right)^2 \leq 1$$

$$K_{\sigma_2} = 23,9$$

$$K_{\tau_2} = 5,34 + \frac{4}{\alpha_2^2}$$

$$= 5,34 + \frac{4}{(2)^2} = 6,34$$

$$\sigma_{c2} = 1,898 \left(\frac{100 \text{ t}}{b} \right)^2 \times 1,332$$

$$d'o\grave{u} \left(\frac{13,5}{23,9 \times \sigma_{c2}} \right)^2 + \left(\frac{9}{6,34 \sigma_{c2}} \right)^2 \leq 1$$

$$1,52 \leq \sigma_{c2} \text{ et par cons\^equent } \frac{b}{t} \leq 148$$

- On adopte donc comme \^elancement $\frac{b}{t} \leq 148$

d'o\grave{u} $t = 16 \text{ mm}$

- Le raidisseur longitudinal est tel que

$$\gamma^*_{\sigma} = (3 + 130 \delta) \alpha + 5 - 90 \delta$$

$$\gamma^*_{\tau} = 26 \alpha - 22 = 17$$

On doit prendre $\gamma > 1,33 \gamma^*_{\sigma}$ ou $1,33 \gamma^*_{\tau}$

avec un plat de 180/10 $\delta = \frac{18}{320} = 0,05$

$$\gamma^*_{\sigma} = 14,75$$

$$\gamma \geq 1,33 \gamma^*_{\tau} = 22,6 \text{ et } J \leq 0,092 b t^3 \gamma$$

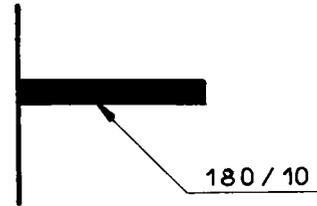
$$J = \frac{18^3}{3} = 1944 \text{ cm}^4$$

$$0,092 b t^3 \gamma = 0,092 \times 200 \times 1,6^3 \times 28 = 1703 \text{ cm}^4$$

le raidisseur convient donc.

$$\text{Finalement } J = 1944 \text{ cm}^4$$

$$\text{et } t = 16 \text{ mm } \frac{b}{t} = 148$$



② Soit le panneau de dimensions :

$$a = 2 \text{ m}$$

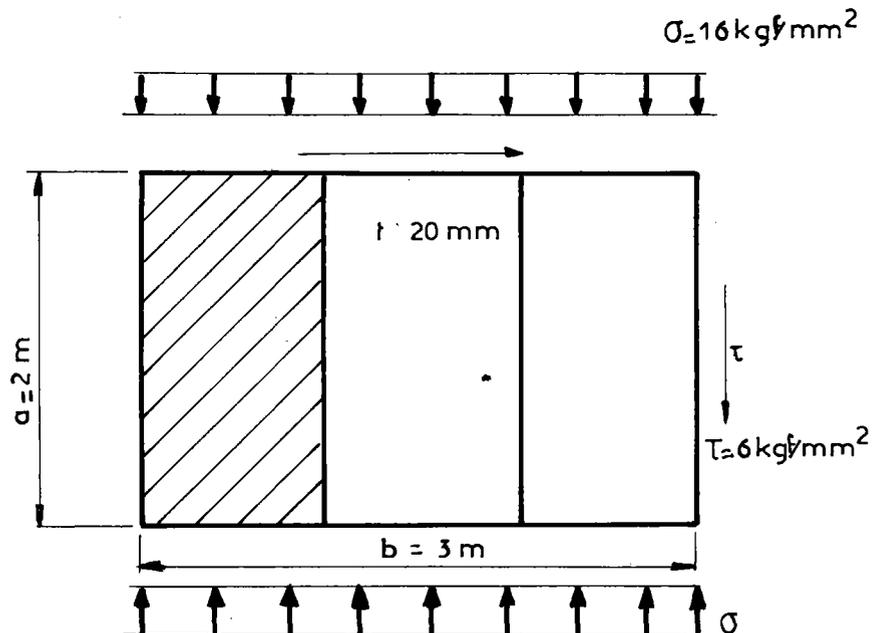
$$b = 3 \text{ m}$$

$$\alpha = 0,66$$

soumis \^a une contrainte de compression uniforme $\sigma = 16 \text{ kgf/mm}^2$ et \^a une contrainte de cisaillement $\tau = 6 \text{ kgf/mm}^2$

La stabilit\^e du panneau \^el\^ementaire (1) est assur\^ee si l'in\^egalit\^e suivante est r\^ealis\^ee

$$\left(\frac{1,8 \sigma}{K \sigma_1 \sigma_{c1}} \right)^2 + \left(\frac{\tau}{K \gamma_1 \sigma_{c1}} \right)^2 \leq 1$$



$$\text{avec } K_{\sigma 1} = \frac{8,4}{\psi + 1,1} = \frac{8,4}{2,1} = 4$$

$$\alpha_1 = 2 \quad K_{\chi 1} = 5,34 + \frac{4}{\alpha^2} = 5,34 + \frac{4}{4} = 6,34$$

$$b_1 = 1 \text{ m.}$$

$$\sigma_{c1} = 1,898 \times \left(\frac{100 \text{ t}}{b_1} \right)^2 = 1,898 \times \left(\frac{100 \times 2}{100} \right)^2 = 7,6 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\text{d'où} \quad \left(\frac{1,8 \sigma}{K_{\sigma 1} \sigma_{c1}} \right)^2 + \left(\frac{\chi}{K_{\chi 1} \sigma_{c1}} \right)^2 = \left(\frac{1,8 \times 16}{4 \times 7,6} \right)^2 + \left(\frac{6}{6,34 \times 7,6} \right)^2 = 0,892 + 0,015 \leq 1$$

Les raidisseurs doivent avoir une inertie relative χ telle que :

$$\chi \geq 1,33 \chi^*_{\sigma} \text{ ou } 1,33 \chi^*_{\chi}$$

$$\text{avec} \quad \chi^*_{\sigma} = \frac{\alpha^2}{3} \left[36 (1 + 3 \delta) - 2 \right] - \frac{\alpha^4}{3} + \frac{1 + 3 \delta}{3}$$

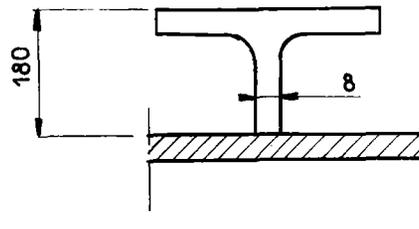
$$0,66 < \sqrt{18 (1 + 3 \delta) - 1}$$

$$\text{et} \quad \chi^*_{\chi} = -100 + 160 \alpha \approx 0$$

Si l'on prend un $\frac{1}{2}$ IPE 360 comme raidisseur

$$J = 8640 \text{ cm}^4 \text{ et } \Omega = 36,3 \text{ cm}^2$$

$$\text{d'où} \quad \delta = \frac{\Omega}{bt} = \frac{36,3}{600} \approx 0,06$$



$$\chi^*_{\sigma} = \frac{0,66^2}{3} \left[36 (1 + 3 \times 0,06) - 2 \right] - \frac{0,66^4}{3} + \frac{1 + 3 \times 0,06}{3}$$

$$\chi^*_{\sigma} = 6,2$$

On prendra donc $\chi \geq 1,33 \times \chi^*_{\sigma} = 8,25$

$$\text{et} \quad J \geq 0,092 bt^3 \chi = 1820 \text{ cm}^4$$

Le profilé choisi convient donc.

7,23. - Raidisseurs souples

Il n'est plus possible de donner un tableau fixant les valeurs de K_σ et K_τ . Nous renvoyons le lecteur aux abaques de MM. Kloppel et Sheer "Beul werte ausgesteifter Rechteckplatten" *.

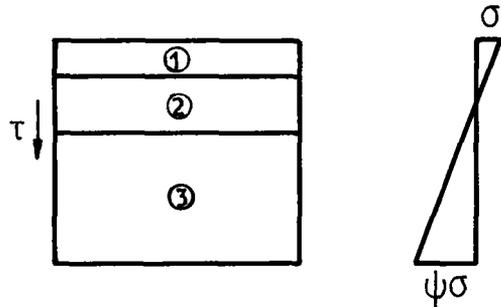
Le principe de la méthode est le suivant.

Le projeteur choisit $K_\sigma(\psi, \alpha, \gamma, \delta)$ et $K_\tau(\psi, \alpha, \gamma, \delta)$ de telle façon que l'inégalité suivante soit réalisée.

$$\left(\frac{S_\sigma \sigma}{K_\sigma \sigma_c}\right)^2 + \left(\frac{1,4 \tau}{K_\tau \sigma_c}\right)^2 \leq 1$$

avec $S_\sigma = 1,8$ Si $0 \leq \psi \leq 1$
 $S_\sigma = 1,8 - 0,8 \psi^2$ Si $-1 \leq \psi \leq 0$
 $S_\sigma = 1$ Si $\psi \leq -1$

Il convient ensuite de vérifier éventuellement la stabilité des panneaux élémentaires ① ② ③ S_σ ayant la même valeur que ci-dessus.



Exemple :

- Soit un panneau de dimensions :
 $a = 4,50 \text{ m}$
 $b = 4 \text{ m}$
 $\alpha = 1,125$

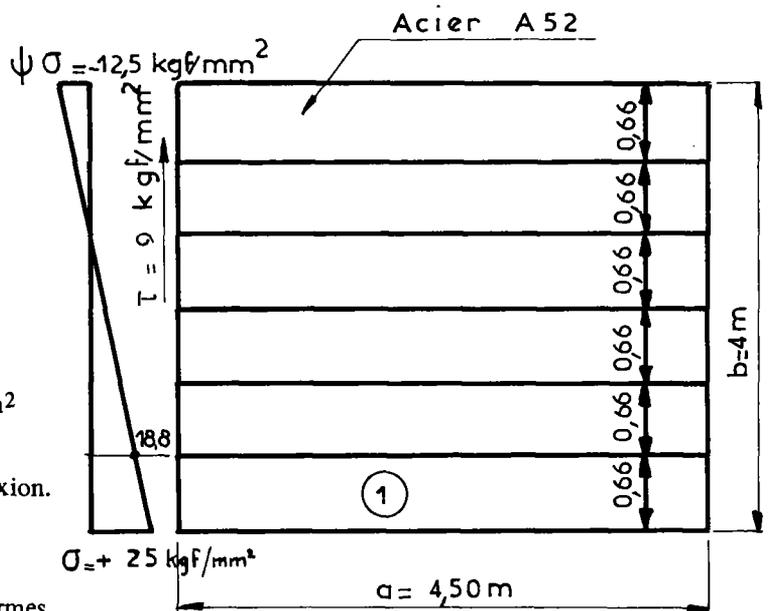
d'épaisseur $t = 16 \frac{b}{t} = 250$
 et $\sigma_c = 1,898 \left(\frac{100 t}{b}\right)^2 = 0,3037 \text{ kgf/mm}^2$

Ce panneau est soumis à des contraintes de flexion.

$\sigma = 25 \text{ kgf/mm}^2$
 $\sigma \psi = 12,5 \text{ kgf/mm}^2$

et à des contraintes de cisaillement uniformes

$\tau = 9 \text{ kgf/mm}^2$



On se propose d'étudier un raidissage constitué par 5 raidisseurs en tôle de 200/12 ($J = 3200 \text{ cm}^4$).

Le panneau est caractérisé par :

$$n \gamma = \frac{n J}{0,092 \times b t^3} = \frac{5 \times 3200}{0,092 \times 400 \times 1,6^3} = 106$$

$$n \delta = \frac{n \Omega}{b t} = \frac{5 \times 24}{400 \times 1,6} = 0,187 \approx 0,2$$

* Ce document a été complété par un Tome II mis au point par MM. Kloppel et Moller. L'éditeur de ces documents est Wilhem Ernst und Sohn à Berlin ou Munich.

En utilisant les abaques de MM. Kloppel et Sheer (abaques n° 1 et 2), on a :

$$K_{\sigma} = 143$$

$$K_{\gamma} = 104$$

La stabilité du panneau est vérifiée si

$$\left(\frac{S_{\sigma} \sigma}{K_{\sigma} \sigma_c} \right)^2 + \left(\frac{1,4 \gamma}{K_{\gamma} \sigma_c} \right)^2 \leq 1$$

$$\text{avec } = 1,8 - 0,8 \times 0,5^2 = 1,6$$

$$\frac{S_{\sigma} \sigma}{K_{\sigma} \sigma_c} = \frac{1,6 \times 25}{143 \times 0,3037} = 0,921$$

$$\frac{1,4 \gamma}{K_{\gamma} \sigma_c} = \frac{1,4 \times 9}{104 \times 0,3037} = 0,398$$

$$\text{or } 0,921^2 + 0,398^2 = 1$$

La stabilité du panneau élémentaire (1) est vérifiée

$$\text{si } \left(\frac{1,6 \sigma}{K_{\sigma 1} \sigma_{c1}} \right)^2 + \left(\frac{1,4 \gamma}{K_{\gamma 1} \sigma_{c1}} \right)^2 \leq 1 \quad \sigma_{c1} = 36 \sigma_c = 10,93 \quad K_{\gamma} = 5,45 \quad \psi = 0,75$$

$$K_{\sigma 1} = \frac{8,4}{\psi_1 + 1,1} = 4,54$$

$$\frac{1,6 \sigma}{K_{\sigma 1} \sigma_{c1}} = \frac{1,6 \times 25}{4,54 \times 10,93} = 0,806 \quad \frac{1,4 \gamma}{K_{\gamma} \sigma_{c1}} = \frac{1,4 \times 9}{5,45 \times 10,93} = 0,210$$

$$0,806^2 + 0,21^2 = 0,693 < 1$$

(2) Soit un panneau faisant partie d'une tôle de fond de caisson, telle que

$$a = 4,50$$

$$b = 6 \text{ m}$$

$$\alpha = 0,75$$

uniformément comprimée (taux de compression σ) et non cisailée.

On se propose d'étudier le taux de travail σ admissible, compte tenu de l'épaisseur t choisie et du raidissage adopté.

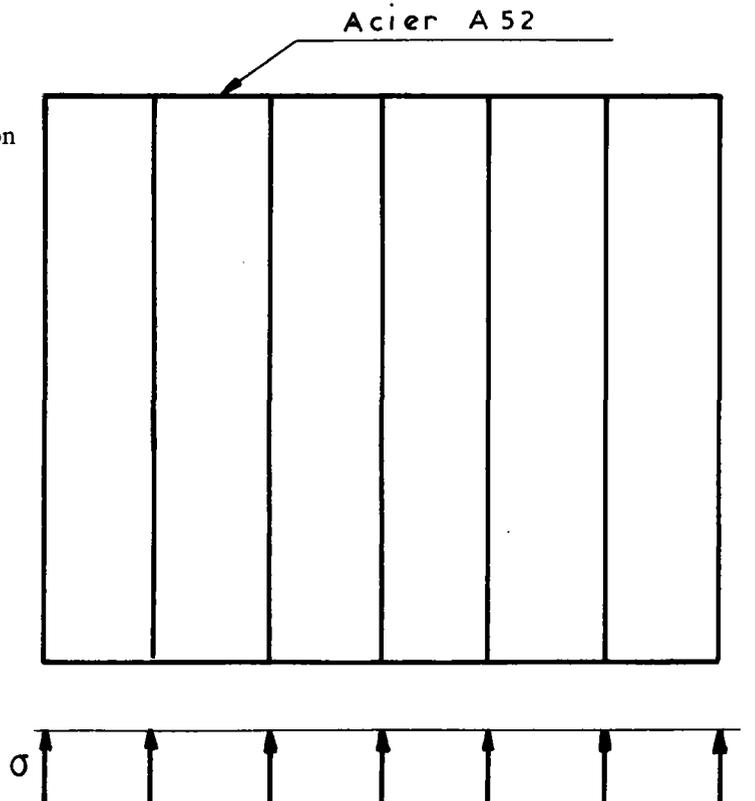
On doit avoir

$$\frac{1,8 \sigma}{K_{\sigma} \sigma_c} \leq 1$$

$$\text{ou } \sigma \leq \frac{K_{\sigma} \sigma_c}{1,8} \quad (1)$$

$$\leq 1,054 \left(\frac{100 t}{b} \right)^2 \times K_{\sigma}$$

$$K_{\sigma} \text{ est fonction du paramètre } n \gamma = \frac{n J}{0,092 \text{ bt}^3}$$



Il est donc possible de tracer à l'aide de l'abaque n° 1 (hypothèse dans laquelle $\delta = 0,2$) les courbes $\sigma = \sigma(K, \gamma)$

La stabilité de chaque panneau élémentaire est assurée si

$$\frac{1,8 \sigma}{K_{\sigma_1} \sigma_{c_1}} \leq 1 \quad \text{où} \quad \sigma \leq \frac{K_{\sigma_1} \sigma_{c_1}}{1,8} \quad (2)$$

$$K_{\sigma_1} = 4 \quad \sigma_{c_1} = 1,898 \left(\frac{100 t}{b} \right)^2 \times (n + 1)^2$$

Or, les inégalités (1) et (2) doivent se traduire par

$$\frac{K_{\sigma} \sigma_c}{1,8} \leq K_{\sigma_1} \sigma_{c_1} \quad \text{ou} \quad K_{\sigma} \leq 4(n + 1)^2 \times 1,8$$

Supposons $n = 6$, on obtient la courbe correspondant au paramètre $\gamma = 100$. La contrainte limite σ pour des épaisseurs $t \leq 25$ mm. est inférieure à 27 kgf/mm^2

En conclusion, dans les tôles de fond de caisson, il est en général impossible d'atteindre les limites fixées par l'article 11 en raisons des problèmes de voilement.

③ Soit le panneau

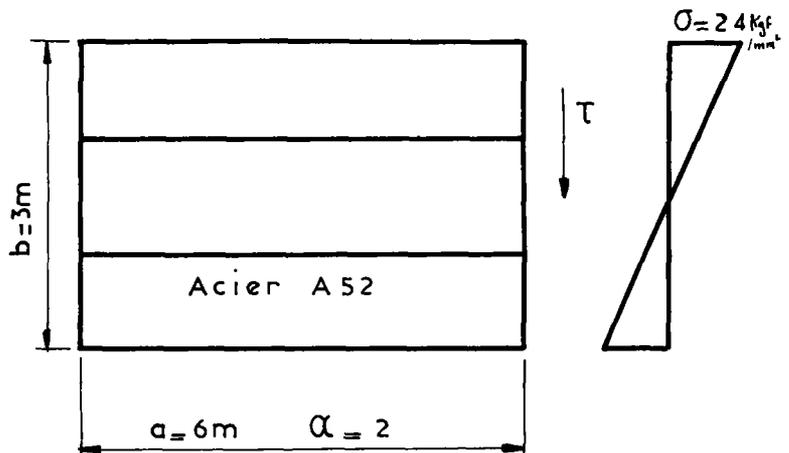
- a = 6 m
- b = 3 m
- $\alpha = 2$
- t = 15 mm

soumis à des contraintes de flexion $\sigma = 24 \text{ kgf/mm}^2$

$$\psi \sigma = -24 \text{ kgf/mm}^2 \quad \psi = -1$$

Le raidissage est réalisé par 2 raidisseurs longitudinaux.

La stabilité du panneau complet est réalisée si



$$\left(\frac{\sigma}{K_{\sigma} \sigma_c} \right)^2 + \left(\frac{1,4 t}{K_{\gamma} \sigma_c} \right)^2 \leq 1$$

$$\text{ou} \quad \left[\frac{24}{K_{\gamma} \times 1,898 \left(\frac{100 t}{b} \right)^2} \right]^2 + \left[\frac{1,4 t}{K_{\gamma} 1,898 \left(\frac{100 t}{b} \right)^2} \right]^2 \leq 1$$

$$\sigma_c = 1,898 \left(\frac{100 t}{b} \right)^2 = 0,474 \text{ kgf/mm}^2$$

La lecture de l'abaque n° 3 montre que K_G atteint au maximum la valeur $K_G = 52,7$

Dans ce cas $\frac{24}{K_G \times 0,474} = 0,96$

et on aura τ maximum par la relation

$$\left(\frac{1,4 \tau}{K_G \times 0,474} \right)^2 = 1 - 0,96^2 = 0,20^2$$

d'où $\tau = \frac{0,20 \times 0,474}{1,4} K_G$

$$\tau = 0,0677 K_G$$

La lecture de l'abaque n° 4 montre que K_G maximum = 49

d'où $\tau = 3,31 \text{ kgf/mm}^2$ avec $\gamma = 240$

– Cet exemple montre que si l'on recherche des contraintes élevées, les raidisseurs employés sont rigides. La méthode des raidisseurs souples n'a plus d'intérêt.

7.24. - Conclusions - Choix de la méthode

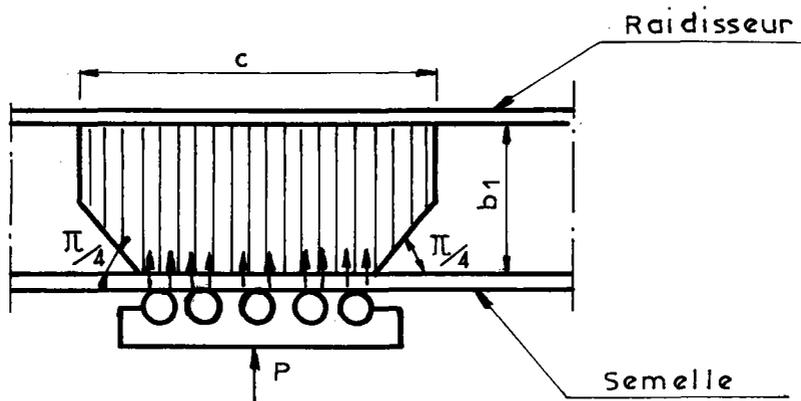
Dans le cas de poutres de faible hauteur $b \leq 3 \text{ m}$ d'élanement faible ($\frac{b}{t}$ de l'ordre de 200) la méthode dite des raidisseurs rigides exposée en 7.22 est à employer. Elle conduit à un raidissage comportant un ou deux longitudinaux.

– Si les panneaux présentent de grande hauteur ($b \geq 3 \text{ m}$) ce qui est le cas de poutres de grande hauteur ou des tôles de fond de caisson, la méthode dite des raidisseurs souples est préférable. Le raidissage qui en résulte sera constitué de nombreux raidisseurs longitudinaux ($n \geq 3$).

– Le projeteur tiendra compte dans le choix des épaisseurs des problèmes de manutention. En règle générale, on évitera des élanements supérieurs à 300.

7.25. - Vérification en cours de montage

Le commentaire de l'article 7 attire l'attention de l'ingénieur sur la nécessité de vérifier l'action des trains de galets au moment du lancement d'un pont.



— On peut admettre que la réaction P apportée par les galets de roulement se diffuse à 45° et que la bande de tôle de largeur c d'épaisseur t et de hauteur b₁ est soumise à un phénomène de flambement.

$$\text{On prend } \sigma_m = \frac{P}{c \times t} \quad \text{et} \quad \sigma_k = \frac{m \pi^2 E t^2}{12 b_1^2}$$

en tenant compte des condition d'encastrement.

Il faut vérifier que $\sigma_m \leq f(\sigma_k)$ f étant la fonction de flambement définie à l'article 13.

Si l'on admet m = 2 (encastrement partiel)

$$\sigma_k = \frac{m \pi^2 E t^2}{12 b_1^2}$$

application t = 10 mm

$$b_1 = 1000 \text{ mm} \quad \text{d'où} \quad \lambda = \frac{2 b_1 \sqrt{3}}{t} = 346,4$$

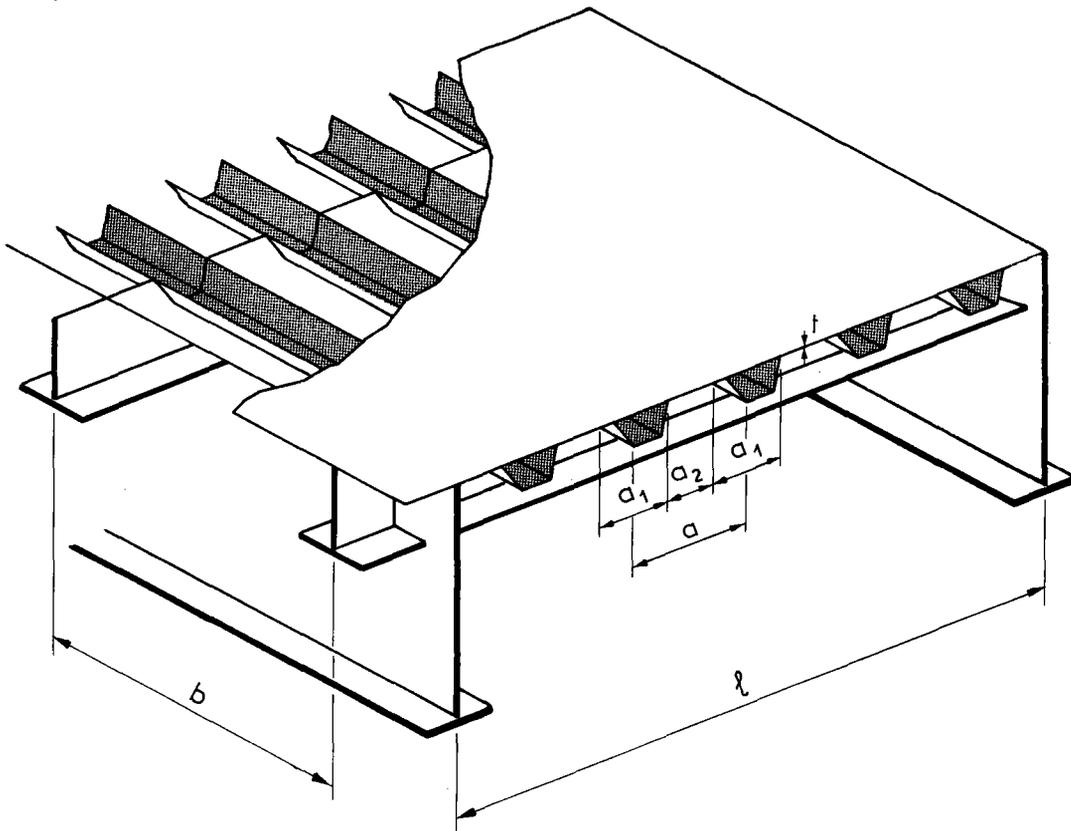
$$\text{on a dans le cas d'un acier A 52} \quad \overline{\sigma_m} \leq \frac{10,353 \times 2}{\left(\frac{\lambda}{100}\right)^2}$$

$$\overline{\sigma_m} \leq 1,74 \text{ kgf/mm}^2.$$

CHAPITRE VIII

DALLES ORTHOTROPES

8.1. - GENERALITES



Les prescriptions de l'article 26 concernent les dalles orthotropes.

Ces platelages sont constitués par une tôle raidie dans un sens par des nervures (équidistantes de a) et constituant la membrure supérieure des poutres. Cette dalle est par ailleurs supportée par des pièces de pont équidistantes de b .

La tôle d'épaisseur t constitue une plaque anisotrope, dont l'inertie dans un sens est celle des nervures et dans l'autre celle de la tôle elle-même. Son rôle est double. Elle doit résister à la flexion générale des poutres en tant que membrure supérieure et à la flexion locale due aux charges localisées provenant des essieux d'un camion par exemple.

Par ailleurs, il convient de contrôler les flèches de la plaque pour éviter des désordres irrémédiables dans le complexe d'étanchéité, notamment. Les essais à rupture des dalles orthotropes montrent que la résistance au poinçonnement est très grande en raison des contraintes de membrane, mais il ne faut pas négliger les problèmes de fatigue qui mettent en cause l'inertie de la dalle.

Toutes ces raisons sont autant de motifs pour fixer une borne inférieure à l'épaisseur de la tôle.

- 12 mm avec nervures fermées
- 14 mm avec nervures ouvertes

dans le cas d'un pont non provisoire. Ce minimum peut être réduit de 2 mm dans le cas d'un viaduc métallique démontable par exemple.

Le problème de dimensionnement de la dalle orthotrope a été traité notamment en Allemagne par les Docteurs Ingénieurs Cornelius, puis Fischer, Giencke, Homberg Pelikan et Esslinger.

Les méthodes développées par Cornelius, Fischer et Homberg négligent les espacements entre pièces de pont ou la rigidité de torsion des nervures. Celle développée par Giencke tient compte de tous ces paramètres et des forces d'entraînement dues à la non coïncidence des centres de gravité de la tôle et des nervures, mais son application est limitée au cas $b \leq 0,5 \ell$. Finalement, la théorie de MM. Pelikan et Esslinger (voir Man Forschungsheft) apparaît comme la plus appropriée et a reçu une confirmation éclatante grâce à de nombreuses réalisations accompagnées de mesures (essais notamment effectués sur le pont d'Eddersheim). Nous allons expliciter cette méthode dans ses principes.

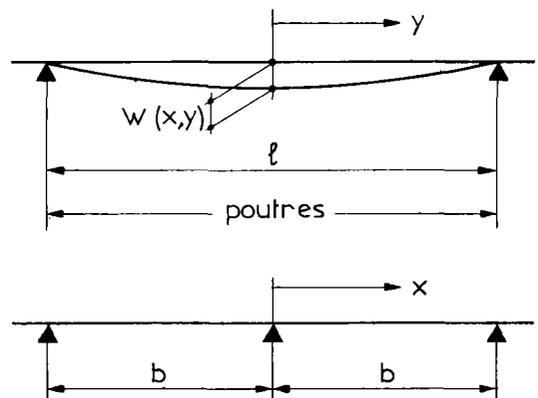
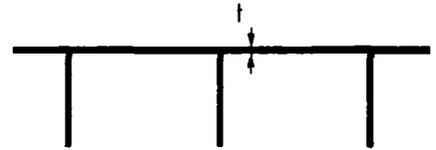
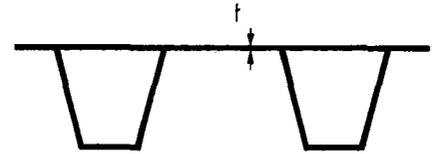
- Dans un premier temps, on suppose que la tôle avec ses nervures repose sur des appuis fixes constitués par des poutres et des pièces de pont.

La flèche de la dalle sous une charge $p(x, y)$ obéit à l'équation

$$2H \frac{\delta^4 w}{\delta_x^2 \delta_y^2} + K_x \frac{\delta^4 w}{\delta_x^4} = p(x, y)$$

car $K_y = 0$

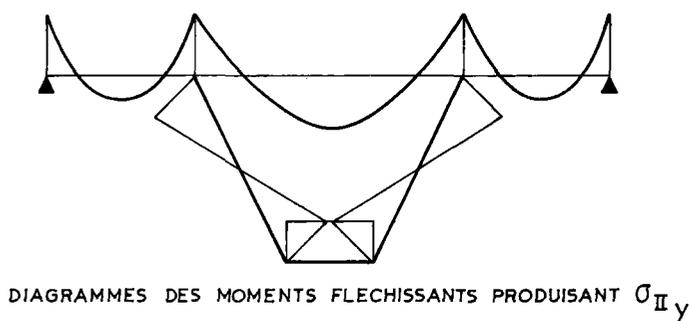
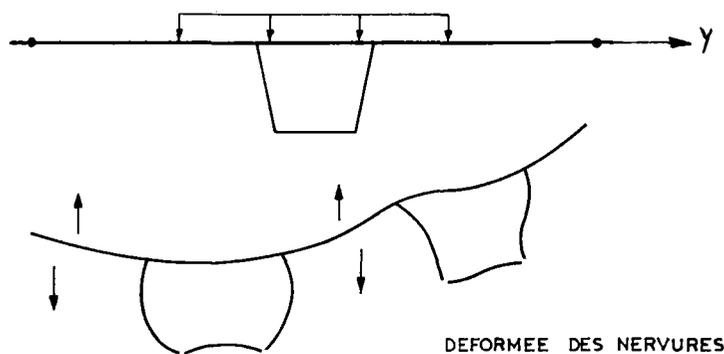
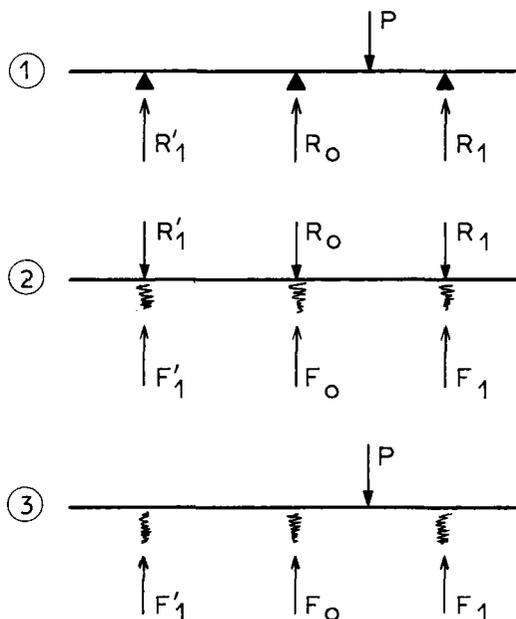
K_x représente la rigidité de flexion des nervures et H la rigidité de torsion des nervures et de la plaque.



La charge $p(x, y)$ est développée en série de Fourier suivant l'axe Ox . Le paramètre l n'entre pas en fait dans les calculs et l'on peut adopter un espacement fictif plus petit pour obtenir une meilleure convergence de la série.

Dans un deuxième temps la charge P est remplacée par le système équivalent de réactions (R_0, R_1, \dots) qui provoquent des réactions (F_1, \dots) dans le système ② sur appuis élastiques. L'addition des systèmes ① + ② conduit au système ③.

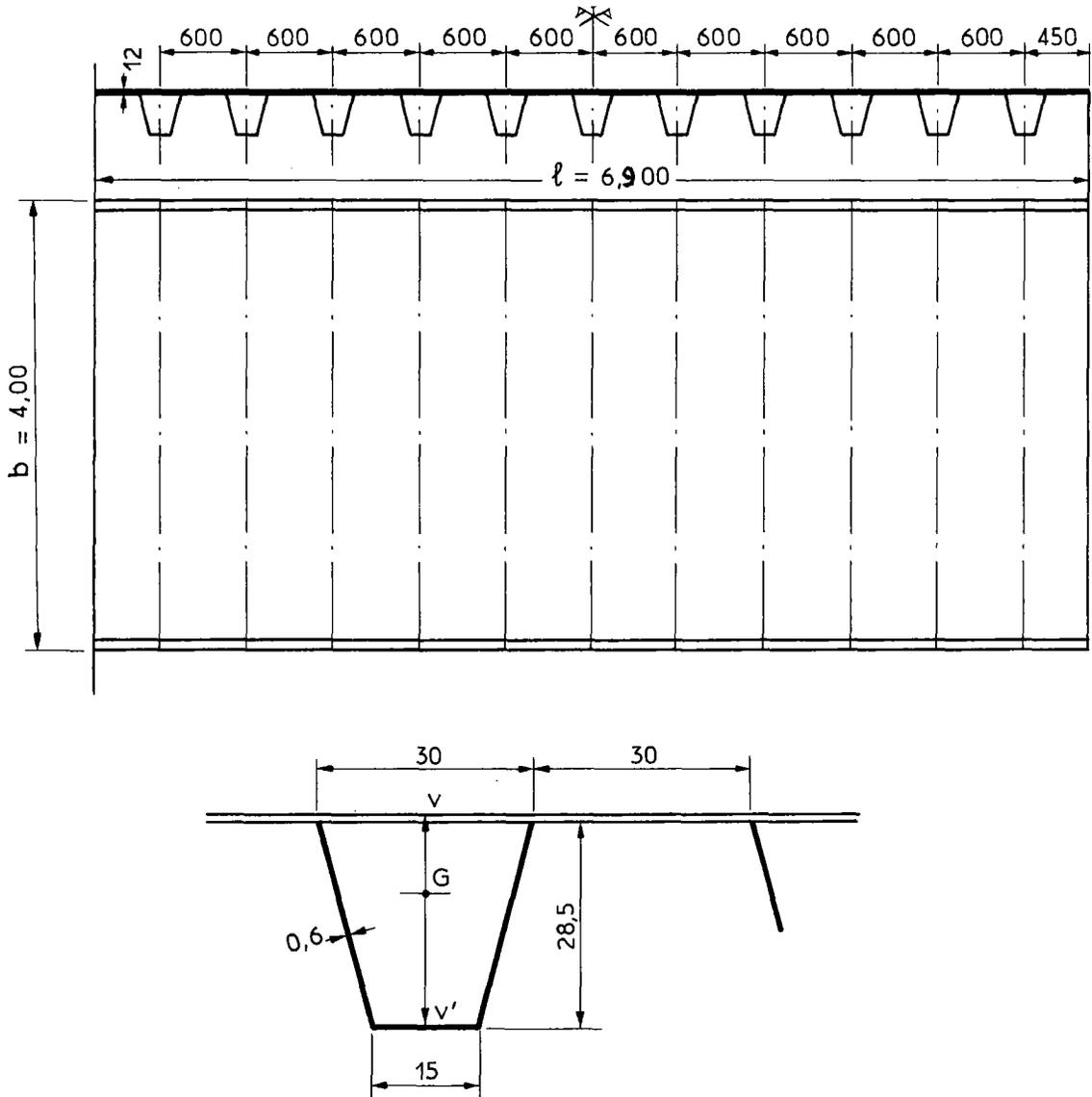
La méthode simplifiée développée dans le commentaire de l'article 26 est une simplification de celle de Pelikan Esslinger, obtenue en n'utilisant aucun calcul de plaques. Elle consiste brièvement à appliquer les surcharges de type A puis de type B et à cumuler leurs effets et à limiter la contrainte à la base des raidisseurs.



Dans la méthode plus élaborée, dite de Pelikan Esslinger, aux contraintes principales σ_{II} dans la plaque dues à la flexion dans le sens des x , on doit ajouter les contraintes secondaires de plaque σ_{yII} dues à une flexion suivant y , résultant de la déformation des nervures elles-mêmes.

$$\sigma_{II} = \sigma_x II + 0,3 \sigma_y II$$

8.2. - EXEMPLE D'APPLICATION



soit une dalle orthotrope à raidisseurs fermés définie sur la figure ci-dessus.

8,21. - Nous allons déterminer les contraintes dans cette dalle suivant la méthode simplifiée

La nervure a une largeur de tôle participante de 60 cm. Elle a les caractéristiques mécaniques suivantes.

inertie	I_N	=	11 872 cm ⁴	$\frac{I_N}{V}$	=	1649 cm ³
aire	Ω	=	11 568 mm ²			
	V	=	7,2 cm	$\frac{I_N}{V'}$	=	527,7 cm ³
	V'	=	22,5 cm			

– Moments et contraintes dans les nervures en travée

Le coefficient de majoration dynamique de la plaque d'après le titre II a pour valeur.

$$\delta = 1 + \frac{0,4}{1 + 0,2 L} + \frac{0,6}{1 + 4 \frac{P}{S}}$$

$$L = 6,90 \quad P = 0,280 \times 6,9^2 = 13,3 \text{ tonnes forces}$$

$$S = 60 \text{ tf}$$

$$\text{d'où} \quad \delta = 1,487$$

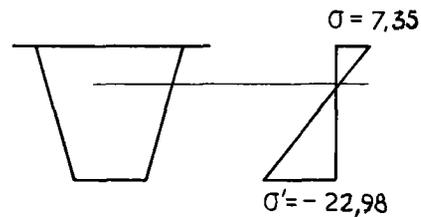
La roue B_r de 10 tonnes donne un moment fléchissant en milieu de travée égal à (voir graphique)

$$M = 0,17 \times b \times P = 0,17 \times 4 \times 1,2 \times 1,487 \times 10 = 12,13 \text{ tm.}$$

d'où les contraintes

$$\sigma = \frac{MV}{I_N} = \frac{12,13 \cdot 10^3}{1649} = 7,35 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\sigma' = \frac{MV'}{I_N} = \frac{12,13 \cdot 10^3}{527,7} = - 22,98 \text{ kgf/mm}^2$$



– Moment et contraintes dans les nervures sur appuis

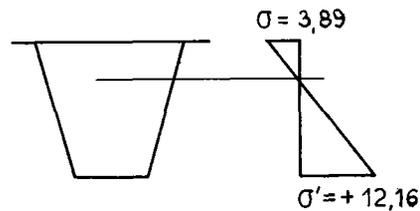
Dans ce cas, le convoi B_c a une action prépondérante (cf graphique in fine)

$$M = 4 (0,055 \times 6 + 0,08 \times 6 + 0,03 \times 3) 1,2 \times 1,487 = 6,42 \text{ tm}$$

d'où les contraintes

$$\sigma = \frac{MV}{I_N} = \frac{6,42 \cdot 10^3}{1649} = - 3,89 \text{ kgf/mm}^2$$

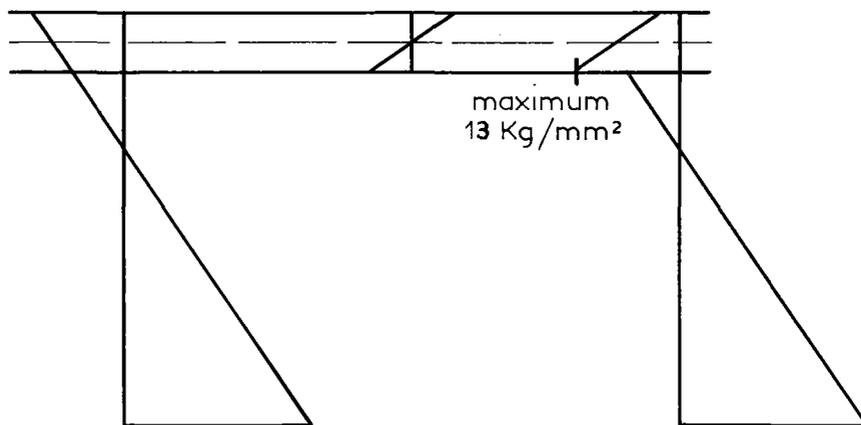
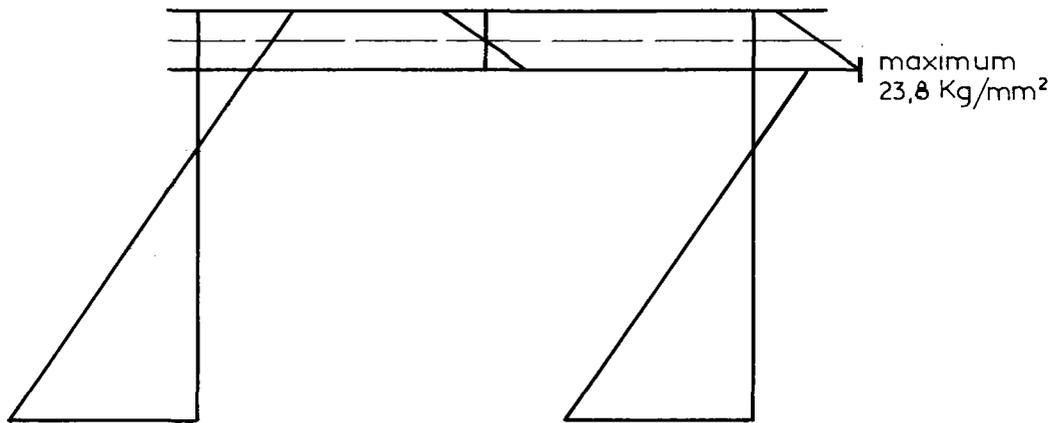
$$\sigma' = \frac{MV'}{I_N} = \frac{6,42 \cdot 10^3}{527,7} = + 12,16 \text{ kgf/mm}^2$$



Les valeurs calculées ci-dessus ne tiennent pas compte de la charge permanente. Mais son effet est négligeable.

Il en résulte que la contrainte maximum en flexion générale peut atteindre à la base de la nervure :

- sous moment fléchissant positif $\sigma = 36 - 12,16 = 23,84 \text{ kgf/mm}^2$
- sous moment fléchissant négatif $\sigma = 36 - 22,98 = 13,02 \text{ kgf/mm}^2$



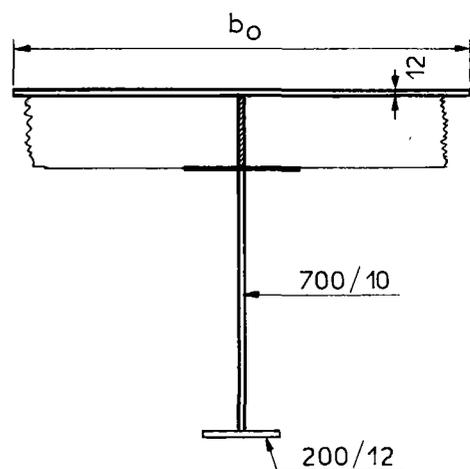
Etude des pièces de pont

La largeur participante de tôle b_0 à prendre en compte pour le calcul des caractéristiques mécaniques de l'entretoise b_0 est égale à :

$$\frac{b_0}{b} = 1,2 - 0,9 \frac{b}{l}$$

d'où

$$b_0 = 400 \left(1,2 - 0,9 \times \frac{400}{690} \right) = 272 \text{ cm.}$$



L'âme est échancrée au droit des raidisseurs. Si l'on évalue les caractéristiques en ce point on a :

$$I\ell = 194.147 \text{ cm}^4 \quad \frac{I\ell}{V} = 19034 \text{ cm}^3$$

$$\frac{I\ell}{V'} = 3121 \text{ cm}^3$$

Le paramètre d'entretoisement des pièces de pont est égal à :

$$\gamma = \frac{\ell^4 I_N}{(a_1 + a_2) b^3 \pi^4 I\ell} = \frac{6,90^4 \times 11872}{0,60 \times 4^3 \times \pi^4 \times 194.147} = 0,0370$$

Il est donc possible de connaître la réaction R_0 supportée par l'entretoise pour une file de roues correspondant à B_c (cf graphique in fine)

$$R_0 = P (2 \times 0,75 + 2 \times 0,55 + 0,13 + 0,06)$$

$$\begin{aligned} \text{avec } P &= 1,2 \times 3 \times 1,487 \\ &= 5,35 \text{ t.f.} \end{aligned}$$

$$\text{d'où } R_0 = 14,9 \text{ tonnes force}$$

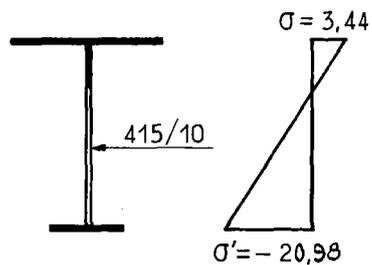
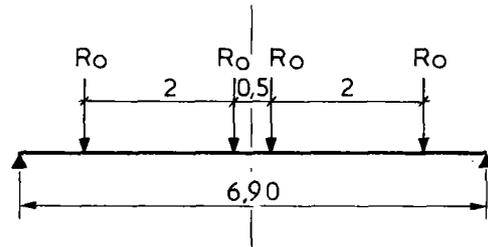
et le moment fléchissant au milieu de la pièce de pont vaut

$$M = 2 R_0 \times \frac{6,90}{2} - R_0 \times 2,25 - R_0 \times 0,25 = 4,40 R_0$$

$$M = 65,5 \text{ t x m}$$

$$\text{d'où } \sigma = \frac{MV}{I\ell} = \frac{65,5 \cdot 10^3}{19034} = 3,44 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\sigma = \frac{MV'}{I\ell} = \frac{65,5 \cdot 10^3}{3121} = 20,98 \text{ kgf/mm}^2$$



Le taux de cisaillement dans l'âme a pour valeur

$$\tau = \frac{2 R_0}{415 \times 10} = 7,18 \text{ kgf/mm}^2$$

8,22. - L'exemple précédent peut être traité par la méthode de Pelikan Esslinger. Nous ne donnons ici à titre de comparaison que les résultats obtenus en tenant compte des déformations transversales des nervures.

– Nervures

Contraintes σ_x				Contraintes σ_y secondaires		Cumul $\sigma_x + 0,3 \sigma_y$	
sur appui		en travée					
tôle	membrure inférieure	tôle	membrure inférieure	tôle	membrure inférieure	tôle	membrure inférieure
- 5,05	18,9	4,5	- 16,85	30,6	- 5,7	13,7	- 18,6

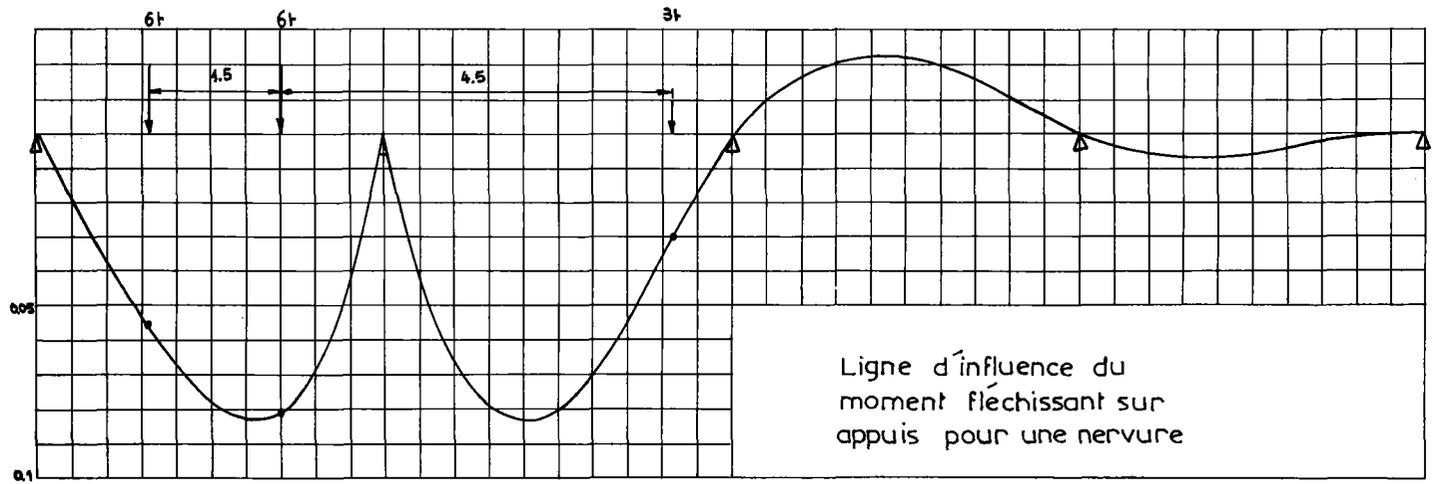
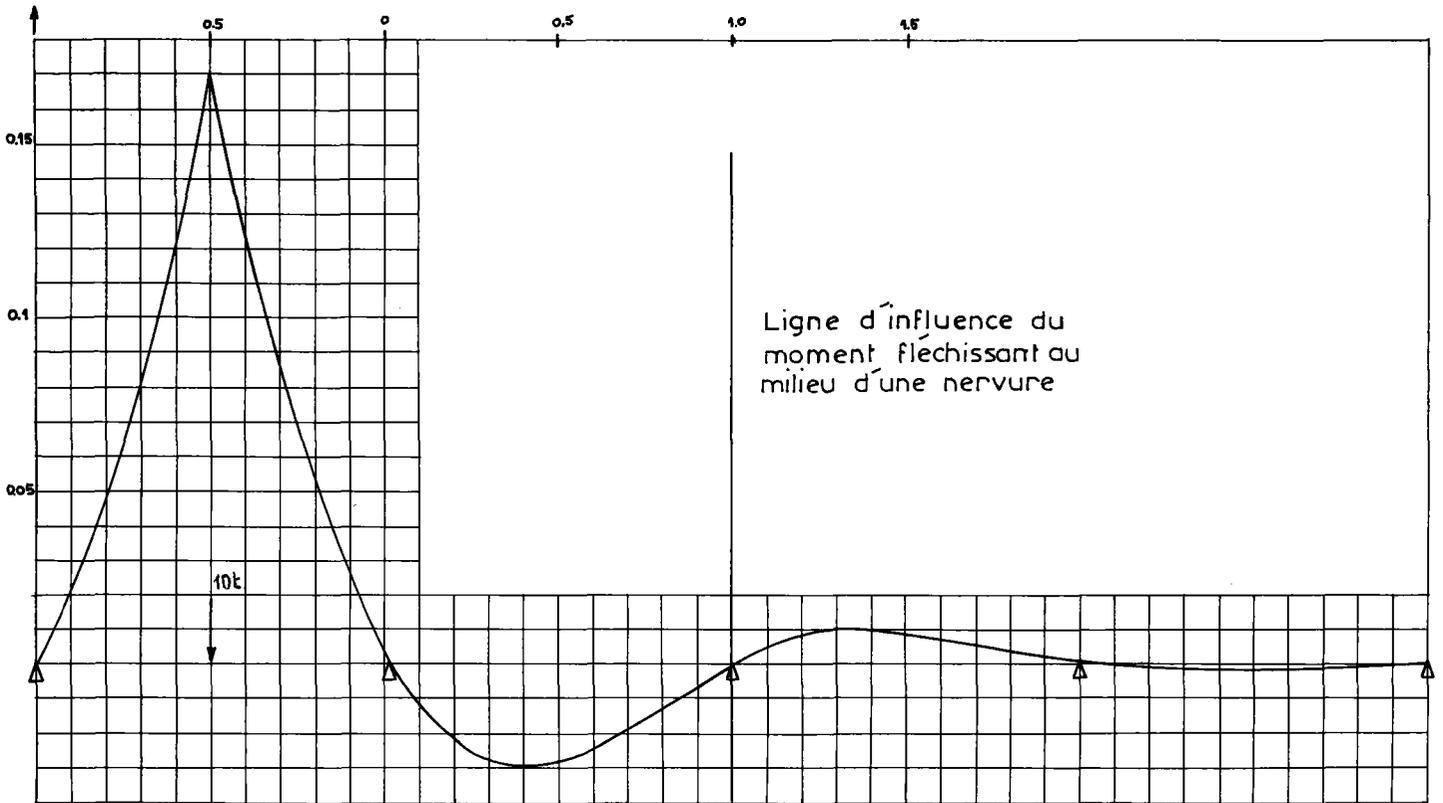
– Pièces de pont

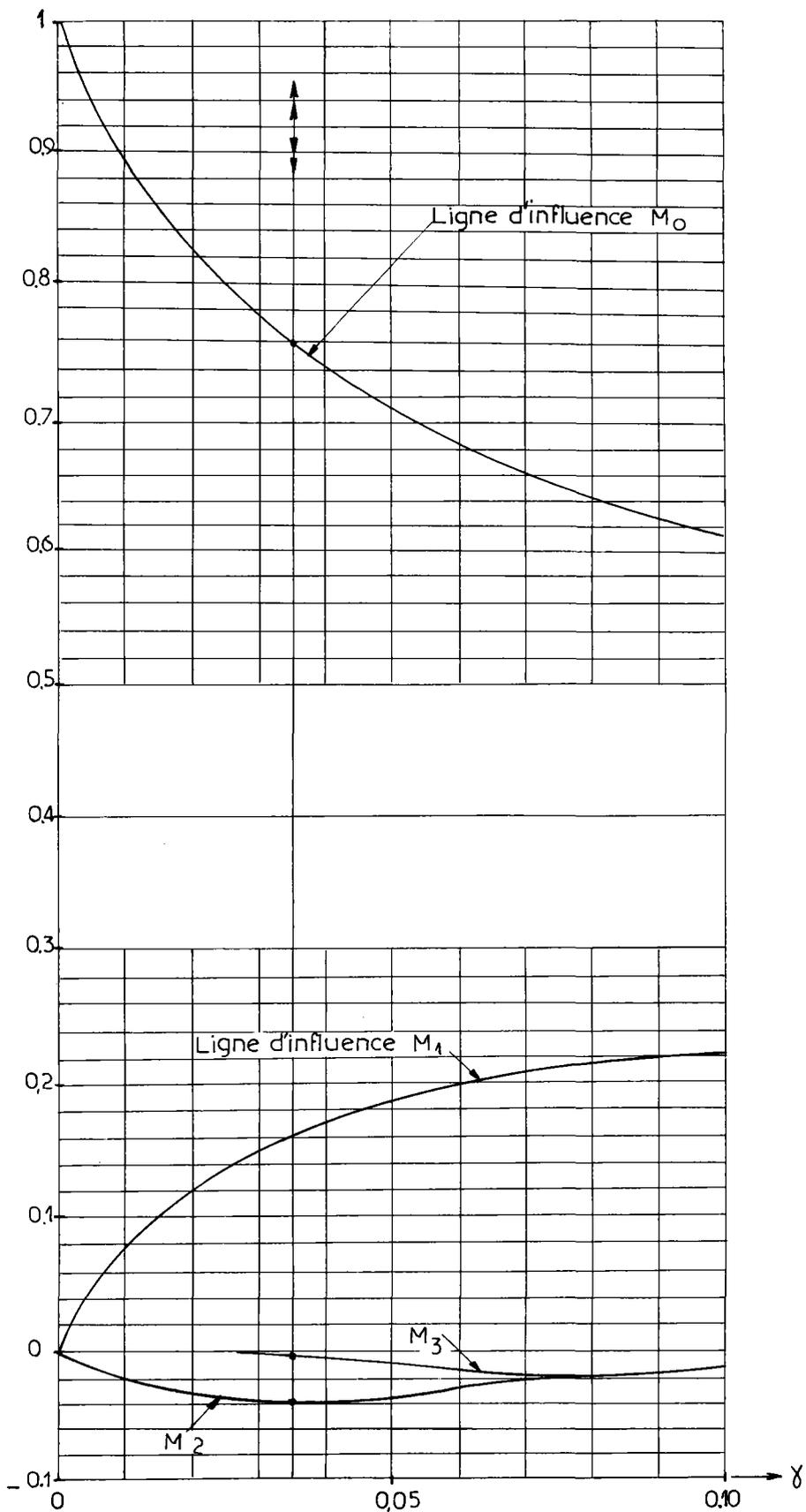
contraintes tôle $\sigma = 4,2 \text{ kgf/mm}^2$

membrure inférieure $\sigma' = 23,8 \text{ kgf/mm}^2$

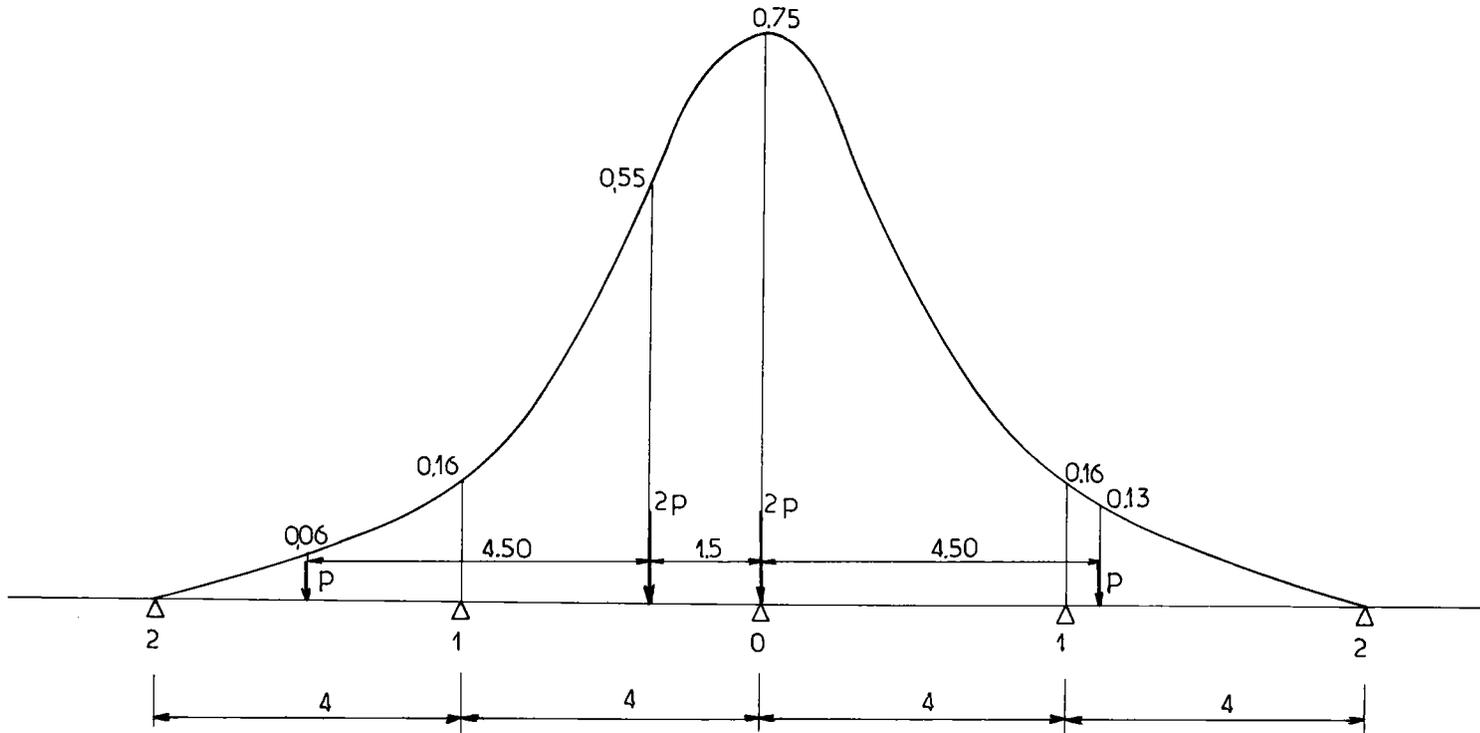
On constate :

- ① que les contraintes dans la tôle sont plus élevées que celles calculées par la méthode simplifiée
- ② que les contraintes à la base de la nervure sont moins élevées que dans la méthode simplifiée (de l'ordre de 30 %).





Ordonnées de la ligne d'influence de la réaction sur l'entretoise O.



Ligne d'influence de la réaction d'appui
au droit de la pièce de pont 0.