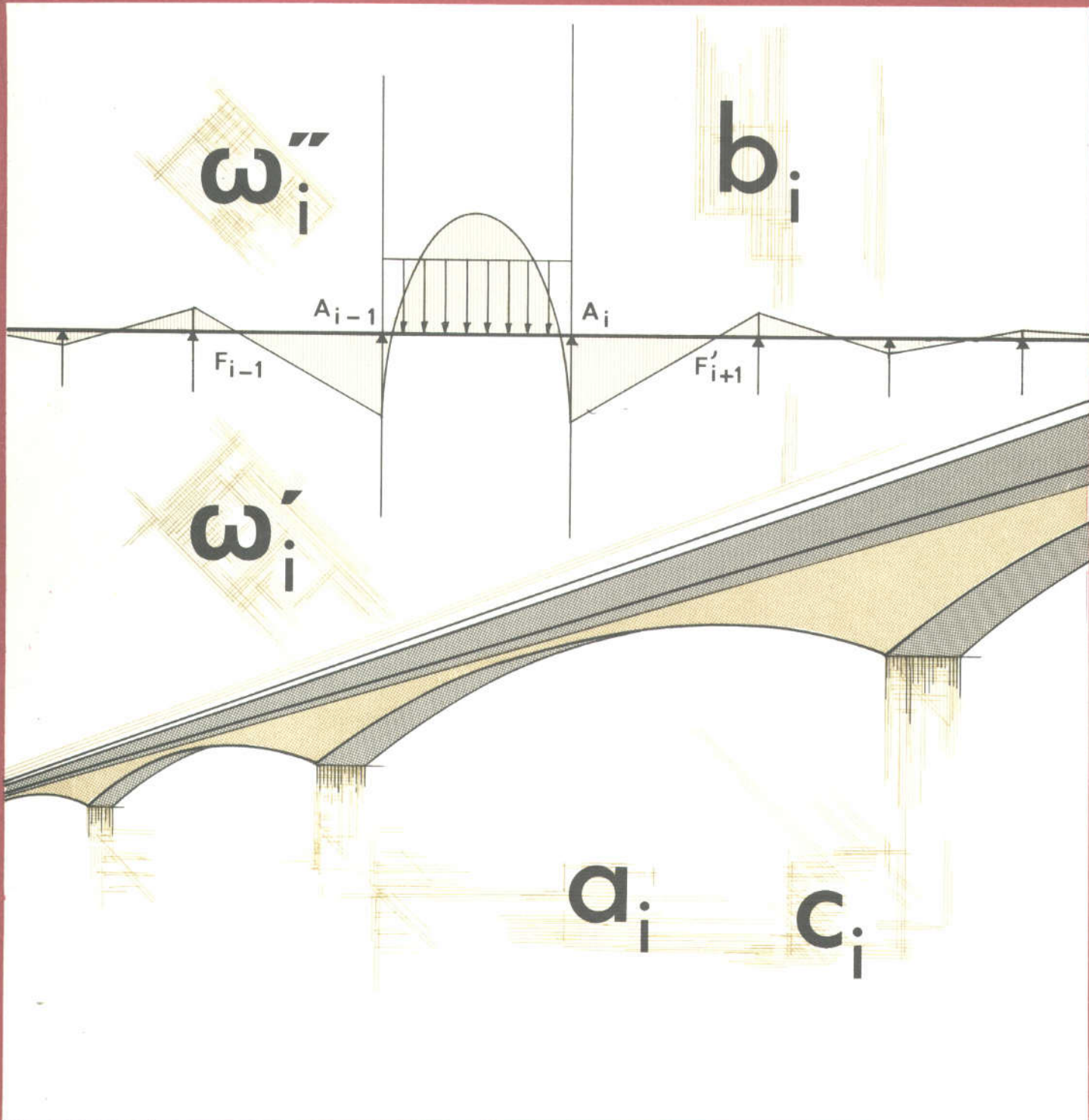


poutres continues de hauteur variable tables numériques

SETRA

DIVISION DES
OUVRAGES D'ART. A



Ministère de l'Équipement et du Logement
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

46, AVENUE ARISTIDE BRIAND - 92-BAGNEUX - TÉL. 655.42.42

POUTRES CONTINUES DE HAUTEUR VARIABLE

**TABLES DE COEFFICIENTS DE SOUPLESSE ET
DE ROTATIONS ISOSTATIQUES D'EXTRÉMITÉ**

par **M. A. MARSAC** Ingénieur des Ponts et Chaussées
à la Division des Ouvrages d'Art A du SETRA.

Octobre 1970

I - INTRODUCTION

Le point de départ des tables qui suivent a été le désir de pouvoir calculer rapidement et exactement l'effet du poids propre dans les poutres continues à intrados parabolique, en béton, coulées sur cintre, ainsi que les efforts tranchants extrêmes, sous charge répartie de densité uniforme disposée entre zéros des lignes d'influence, en d'autres sections que celles sur appuis. Ces objectifs étaient intéressants, parce que le premier calcul, effectué dans chaque cas particulier par intégration numérique, est long et que le second permet de fixer l'épaisseur des âmes des poutres en béton (quand les conditions vis à vis des contraintes de cisaillement l'emportent sur les dispositions constructives) en étudiant les sections situées au quart de la portée qui sont souvent les plus sollicitées à l'effort tranchant. M. J. FAUCHART ayant posé le problème, les programmes ont été écrits avec la collaboration de MM. M. THENOZ et C. BINET.

Les tables permettent donc le calcul des efforts dans les poutres continues de hauteur variable en béton. Pour les poutres continues coulées sur cintre, il s'agit des efforts dus au poids propre, aux superstructures et aux surcharges réparties de densité uniforme (comme A (l) pour les ponts routiers). Pour les poutres construites par encorbellement et rendues continues par clavage, l'effet du poids propre se calculant simplement suivant le schéma isostatique de construction (sous réserve de tenir compte en service de l'adaptation provoquée par les déformations différées du béton), il s'agit des efforts dus aux superstructures et aux surcharges réparties de densité uniforme. Comme ces poutres présentent souvent la particularité d'avoir une partie de hauteur et d'inertie constante à l'extrémité des travées de rive, ce qui donne une meilleure répartition des moments fléchissants et évite le soulèvement de l'appui extrême, le domaine des tables couvre les travées de rive à grand gousset parabolique.

Ainsi les tables ont été calculées pour les poutres en béton, cas où la variation de l'inertie en fonction de la hauteur, dans la loi retenue, est très proche de la variation réelle. Ce n'est en général pas le cas des poutres métalliques en I où l'inertie est adaptée dans chaque section aux moments fléchissants qui la sollicitent. Toutefois, pour les poutres métalliques en caisson et à dalle orthotrope, les règles imposant une épaisseur minimale des tôles conduisent à une loi d'inertie qui est le plus souvent une fonction monotone de la hauteur, ce qui permet d'utiliser éventuellement les tables.

Les tables donnent les coefficients de souplesse a , b , c et les rotations isostatiques d'extrémité ω' et ω'' des travées supposées sur appuis simples pour divers cas de charge. La théorie des foyers permet alors de calculer facilement les valeurs des moments fléchissants sur les appuis intermédiaires, inconnues hyperstatiques de la poutre continue, pour les cas de charge considérés.

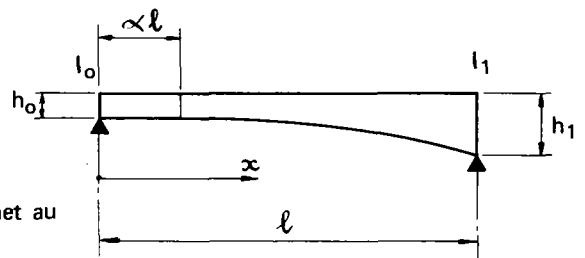
II - DÉFINITION GÉOMÉTRIQUE ET MÉCANIQUE DES TRAVÉES ÉTUDIÉES

II.1. - TRAVÉE DE RIVE

L'extrados est horizontal.

L'intrados est la parabole d'axe vertical ayant son sommet au point d'abscisse $x = \alpha l$. Les cas traités sont :

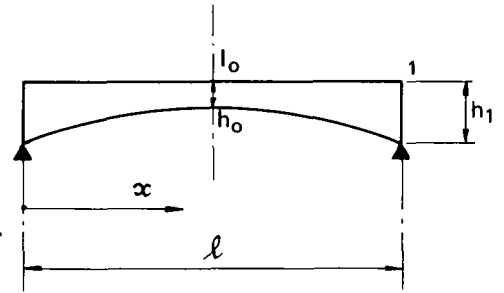
$$\alpha = 0; \quad \alpha = 0,1; \quad \alpha = 0,2; \quad \alpha = 0,3.$$



II.2. - TRAVÉE SYMÉTRIQUE

L'extrados est horizontal.

L'intrados est la parabole d'axe vertical ayant son sommet à la clé.



II.3. - LOI D'INERTIE

La loi de variation de l'inertie en fonction de la hauteur, qui a été retenue, est : $I = \lambda h^{\frac{5}{2}}$

Elle est comprise entre la loi limite $I = \lambda h^2$ et la loi de variation des sections rectangulaires $I = \lambda h^3$, hypothèse des tables de GULDAN. Elle correspond bien aux sections en té et en caisson.

On a donc (avec $K = \frac{h_1}{h_0} - 1$):

$$I(x) = I_0 \left[1 + K \left(\frac{x - \alpha l}{l - \alpha l} \right)^2 \right]^{\frac{5}{2}} \quad \text{dans la travée de rive pour } x \geq \alpha l,$$

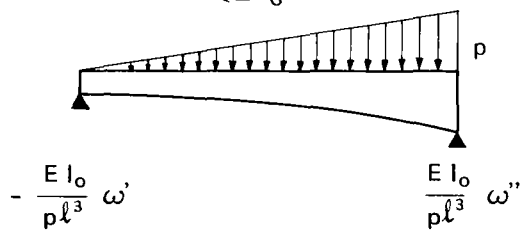
$$I(x) = I_0 \left[1 + K \left(1 - \frac{2x}{l} \right)^2 \right]^{\frac{5}{2}} \quad \text{dans la travée symétrique.}$$

III - CAS DE CHARGE ÉTUDIÉS

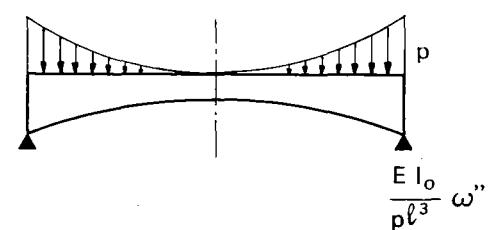
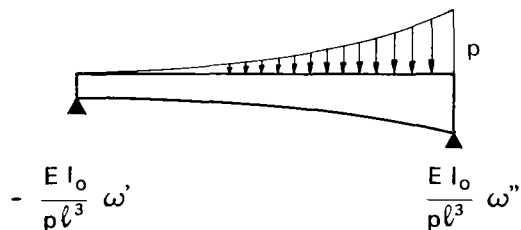
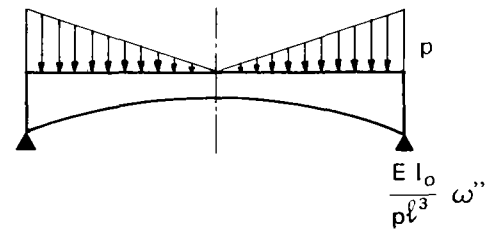
III.1. - EFFET DE CHARGES RÉPARTIES DE DENSITÉ VARIABLE

Travée de rive

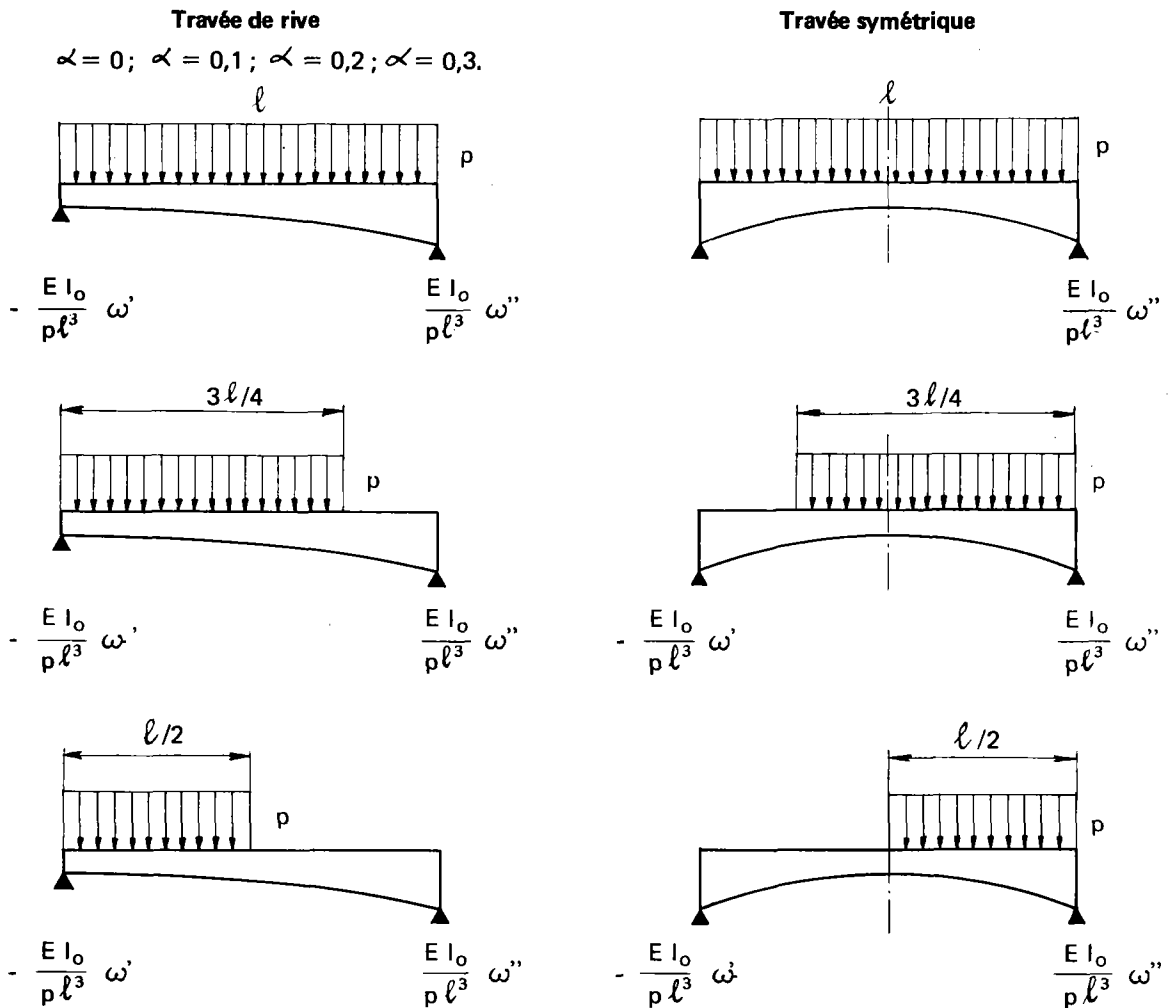
$$\alpha = 0$$



Travée symétrique



III.2. - EFFET DE CHARGES RÉPARTIES DE DENSITÉ UNIFORME



Nota : Les conventions de signe pour les rotations isostatiques d'extrémité ω' et ω'' sont celles du cours de M. J. COURBON.

III.3. - L'effet du poids propre dans une poutre continue en béton, coulée sur cintre et pour laquelle $\alpha = 0$, s'obtient en décomposant la densité de charge représentant le poids du béton en un terme constant, un terme variant linéairement et un terme variant paraboliquement ; les tables donnent les rotations isostatiques d'extrémité pour ces trois cas de charge élémentaires dont il suffit de faire la somme pondérée.

Le cas de charge répartie de densité uniforme sur la travée entière donne d'une part les efforts dus aux superstructures et d'autre part les moments fléchissants extrêmes (en dehors des zones entre appuis intermédiaires et foyers), les réactions d'appui extrêmes et les efforts tranchants extrêmes sur appuis dus aux surcharges réparties de densité uniforme (comme A (l)) pour les ponts routiers).

Les cas de charge répartie de densité uniforme sur une partie de la travée permettent le calcul des efforts tranchants extrêmes et des moments fléchissants concomitants dans les sections situées au quart et à la moitié de la portée.

IV - UTILISATION DES TABLES

Le dégrossissage de l'ouvrage se fait en deux phases.

IV.1. - La poutre continue est définie dans chaque travée par les hauteurs sur appuis intermédiaires h_1 et aux clés ou sur appuis extrêmes h_0 . On interpole alors linéairement entre deux valeurs de K .

IV.2. - Ayant déterminé les sections d'appui et de clé par ce premier calcul et connaissant donc les valeurs de I_1 et de I_0 , l'interpolation linéaire se fait entre deux valeurs de $\frac{I_0}{I_1}$

Si la travée de rive est à grand gousset parabolique, on interpole linéairement entre deux valeurs de α .

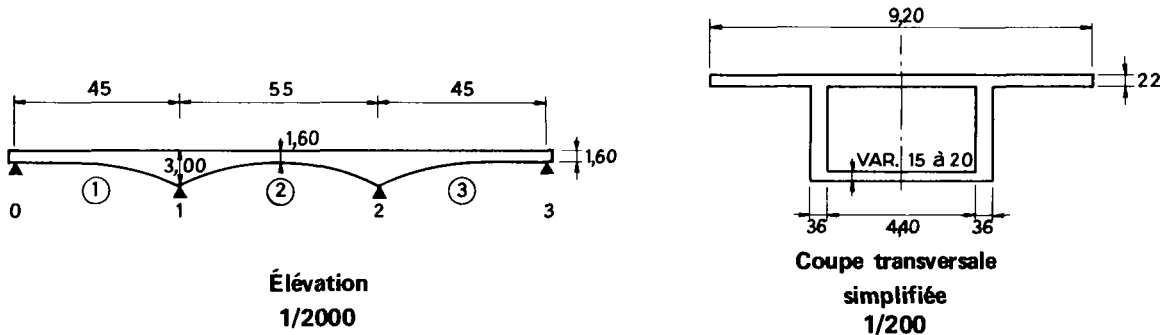
V - CONCLUSION

Ces tables permettent en définitive d'obtenir, par des calculs simples effectués sur machine de bureau ou mieux à l'aide d'un mini-ordinateur tel que l'Olivetti programma 101 et avec une excellente précision pour les poutres en béton, les efforts qui déterminent le dimensionnement d'une poutre continue.

Cela est suffisant au stade de l'avant-projet sommaire et même de l'avant-projet détaillé si l'on évalue la quantité d'acier de précontrainte forfaitairement en kg/m^3 de béton d'après des projets semblables. Si l'on veut faire l'étude du câblage, un programme de calcul d'efforts, où l'on rentre en données les inerties réelles déduites des calculs précédents, donne dès le premier passage les lignes enveloppes définitives.

ANNEXE – EXEMPLE D'UTILISATION DES TABLES

Etudions un ouvrage routier, en béton précontraint, à trois travées de 45, 55 et 45 m de portée, coulé sur cintre. Il porte une chaussée de 7 m et deux trottoirs de 1 m de largeur chacun. Il est constitué d'une poutre continue à intrados parabolique ($\alpha = 0$), dont la hauteur varie de 3 m sur piles à 1,60 m sur culées et à la clé de la travée centrale.



Nous donnons ci-après les calculs concernant les efforts dus au poids propre, aux superstructures et à la surcharge A (ℓ) disposée par travées entières. L'épaisseur des âmes étant fixée à 36 cm pour des raisons constructives, le seul paramètre à déterminer est l'épaisseur du hourdis inférieur.

1 - CALCUL DES COEFFICIENTS DE SOUPLESSE ET DES ROTATIONS ISOSTATIQUES D'EXTRÉMITÉ (unités : la tonne et le mètre).

$$K = \frac{h_1}{h_0} - 1 = 0,875; \text{ soit au dixième de l'intervalle séparant les valeurs } 0,6186 \text{ et } 0,90365 \text{ qui l'encadrent.}$$

1.1. - TRAVÉE DE RIVE ($\alpha = 0$)

Coefficients de souplesse :

$$\frac{E I_0}{\ell_1} b_1 = 0,1015 + 0,1 \times (0,1153 - 0,1015) = 0,1029; E I_0 b_1 = 4,630$$

$$\frac{E I_0}{\ell_1} c_1 = 0,1269 + 0,1 \times (0,1619 - 0,1269) = 0,1304; E I_0 c_1 = 5,868$$

Rotation isostatique d'extrémité sous charge répartie de densité constante sur la travée entière :

$$\frac{E I_0}{p_1 \ell_1^3} \omega''_1 = 0,02133 + 0,1 \times (0,02537 - 0,02133) = 0,02173; E I_0 \omega''_1 = 1980,1 p_1$$

Rotation isostatique d'extrémité sous charge répartie dont la densité varie linéairement :

$$\frac{E I_0}{p_1 \ell_1^3} \omega''_1 = 0,01084 + 0,1 \times (0,01306 - 0,01084) = 0,01106; E I_0 \omega''_1 = 1007,8 p_1$$

Rotation isostatique d'extrémité sous charge répartie dont la densité varie paraboliquement :

$$\frac{E I_0}{p_1 \ell_1^3} \omega''_1 = 0,00654 + 0,1 \times (0,00795 - 0,00654) = 0,00668; E I_0 \omega''_1 = 608,7 p_1$$

1.2. - TRAVÉE SYMÉTRIQUE

Coefficients de souplesse :

$$\frac{E I_0}{l_2} a_2 = 0,1842 + 0,1 \times (0,2119 - 0,1842) = 0,1870; E I_0 a_2 = 10,285$$

$$\frac{E I_0}{l_2} b_2 = 0,1208 + 0,1 \times (0,1310 - 0,1208) = 0,1218; E I_0 b_2 = 6,699$$

Rotation isostatique d'extrémité sous charge répartie de densité constante :

$$\frac{E I_0}{p_2 l_2^3} \omega_2'' = 0,03020 + 0,1 \times (0,03275 - 0,03020) = 0,03046; E I_0 \omega_2'' = 5067,8 p_2$$

Rotation isostatique d'extrémité sous charge répartie dont la densité varie linéairement :

$$\frac{E I_0}{p_2 l_2^3} \omega_2'' = 0,01096 + 0,1 \times (0,01197 - 0,01096) = 0,01106; E I_0 \omega_2'' = 1840,1 p_2$$

Rotation isostatique d'extrémité sous charge répartie dont la densité varie paraboliquement :

$$\frac{E I_0}{p_2 l_2^3} \omega_2'' = 0,00571 + 0,1 \times (0,00627 - 0,00571) = 0,00577; E I_0 \omega_2'' = 960 p_2$$

2 - CALCUL DES RAPPORTS FOCaux DE LA POUTRE CONTINUE

Foyers de gauche :

$$\varphi_1 = 0$$

$$\frac{b_2}{\varphi_2} = a_2 + c_1 - b_1 \varphi_1 = 10,285 + 5,868 = 16,153; \varphi_2 = \frac{6,699}{16,153} = 0,415$$

$$\frac{b_3}{\varphi_3} = a_3 + c_2 - b_2 \varphi_2 = 5,868 + 10,285 - 6,699 \times 0,415 = 13,375; \varphi_3 = \frac{4,630}{13,375} = 0,346$$

et par symétrie, pour les foyers de droite :

$$\varphi_1' = 0,346 ; \varphi_2' = 0,415 ; \varphi_3' = 0$$

Cela permet d'obtenir la valeur de M_1 , inconnue hyperstatique de la poutre continue, pour les cas de charge considérés, par la formule simplifiée suivante, qui tient compte de ce que φ_1 et φ_3' sont nuls :

$$M_1 = -\frac{\varphi_1'}{b_1} \omega_1'' + \frac{1}{b_2} \times \frac{\varphi_2 \omega_2' + \varphi_2 \varphi_2' \omega_2''}{1 - \varphi_2 \varphi_2'} - \varphi_2 \times \frac{\varphi_3}{b_3} \omega_3'$$

soit ici :

$$M_1 = 0,0748 (\omega_2' - \omega_1'') - 0,0310 (\omega_3' - \omega_2'')$$

3 - EFFET DU POIDS PROPRE

Supposons comme première hypothèse que l'épaisseur du hourdis inférieur varie linéairement de 15 cm à 20 cm entre les sections de culées ou de clé et les sections sur piles. La densité de charge correspondant au poids du béton peut s'écrire :

- dans la travée de rive (origine des abscisses à l'extrémité gauche)

$$p(x) = 2,5 \times (0,22 \times 8,48 + 1,60 \times 0,72 + 0,15 \times 4,40) + 2,5 \times (0,05 \times 4,40) \frac{x}{l_1} + 2,5 \times (1,40 \times 0,72) \times \left(\frac{x}{l_1}\right)^2$$

$$\text{soit : } p(x) = 9,194 + 0,550 \frac{x}{l_1} + 2,520 \left(\frac{x}{l_1}\right)^2 \text{ en t/m ;}$$

- dans la travée centrale (origine des abscisses à la clé)

$$p(x) = 9,194 + 0,550 \frac{2x}{l_2} + 2,520 \left(\frac{2x}{l_2}\right)^2 \text{ en t/m.}$$

On en déduit :

$$E I_0 \omega_1'' = - E I_0 \omega_3' = 1980,1 \times 9,194 + 1007,8 \times 0,550 + 608,7 \times 2,520 = 20\,293$$

$$- E I_0 \omega_2' = E I_0 \omega_2'' = 5067,8 \times 9,194 + 1840,1 \times 0,550 + 960 \times 2,520 = 50\,025$$

d'où le moment sur appuis intermédiaires dû au poids propre :

$$M_1 = M_2 = (0,0748 - 0,0310) (-50\,025 - 20\,293)$$

$M_1 = M_2 = -3080 \text{ tm}$

4 - EFFET DES SUPERSTRUCTURES ET DES SURCHARGES RÉPARTIES PAR TRAVÉES ENTIÈRES

On trouve :

$$M_1 = 0,0748 (-5067,8 p_2 - 1980,1 p_1) - 0,0310 (-1980,1 p_3 - 5067,8 p_2)$$

soit :

$M_1 = -148 p_1 - 222 p_2 + 61,4 p_3$

A partir de M_1 les valeurs des efforts tels que R_o , R_1 , T_{1g} , T_{1d} , $M(0,4 l_1)$, $M(0,5 l_2)$ se calculent facilement. Connaissant en particulier les moments fléchissants extrêmes dans les sections situées à $0,4 l_1$, sur appui et à $0,5 l_2$, on détermine dans ces sections l'épaisseur du hourdis inférieur. Les inerties des sections d'appui et de clé (I_1 et I_0) étant alors connues, on peut reprendre les calculs précédents en interpolant entre deux valeurs de $\frac{I_0}{I_1}$, si la valeur de $\frac{I_0}{I_1}$ trouvée ne correspond pas exactement à la valeur de K prise au départ.

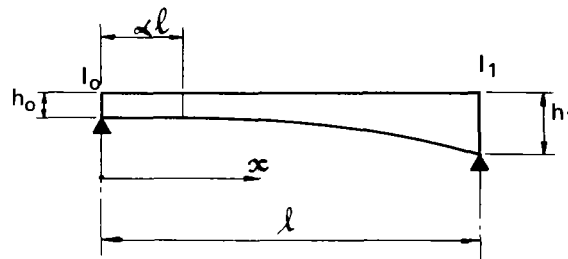
Nota : Le nombre de tours nécessaires à la détermination du coffrage de la poutre peut être supérieur à deux si l'on cherche à fixer les valeurs d'autres paramètres tels que l'épaisseur des âmes ou leur espacement.

Dans le cas d'une poutre continue à trois travées et symétrique, la résolution directe du système de deux équations à deux inconnues M_1 et M_2 est plus simple que l'emploi des formules générales.

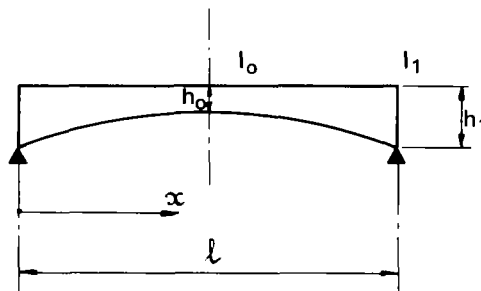
ROTATIONS ISOSTATIQUES D'EXTRÉMITÉ SOUS UNE CHARGE RÉPARTIE DONT LA DENSITÉ VARIE LINÉAIREMENT OU PARABOLIQUEMENT

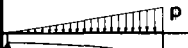
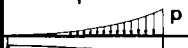
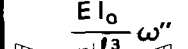
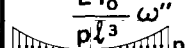
TRAVÉE DE RIVE

$$\alpha = 0$$



TRAVÉE SYMÉTRIQUE

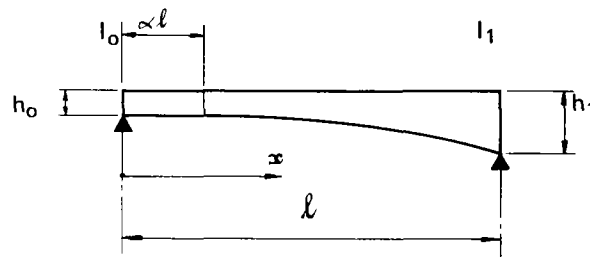


$\frac{l_0}{l_1}$	0,5	0,4	0,3	0,2	0,15	0,12	0,10	0,08	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
K	0,31950	0,44270	0,61860	0,90365	1,13580	1,33520	1,51190	1,74640	2,08136	2,31450	2,62390	3,06580	3,78175	5,30960
 $-\frac{E I_0}{\rho l^3} \omega'$	0,01656	0,01569	0,01461	0,01319	0,01223	0,01153	0,01098	0,01033	0,00953	0,00905	0,00849	0,00781	0,00693	0,00560
$\frac{E I_0}{\rho l^3} \omega''$	0,01642	0,01487	0,01306	0,01084	0,00948	0,00854	0,00783	0,00703	0,00612	0,00560	0,00502	0,00435	0,00355	0,00249
 $-\frac{E I_0}{\rho l^3} \omega'$	0,00935	0,00883	0,00819	0,00734	0,00678	0,00636	0,00604	0,00566	0,00521	0,00493	0,00461	0,00422	0,00372	0,00298
$\frac{E I_0}{\rho l^3} \omega''$	0,01011	0,00911	0,00795	0,00654	0,00569	0,00509	0,00465	0,00416	0,00360	0,00328	0,00292	0,00252	0,00204	0,00141
 $\frac{E I_0}{\rho l^3} \omega''$	0,01340	0,01276	0,01197	0,01096	0,01029	0,00980	0,00942	0,00897	0,00843	0,00811	0,00773	0,00727	0,00666	0,00575
 $\frac{E I_0}{\rho l^3} \omega''$	0,00707	0,00671	0,00627	0,00571	0,00534	0,00508	0,00487	0,00463	0,00434	0,00416	0,00396	0,00372	0,00340	0,00292

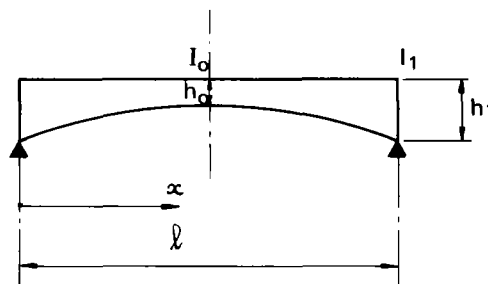
COEFFICIENTS DE SOUPLESSE ET ROTATIONS ISOSTATIQUES D'EXTRÉMITÉ SOUS UNE CHARGE RÉPARTIE DE DENSITÉ CONSTANTE DISPOSÉE PAR TRAVÉE ENTIÈRE OU PARTIELLE

TRAVÉE DE RIVE

$$\alpha = 0; \alpha = 0,1; \alpha = 0,2; \alpha = 0,3$$

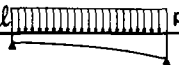

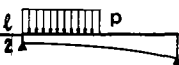


TRAVÉE SYMÉTRIQUE



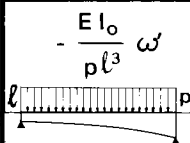
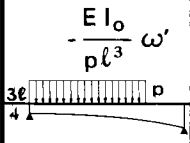
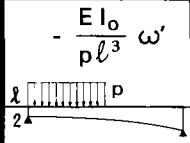
TRAVÉE DE RIVE

$$\alpha = 0$$

$\frac{l_0}{l_1}$	0,5	0,4	0,3	0,2	0,15	0,12	0,10	0,08	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
K	0,31950	0,44270	0,61860	0,90365	1,13580	1,33520	1,51190	1,74640	2,08136	2,31450	2,62390	3,06580	3,78175	5,30960
$\frac{E I_0}{l} a$	0,3103	0,3029	0,2934	0,2802	0,2709	0,2637	0,2579	0,2509	0,2420	0,2364	0,2296	0,2210	0,2092	0,1898
$\frac{E I_0}{l} b$	0,1350	0,1261	0,1153	0,1015	0,0927	0,0863	0,0814	0,0757	0,0689	0,0649	0,0603	0,0548	0,0478	0,0378
$\frac{E I_0}{l} c$	0,2199	0,1924	0,1619	0,1269	0,1068	0,0934	0,0837	0,0732	0,0616	0,0552	0,0483	0,0407	0,0319	0,0210
$-\frac{E I_0}{p l^3} \omega'$ 	0,03610	0,03440	0,03228	0,02943	0,02750	0,02607	0,02494	0,02360	0,02195	0,02095	0,01976	0,01831	0,01641	0,01351
$\frac{E I_0}{p l^3} \omega''$	0,03142	0,02864	0,02537	0,02133	0,01882	0,01706	0,01574	0,01424	0,01251	0,01151	0,01038	0,00908	0,00751	0,00538
$-\frac{E I_0}{p l^3} \omega'$ 	0,03197	0,03053	0,02873	0,02630	0,02464	0,02340	0,02242	0,02125	0,01981	0,01893	0,01789	0,01661	0,01492	0,01233
$\frac{E I_0}{p l^3} \omega''$	0,02587	0,02370	0,02114	0,01793	0,01592	0,01450	0,01342	0,01219	0,01076	0,00993	0,00900	0,00791	0,00657	0,00475
$-\frac{E I_0}{p l^3} \omega'$ 	0,02085	0,02004	0,01901	0,01759	0,01661	0,01587	0,01527	0,01456	0,01367	0,01312	0,01247	0,01166	0,01057	0,00886
$\frac{E I_0}{p l^3} \omega''$	0,01438	0,01329	0,01199	0,01034	0,00929	0,00854	0,00797	0,00731	0,00653	0,00607	0,00555	0,00493	0,00416	0,00309

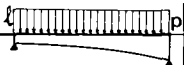

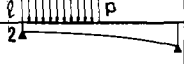
TRAVÉE DE RIVE

$$\alpha = 0,1$$

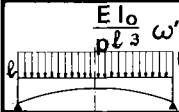

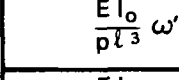
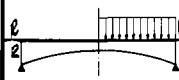
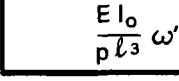
$\frac{l_0}{l_1}$	0,5	0,4	0,3	0,2	0,15	0,12	0,10	0,08	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
K	0,31950	0,44270	0,61860	0,90365	1,13580	1,33520	1,51190	1,74640	2,08136	2,31450	2,62390	3,06580	3,78175	5,30960
$\frac{E I_0}{l} a$	0,3165	0,3111	0,3042	0,2946	0,2878	0,2826	0,2784	0,2732	0,2667	0,2626	0,2577	0,2515	0,2429	0,2287
$\frac{E I_0}{l} b$	0,1392	0,1313	0,1218	0,1096	0,1017	0,0959	0,0915	0,0863	0,0801	0,0764	0,0721	0,0670	0,0604	0,0506
$\frac{E I_0}{l} c$	0,2254	0,1989	0,1694	0,1353	0,1156	0,1023	0,0927	0,0821	0,0704	0,0639	0,0567	0,0488	0,0395	0,0278
 $-\frac{E I_0}{p l^3} \omega'$	0,03717	0,03579	0,03405	0,03170	0,03010	0,02890	0,02794	0,02681	0,02540	0,02454	0,02352	0,02225	0,02057	0,01796
$\frac{E I_0}{p l^3} \omega''$	0,03242	0,02987	0,02686	0,02309	0,02073	0,01906	0,01778	0,01634	0,01464	0,01366	0,01254	0,01123	0,00961	0,00736
 $-\frac{E I_0}{p l^3} \omega'$	0,03291	0,03176	0,03030	0,02832	0,02696	0,02593	0,02511	0,02413	0,02291	0,02216	0,02127	0,02017	0,01869	0,01638
$\frac{E I_0}{p l^3} \omega''$	0,02670	0,02474	0,02240	0,01944	0,01756	0,01622	0,01519	0,01402	0,01263	0,01182	0,01089	0,00980	0,00844	0,00653
 $-\frac{E I_0}{p l^3} \omega'$	0,02145	0,02082	0,02001	0,01890	0,01812	0,01753	0,01706	0,01648	0,01576	0,01531	0,01477	0,01410	0,01318	0,01172
$\frac{E I_0}{p l^3} \omega''$	0,01484	0,01388	0,01272	0,01122	0,01026	0,00957	0,00903	0,00841	0,00767	0,00724	0,00673	0,00613	0,00536	0,00426

TRAVÉE DE RIVE

$$\alpha = 0,2$$

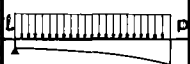

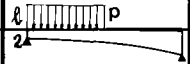
$\frac{l_0}{l_1}$	0,5	0,4	0,3	0,2	0,15	0,12	0,10	0,08	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
K	0,31950	0,44270	0,61860	0,90365	1,13580	1,33520	1,51190	1,74640	2,08136	2,31450	2,62390	3,06580	3,78175	5,30960
$\frac{E I_0}{l} a$	0,3215	0,3177	0,3129	0,3061	0,3013	0,2977	0,2947	0,2911	0,2866	0,2837	0,2802	0,2758	0,2698	0,2599
$\frac{E I_0}{l} b$	0,1435	0,1368	0,1287	0,1182	0,1113	0,1063	0,1024	0,0979	0,0924	0,0891	0,0853	0,0807	0,0747	0,0658
$\frac{E I_0}{l} c$	0,2317	0,2066	0,1784	0,1456	0,1264	0,1134	0,1039	0,0935	0,0818	0,0752	0,0680	0,0598	0,0502	0,0377
 $-\frac{E I_0}{p l^3} \omega'$	0,03820	0,03713	0,03578	0,03393	0,03267	0,03171	0,03095	0,03005	0,02891	0,02821	0,02738	0,02635	0,02497	0,02279
$\frac{E I_0}{p l^3} \omega''$	0,03353	0,03126	0,02856	0,02515	0,02298	0,02144	0,02025	0,01890	0,01729	0,01635	0,01527	0,01400	0,01240	0,01012
 $-\frac{E I_0}{p l^3} \omega'$	0,03382	0,03293	0,03182	0,03028	0,02922	0,02842	0,02778	0,02701	0,02604	0,02544	0,02473	0,02384	0,02264	0,02073
$\frac{E I_0}{p l^3} \omega''$	0,02763	0,02591	0,02384	0,02119	0,01949	0,01826	0,01732	0,01623	0,01493	0,01416	0,01328	0,01223	0,01090	0,00898
 $-\frac{E I_0}{p l^3} \omega'$	0,02199	0,02153	0,02094	0,02012	0,01955	0,01911	0,01875	0,01832	0,01778	0,01744	0,01703	0,01651	0,01581	0,01467
$\frac{E I_0}{p l^3} \omega''$	0,01535	0,01452	0,01351	0,01221	0,01137	0,01075	0,01027	0,00972	0,00905	0,00865	0,00818	0,00762	0,00690	0,00583

TRAVÉE SYMÉTRIQUE

$\frac{l_0}{l_1}$	0,5	0,4	0,3	0,2	0,15	0,12	0,10	0,08	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
K	0,31950	0,44270	0,61860	0,90365	1,13580	1,33520	1,51190	1,74640	2,08136	2,31450	2,62390	3,06580	3,78175	5,30960
$\frac{E I_0}{l} a$	0,2550	0,2349	0,2119	0,1842	0,1674	0,1558	0,1470	0,1372	0,1258	0,1192	0,1117	0,1030	0,0922	0,0769
$\frac{E I_0}{l} b$	0,1451	0,1388	0,1310	0,1208	0,1140	0,1091	0,1052	0,1006	0,0949	0,0915	0,0875	0,0827	0,0762	0,0664
 $\frac{E I_0}{p l^3} \omega''$	0,03627	0,03469	0,03275	0,03020	0,02851	0,02727	0,02629	0,02514	0,02374	0,02289	0,02189	0,02066	0,01905	0,01659
 $-\frac{E I_0}{p l^3} \omega'$	0,02971	0,02852	0,02705	0,02510	0,02380	0,02283	0,02206	0,02116	0,02004	0,01936	0,01856	0,01757	0,01626	0,01423
 $\frac{E I_0}{p l^3} \omega''$	0,03184	0,03044	0,02873	0,02648	0,02499	0,02389	0,02303	0,02203	0,02079	0,02004	0,01917	0,01809	0,01668	0,01452
 $-\frac{E I_0}{p l^3} \omega'$	0,01617	0,01555	0,01479	0,01377	0,01308	0,01257	0,01216	0,01168	0,01109	0,01072	0,01029	0,00976	0,00906	0,00796
 $\frac{E I_0}{p l^3} \omega''$	0,02010	0,01913	0,01796	0,01643	0,01543	0,01470	0,01413	0,01346	0,01265	0,01216	0,01159	0,01090	0,01000	0,00863

TRAVÉE DE RIVE

$$\alpha = 0,3$$

$\frac{l_0}{l_1}$	0,5	0,4	0,3	0,2	0,15	0,12	0,10	0,08	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
K	0,31950	0,44270	0,61860	0,90365	1,13580	1,33520	1,51190	1,74640	2,08136	2,31450	2,62390	3,06580	3,78175	5,30960
$\frac{EI_0}{l} a$	0,3254	0,3229	0,3196	0,3151	0,3119	0,3095	0,3075	0,3051	0,3020	0,3001	0,2978	0,2948	0,2908	0,2841
$\frac{EI_0}{l} b$	0,1478	0,1423	0,1356	0,1269	0,1212	0,1170	0,1138	0,1100	0,1053	0,1025	0,0993	0,0953	0,0902	0,0824
$\frac{EI_0}{l} c$	0,2392	0,2157	0,1892	0,1581	0,1397	0,1272	0,1180	0,1079	0,0963	0,0898	0,0826	0,0744	0,0646	0,0515
 $-\frac{EI_0}{pl^3} \omega'$	0,03914	0,03835	0,03736	0,03599	0,03505	0,03434	0,03377	0,03309	0,03223	0,03170	0,03107	0,03028	0,02922	0,02752
$\frac{EI_0}{pl^3} \omega''$	0,03475	0,03279	0,03046	0,02747	0,02556	0,02418	0,02312	0,02190	0,02044	0,01957	0,01858	0,01739	0,01588	0,01369
 $-\frac{EI_0}{pl^3} \omega'$	0,03462	0,03399	0,03318	0,03207	0,03130	0,03071	0,03024	0,02967	0,02896	0,02851	0,02798	0,02731	0,02640	0,02495
$\frac{EI_0}{pl^3} \omega''$	0,02863	0,02717	0,02541	0,02313	0,02166	0,02059	0,01975	0,01879	0,01763	0,01694	0,01614	0,01517	0,01393	0,01211
 $-\frac{EI_0}{pl^3} \omega'$	0,02245	0,02214	0,02174	0,02117	0,02078	0,02047	0,02023	0,01993	0,01955	0,01931	0,01903	0,01867	0,01817	0,01736
$\frac{EI_0}{pl^3} \omega''$	0,01587	0,01519	0,01436	0,01327	0,01256	0,01204	0,01163	0,01116	0,01058	0,01024	0,00983	0,00934	0,00871	0,00775