

béton armé

applications du
nouveau règlement

SETRA

DIVISION DES
OUVRAGES D'ART. A

Bulletin technique n° 2



MINISTÈRE DE L'ÉQUIPEMENT ET DU LOGEMENT
Direction des routes et de la circulation routière

Ministère de l'Équipement et du Logement
SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES

46, AVENUE ARISTIDE BRIAND - 92-BAGNEUX - TEL. 655.42.42

BETON ARME
APPLICATIONS
DU NOUVEAU REGLEMENT

Bulletin rédigé par Mr. **DARPAS** Ingénieur des Ponts et Chaussées à la Division des
Ouvrages d'Art A. du **SETRA**

Mars 1971

SOMMAIRE

	Pages
Les principales tendances du règlement de béton armé	1
Application aux ouvrages routiers du titre VI du fascicule 61 du cahier des Prescriptions Communes	7
1 Unités	7
2 Calcul des sollicitations pondérées	7
3 Sections soumises à une sollicitation de flexion simple	10
4 Sections soumises à la flexion composée	15
5 Sollicitations de service	19
6 Equilibre statique d'une console	20
7 Article 18 – Conséquence de cet article sur le choix des matériaux	20
8 Condition de non-fragilité	21
9 Article 22,1	25
10 Sections partiellement mises en charge avant achèvement	26
11 Sections soumises à un effort tranchant	28
12 Disposition des armatures de traction dans un talon de poutre et conséquence pour les armatures d'âme	33
13 Calculs de scellements avec leurs coutures d'attache	35
14 Scellement d'une barre courbe de diamètre nominal \varnothing	37
15 Justification et ferrailage d'une pièce comprimée	39
16 Justification d'un hourdis sous-chaussée	44
17 Plaque soumise à des efforts répartis	49
18 Poussée au vide	49
19 Limitation de la contrainte de l'acier en raison de la fissuration	51
20 Calcul de flèche pour une travée indépendante	54
21 Dimensionnement et justification des appareils d'appui de la travée utilisée en 20..	59
22 Treillis soudés constitués par des fils tréfilés	62
23 Torsion	63

AVERTISSEMENT

La première édition de septembre 1965 du présent bulletin technique était consacrée à l'application du titre VI du fascicule 61 du Cahier des Prescriptions Communes applicable aux travaux relevant du Service des Ponts et Chaussées, en date du 14 novembre 1964 (Conception et Calcul des Ouvrages en Béton Armé).

Elle reproduisait pour l'essentiel, les conférences faites par les ingénieurs du Service Central d'Etudes Techniques à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, lors des journées d'études des 1, 2, et 3 juin 1965 consacrées à ce nouveau règlement de béton armé de l'Administration des Ponts et Chaussées.

Depuis cette date un nouveau texte à fait son apparition en date du 4 avril 1968 ; il s'agit du titre VI du fascicule 61 du Cahier des Prescriptions Communes applicable aux marchés de Travaux Publics et aux marchés de Travaux de Bâtiment (Règles Techniques de Conception et de Calcul des Ouvrages et Constructions en Béton Armé) ; il se substitue, d'une part au texte précédent du 14 novembre 1964, d'autre part aux règles B. A. 60, document D.T.U. qui concernait les travaux du secteur privé.

Enfin un décret du 5 juin 1970 a apporté un certain nombre de modifications au texte précédent de telle sorte que le règlement actuellement applicable est celui du 4 avril 1968, modifié le 5 juin 1970.

Il importait donc d'effectuer une mise à jour du bulletin technique du SETRA consacré au béton armé, tenant compte du texte le plus récent, ce qui est l'objet de la présente publication.

LES PRINCIPALES TENDANCES DU REGLEMENT DE BETON ARME

par Mr DARPAS

Ingénieur des Ponts et Chaussées
de la Division des Ouvrages d'Art "A" du SETRA

Trente ans après le règlement du 19 juillet 1934, l'Administration des Ponts et Chaussées a mis en vigueur, le 14 novembre 1964, un nouveau règlement de béton armé. En fait, le règlement de 1934 avait peu innové par rapport au premier règlement, celui-ci du 20 octobre 1906, qui remontait aux toutes premières années du béton armé.

Ce vieillissement de la réglementation pouvait laisser penser que la technique du béton armé commençait à se figer, d'autant que la technique plus jeune du béton précontraint, en développement rapide, tendait à se substituer de plus en plus souvent, à la technique traditionnelle du béton armé.

Or, sous cette stagnation apparente, le béton armé poursuivait son évolution technique, renouvelant largement nos conceptions en la matière.

L'EVOLUTION TECHNIQUE DEPUIS 1934 :

Cette évolution présente plusieurs aspects que l'on peut classer schématiquement sous trois rubriques :

La première est d'ordre matériel ; elle concerne d'une part, l'augmentation progressive des résistances offertes par les bétons, phénomène d'ailleurs accéléré par l'extension du béton précontraint qui nécessite des matériaux de caractéristiques mécaniques particulièrement brillantes, d'autre part l'emploi des aciers de haute nuance à haute adhérence dont le développement a débuté en France vers 1950 et dont l'emploi s'est généralisé en réduisant de plus en plus le pourcentage de barres lisses mises en oeuvre dans les constructions.

Le deuxième aspect est d'ordre expérimental ; les résultats d'expériences accumulés pendant des dizaines d'années ont permis d'améliorer nos connaissances sur le comportement du béton armé et en conséquence d'échafauder des théories plus conformes à la réalité physique, tout en améliorant la précision avec laquelle sont connus certains paramètres. La liste des phénomènes ayant fait l'objet d'études expérimentales est longue et couvre la majeure partie des têtes de chapitre des cours de béton et de béton armé ; on peut citer en particulier le retrait, le fluage, l'adhérence et surtout les essais de chargement, conduits ou non jusqu'à rupture d'un certain nombre d'éléments structuraux, tels que poteaux, tirants, poutres et dalles. Pour nombre de ces éléments on sait aujourd'hui calculer les efforts de rupture et apprécier l'importance de la fissuration en service sous une charge donnée.

Ceci nous amène au troisième aspect de l'évolution technique qui est d'ordre intellectuel et domine d'ailleurs tout le calcul des ouvrages d'art, car il a trait aux conceptions des Ingénieurs. Notre époque est placée sous le signe de l'économie, ce qui conduit à utiliser au mieux les matériaux en éliminant tout élément ou partie d'élément qui ne serait pas indispensable vis-à-vis du coefficient de sécurité que l'on désire obtenir ; autrement dit le but des règles de calcul modernes, sera d'obtenir une sécurité correcte mais non surabondante et à peu près uniforme dans l'ensemble d'une construction donnée. Cette sécurité doit être calculée par rapport à l'effort provoquant la mise "hors service de la construction ; or cet effort nous savons le calculer dans de nombreux cas, grâce aux résultats expérimentaux connus ; il convient seulement de rappeler que la mise "hors service" de l'ouvrage n'est pas forcément due à la rupture de l'un des matériaux constitutifs, mais peut avoir d'autres causes, telles que déformation plastique (ou même élastique) excessive, flambement par instabilité

élastique (ou plastique) équilibre statique non assuré par un déplacement anormal de tout ou partie de la construction, fissuration excessive ; de là découle la notion d'“états limites”, états particuliers correspondant aux diverses causes de ruine énumérées. Parmi celles-ci l'une des plus importantes est la déformation plastique, ce qui explique l'importance, pour l'évaluation de la sécurité, de la théorie de la plasticité qui apparaît aujourd'hui comme un prolongement essentiel de la Résistance des Matériaux.

Enfin, les caractères mécaniques des matériaux, ainsi que les sollicitations appliquées étant des grandeurs aléatoires, la notion de sécurité a pu être précisée par l'introduction d'idées probabilistes ; le coefficient de sécurité est en effet lié à la valeur que l'on peut admettre pour la probabilité de mise hors service de l'ouvrage, compte tenu des risques matériels et corporels ainsi encourus.

NOUVELLE REGLEMENTATION DU BETON ARME

L'évolution technique que nous venons d'évoquer s'est concrétisée en France par un renouvellement des règlements ; d'abord dans les règles B. A. 60, document D. T. U. destiné au bâtiment, puis dans le titre VI. du fascicule 61 du C.P.C. en date du 14 novembre 1964 essentiellement applicable aux ouvrages d'art dépendant de l'administration des Ponts et Chaussées. Ces deux textes, tout en différent sur de nombreux points de détail, reposaient sur les mêmes idées de base, de telle sorte qu'il fut relativement facile de les harmoniser ; ce fut l'objet du règlement en date du 4 avril 1968, actuellement en vigueur, qui est applicable à tous les ouvrages en béton armé tant du secteur privé que du secteur public.

Enfin le modificatif en date du 5 juin 1970 a apporté les ajustements et précisions qui s'étaient avérées nécessaires après quelques années d'usage.

Il nous reste à situer les nouvelles prescriptions réglementaires par rapport aux conceptions modernes concernant la sécurité. Or il existe depuis novembre 1953 un organisme privé, le Comité Européen du Béton (C. E. B.) créé à l'initiative de la Chambre Syndicale Nationale des Constructeur en Ciment Armé et en Béton Précontraint, pour tenter d'unifier les règles de calcul des divers pays d'Europe.

Le C. E. B., d'abord seul, puis avec la F.I.P. (Fédération Internationale de la Précontrainte) a publié des “recommandations internationales pour le calcul et l'exécution des ouvrages en béton” dont la dernière édition en date de juin 1970 a été publiée à l'occasion du sixième Congrès de la F. I. P. à Prague.

Ces recommandations qui constituent une ébauche de règlement international reposent sur les conceptions évoquées plus haut du calcul aux états-limites ; il s'agit là de l'orientation vers laquelle nos règlements doivent tendre ; cependant à l'époque où parut le premier titre VI du fascicule 61 (celui de novembre 1964) le texte du C. E. B. (édition de mars 1963) présentait des lacunes, laissait des incertitudes et constituait un travail encore inachevé. Nos prescriptions réglementaires durent alors adopter un moyen terme, c'est-à-dire conserver certains des errements antérieurs (méthodes de calcul en particulier), tout en tenant compte dans la mesure du possible des résultats les plus sûrs de la nouvelle doctrine qui s'annonçait dans les recommandations du C. E. B. ; dans ces conditions le règlement actuel (qui dérive du texte de novembre 1964) ne constitue qu'une étape intermédiaire sur une voie dont les jalons suivants sont déjà posés.

TRAITS ESSENTIELS DE LA REGLEMENTATION EN VIGUEUR.

Les nouveautés par rapport à l'ancien règlement de 1934 ayant déjà été signalées et commentées dans l'édition précédente de ce bulletin, nous nous bornons ici à une énumération sommaire des traits essentiels du règlement actuel.

Les sollicitations sous lesquelles il convient de justifier les éléments constructifs sont des sollicitations pondérées (premier et deuxième genre) ; le premier genre est généralement prépondérant, tandis que le deuxième n'intervient que dans un nombre de cas limité.

La résistance à la compression est le seul élément de définition de la qualité mécanique du béton en ce qui concerne le calcul ; le projeteur ne dispose ainsi que d'une seule valeur à partir de laquelle il peut déduire toutes les contraintes admissibles qu'il s'agisse de compression, de cisaillement ou d'adhérence. Ce mode de calcul, adopté pour des raisons de commodité, n'enlève rien à l'importance de la résistance à la traction, qui doit faire l'objet des essais de contrôle définis par le fascicule 65 du C. P. C.

La notion de résistance nominale revient à considérer la résistance du béton comme une variable aléatoire ; la recherche de la sécurité apparaît en effet aujourd'hui comme liée à la probabilité de ruine et à cet égard la régularité des matériaux importe autant que leur qualité moyenne. D'où la nécessité de faire intervenir dans l'appréciation de la résistance du béton, non seulement la valeur moyenne fournie par les mesures, mais aussi la dispersion de ces dernières ; le mode de calcul de la résistance nominale, qui consiste à prendre la moyenne des mesures diminué des huit dixièmes de leur écart type, revient à adopter la valeur au-dessous de laquelle ne descendent environ que 20 % des résultats d'essai.

La contrainte de compression admissible du béton se déduit de la résistance nominale par le jeu de 5 facteurs $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, et ϵ tenant compte des principaux paramètres dont dépend la sécurité, à savoir la nature du ciment, la sévérité du contrôle, l'épaisseur minimale des pièces, la nature de la sollicitation et la forme de la section. Nous attirons particulièrement l'attention sur les coefficients δ et ϵ qui tiennent compte des enseignements du calcul aux "états limites ultimes".

En effet, les essais de rupture d'éléments en béton armé, par compression simple ou excentrée ou par flexion simple ne peuvent être correctement interprétés par le calcul classique des contraintes normales sur les sections droites dont les hypothèses de base sont la répartition plane des contraintes et un rapport d'équivalence élastique entre l'acier et le béton, le béton tendu étant négligé (ainsi que les effets de son retrait et de son fluage). Si l'on admet ces hypothèses et qu'on suppose que la rupture du béton survienne lorsque sa contrainte au point le plus sollicité atteint sa valeur de rupture mesurée sur cylindres, on surestime nettement la résistance des poteaux soumis à la compression simple et on sous-estime largement la résistance des poutres simplement fléchies à section rectangulaires ou convexe. Le calcul aux états-limites a dû avoir recours à des hypothèses très différentes de celles du calcul classique pour pouvoir prévoir les efforts de rupture de ces différentes pièces. Or, à l'époque où fut publié le premier titre VI du fascicule 61, le calcul aux états-limites n'était applicable qu'à un certain nombre d'éléments structuraux (ceux pour lesquels des essais en nombre suffisant pour être représentatifs avaient été effectués) ; il fallut ainsi maintenir les procédés traditionnels de calcul des contraintes qui eux peuvent être effectués dans tous les cas (ils ont la sanction de l'expérience) ; mais on a adopté alors une contrainte de compression admissible du béton variable en fonction de la sollicitation, ce qui corrige ce que le calcul classique a d'inexact et permet d'obtenir une sécurité uniforme, c'est-à-dire à peu près la même probabilité de ruine pour tous les éléments et modes de sollicitation ; les coefficients δ et ϵ répondent à cette préoccupation.

En vue de la justification des contraintes tangentes (cisaillement) et d'adhérence, il est défini une contrainte de traction de référence $\bar{\sigma}_b = \alpha \beta \gamma \theta \sigma'_n$ avec $\theta = 0,018 + \frac{2,1}{\sigma'_n}$

Comme on peut admettre d'autre part que la résistance à la traction vaut $\sigma_n = 7 + 0,06 \sigma'_n$, il en résulte que $\bar{\sigma}_b = 0,3 \alpha \beta \gamma \sigma_n$, expression qui montre comment le $\bar{\sigma}_b$ est lié à la résistance à la traction ; cependant il ne s'agit pas d'une contrainte admissible, mais bien d'une contrainte de référence à partir de laquelle on obtient par divers jeux de coefficients les contraintes admissibles vis-à-vis du cisaillement et de l'adhérence.

Les aciers normalisés les plus couramment utilisés sont le Fe E 22 pour les barres lisses et le Fe E 40 pour les armatures à haute adhérence ; ces dernières font l'objet de fiches d'identification auxquelles il convient de se reporter en ce qui concerne les possibilités de façonnage et de soudage ; d'autre part les treillis soudés (en cours de normalisation) sont d'un emploi très courant.

La condition de non-fragilité s'applique aux pièces faiblement armées dans lesquelles des fissures importantes risquent de s'ouvrir si on a mal évalué les sollicitations qui s'exercent ; cette prescription ne joue normalement pas dans les éléments porteur d'un ouvrage soumis à des sollicitations importantes et dimensionnés au plus juste ; elle peut intervenir pour des éléments secondaires tels que pièces de contreventement peu sollicitées sous les efforts extérieurs, mais soumises au retrait du béton et aux variations de température, facteurs souvent difficiles à chiffrer qui peuvent à eux seuls provoquer la fissuration du béton ; il convient alors d'atteindre une valeur minimale pour le pourcentage d'armatures.

Le règlement traite de façon développée et systématique, du calcul des armatures transversales par rapport aux axes des pièces et aux armatures principales ; ces armatures dite de couture peuvent avoir plusieurs rôles. On distingue à cet égard les coutures d'attache, de reprise, d'enrobage et de fendage.

Les coutures d'attache sont celles qui font l'objet du chapitre V ; elles sont dimensionnées à partir de la "règle des coutures" qui constitue une règle essentielle du béton armé en permettant de justifier et de ferrailer en conséquence toute section soumise à un effort de cisaillement simple, encore dénommé action tangente simple ; le principe de cette théorie consiste à admettre que sous l'action d'une sollicitation tangente simple le béton est fissuré à 45° par rapport au plan cisailé, ce qui le découpe en un système de bielles de même direction ; pour assurer l'équilibre du système il est alors nécessaire de prévoir des armatures perpendiculaires au plan cisailé ou plus ou moins inclinées par rapport à la normale à ce plan ; on obtient ainsi un treillis multiple dont les diagonales tendues sont les armatures. La justification de ce système consiste à limiter le taux de travail des armatures transversales et celui des bielles de béton. En fait ce n'est pas la contrainte de compression des bielles que l'on considère, mais on limite directement la valeur de l'action tangente simple ; en effet si celle-ci n'a pas plus de signification propre pour le béton une fois la fissuration intervenue, elle conserve une valeur de repère et mesure parfaitement la sévérité suivant laquelle le béton est sollicité.

Sont soumis en particulier à la règle des coutures, la jonction hourdis-nervure dans une poutre en T et les cadres de talon dans une poutre munie de talons pour y caser les armatures principales ; le calcul des étriers dans une poutre soumise à un effort tranchant relève lui aussi de cette règle, dont il ne constitue qu'un cas particulier ; précisons que dans ce dernier cas le cisaillement admissible dépend de la contrainte maximale de compression développée par le moment fléchissant concomitant. Nous attirons d'autre part l'attention sur le fait que le règlement vise essentiellement les armatures d'âme droites, c'est-à-dire normales à la fibre moyenne de la poutre, et on peut considérer que pendant plusieurs années encore la tendance en France sera à l'emploi de ce type d'armatures. L'utilisation d'armatures d'âme inclinées est en effet subordonnée à la parution d'essais valables qui sont encore à entreprendre, les essais antérieurs paraissant avoir été mal conduits.

Les coutures de reprise sont régies par l'article 47 qui permet de dimensionner les armatures assurant la couture des surfaces de reprises ; celles-ci doivent en effet être justifiées de façon particulière pour tenir compte du fait que ces surfaces constituent un plan de fissuration préférentiel.

Les coutures d'enrobage sont destinées à empêcher l'éclatement du béton au voisinage des armatures dans les zones où celles-ci développent des contraintes d'adhérence ; l'adhérence élevée des barres à haute adhérence a en effet pour contre-partie le danger de fissuration longitudinale le long de ces barres. Les fissures correspondantes doivent être limitées et arrêtées par des armatures transversales convenables, sinon leur ouverture pourrait faire baisser la valeur de l'adhérence et on prendrait ainsi le risque d'assister à des glissements d'armatures donc à des ruptures d'ancrage ; les règles concernant les coutures d'enrobage visent surtout le tracé de ces armatures (étriers, cadres) dont l'essentiel est exposé dans le chapitre VI.

Les coutures de fendage sont à prévoir au voisinage d'efforts localisés dans les zones concernées par la diffusion des efforts localisés ; elles sont destinées à éviter la rupture locale du béton sous les charges exercées. Dans certains cas il est nécessaire de prévoir des nappes de fretage pour lesquelles un certain nombre de règles sont données dans le chapitre X.

L'adhérence fait l'objet du chapitre VI ; les prescriptions concernent, d'une part les dispositions à prendre pour obtenir un bon bétonnage donc une bonne adhérence (paquets d'armatures, enrobages, distances mutuelles des armatures), d'autre part les justifications numériques à fournir ; du point de vue du calcul les armatures sont caractérisées par leur coefficient de scellement ψ_d qui vaut 1 (l'unité) pour les ronds lisses et 1,5 pour toutes les armatures à haute adhérence actuellement agréées ; on distingue l'entraînement des armatures (lié à l'existence d'un effort (tranchant) qui se calcule sur des barres continues et leur ancrage qui aboutit au calcul de longueurs de scellement (arrêt des barres).

En ce qui concerne les ancrages par courbure, le rayon de celle-ci est limité par la condition de non écrasement du béton. Cependant, pour les barres à haute adhérence, ce rayon sera souvent (en particulier pour les gros diamètres) limité par les conditions de façonnage de la barre, c'est-à-dire la possibilité de plier celle-ci sur un mandrin de rayon déterminé sans courir le risque de voir apparaître criques ou fissures. A ce sujet il y a lieu de respecter les rayons de mandrin minimaux figurant dans les recommandations d'emploi des fiches d'identification annexées aux décisions d'agrément prises en application du titre I du fascicule 4 du C. P. C.

Les poteaux et colonnes soumis à une sollicitation de compression simple font l'objet de prescriptions détaillées aboutissant au calcul complet du ferrailage tant longitudinal que transversal. Pour les barres longitudinales les aciers de haute nuance sont recommandés et en particulier on peut faire usage de barres à haute adhérence ; pour le ferrailage transversal, la nuance de l'acier n'ayant semble-t-il aucune influence sur la résistance d'un poteau, il demeure dans le domaine d'utilisation des aciers doux lisses qui comporte encore les barres de montage et les nappes de fretage.

Le fretage par ailleurs a été abandonné en tant que procédé utilisé pour le renforcement des sections dans les corps des pièces en raison des dangers de flambement qu'il représentait. Il doit être strictement réservé pour assurer la résistance aux chocs ou aux efforts localisés.

La fissuration que l'on est bien obligé de considérer comme un phénomène normal, car elle est inéluctable, relève désormais du calcul et fait l'objet de prescriptions destinées à la limiter lorsque cela est nécessaire ; il n'en reste pas moins qu'elle constitue un défaut du béton armé. Elle compromet son aspect, son étanchéité et il existe d'autre part une corrélation entre elle et la conservation des ouvrages. Il est donc nécessaire de limiter la largeur des fissures dans chaque ouvrage selon sa destination ; toutefois, la largeur des fissures d'un élément d'ouvrage apparaît comme une fonction aléatoire dont la dispersion est très grande ; les formules réglementaires ne limitent donc pas explicitement la largeur des fissures, mais imposent une limitation aux contraintes de traction des armatures, fixée de manière que la probabilité d'apparition de fissures de largeur dommageable soit suffisamment faible. Pour le calcul les armatures sont caractérisées par leur coefficient de fissuration η , qui vaut 1 (unité) pour les barres lisses et 1,6 pour les barres à haute adhérence.

D'une façon générale, pour les ouvrages non situés en atmosphère agressive ces formules ne devraient pas limiter beaucoup la contrainte admissible (par rapport à $\bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \sigma_e$) pour les éléments porteurs d'un ouvrage d'art qui sont fortement ferrillés ; elles peuvent jouer pour des pièces comportant des barres de diamètre relativement gros qui seraient disposées suivant des pourcentages relativement faibles. Pour ne pas être limité par ces formules on aura donc tendance à bien répartir les sections d'acier nécessaires en adoptant les diamètres les moins gros possibles que l'on serrera au maximum ; ce faisant on sera limité par les espacements minimaux qu'il convient de réserver entre les barres en fonction des possibilités de bétonnage ; or les valeurs réglementaires qu'il faut observer pour ces distances sont des minimums au-dessus desquels il sera souvent souhaitable de se tenir si on ne veut pas gêner la mise en place du béton. Il y a donc ici un compromis à réaliser entre les exigences de la sécurité vis-à-vis de la fissuration qui conduisent à serrer les barres, et les exigences de l'exécution qui conduisent à les espacer pour obtenir le meilleur béton en place possible.

Nous avons ainsi évoqué les principaux points de la réglementation, il nous reste à observer qu'un règlement ne saurait être valable que dans les cas courants auxquels il est destiné. Dans le cas qui nous intéresse les prescriptions visent particulièrement les ouvrages en béton armé les plus classiques, c'est-à-dire les travées continues ou indépendantes à poutres sous chaussée d'une part, les arcs d'autre part. Elles peuvent être insuffisantes pour certains ouvrages ; elle peuvent aussi nécessiter certaines adaptations dans des cas particuliers que les ingénieurs auront à apprécier. Enfin elles peuvent être muettes ou incomplètes sur certains problèmes, notamment celui de la torsion des éléments prismatiques pleins pour lesquels les essais sont relativement peu nombreux et les idées contradictoires ; il était donc impossible dans ce dernier cas d'énoncer des règles ayant une portée générale. Les problèmes de torsion des éléments tubulaires, de beaucoup plus importants, relèvent en revanche de la Résistance des Matériaux et des règles de couture dont nous avons signalé l'importance dans le règlement.

MODIFICATIF DU 5 JUIN 1970

Nous précisons maintenant les principales modifications qui viennent d'être apportées au titre VI du fascicule 61 ; elles concernent les points qui suivent :

- La condition de non fragilité a été complètement remaniée dans le sens d'une moins grande sévérité, c'est-à-dire que le pourcentage d'armatures à prévoir tend vers zéro en même temps que l'effort appliqué, alors que dans l'ancien texte il fallait respecter dans tous les cas un pourcentage minimal indépendant de

cet effort. La nouvelle règle suppose bien entendu une appréciation correcte et très serrée des efforts réellement appliqués. D'autre part des règles concernant les poutres-dalles ont été introduites, alors que ce type de structure n'avait pas été envisagé dans les prescriptions antérieures.

- Les règles générales de calcul ont été complétées pour indiquer dans quelle mesure il est possible de considérer comme concentrées en leur centre de gravité les aires des barres disposées en plusieurs nappes.
- L'article 25.1.2. a été repris pour corriger les coquilles qui s'y étaient glissées.
- La condition de non-écrasement du béton tient maintenant compte de l'existence éventuelle de quatre lits de barres superposés.
- Dans le chapitre des poteaux, il n'y a plus lieu de calculer un pourcentage minimal d'armatures transversales, ces dernières étant seulement régies par de nouvelles règles d'espacement prenant en compte les diamètres des barres et la contrainte maximale du béton. On sera ainsi souvent conduit à des pourcentages d'armatures transversales plus faibles que ceux imposés auparavant. Notons cependant que les nouvelles règles exigent un renforcement des armatures transversales dans les zones où la proportion des armatures longitudinales présentant des jonctions par recouvrement est importante ; ceci permet de mieux assurer la couture de ces recouvrements. Signalons enfin que les règles de calcul concernant le recouvrement des armatures longitudinales ont été complétées, que le pourcentage d'armatures longitudinales qu'il est admis de prendre en compte dans le calcul de σ'_b a été porté de 4 à 5 % et enfin que le recours au calcul aux états-limites est admis pour les justifications relatives au flambement.
- L'article 36 concernant les armatures longitudinales de compression utilisées dans les poutres a été développé pour l'harmoniser avec les prescriptions similaires qui figurent dans le chapitre des poteaux.
- L'article 37 sur le tracé des armatures d'âme est complété pour tenir compte de l'utilisation éventuelle de treillis soudé à base de fils tréfilés.
- Le commentaire de l'article 38 précise maintenant que dans les croisées de poutres, les suspentes doivent s'ajouter aux armatures d'âme de la distribution normale.
- La condition de non poinçonnement des dalles sous charges localisées est rendue plus libérale par augmentation de 20% de la contrainte figurant au second membre de l'inégalité.
- L'article 39,7 a été développé pour distinguer en particulier le cas des charges concentrées de celui des charges réparties.
- Enfin les paragraphes de l'article 42 relatifs aux profondeurs de freinage sous articulations ont été corrigés, pour tenir compte du fait que la tangente du demi-angle au sommet des cônes de révolution qui servent à déterminer cette profondeur doit être prise égale à 0,5 et non plus à 1 (unité).

PERSPECTIVES D'AVENIR

Nous avons déjà signalé que la réglementation actuelle constituait une étape sur le chemin qui conduit à la prise en considération des états limites.

Or, si les Recommandations de la F. I. P. - C. E. B. (juin 1970) comportent encore, de l'aveu de leurs auteurs, bien des lacunes et imperfections (par exemple torsion, effort tranchant, adaptation des systèmes hyperstatiques), il n'en reste pas moins que des progrès considérables ont enregistré. Il est désormais possible d'introduire dans la réglementation le calcul aux états-limites, à condition de n'en retenir que ce qui est au point (conception générale de la sécurité, sections fléchies par exemple) et de la compléter pour le reste par des règles inspirées des errements actuels (en particulier le diagramme élastique peut être encore utile dans certains cas).

D'autre part une tendance actuelle vise à introduire et développer les structures en béton armé précontraint mode de construction qui assure la transition entre le béton armé où la fissuration est inévitable et le béton totalement précontraint où on cherche à l'éviter. On en arrive alors à une progression continue qui se traduit dans les recommandations de la F. I. P. - C. E. B. par quatre classes de vérification allant de la précontrainte totale où on n'admet pas de tractions, jusqu'au béton armé classique. Dans une telle optique il n'y a plus aucune raison de maintenir un règlement de béton armé indépendant.

Nous pensons donc que l'étape suivante, qui s'annonce prochaine, devrait tendre vers un règlement unique béton armé ou précontraint, faisant une large place à la méthode des états-limites.

APPLICATION AUX OUVRAGES ROUTIERS DU TITRE VI DU FASCICULE 61 DU CAHIER DES PRESCRIPTIONS COMMUNES

1 Unités :

Conformément à la circulaire n° 62 du 27 août 1962, nous utilisons ici le système international S. I.

Nous prendrons en particulier :

comme unité de force, le décanewton (daN)
comme unité de pression, le bar qui vaut un décanewton par cm^2 . Par rapport aux unités précédemment employées l'équivalence est la suivante.

$$1 \text{ daN} = 1,02 \text{ kgf} \quad \text{et} \quad 1 \text{ bar} = 1,02 \text{ kgf/cm}^2$$

2 Calcul des sollicitations pondérées (application de l'article 7)

2,1 Sollicitations à prendre en compte :

Nous reprenons les notations de l'article 7 en désignant par (V) le vent réglementaire, tel que défini par l'article 9 du titre II du fascicule 61. Les sollicitations à prendre en compte pour un ouvrage routier sont alors :

$$\begin{aligned} \text{Sollicitations du premier genre } (S_1) &= (G) + 1,2 (P) + (T) \\ (S'_1) &= (G) + (V) + (T) \end{aligned}$$

$$\text{Sollicitation du deuxième genre } (S_2) = (G) + 1,5 (P) + (T)$$

Il est nécessaire d'appliquer dans tous les cas la sollicitation du premier genre ; par contre on pourra souvent se dispenser d'appliquer la sollicitation du deuxième genre, cette dernière étant moins défavorable pour toutes les sections soumises à des contraintes proportionnelles aux efforts appliqués dans la mesure où ceux-ci ne sont pas susceptibles de changer de sens. En effet, quand on passe du premier au second genre les efforts dus aux surcharges sont majorés de $\frac{1,5}{1,2} = 1,25$ alors que les contraintes admissibles sont multipliées par 1,5. Il sera donc inutile de calculer la sollicitation du second genre pour les sections de poutres ou dalles travaillant en flexion simple avec ou sans effort tranchant et pour les sections de poteaux travaillant en compression simple, à condition qu'il n'y ait pas de renversement d'effort dans la section considérée.

Par contre on devra considérer les deux genres de sollicitations :

- en flexion composée ;
- pour toutes les sections où un effort est susceptible de changer de sens (par exemple voisinage d'un point de moment nul dans une poutre continue).

Les exemples donnés plus bas appartiennent à ces deux catégories.

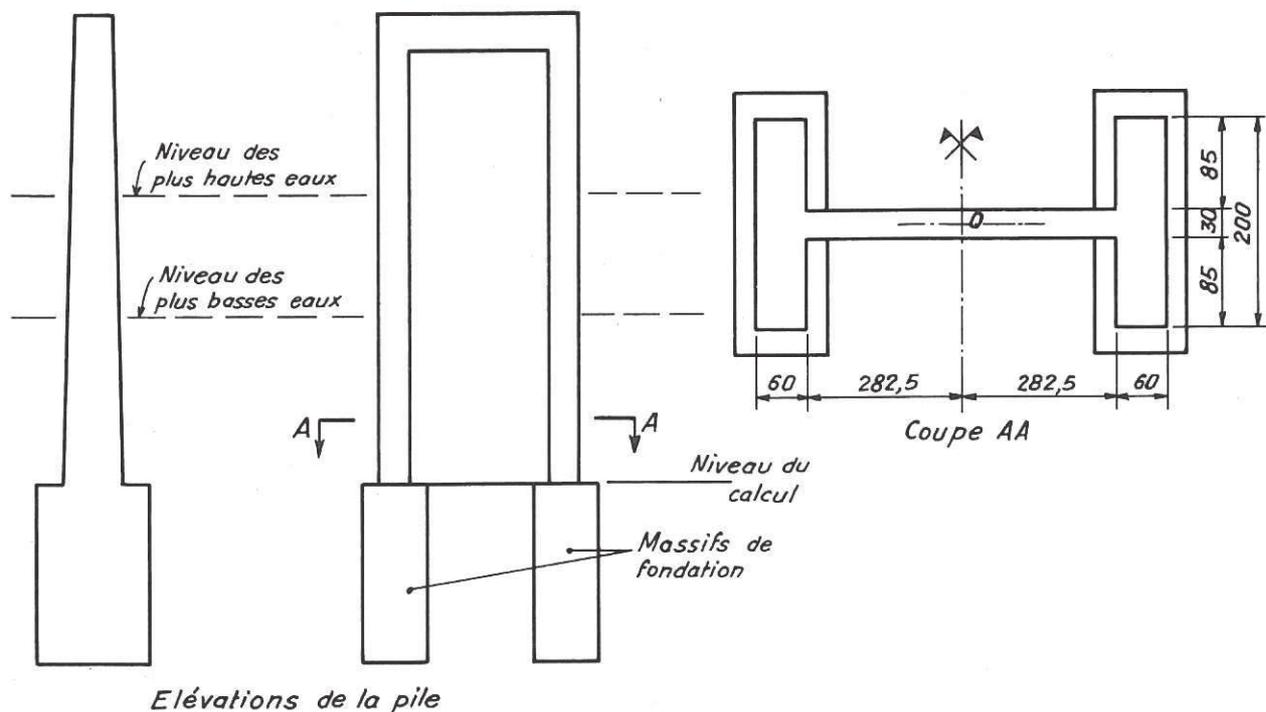
2,2 Sollicitations particulières :

Le C.P.S. peut imposer des sollicitations particulières parmi lesquelles nous citons :

- les surcharges militaires qui constituent une sollicitation du premier genre, mais sans coefficient de pondération 1,2.
- les séismes (voir article 5)
- le choc des bateaux sur les piles bordant une passe navigable (il s'agit d'une sollicitation exceptionnelle donc du second genre).
- les tassements différentiels entre appuis consécutifs (si un tassement est considéré comme probable il sera considéré comme une sollicitation du premier genre).

2,3 Calcul des sollicitations pondérées agissant sur la section horizontale d'une pile au niveau de son encastrement sur les massifs de fondation.

Le fût de la pile schématisée ci-dessous est constitué par deux montants solidarisés par un voile ; les montants sont encastrés dans deux massifs de fondation séparés.



Nous donnons dans le tableau ci-après les efforts (non pondérés) agissant en service au niveau de l'encastrement des montants dans les massifs de fondation ; les moments sont calculés par rapport au point O, centre de symétrie de la section considérée. Les efforts sont donnés pour l'ensemble de la pile.

	Efforts verticaux N (daN)	Moments longitudinaux M_1 (daN m)	Moments transversaux M_t (daN m)
Charge permanente minimale (eaux à leur plus haut niveau)	470 000		
Déjaugage correspondant à la différence entre les plus hautes et les plus basses eaux	30 000		
Effets du retrait et de la température sur le tablier		40 000	
Surcharge A (avec freinage)	200 000	260 000	
Surcharge B (un seul camion de 30 tonnes freinant)	négligeable	460 000	
Vent (transversal et longitudinal)		300 000	800 000

Les cas à considérer sont les suivants :

a) Sollicitation pondérée du premier genre avec vent (type S'_1)

Il suffit d'additionner les efforts dus à la charge permanente, au retrait, à la température et au vent, ce qui donne les deux cas de charges possibles suivants.

N	M_1	M_t
470 000	340 000	800 000
500 000	340 000	800 000

b) Sollicitation pondérée du premier genre sans vent (type S_1)

Les efforts dus aux surcharges sont à pondérer par le coefficient 1,2 qu'il y a lieu d'appliquer aussi aux variations de charges permanentes qui sont conséquences de la poussée d'Archimède (article 2,2). La charge verticale permanente correspondant aux plus basses eaux sera donc :

$$470\,000 + 1,2 \times 30\,000 = 506\,000 \text{ daN}$$

Le tableau suivant (où nous avons supprimé la colonne M_t qui est nul en l'absence de vent) donne les sollicitations à considérer après application du coefficient de pondération 1,2 aux efforts variables.

	Numéro de repère de l'effort appliqué	N	M_1
Charge permanente (hautes eaux)	(1)	470 000	
Charge permanente (basses eaux)	(2)	506 000	
Retrait et température	(3)		40 000
Surcharge A	(4)	240 000	312 000
Surcharge B	(5)		552 000

Ces sollicitations composantes doivent être considérées dans toutes leurs combinaisons possibles ; on peut cependant éliminer à priori certains cas dont on sait qu'ils ne sont jamais les plus défavorables ; par exemple ici la charge permanente seule ou la surcharge A sans freinage ne seront pas examinés, l'adjonction d'un moment fléchissant étant certainement plus sévère. Nous retiendrons les combinaisons figurant au tableau suivant.

Cas de charge	N	M_1
(1) + (3) + (4)	710 000	352 000
(2) + (3) + (4)	746 000	352 000
(1) + (3) + (5)	470 000	592 000
(2) + (3) + (5)	506 000	592 000

c) Sollicitation pondérée du deuxième genre (type S₂)

En pondérant par le coefficient 1,5 partout où nous avons mis le coefficient 1,2 on trouve de même :

Sollicitations composantes	Numéro de repère	N	M ₁
Charge permanente (hautes eaux)	(1)	470 000	
Charge permanente (basses eaux)	(2)	515 000	
Retrait et température	(3)		40 000
Surcharge A	(4)	300 000	390 000
Surcharge B	(5)		690 000

d'où les combinaisons :

Cas de charge	N	M ₁
(1) + (3) + (4)	770 000	430 000
(2) + (3) + (4)	815 000	430 000
(1) + (3) + (5)	470 000	730 000
(2) + (3) + (5)	515 000	730 000

2,4 Calcul des sollicitations pondérées agissant sur une poutre continue à une certaine distance d'un point de moment nul.

Soit une section de poutre soumise aux moment fléchissants (non pondérés) suivants (en daN m)

Charge permanente	300 000
Surcharge donnant des moments positifs	500 000
Surcharge donnant des moments négatifs	-300 000

Les sollicitations pondérées vaudront :

Sollicitations du	1 ^{er} genre	2 ^{ème} genre
Moments positifs	300 000 + 1,2 × 500 000 = 900 000	300 000 + 1,5 × 500 000 = 1 050 000
Moments négatifs	300 000 - 1,2 × 300 000 = -60 000	300 000 - 1,5 × 300 000 = -150 000

3 Sections soumises à une sollicitation de flexion simple.

3,1 Contrainte admissible en traction de l'acier (article 10)

$\bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \sigma_{en}$ sous sollicitation du premier genre et $\bar{\sigma}_a = \sigma_{en}$ sous sollicitation du second genre, σ_{en} désignant la limite d'élasticité nominale.

Nous rappelons que les armatures couramment utilisées appartiennent à la catégorie Fe E40, soit :

pour les diamètre $\varnothing \leq 20$ mm $\sigma_e = 4\ 120$ bar et $\bar{\sigma}_a = \frac{2}{3}\sigma_e = 2\ 750$ bar

pour les diamètre $\varnothing \geq 25$ mm $\sigma_e = 3\ 920$ bar et $\bar{\sigma}_a = \frac{2}{3}\sigma_e = 2\ 610$ bar

On utilise aussi l'acier Fe E22 pour lequel $\sigma_e = 2\ 160$ bar et $\bar{\sigma}_a = \frac{2}{3}\sigma_e = 1\ 440$ bar

3,2 Contrainte admissible à la compression du béton sous sollicitation du premier genre (article 9).

3,21 Introduction de la contrainte admissible en compression simple $\bar{\sigma}'_{bo}$

$$\bar{\sigma}'_b = \alpha \beta \gamma \delta \epsilon \sigma'_n \text{ avec}$$

σ'_n = résistance nominale = σ'_{28} (résultant des mesures faites sur cylindres à 28 jours).

α = 1 si on prend du ciment de la classe 325, cas le plus courant

β = 1 pour les ouvrages dont l'exécution est normalement contrôlée, conformément aux dispositions du titre I du fascicule 65 (c'est normalement le cas des ouvrages routiers).

β = $\frac{5}{6}$ pour les ouvrages dont l'exécution est soumise à un contrôle simplifié suivant les dispositions du titre II du fascicule 65 (ne concerne que les ouvrages de faible importance).

$$\gamma = 1 \text{ si } \frac{h_m}{4c_g} \geq 1 \qquad \gamma = \frac{h_m}{4c_g} \text{ si } \frac{h_m}{4c_g} < 1$$

en désignant par h_m l'épaisseur minimale de l'élément de construction considéré et par c_g la grosseur du granulat.

Si on adopte pour le granulat la valeur courante $c_g = 25$ mm, on prendra $\gamma = 1$ pour tous les éléments d'épaisseur $h_m \geq 4 c_g = 10$ cm (valeur normalement atteinte pour la plupart des éléments d'un ouvrage routier).

$$\text{et } \gamma = \frac{h_m(\text{cm})}{10} \text{ pour les éléments d'épaisseur } h_m < 10 \text{ cm}$$

$\delta = 0,3$ pour la compression simple

$\epsilon = 1$ en compression simple, d'où pour la contrainte admissible en compression simple

$$\bar{\sigma}'_{bo} = 0,3 \alpha \beta \gamma \sigma'_{28}$$

qui se réduira le plus souvent avec $\alpha = \beta = \gamma = 1$ à $\bar{\sigma}'_{bo} = 0,3 \sigma'_{28}$

3,22 Signification des coefficient δ et ϵ en flexion simple.

Nous désignons dans ce qui suit par :

σ'_b la contrainte du béton sur la fibre la plus comprimée

y_1 la hauteur de la zone comprimée

I l'inertie de la section homogène réduite

h la hauteur utile

B' l'aire du béton comprimé

M le moment fléchissant appliqué

z le bras de levier

F'_b l'effort de compression agissant sur l'ensemble du béton comprimé

A la section des armatures tendues

Les valeurs des coefficients δ et ϵ sont les suivantes pour la flexion simple :

$$\delta = 0,6$$

ϵ , au plus égal à 1 a une valeur telle que la contrainte moyenne du béton comprimé.

$$\sigma'_m = \frac{F'_b}{B'} \leq \bar{\sigma}'_{bo}$$

($\bar{\sigma}'_{bo}$ étant la contrainte admissible en compression simple)

En fait, il s'agit de vérifier la double condition suivante :

$$\sigma'_b \leq 2 \bar{\sigma}'_{bo} \quad \text{et} \quad \sigma'_m \leq \bar{\sigma}'_{bo}$$

Vis-à-vis de ces conditions les sections peuvent se classer en deux types :

1er type - sections pour lesquelles $\frac{\sigma'_b}{\sigma'_m} \geq 2$; il faut alors prendre $\epsilon = 1$ d'où $\bar{\sigma}'_b = 2 \bar{\sigma}'_{bo}$

Appartiennent à ce type les sections dont la largeur diminue ou reste constante lorsqu'on se déplace de l'axe neutre vers la fibre la plus comprimée, par exemple le rectangle (pour lequel les deux conditions sont vérifiées simultanément), le cercle, l'octogone, l'hexagone, le triangle comprimé sur sa pointe, le trapèze comprimé sur sa petite base.

2ème type - sections pour lesquelles $\frac{\sigma'_b}{\sigma'_m} < 2$; on aura alors $\epsilon = \frac{\sigma'_b}{2 \sigma'_m} < 1$ et $\bar{\sigma}'_b = 2 \epsilon \bar{\sigma}'_{bo}$

Appartiennent à ce type les sections dont la largeur augmente quand on se déplace de l'axe neutre vers la fibre la plus comprimée, par exemple le trapèze comprimé sur sa grande base, le triangle comprimé sur sa base, la section en T.

Pour ces sections on aura en l'absence d'armatures comprimées (ce qui permet d'écrire $F_b = \frac{M}{z}$)

$$\sigma'_b = \frac{My_1}{I} \quad \text{et} \quad \sigma'_m = \frac{M}{z B'}$$

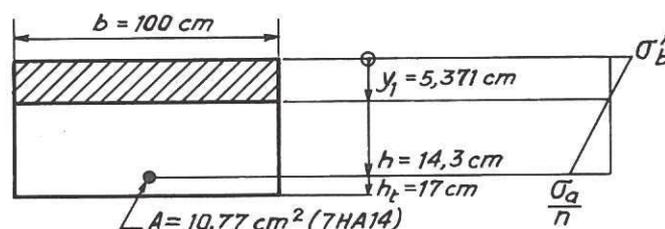
d'où l'on déduit $\epsilon = \frac{B'y_1}{2 S_1}$ avec le moment statique $S_1 = n A (h - y_1)$

ϵ n'est donc pas connu a priori lorsqu'on recherche le ferrailage d'une section ; il dépend à la fois des dimensions du béton et de la section d'armatures qui dépend elle-même du moment appliqué ; suivant les cas ϵ peut avoir des valeurs comprises entre 0,5 et 1. Pratiquement on justifiera ces sections par la condition $\sigma'_m \leq \bar{\sigma}'_{bo}$, le coefficient ϵ étant calculé à postériori.

3,3 Contraintes admissibles du béton sous sollicitation du second genre.

Ce sont celles du paragraphe 3,2 majorées de 50 %

3,4 Application à la section rectangulaire (sans armatures comprimées)



Moment dû aux charges permanentes 700 daNm. Moment dû aux surcharges 2500 daNm

Moment total appliqué (solicitation du premier genre)

$$2500 \times 1,2 + 700 = 3\,700 \text{ daNm}$$

Aciers utilisés $\Phi 14$ à haute adhérence d'où $\bar{\sigma}_a = 2\,750 \text{ bar}$

Béton utilisé : ciment 325 dosé à 400 kg/m^3 ; contrôle strict ($\beta = 1$)

$$\text{on peut prendre } \sigma'_{2g} = 300 \text{ bar d'où } \bar{\sigma}'_b = 0,6 \times 300 = 180 \text{ bar}$$

La hauteur utile a été fixée compte tenu d'un recouvrement minimal de 2 cm, soit :

$$h = h_t - 2 - \frac{\Phi}{2} = 17 - 2 - 0,7 = 14,3 \text{ cm}$$

Le calcul des contraintes repose sur les formules classiques :

$$\frac{by_1^2}{2} + nA(y_1 - h) = 0 \qquad z = h - \frac{y_1}{3}$$

$$\sigma_a = \frac{M}{zA} \qquad \sigma'_b = \frac{2M}{by_1 z}$$

On trouve ici (on peut aussi se servir d'abaques)

$$y_1 = 5,371 \text{ cm} \qquad z = 12,51 \text{ cm}$$

$$\sigma_a = 2\,746 \text{ bar} < \bar{\sigma}_a = 2\,750$$

$$\sigma'_b = 110,1 \text{ bar} < \bar{\sigma}'_b = 180$$

3,5 Application à la section en T

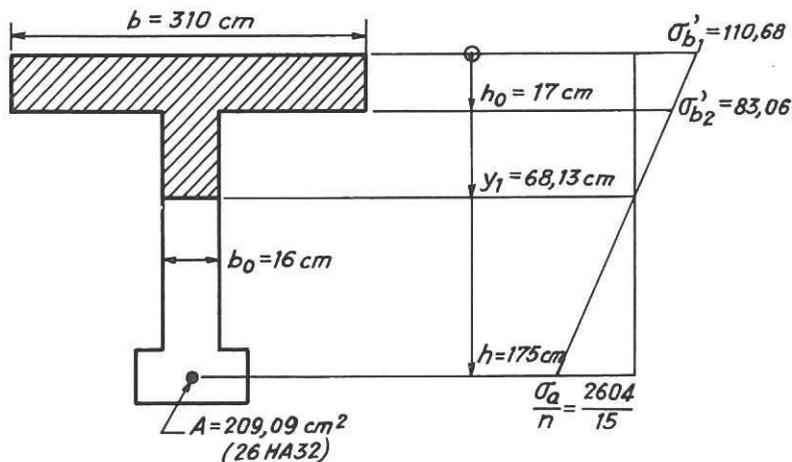
3,51 Flexion simple d'une section en T sous sollicitation du premier genre

Moment dû à la charge permanente 420 000 daNm. Moment dû à la surcharge 400 000 daNm

Moment total appliqué : $M = 420\,000 + 1,2 \times 400\,000 = 900\,000 \text{ daNm}$

Aciers utilisés : $\Phi 32$ à haute adhérence d'où $\bar{\sigma}_a = 2\,610 \text{ bar}$

Béton utilisé : le même qu'en 3,4 d'où $\bar{\sigma}'_{b0} = 90 \text{ bar}$



La section fléchie est une poutre en T munie d'un talon ainsi qu'il est schématisé ci-contre.

Nous donnons ci-après la justification de cette section à partir du diagramme des contraintes,

$$(\sigma_a = 2\,604 \quad \sigma'_{b_1} = 110,68).$$

$$y_1 = \frac{n \sigma'_{b_1} h}{n \sigma'_{b_1} + \sigma_a} = 68,13 \text{ cm} \quad \sigma'_{b_2} = \sigma'_{b_1} \frac{y_1 - h_0}{y_1} = 83,06 \text{ bar}$$

Sections (cm ²)	Contraintes moyennes (bar)	Efforts (daN)	Bras de levier (m)	Moments (daNm)
$b y_1 = 21\,120$	$\sigma'_{b_1}/2 = 55,34$	1 168 800	$h - \frac{y_1}{3} = 1,523$	1 780 000
$-(b - b_0)(y_1 - h_0) = -15\,032$	$\sigma'_{b_2}/2 = 41,53$	- 624 300	$h - h_0 - \frac{y_1 - h_0}{3} = 1,410$	- 880 000
$B' = 6\,088$		544 500		900 000

On retrouve bien $\sigma_a = \frac{544\,500}{209,09} = 2\,604$

et on vérifie que $\sigma'_m = \frac{544\,500}{6\,088} = 89,4 \text{ bar} < \bar{\sigma}'_{b_0} = 90$

On peut maintenant calculer $\epsilon = \frac{\sigma'_{b_1}}{2\sigma'_m} = \frac{110,68}{178,8} = 0,619$

d'où $\bar{\sigma}'_b = 0,619 \times 180 = 111,43 \text{ bar}$

On tire également de ce tableau le bras de levier $z = \frac{900\,000}{544\,500} = 1,653 \text{ m}$

Soit $\frac{z}{h} = 0,94$, valeur courante pour des sections de ce type.

3,52 Si la section fait partie d'une poutre sur appuis simples il est inutile de considérer les sollicitations de second genre ; par contre si on peut avoir des renversements d'efforts, il faut considérer les deux genres de sollicitation.

Reprenons par exemple les sollicitations calculées en 2,4.

3,521 Section soumise à des moments positifs.

Le paragraphe 3,51 constitue la justification sous la sollicitation du premier genre ; quant à celle du second genre il est inutile de la considérer par suite de ce que nous avons dit au paragraphe 2,1.

Pour préciser cependant sur un exemple numérique ce qu'il y a lieu de faire, nous présentons ci-après la justification de la section sous sollicitation du second genre.

Moment appliqué : $M = 1\,050\,000 \text{ daNm}$

Contrainte admissible des aciers : $\sigma_e = 3\,920 \text{ bar}$

Contrainte admissible du béton à la compression simple : $90 \times 1,5 = 135 \text{ bar}$

On vérifie que $\sigma_a = 2604 \times \frac{1050}{900} = 3038 < 3920$

et $\sigma'_m = 89,4 \times \frac{1050}{900} = 104,3 < 135$

3,522 Section soumise à des moments négatifs.

Soient A la section d'acier tendu nécessaire pour équilibrer les moments négatifs, z le bras de levier correspondant et σ_e la limite élastique des aciers utilisés.

Il faut vérifier :

$$\text{sous sollicitation du premier genre } \frac{60\,000}{zA} \leq \frac{2}{3} \sigma_e \text{ d'où } A \geq \frac{90\,000}{z \sigma_e}$$

$$\text{sous sollicitation du deuxième genre } \frac{150\,000}{zA} \leq \sigma_e \text{ d'où } A \geq \frac{150\,000}{z \sigma_e}$$

C'est donc ici la sollicitation du second genre qui est la plus défavorable ; le raisonnement fait pour les aciers étant aussi valable pour le béton, la section sera dimensionnée vis-à-vis des moments négatifs en considérant la sollicitation du second genre.

4 Sections soumises à la flexion composée.

4,1 Contraintes admissibles des aciers tendus.

Ce sont les mêmes que pour la flexion simple.

4,2 Contraintes admissibles à la compression du béton.

La seule différence avec ce qui a été exposé pour la flexion simple, réside dans le coefficient δ qui vaut :

$\delta = 0,6$ si l'effort normal extérieur est une traction (quel que soit son excentrement) ou une compression excentrée de :

$$e_o \geq \frac{3 i^2}{v'}$$

$\delta = 0,3 \left(1 + \frac{v' e_o}{3 i^2}\right)$ si l'effort normal extérieur est une compression excentrée de $e_o < \frac{3 i^2}{v'}$

Dans ces expressions on a :

e_o = excentrement de l'effort normal par rapport au centre de gravité G de la section complète du béton seul.

i = rayon de giration de cette même section calculé par rapport à un axe parallèle à l'axe neutre, mené par G.

On a donc $i^2 = \frac{I}{S}$, I et S désignent l'inertie et la section de béton seul.

v' distance de G à la fibre la moins comprimée ou la plus tendue suivant le cas.

En ce qui concerne le coefficient ϵ les considérations développées au paragraphe 3,22 doivent être complétées dans le sens suivant.

Sections du premier type

La relation $\frac{\sigma'_b}{\sigma'_m} \geq 2$ entraîne toujours $\epsilon = 1$, d'où $\bar{\sigma}'_b = \frac{\delta}{0,3} \bar{\sigma}'_{bo}$

Sections du deuxième type pour lesquelles $\frac{\sigma'_b}{\sigma'_m} < 2$

La conclusion dépend ici de δ qui peut prendre des valeurs comprises entre 0,3 et 0,6

pour $\delta = 0,6$ on aura $\epsilon = \frac{\sigma'_b}{2 \sigma'_m} < 1$ et $\bar{\sigma}'_b = 2 \epsilon \bar{\sigma}'_{bo}$

pour $0,3 \leq \delta \leq 0,4$ ce qui correspond à $0 \leq e_o \leq \frac{i^2}{v'}$ (section entièrement comprimée) on aura :

$$\epsilon = 1 \text{ et } \bar{\sigma}'_b = \left(1 + \frac{e_o v'}{3 i^2}\right) \bar{\sigma}'_{bo}$$

pour $0,4 < \delta < 0,6$ il est impossible de préciser à priori dans quel cas on se trouve.

Dans les cas où $\epsilon < 1$ sa valeur est $\epsilon = \frac{0,3 \sigma'_b}{\delta \sigma'_m} = \frac{0,3}{\delta} \frac{y_1}{y_b}$

y_b désignant la distance à l'axe neutre du centre de gravité de la section de béton comprimé ; il faut alors justifier la section par la condition $\sigma'_m \leq \bar{\sigma}'_{b_0}$, ϵ étant calculé à postériori.

4,3 Exemples de calcul de quantité $\frac{3 i^2}{v'}$

4,31 Le rectangle de largeur b et de hauteur h_t (cette désignation permet de distinguer la hauteur totale de la hauteur utile).

on a $v' = \frac{h_t}{2}$ $S = bh_t$ $I = \frac{bh_t^3}{12}$ $i^2 = \frac{I}{S} = \frac{h_t^2}{12}$

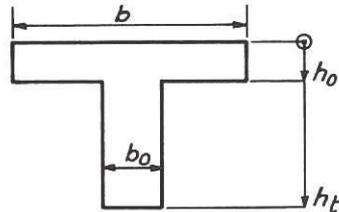
$$\frac{3 i^2}{v'} = \frac{3 h_t^2}{12} \times \frac{2}{h_t} = \frac{h_t}{2}$$

4,32 Section circulaire de rayon r

$$v' = r \quad S = \pi r^2 \quad I = \frac{\pi r^4}{4} \quad i^2 = \frac{I}{S} = \frac{r^2}{4}$$

$$\frac{3 i^2}{v'} = \frac{3 r}{4}$$

4,33 Section en T (table comprimée)



On trouve $S = (b - b_0) h_0 + b_0 h_t$
 $v' = \frac{h_t + h_0 (\lambda - 1)}{2}$ avec $\lambda = \frac{b h_t}{S}$
 et $\frac{3 i^2}{v'} = v' - \frac{h_0^2 \lambda (\lambda - 1)}{v'}$

4,4 Calcul d'une section rectangulaire en flexion composée.

4,41 Nous reprenons ici les efforts et les dimensions du paragraphe 2,3 pour justifier la section d'un montant de pile, soit une section rectangulaire de $b = 60$ cm et $h_t = 200$ cm

Dand le cas où nous avons un moment transversal à la pile, nous admettrons qu'il est équilibré par un couple dont les forces composantes sont axées sur les montants ; le moment $M_t = 800\,000$ est alors équilibré par des efforts normaux dans les montants,

$$N = \pm \frac{800\,000}{6,25} = \pm 128\,000 \text{ daN}$$

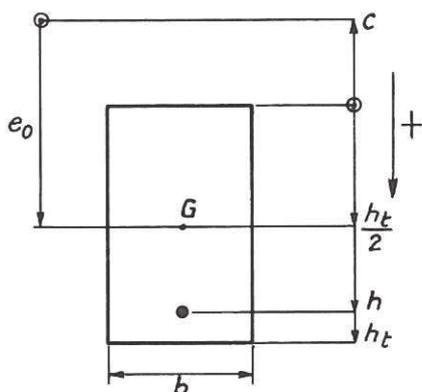
et l'effort normal dans un montant sera par exemple aux plus basses eaux (avec vent)

$$\frac{500\,000}{2} \pm 128\,000 = \begin{cases} 378\,000 \\ 122\,000 \end{cases}$$

Les différents cas de charge pour un montant sont finalement les suivants :

Genre de Sollicitation	Cas de charge		N	M ₁
1 ^{er} genre	avec vent	basses eaux	378 000 122 000	170 000 170 000
		hautes eaux	363 000 107 000	170 000 170 000
	sans vent	(1) + (3) + (4)	355 000	176 000
		(2) + (3) + (4)	373 000	176 000
		(1) + (3) + (5)	235 000	296 000
		(2) + (3) + (5)	253 000	296 000
2 ^{ème} genre	(1) + (3) + (4)	385 000	215 000	
	(2) + (3) + (4)	407 500	215 000	
	(1) + (3) + (5)	235 000	365 000	
	(2) + (3) + (5)	257 500	365 000	

4,42 Détermination approximative du cas le plus défavorable.



Les notations étant celles figurant au schéma ci-contre, la section d'armatures A à prévoir est égale à :

$$A = \frac{N}{\bar{\sigma}_a} \left(\frac{h - c}{z} - 1 \right)$$

formule valable pour $h - c \geq z$

z étant le bras de levier de la même section rectangulaire supposée soumise à la flexion simple avec une section d'armatures tendues,

$$A_1 = A + \frac{N}{\bar{\sigma}_a}$$

Le bras de levier z dépend donc du cas de charge et plus précisément du moment par rapport à l'armature tendue $\mathcal{M}_G = N(h - c)$.

On a d'autre part $e_0 = \frac{M}{N} = -c + \frac{h_t}{2}$ d'où $-c = \frac{M}{N} - \frac{h_t}{2}$

$$A = \frac{1}{z \bar{\sigma}_a} \left[M + N \left(h - z - \frac{h_t}{2} \right) \right] = \frac{1}{z \bar{\sigma}_a} [M - z N]$$

Prenons comme valeurs approchées $h = 1,95$ m et $z = 0,9 h = 1,76$ m.

Nous adoptons ici une valeur du rapport $\frac{z}{h}$ qui peut paraître un peu forte pour une section rectangulaire, mais qui tient compte de la présence d'armatures comprimées, celles-ci augmentant sensiblement la valeur du bras de levier. La section sera en effet armée symétriquement puisque les efforts peuvent changer de sens ; la prise en compte d'armatures comprimées suppose, bien entendu, que celles-ci soient ligaturées par des armatures transversales conformes à l'article 36.

Le cas le plus défavorable du point de vue des aciers est celui qui rend maximale la quantité,

$$\frac{1}{\bar{\sigma}_a} = [M + N (h - z - \frac{h_t}{2})] = \frac{M - 0,81 N}{\bar{\sigma}_a}$$

soit pour le premier genre :

$$N = 235\ 000 \quad M = 296\ 000 \quad \frac{M - 0,81 N}{\frac{2 \sigma_e}{3}} = \frac{158\ 475}{\sigma_e}$$

pour le deuxième genre :

$$N = 235\ 000 \quad M = 365\ 000 \quad \frac{M - 0,81 N}{\sigma_e} = \frac{174\ 650}{\sigma_e}$$

Le cas le plus défavorable se produit pour le second genre et donne comme section d'armatures (Fe E40 de diamètre ≤ 20 mm),

$$A = \frac{174\ 650}{1,76 \times 4120} = 24,1 \text{ cm}^2$$

soit 8 HA20 ($A = 25,13 \text{ cm}^2$) qui répartis en deux nappes (la première à environ 5 cm de la paroi, la deuxième à 7 cm) donneront $h = 1,94$ m.

Pour le béton, le cas le plus défavorable est approximativement celui qui rend maximale la quantité,

$$\frac{1}{\bar{\sigma}'_b} [M + \frac{N h}{2 + \frac{0,036 b h}{A}}]$$

ceci uniquement pour une section rectangulaire.

on a ici :

$$\frac{h}{2 + \frac{0,036 b h}{A}} = \frac{1,94}{2 + \frac{0,036 \times 0,6 \times 1,94}{0,00241}} = 0,1 \text{ d'où les cas défavorables.}$$

pour le premier genre :

$$M = 296\ 000 \quad N = 253\ 000 \quad \frac{M + 0,1 N}{\bar{\sigma}'_b} = \frac{321\ 300}{0,6 \sigma'_{28}} \quad (\text{avec } \delta = 0,6)$$

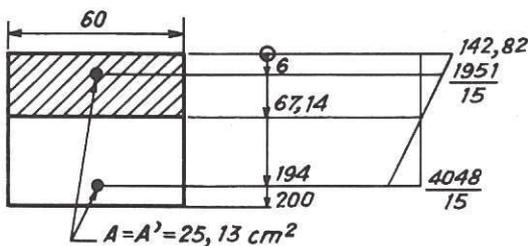
Pour le second genre :

$$M = 365\ 000 \quad N = 257\ 500 \quad \frac{M + 0,1 N}{\bar{\sigma}'_b} = \frac{390\ 750}{1,5 \times 0,6 \sigma'_{28}} = \frac{260\ 500}{0,6 \sigma'_{28}} \quad (\text{avec } \delta = 0,6)$$

Le cas le plus défavorable pour le béton se produit donc avec le premier genre.

4,43 Justification de la section

4,431 Sollicitation du second genre la plus défavorable pour les aciers.



$$N = 235\ 000 \quad M = 365\ 000$$

Moment par rapport aux armatures tendues :

$$\mathcal{M} = 365\ 000 + 0,94 \times 235\ 000 = 585\ 900 \text{ daNm}$$

aciers Fe E40 $\varnothing 20$ $\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}_e = 4120$ bar

béton : ciment 325 dosé à 350 kg/m³

Contrôle strict $\sigma'_{28} = 270$ bar

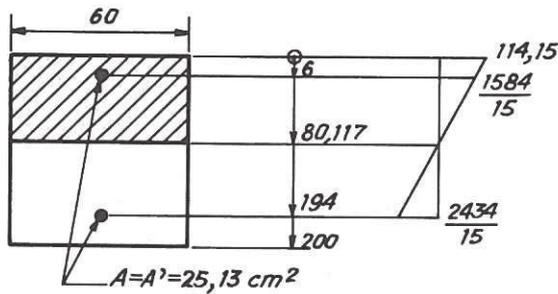
soit $\bar{\sigma}'_{b0} = 0,3 \times 270 = 81$ bar

$$e_0 = \frac{365}{235} = 1,55 \text{ m} > e_1 = 1 \text{ m d'où } \delta = 0,6 \text{ et } \bar{\sigma}'_b = 1,5 \times 2 \bar{\sigma}'_{b0} = 243 \text{ bar}$$

$\frac{142,82}{67,14} = 2,127$		$\frac{1951}{15 \times 61,14} = 2,127$		$\frac{4048}{15 (194 - 67,14)} = 2,127$	
Sections (cm ²)	Contraintes (bar)	Efforts (daNm)	Bras de levier (m)	Moment par rapport à l'armature tendue (daNm)	
60 × 67,14 = 4028,4	142,82/2	287 670	$1,94 - \frac{0,6714}{3} = 1,7162$	493 700	
25,13	1951	49 030	1,88	92 200	
		336 700		585 900	

On vérifie $\sigma_a = \frac{336\,700 - 235\,000}{25,13} = 4\,047$

4,432 Sollicitation du premier genre défavorable pour le béton.



$M = 296\,000$ $N = 253\,000$
 $\mathcal{M} = 296\,000 + 0,94 \times 253\,000 = 533\,820$
 $\frac{M}{N} = 1,17 > e_1 = 1\text{ m}$ d'où $\delta = 0,6$ et
 $\bar{\sigma}'_b = 2\bar{\sigma}'_{b0} = 162\text{ bar}$
 $\bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \sigma_e = 2747\text{ bar}$

$\frac{114,15}{80,117} = 1,425$		$\frac{1584}{15 \times 74,117} = 1,425$		$\frac{2434}{15 (194 - 80,117)} = 1,425$	
Sections (cm ²)	Contraintes (bar)	Efforts (daNm)	Bras de levier (m)	Moment par rapport à l'armature tendue (daNm)	
80,117 × 60 = 4807,02	114,15/2	274 360	$1,94 - \frac{0,80117}{3} = 1,6729$	458 980	
25,13	1584	39 800	1,88	74 840	
		314 160		533 820	

On vérifie $\sigma_a = \frac{314\,160 - 253\,000}{25,13} = 2\,434\text{ bar}$

5 Sollicitations de service (application de l'article 8)

5,1 Applicables pour les justifications relatives à la fissuration du béton (voir en 19) et aux déformations (voir en 20) elles s'écrivent symboliquement :

pour la fissuration (S_f) = (G) + (T) + (P)
 pour les déformations (S_d) = (G) + (T) + (P)
 ou (G) + (T) + (V)

5,2 Application à la pile du paragraphe 2,3

Recherchons la sollicitation (Sf) donnant la contrainte la plus élevée dans les aciers ; le vent n'est pas à considérer et nous savons que la sollicitation la plus défavorable est celle qui correspond à N minimum ; le cas à retenir est alors celui de la surcharge B et des eaux à leur plus haut niveau.

On trouve pour un montant de pile :

$$N = 235\,000 \text{ daN}$$

$$M = 20\,000 + 230\,000 = 250\,000 \text{ daNm}$$

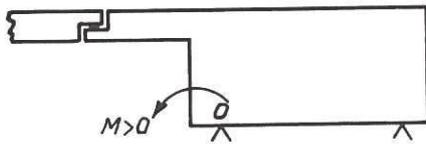
5,3 Application à la section étudiée en 3,4

Le moment de service vaut $2\,500 + 700 = 3\,200 \text{ daNm}$

5,4 Application à la section étudiée en 3,51

Le moment de service vaut $420\,000 + 400\,000 = 820\,000 \text{ daNm}$

6 Equilibre statique d'une console (application de l'article 15).



Soit une console encastrée dans une culée d'équilibrage. Les moments (non pondérés) agissant sur cette console sont les suivants : (les moments sont comptés positifs dans le sens figuré sur le schéma ci-contre).

	Moments par rapport à 0
Charge permanente	- 300 000
Surcharge donnant le moment positif maximal	200 000

On vérifie la stabilité sous sollicitation du 2^{ème} genre qui est le plus défavorable, soit :

$$M_0 = -300\,000 + 200\,000 \times 1,5 = 0$$

La stabilité est tout juste assurée.

7 Article 18 - Conséquence de cet article sur le choix des matériaux.

Il s'agit de vérifier $\bar{\sigma}_{b0} > 20 (1 + 1,25 \psi_d)$

7,1 Construction armée uniquement d'aciers lisses ($\psi_d = 1$)

On trouve $\bar{\sigma}_{b0} \geq 45 \text{ bars}$, ce qui équivaut avec $\beta = \frac{5}{6}$ et $\alpha = \gamma = 1$ à $\bar{\sigma}_{28} \geq 180$

Tous les bétons indiqués au tableau du commentaire de l'article 9,7 peuvent donc être utilisés.

7,2 Construction comportant des armatures à haute adhérence.

Actuellement pour toutes les armatures agréées on a $\psi_d = 1,5$

d'où $\bar{\sigma}_{bo} \geq 57,5$ bars ; à condition d'avoir $\alpha = \gamma = 1$ ceci équivaut à :

$$\begin{aligned} \sigma'_{28} &\geq 192 && \text{si } \beta = 1 \\ \text{et } \sigma'_{28} &\geq 230 && \text{si } \beta = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

Avec les bétons du commentaire de l'article 9,7 on trouve alors que le dosage en ciment doit être au moins égal à 300 kg/cm^3 .

8 Condition de non-fragilité (article 19)

8,1 Poutres soumises à flexion simple (article 19,1)

8,11 La première condition s'écrit de la façon suivante :

Sollicitation du second genre admissible :

$$M_e = Az \sigma_e = 0,9 h A \sigma_e \quad (\text{en admettant } z = 0,9 h)$$

Sollicitation de fissuration :

$$M_f = \frac{I \sigma_j}{v'} = \frac{3 I \bar{\sigma}_b}{v'} \quad \text{avec } \sigma_j = 3 \bar{\sigma}_b \quad \text{et en désignant par } I,$$

l'inertie de la section de béton seul et par v' la distance du centre de gravité de la section du béton seul à la fibre tendue.

La condition s'écrit alors $M_e > M_f$

$$\begin{aligned} \text{soit } 0,9 h A \sigma_e &> \frac{3 I \bar{\sigma}_b}{v'} \\ A &> \frac{I}{0,3 v' h} \frac{\bar{\sigma}_b}{\sigma_e} \end{aligned}$$

8,12 Désignons par M_1 et M_2 les moments respectivement dus aux sollicitations des 1^{er} et 2^{ème} genre, z_1 , et z_2 les bras de levier correspondants.

$$\text{La deuxième condition s'écrit } \frac{1,2 M_1}{Az_1} < \frac{2}{3} \sigma_e \quad \text{et} \quad \frac{1,2 M_2}{Az_2} < \sigma_e$$

$$\text{soit la plus défavorable des 2 inégalités } A > \frac{1,8 M_1}{z_1 \sigma_e} \quad \text{et} \quad A > \frac{1,2 M_2}{z_2 \sigma_e}$$

8,13 La section à retenir est la plus faible des 2 valeurs données par 8,11 et 8,12

Nous distinguons alors deux cas :

8,131 la sollicitation du 1^{er} genre est prépondérante pour l'application de 8,12 (cas le plus général).

Pour rendre compte de ce qu'il y a lieu de faire, nous traçons la courbe donnant $\lambda = \frac{A \sigma_e z}{M_f}$ en fonction de $\mu_1 = \frac{M_1}{-M_f}$ et nous supposons que le bras de levier z peut être considéré comme à peu près constant pour une section dont le béton est donné ($z = 0,9 h$).

La première condition s'écrit $\lambda > 1$

La deuxième condition donne $\lambda > 1,8 \mu_1$

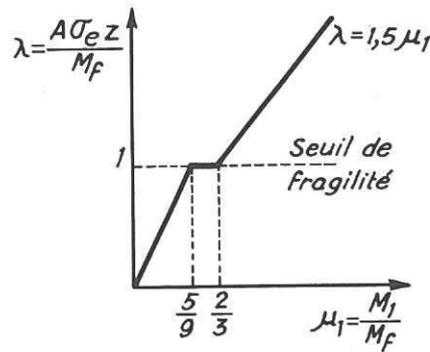
Lorsque les deux conditions ne jouent pas on a $\lambda > 1,5 \mu_1$

On trouve finalement que λ doit être supérieur à la courbe figurée sur le diagramme ci-contre, soit :

$\lambda = 1,5 \mu_1$ pour $\mu_1 \geq \frac{2}{3}$ (la condition ne joue pas)

$\lambda = 1$ pour $\frac{5}{9} < \mu_1 < \frac{2}{3}$ (seuil de fragilité)

$\lambda = 1,8 \mu_1$ pour $\mu_1 \leq \frac{5}{9}$



8,132 La sollicitation du 2^{ème} genre est prépondérante pour l'application de 8,12 ; avec les mêmes hypothèses qu'en 8,131 on trouve :

1^{ère} condition $\lambda > 1$

2^{ème} condition $\lambda > 1,2 \mu_2$

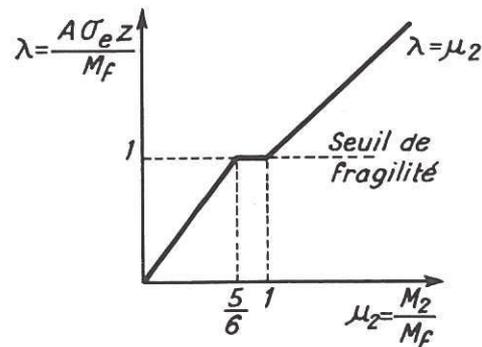
Quand les 2 conditions ne jouent pas $\lambda > \mu_2$

D'où la courbe ci-contre qui conduit à prendre :

$\lambda = \mu_2$ pour $\mu_2 \geq 1$

$\lambda = 1$ pour $\frac{5}{6} < \mu_2 < 1$

$\lambda = 1,2 \mu_2$ pour $\mu_2 \leq \frac{5}{6}$



8,14 Nous constatons que la condition de non-fragilité conduit à renforcer la section d'acier lorsque l'on atteint le seuil de fragilité indiqué sur les diagrammes ci-dessus. Ce renforcement correspond à une sécurité supplémentaire nécessitée par le fait qu'au-dessous de leur seuil de fragilité les sections sont particulièrement sensibles à la fissuration lorsque l'effort appliqué augmente au-delà de sa valeur théorique. La majoration supplémentaire de 1,2 est donc destinée à couvrir des variations éventuelles de l'effort calculé (qui n'est connu qu'avec une certaine approximation), ces variations pouvant avoir des conséquences fâcheuses.

8,2 Plaques rectangulaires simplement fléchies (article 19,2)

8,21 La première condition pour une section rectangulaire de largeur b et d'épaisseur h_t s'écrit avec $I = \frac{bh_t^3}{12}$ et $v' = \frac{h_t}{2}$

$$A \geq \frac{b h_t^2}{1,8 h} \frac{\bar{\sigma}_b}{\sigma_e} \quad \text{ou encore } \tilde{\omega} = \frac{A}{b h} \geq \frac{1}{1,8} \left(\frac{h_t}{h}\right)^2 \frac{\bar{\sigma}_b}{\sigma_e}$$

8,22 Les courbes données dans le cas des poutres sont à corriger de la façon suivante.

Le palier $\lambda = 1$ est à remplacer par un palier $\lambda = \nu$ avec

$\nu = \frac{2 - \rho}{2}$ s'il s'agit des armatures parallèles au petit côté (de longueur a)

$\nu = \frac{1 + \rho}{4}$ s'il s'agit des armatures parallèles au grand côté (de longueur b)

$$\rho = \frac{a}{b}$$

D'autre part une condition supplémentaire de pourcentage minimal des aciers est introduite : elle s'exprime sous la forme :

$$\frac{A}{b h_t} \geq 0,0008 \text{ s'il s'agit de ronds lisses}$$

$$\text{et } \frac{A}{b h_t} \geq \frac{1,2}{\sigma_e - 2200} = 0,006 \text{ (avec } \sigma_e = 4200) \text{ s'il s'agit de barres à haute adhérence.}$$

Dans ce qui suit nous mènerons l'application avec $\frac{h}{h_t} = 0,9$ et $\bar{\sigma}_b = 7$;

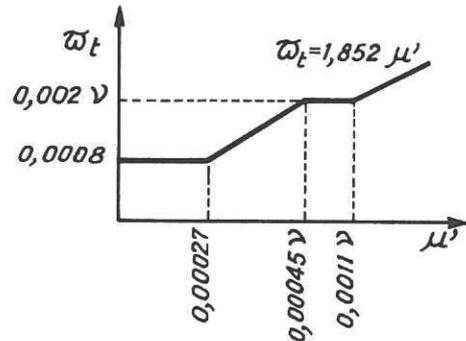
nous supposons que le premier genre est plus défavorable ;

$$\text{il vient en posant } \mu' = \frac{M}{b h_t^2 \sigma_e} \text{ et } \tilde{\omega}_t = \frac{A}{b h_t}$$

$$\text{première condition } \tilde{\omega}_t \geq \frac{h_t}{1,8 h} \frac{\bar{\sigma}_b}{\sigma_e} \nu = 0,617 \frac{\bar{\sigma}_b}{\sigma_e} \nu$$

$$\text{deuxième condition } \tilde{\omega}_t \geq 2,222 \mu'$$

$$\text{au-dessus du seuil de fragilité } \tilde{\omega}_t \geq 1,852 \mu'$$



8,23 Cas des ronds lisses $\sigma_e = 2200$

$$\text{première condition } \tilde{\omega}_t \geq 0,002 \nu$$

$$\text{deuxième condition } \tilde{\omega}_t \geq 2,222 \mu'$$

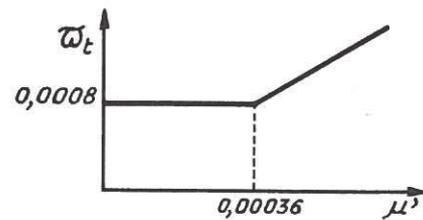
$$\text{pourcentage minimal } \tilde{\omega}_t \geq 0,008$$

$$\text{au-dessus du seuil de fragilité } \tilde{\omega}_t \geq 1,852 \mu'$$

La courbe ci-dessus valable pour $0,002 \nu > 0,0008$ soit $\nu > 0,4$ traduit ces résultats.

ν peut varier entre 0,5 et 1 pour les armatures parallèles au petit côté, entre 0,25 et 0,5 pour les armatures parallèles au grand côté ; la valeur $0,002 \nu$ tombe au-dessous de $\tilde{\omega}_t = 0,0008$ pour $\nu \leq 0,4$

Donc, pour les barres parallèles au grand côté on aura souvent le diagramme ci-contre valable pour $\nu \leq 0,4$



8,24 Cas de barres à haute adhérence

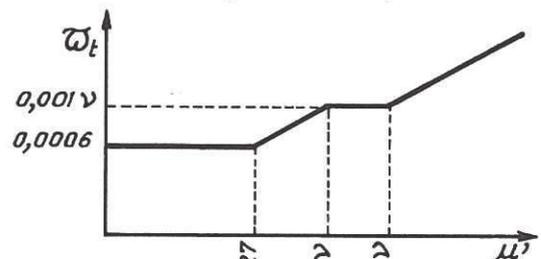
$$\sigma_e = 4200$$

$$\text{première condition } \tilde{\omega}_t \geq 0,001 \nu$$

$$\text{deuxième condition } \tilde{\omega}_t \geq 2,222 \mu'$$

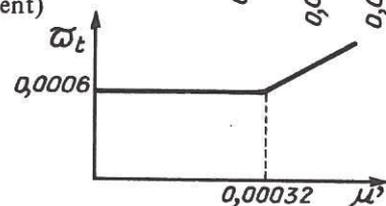
$$\text{pourcentage minimal } \tilde{\omega}_t \geq 0,0006$$

$$\text{au-dessus de seuil de fragilité } \tilde{\omega}_t \geq 1,852 \mu'$$



La courbe ci-dessus traduit ces résultats pour $0,001 \nu > 0,0006$ soit $\nu > 0,6$

Dans le cas où $\nu \leq 0,6$ (armatures parallèles au grand côté notamment) on obtient le diagramme ci-contre.



8,3 Flexion composée

8,31 Les règles exposées en 8,1 s'appliquent aussi à la flexion composée moyennant les adaptations suivantes. Soit e_o , (en valeur algébrique) l'excentrement par rapport au centre de gravité G de la section de béton seul du point de passage de la sollicitation du second genre la plus défavorable ; e_o est compté positif lorsqu'il est dirigé vers la fibre comprimée.

S, la section du béton seul,

v et v' la distance de G aux fibres respectivement comprimées et tendues.

I le moment d'inertie de la section de béton seul.

N l'effort normal compté positif quand il s'agit d'une compression ; l'effort normal N_f provoquant la fissuration est tel que :

$$N_f \left(\frac{1}{S} - \frac{e_o v'}{I} \right) = -3 \bar{\sigma}_b$$

La première condition (méthode du 4,42 avec $z = 0,9 h$) s'écrit :

$$A \geq \frac{N_f}{\sigma_e} \left(\frac{e_o + h - v'}{0,9 h} - 1 \right)$$

La deuxième condition donne suivant qu'il s'agit du premier ou du second genre (efforts normaux N_1 et N_2 , excentremets e_{o1} et e_{o2})

$$A \geq \frac{1,8 N_1}{\sigma_e} \left(\frac{e_{o1} + h - v'}{0,9 h} - 1 \right) \quad \text{ou} \quad A \geq \frac{1,2 N_2}{\sigma_e} \left(\frac{e_{o2} + h - v'}{0,9 h} - 1 \right)$$

8,32 Lorsque l'effort N est une compression il est rare que les formules ci-dessus donnent un résultat positif ; en effet pour qu'il en soit ainsi il faut $e_o + h - v' > 0,9 h$ soit $e_o > v' - 0,1 h$.

Or, dès que l'excentrement dépasse cette valeur, la section est en général suffisamment sollicitée pour que le pourcentage d'armatures soit suffisant.

Pour les pièces d'élanement supérieur à 5 il y a lieu d'appliquer l'article 19,4 qui renvoie aux règles des poteaux (application en 15).

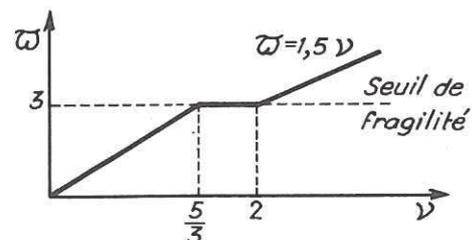
8,33 Lorsque l'effort N est une traction il y a lieu d'évaluer de façon assez large les efforts du retrait et de la température en s'inspirant de ce que nous exposons ci-après pour les pièces soumises à traction simple.

8,4 Traction simple

8,41 Les pièces soumises à la traction simple relèvent des mêmes règles que les poutres simplement fléchies ; dans le cas d'une section conditionnée par la sollicitation du premier genre on trouvera que la condition de non-fragilité se traduit par le diagramme ci-contre dans lequel,

$$\tilde{\omega} = \frac{A \sigma_e}{B \bar{\sigma}_b} \quad (\text{B section du béton seul})$$

$$\nu = \frac{N}{B \bar{\sigma}_b} \quad (\text{N, traction exercée})$$



8,42 Nous attirons cependant l'attention sur la nécessité de ne pas sous-évaluer les effets du retrait et de la température vis-à-vis desquels la condition de non-fragilité est particulièrement importante.

En effet, si le tirant est soumis à un effort extérieur important le problème ne se pose pas car les effets du retrait et de la température deviennent secondaires ; il ne se pose que dans le cas où l'effort extérieur est faible et où par conséquent l'essentiel de la sollicitation est due aux effets du retrait et du fluage ; or l'évaluation de ces effets peut être difficile dans le cas fréquent où ils seraient dus à des différences de retrait et de température entre divers éléments de la construction.

Dans ce dernier cas si on hésite sur les valeurs à prendre il est vivement recommandé de satisfaire rigoureusement à la première condition qui se traduit par :

$$\omega = \frac{A \sigma_e}{B \bar{\sigma}_b} \geq 3$$

Le fait de satisfaire à cette condition pourra d'ailleurs souvent dispenser de se préoccuper des effets du retrait et de la température.

8,43 Nous donnons l'exemple suivant ; soit une diagonale faisant partie d'une entretoise triangulée.

Sollicitation du premier genre ; traction $N = 3\ 000$ daN

Section du béton : carré de 18×18 d'où $B = 324$ cm²

Béton utilisé $\sigma'_{28} = 300$ bar d'où (avec $\alpha = \beta = \gamma = 1$) $\bar{\sigma}_b = 7,5$ bar

Aciers utilisés $\sigma_e = 4120$ bars $\bar{\sigma}_a = 2750$ bars

La règle générale donnerait puisque $\nu = \frac{3000}{324 \times 7,5} = 1,23 < \frac{5}{3}$

$$2750 A \geq 1,2 \times 3\ 000$$

$$A \geq 1,31 \text{ soit } 4 \text{ T } 6$$

Mais ce faisant on négligerait les effets différentiels dus au retrait et à la température, effets qu'il est difficile d'évaluer. Il est alors prudent de vérifier.

$$4120 A \geq 324 \times 3 \times 7,5$$

$$A \geq 1,77 \text{ soit } 4 \text{ T } 8$$

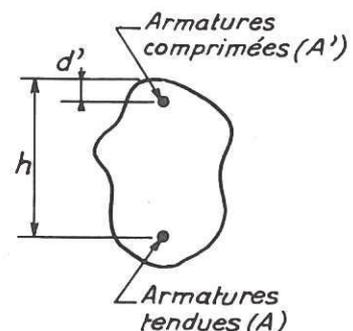
8,5 D'une façon générale il pourra être souhaitable de s'en tenir à la première condition (qui donne le seuil de fragilité) dans tous les cas où on a négligé des effets secondaires trop difficiles à évaluer d'une façon exacte. La vérification de cette condition permettra souvent d'éviter des fissurations abusives tout en se dispensant d'évaluer ces effets secondaires. Signalons à ce sujet que pour certaines catégories d'efforts il peut être illusoire de se livrer à des calculs compliqués, les résultats pouvant être d'autant plus erronés qu'il s'agit de termes correctifs numériquement faibles.

9 Article 22,1

$$\text{Il s'agit de vérifier } F'_b \ z \leq S_M \ \bar{\sigma}'_{bo} \left(1,10 - \frac{\bar{\sigma}'_{bo}}{1000}\right)$$

ou encore lorsque la section comporte des armatures tendues et des armatures comprimées.

$$\mathcal{M} - A' \sigma'_a (h - d') \leq S_M \ \bar{\sigma}'_{bo} \left(1,10 - \frac{\bar{\sigma}'_{bo}}{1000}\right)$$



L'application à la section du paragraphe 4,432 donne $M_c = 533\,820$ daNm $\bar{\sigma}_{bo} = 81$ bars

$A' \sigma'_a (h - d') = 25,13 \times 1584 (1,94 - 0,06) = 74\,835$ daNm

$$S_M = \frac{bh^2}{2} = \frac{60 \times 194^2}{2} = 1,129 \times 10^6 \text{ cm}^3$$

On vérifie $533\,820 - 74\,835 = 458\,985 < 11290 \times 81 (1,10 - 0,081) = 931\,854$

condition largement vérifiée.

Dans le cas général d'une section rectangulaire fléchie sans armatures de compression il faudra écrire :

$$\frac{\sigma'_b}{2} b y_1 \left(h - \frac{y_1}{3}\right) \leq \frac{b h^2}{2} \bar{\sigma}_{bo} \left(1,10 - \frac{\bar{\sigma}_{bo}}{1000}\right)$$

Si on sollicite le béton au maximum $\bar{\sigma}'_b = 2 \bar{\sigma}_{bo}$; la condition devient :

$$\text{la condition devient : } 2 y_1 \left(h - \frac{y_1}{3}\right) \leq h^2 \left(1,10 - \frac{\bar{\sigma}_{bo}}{1000}\right)$$

$$\text{avec } \frac{y_1}{h} = \frac{n \bar{\sigma}'_b}{n \bar{\sigma}'_b + \sigma_a}$$

On trouve que la condition n'est limitative que lorsque σ_a est inférieur aux valeurs données au tableau ci-dessous.

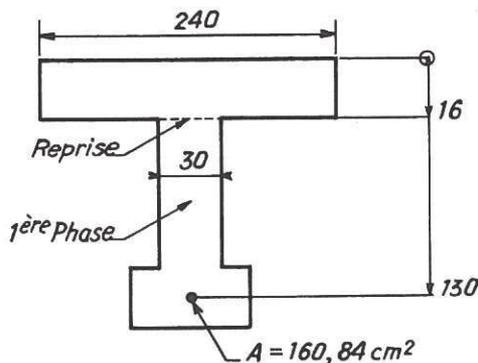
$\bar{\sigma}_{bo}$ (bar)	60	70	80	90	100
Condition limitative si $\sigma_a <$	889	1 080	1 284	1 501	1 732

La condition ne limitera donc $\bar{\sigma}'_b$ à une valeur inférieure à $2 \sigma'_{bo}$ que dans les cas exceptionnels où on utiliserait de gros pourcentage d'aciers travaillant à des contraintes relativement faibles.

Avec des aciers à haute adhérence utilisés à plein la question ne se pose pas.

10 Sections partiellement mises en charge avant achèvement (application de l'article 22,2)

Soit un ouvrage coulé en deux phases successives.

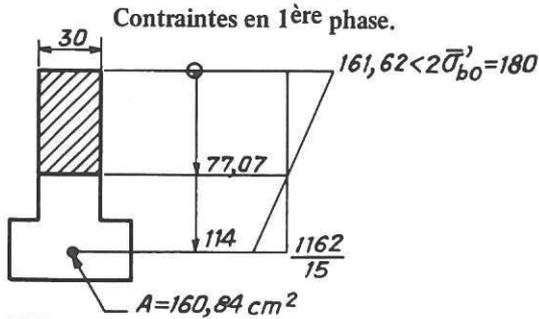


En première phase la poutre est une section rectangulaire de 30 cm de largeur et 114 cm de hauteur utile ; cette section doit supporter son poids propre et celui du béton coulé en deuxième phase, ce qui provoque un moment $M_2 = 280\,000$ daNm

Matériaux utilisés :

Ciment 325 dosé à 400 kg, béton strictement contrôlé, $\sigma'_{28} = 300$ d'où $\bar{\sigma}'_{bo} = 90$.

Armatures Fe E40, $\Phi = 32$ mm de $\sigma_e = 3\,920$ bars d'où $\bar{\sigma}_a = 2\,613$ bars

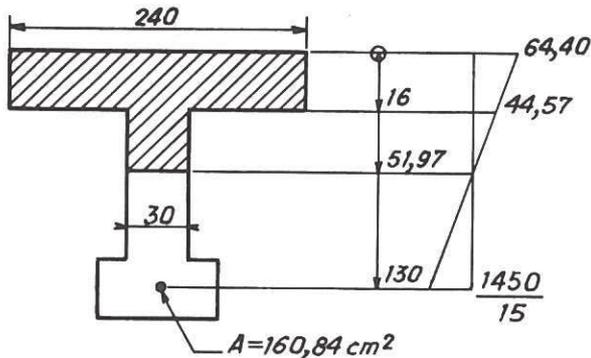


$$M_1 = 165\,000 \text{ daNm}$$

$$\text{On vérifie : } \frac{1162}{15(114 - 77,07)} = \frac{161,62}{77,07} = 2,097$$

Forces	Bras de levier	Moments
$\frac{161,62}{2} \times 30 \times 77,07 = 186\,900$	$1,14 - \frac{0,7707}{3} = 0,8831$	165 000
$- 1\,162 \times 160,84 = - 186\,900$		0
0		0

Contraintes en 2ème phase.



$$M_2 = 267\,000 \text{ daNm}$$

$$\frac{64,40}{51,97} = \frac{44,57}{51,97 - 16} = \frac{1\,450}{15(130 - 51,97)} = 1,239$$

Sections (cm ²)	Contraintes (bar)	Forces (daN)	Bras de levier (m)	Moments (daNm)
$240 \times 51,97 = 12\,473$	64,40/2	401 600	$1,30 - \frac{0,6651}{3} = 1,0783$	433 000
$- 210 \times 35,97 = - 7\,554$	44,57/2	- 168 300	$1,30 - 0,16 - \frac{0,4603}{3} = 0,9866$	- 166 000
4 919		233 300		267 000

$$\sigma_a = \frac{233\,300}{160,84} = 1450$$

$$\sigma'_{bm} = \frac{233\,300}{4\,919} = 47,43 \text{ bar}$$

Contraintes totales.

aciers $1\,162 + 1\,450 = 2\,612 < \bar{\sigma}_a = 2\,613$

béton sur la fibre supérieure 64,40

au niveau de la surface de reprise $161,62 + 44,57 = 206,19$ bar.

Il faut vérifier que cette contrainte est inférieure à la valeur la plus élevée majorée de 20 % qui résulte de l'application de l'article 9 soit à la section partielle, soit à la section totale.

A ce niveau la contrainte admissible la plus élevée est celle qui résulte de l'application de l'article 9 à la section partielle qui est rectangulaire, soit :

$$2 \bar{\sigma}_{bo} = 180$$

On vérifie que $206,19 < 1,2 \times 180 = 216$

Il faut d'autre part vérifier que les contraintes résultant de l'application du moment total à la section totale sont admissibles.

On a : moment total = 165 000 + 267 000 = 432 000 ce qui donne sur la section totale :

$$\sigma_a = 1\,450 \times \frac{432}{267} = 2\,346 > 2\,613 \quad \sigma'_{bm} = 47,43 \times \frac{432}{267} = 76,74 < 90$$

11 Sections soumises à un effort tranchant

11,1 Section en T soumise à un effort tranchant

Soit une poutre en T sur appuis simples, dont la section au voisinage de l'appui est schématisée ci-contre. Les armatures de traction comportent 7 barres Caron $\varnothing 32$ ancrées au-delà de l'appui ainsi qu'il est exposé en 14.

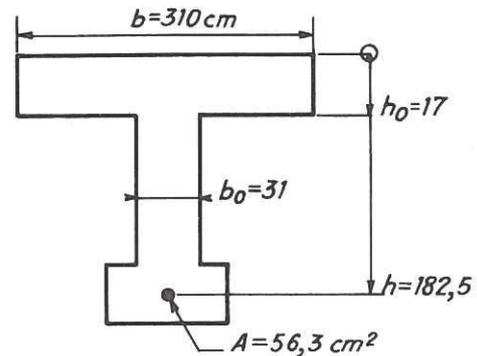
La section est soumise à un effort tranchant (solicitation du 1^{er} genre)

$$T = 130\,000 \text{ daN}$$

Béton utilisé : $\sigma'_{28} = 300$

$$\alpha = \beta = \gamma = 1$$

$$\theta = 0,025 \text{ d'où } \bar{\sigma}_b = 0,025 \times 300 = 7,5 \text{ bar}$$



11,11 Armatures de traction (application de l'article 35,31)

Il faut vérifier $\frac{T}{A} \leq \bar{\sigma}_a$ soit $\frac{130\,000}{56,3} = 2309 < 2\,613$

11,12 Zone comprimée à prendre en compte (application de l'article 23,3).

La largeur de hourdis à prendre en compte de part et d'autre de l'âme ne doit pas excéder les 2/3 de la distance au point de moment nul le plus voisin ; L'appui simple considéré ici étant un point de moment nul nous sommes amenés à considérer une section rectangulaire de largeur égale à l'épaisseur de l'âme.

En l'absence de moment fléchissant il est inutile de calculer exactement la position de l'axe neutre et on pourra adopter forfaitairement pour bras de levier (commentaire de l'article 25,1).

$$z = \frac{7}{8} h = \frac{7}{8} \times 182,5 = 160 \text{ cm}$$

11,13 Epaisseur de l'âme (article 25,1).

Elle est conditionnée par le cisaillement.

$$\frac{T}{b_0 z} = \frac{130\,000}{31 \times 160} = 26,2 \text{ bar}$$

Comme il n'y a pas de moment concomitant on est dans le cas où :

$$\sigma'_b = 0 \leq \bar{\sigma}'_{bo}$$

donc le cisaillement admissible vaut $\bar{\tau}_b = 3,5 \bar{\sigma}_b = 3,5 \times 7,5 = 26,25$

On vérifie $\tau_b = 26,2 < \bar{\tau}_b = 26,25$

11,14 Justification des armatures d'âme (article 25,1)

Les dimensions de la poutre calculée sont telles qu'il y aura certainement des surfaces de reprise ; on doit donc adopter $\bar{\sigma}_{at} = \frac{2}{3} \sigma_e$, soit avec du Fe E40 de diamètre inférieur ou égal à 20 mm $\bar{\sigma}_{at} = 2747$ bars.

Les armatures d'âme doivent avoir une section A_t et un espacement tels que :

$$\frac{A_t}{t} = \frac{T}{z \bar{\sigma}_{at}} = \frac{130\,000}{160 \times 2747} = 0,30 \text{ cm}$$

Dans la largeur de 31 cm il est possible de disposer 3 étriers (voir plus loin en 12,2).

Avec des cours de 3 étriers H A 10 $A_t = 6 \times 0,785 = 4,71 \text{ cm}^2$

$$\text{d'où } t \leq \frac{4,71}{0,30} = 15,7 \text{ soit } 15 \text{ cm}$$

Il faut vérifier d'autre part :

$$t < \bar{t} = h \left(1 - 0,3 \frac{\tau_b}{\bar{\sigma}_b} \right) = 182,5 \left(1 - 0,3 \times \frac{25,7}{7,5} \right) = \text{valeur négative ;}$$

on s'en tient donc à la borne inférieure 0,2 h d'où

$$t = 16 < \bar{t} = 0,2 h = 0,2 \times 182,5 = 36,5$$

Remarque : d'une façon générale on a

$$\bar{t} = h \left(1 - 0,3 \frac{\tau_b}{\bar{\sigma}_b} \right) \text{ si } \frac{\tau_b}{\bar{\sigma}_b} < \frac{8}{3}$$

$$\text{et } \bar{t} = 0,2 h \quad \text{si } \frac{\tau_b}{\bar{\sigma}_b} \geq \frac{8}{3}$$

11,15 Justification des cadres de talon (article 25,3)

On dispose couramment les cadres de talon au même espacement que les armatures d'âme ; d'autre part la contrainte admissible de ces aciers est la même que celle des armatures d'âme (à condition d'avoir des aciers de même nuance ce qui est le cas normal).

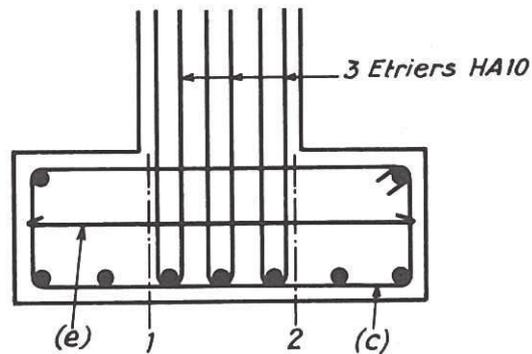
La section de cadre A_c à prévoir est alors telle que :

$$A_c \geq A_t \frac{A_s}{A}$$

avec A_s = section des armatures de traction non embrassées par les armatures d'âme et situées d'un seul côté par rapport à celles-ci.

A_c doit être déterminé en considérant la section la plus défavorable ($A_t \frac{A_s}{A}$ maximum) qui ne se trouve pas forcément à l'appui.

Supposons que la section la plus défavorable soit celle schématisée ci-contre ; elle se trouve à peu de distance de l'appui et comporte, outre le premier lit d'armatures, les deux barres des angles supérieurs qui ne sont pas ancrées au-delà de l'appui, mais doivent cependant être menées jusqu'à l'about.



Avec $\frac{A_s}{A} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ il vient

$$A_c \geq \frac{4,71}{3} = 1,57 \text{ cm}^2$$

Or, les plans à coudre sont les plans 1 et 2 et pour chacun de ces plans on peut compter sur deux fois la section de la barre constituant le cadre (c).

La section du cadre devra donc faire au moins $\frac{1,57}{2} = 0,785 \text{ cm}^2$ soit un cadre HA 10.

Une autre solution consisterait à coudre les plans 1 et 2 avec 3 sections, c'est-à-dire en prévoyant une épingle (e) en plus du cadre (c) ; chaque section devrait alors avoir $\frac{1,57}{3} = 0,52 \text{ cm}^2$ ce qui ne permet pas tout-à-fait de passer avec des HA 8 ; nous nous en tenons donc à la première solution.

11,16 Adhérence d'entraînement sur les armatures principales.

11,161 Cas où les armatures de traction sont toutes de même diamètre et sont isolées, ou toutes groupées en paquets comportant le même nombre de barres.

La contrainte d'adhérence est alors la même pour toutes les barres ou tous les paquets et se calcule par la formule :

$$\tau_d = \frac{T}{pz}$$

p désignant le périmètre utile de l'ensemble des barres ou des paquets.

Pour la poutre étudiée on a sur appui : $p = 7 \pi \times 3,2 = 70,37 \text{ cm}$

d'où $\tau_d = \frac{130\,000}{70,37 \times 160} = 11,5 \text{ bar}$

valeur que l'on vérifie inférieure à $\bar{\tau}_d = 2 \psi_d \bar{\sigma}_b = 3 \times 7,5 = 22,5 \text{ bars}$ (avec $\psi_d = 1,5$)

(application des articles 29,1 et 29,2)

11,162 Cas où les armatures sont de diamètre différent ou comportent à la fois des barres isolées et des paquets.

Il faut appliquer la formule : $\tau_d = \frac{T}{z A} \frac{A_i}{P_i}$

qui donne la contrainte d'adhérence sur une barre ou un paquet de barres,

A_i désignant la section de la barre ou du paquet et

P_i désignant le périmètre utile de la barre ou du paquet.

On voit que la contrainte d'adhérence est la plus forte pour l'élément de $\frac{A_i}{P_i}$ maximum, soit pour la barre de plus gros diamètre ou pour le plus gros paquet.

Supposons par exemple (cas théorique) que la disposition de nos 7 Caron 32 soit celle schématisée ci-contre, toutes choses égales par ailleurs.

On aura : pour une barre isolée

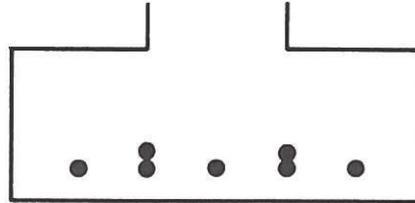
$$\frac{A_i}{P_i} = \frac{\frac{\pi \phi^2}{4}}{\pi \phi} = \frac{\phi}{4} = 0,8 \text{ cm}$$

Pour un paquet de deux barres :

$$A_i = 2 \times \frac{\pi \phi^2}{4} = \frac{\pi \phi^2}{2}$$

$$P_i = \phi (\pi + 2) \text{ (article 28,22)}$$

$$\text{d'où } \frac{A_i}{P_i} = \frac{\phi \pi}{2(\pi + 2)} = 0,98 \text{ cm}$$



On trouve finalement :

$$\text{pour une barre isolée : } \tau_d = \frac{T}{z A} 0,8 = 14,43 \times 0,8 = 11,5 \text{ bars, même valeur que précédemment.}$$

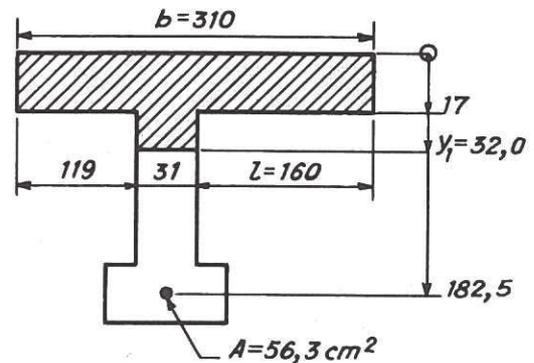
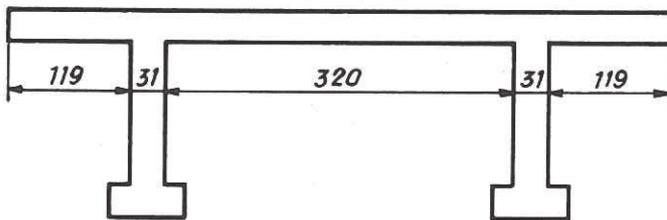
Par contre sur le paquet de 2 barres on trouve : $\tau_d = 14,43 \times 0,98 = 14,1 \text{ bar}$, valeur plus élevée et c'est donc ici pour le paquet qu'il y a lieu de faire la justification.

11,17 Jonction du hourdis de compression et de l'âme (article 25,2).

Il faut prendre la largeur de hourdis nécessaire pour équilibrer le moment fléchissant maximal. Si la section la plus sollicitée est celle considérée en 3,51 il faut prendre la largeur totale $b = 310$ cm, puisque le béton travaille sensiblement au maximum.

La section à considérer est alors celle schématisée ci-contre où nous avons fait figurer les largeurs exactes existant de part et d'autre de l'âme en supposant la poutre dissymétrique.

Cette poutre pourrait faire partie du tablier figuré ci-dessous.



On trouve : $y_1 = 32,00 \text{ cm}$

$$I = 22,20 \times 10^6 \text{ cm}^4$$

$$S_1 = nA (h - y_1) = 127 \text{ } 100 \text{ cm}^3$$

d'où la contrainte tangente à la jonction hourdis-nervure (calculée du côté où la largeur l de hourdis est la plus grande)

$$\tau_b = \frac{Tl(2y_1 - h_0)}{2I} = \frac{130\,000 \times 160(2 \times 32 - 17)}{2 \times 22,20 \times 10^6} = 22 \text{ bar}$$

valeur que l'on vérifie inférieure à $4\bar{\sigma}_b = 4 \times 7,5 = 30 \text{ bar}$

Remarque :

On peut aussi utiliser la formule approchée.

$$\tau_b = \frac{T}{z} \frac{1}{h_0} \frac{1}{b}$$

en reprenant la valeur approchée de z utilisée en 11,12 il vient : $\tau_b = \frac{130\,000}{160 \times 17} \times \frac{160}{310} = 24,7 \text{ bar}$

Application de la règle des coutures (article 24)

Les armatures de couture sont constituées par les armatures transversales du hourdis qui sont normales au plan à coudre.

Le pourcentage de ces armatures doit être tel que :

$$\tilde{\omega}_t \geq \frac{\tau_b}{\bar{\sigma}_{at}}$$

Avec des armatures de $\sigma_{en} = 4120 \text{ bar}$ on a $\bar{\sigma}_{at} = \frac{2}{3} \times 4120 = 2747$

Soit A_t la section d'armatures par mètre linéaire de hourdis (dans le sens longitudinal).

il vient $\frac{A_t}{100 \times 17} \geq \frac{22}{2747}$ d'où $A_t \geq 13,62 \text{ cm}^2/\text{m}$

Il faudra donc au moins $13,62 \text{ cm}^2$ d'armatures transversales par mètre linéaire de hourdis, étant entendu que :

- d'une part ces armatures doivent être suffisamment ancrées,
- d'autre part cette section ne se cumule pas avec la section nécessaire pour assurer la résistance à la flexion du hourdis, ces deux rôles étant considérés indépendamment l'un de l'autre.

11,2 Section rectangulaire soumise à un effort tranchant et à un moment fléchissant concomitant.

Soit une poutre rectangulaire continue, dont la section au voisinage d'un des appuis intermédiaires est schématisée ci-contre.

La section est soumise à un effort tranchant et à un moment fléchissant (solicitation du 1^{er} genre)

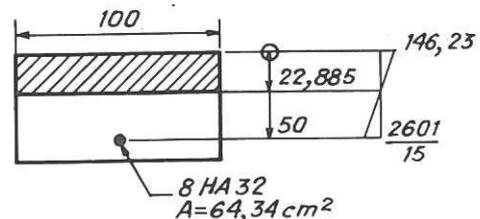
$$T = 78\,000 \text{ daN}$$

$$M = 70\,900 \text{ daNm}$$

Béton utilisé : $\sigma' = 270 \text{ bars}$ $\alpha = \beta = \gamma = 1$ d'où $\bar{\sigma}'_b = 162 \bar{\sigma}_b = 7$

Armatures principales : Fe E 40 $\phi = 32 \text{ mm}$ $\sigma_e = 3920$ $\bar{\sigma}_a = 2\,613$

Armatures transversales droites en Fe E40 de diamètre inférieur à 20 mm, d'où $\sigma_e = 4\,120$



11,21 Vérification du cisaillement (article 25,1)

$$\tau_b = \frac{T}{b_{oz}} = \frac{77\,000}{100 \times 42,37} = 18,2 \text{ bar}$$

$$\text{(avec } z = h - \frac{y_1}{3} = 50 - \frac{22,885}{3} = 42,37 \text{ cm)}$$

On est dans le cas où $\bar{\sigma}'_{bo} < \sigma'_b < 2\bar{\sigma}'_{bo}$

$$\text{Donc le cisaillement admissible vaut } \bar{\tau}_b = (4,5 - \frac{\bar{\sigma}'_b}{\bar{\sigma}'_{bo}}) \bar{\sigma}_b = (4,5 - \frac{146,23}{81}) 7 = 18,9$$

On vérifie $\tau_b = 18,2 < \bar{\tau}_b = 18,9$

11,22 Détermination des armatures transversales (article 25,1)

La poutre étant supposée coulée sans reprise de bétonnage on peut prendre :

$$\rho_a = 1 - \frac{\tau_b}{9\bar{\sigma}_b} = 1 - \frac{18,2}{9 \times 7} = 0,711$$

$$\text{d'où } \bar{\sigma}_{at} = \rho_a \sigma_e = 0,711 \times 4\,120 = 2\,930 \text{ bar}$$

Remarque : La formule $\rho_a = 1 - \frac{\tau_b}{9\bar{\sigma}_b}$ est intéressante dans la mesure où $\rho_a \geq \frac{2}{3}$ soit $\frac{\tau_b}{\bar{\sigma}_b} \leq 3$

Les armatures secondaires sont telles que :

$$\frac{A_t}{t} \geq \frac{T}{z\bar{\sigma}_{at}} = \frac{77\,000}{42,37 \times 2930} = 0,620 \text{ cm}$$

$$\text{et } t \leq \bar{t} = h(1 - 0,3 \frac{\tau_b}{\bar{\sigma}_b}) = 50(1 - 0,3 \times \frac{18,2}{7}) = 0,22 \times 50 = 11 \text{ cm}$$

valeur qu'il est possible d'adopter puisqu'elle est supérieure à $0,2h = 10 \text{ cm}$

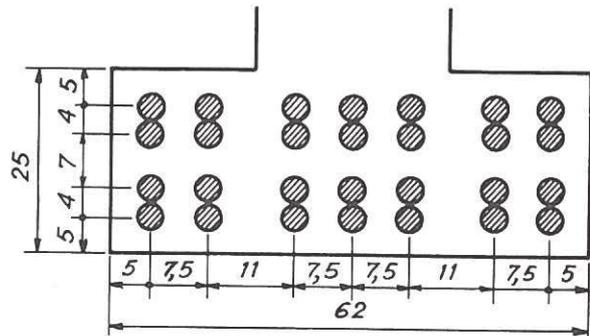
Un tel ferrailage sera par exemple obtenu avec $t = 10 \text{ cm}$, d'où $A_t \geq 6,20 \text{ cm}^2$ soit :

8 HA10 ($6,28 \text{ cm}^2$)

12 Disposition des armatures de traction dans un talon de poutre et conséquence pour les armatures d'âme.

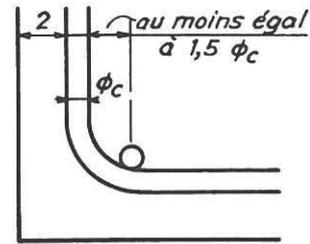
12,1 Les barres utilisées sont des Carons 32 dont le diamètre d'encombrement est de 36 mm (voir fiche d'identification). Les barres au nombre de 28 sont groupées en paquets de 2. Supposons que le granulats soit concassé et de dimension :

$$c_g = 25 \text{ mm}$$



En application de l'article 29 on doit observer :

distance entre axes de deux barres d'un même lit horizontal au moins égale à $2 \Phi = 6,4 \text{ cm}$ et à $\Phi + 8/5 c_g = 7,2 \text{ cm}$ (le chiffre $8/5 c_g$ est celui qui correspond à plusieurs lits de barres et à un granulat concassé).



distance entre axes de deux barres ne faisant pas partie d'un même paquet et situées dans un même plan vertical, au moins égale à $2 \Phi = 6,4 \text{ cm}$ et à $\Phi + c_g = 5,7 \text{ cm}$.

En ce qui concerne la distance de l'axe d'une barre à la paroi elle doit être au moins égale à $1,5 \Phi = 4,8 \text{ cm}$.

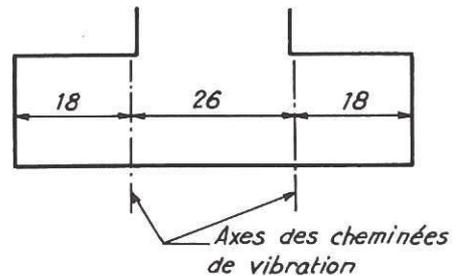
D'autre part, le recouvrement doit être d'au moins 2 cm par rapport à l'acier le plus proche de la paroi ; la position des barres 32 proches de la paroi doit donc être déterminée compte tenu de l'encombrement du cadre du talon de diamètre Φ_c ; éventuellement il faut tenir compte du diamètre de mandrin servant au pliage du cadre, ce diamètre pouvant dans certains cas être supérieur à celui de la barre principale autour de laquelle le cadre s'enroule (voir schéma ci-dessus) ; il est au moins égal à $3 \Phi_c$ (article 30,61) et aussi à la valeur figurant sur la fiche d'identification de l'acier en cause.

Pour l'acier Caron le diamètre du mandrin de pliage applicable aux armatures secondaires vaut $3 \Phi_c$ soit ici avec les cadres choisis en $11,15 : 3 \Phi_c = 3 \text{ cm}$ quantité (inférieure au diamètre d'encombrement de la barre principale) que nous retiendrons. La distance de l'armature 32 proche de la paroi à celle-ci devra donc être au moins égale à :

$$2 + 1 + 1,8 = 4,8 \text{ cm.}$$

Nous arrivons finalement à la disposition figurant au schéma plus haut où nous avons tenu compte :

- Des valeurs minimales calculées ci-dessus et légèrement majorées ou arrondies (il s'agit en effet de stricts minima qu'il y a toujours intérêt à augmenter)
- De la nécessité de prévoir des cheminées de vibration. Nous en avons prévu ici deux dont les axes sont schématisés ci-contre avec leurs distances par rapport aux parois verticales. Nous avons disposé ces cheminées en admettant qu'il fallait réserver 7 à 8 cm de distance libre pour passer les vibrateurs, et que ces pervibrateurs avaient un rayon d'action d'environ 20 cm. (On vérifie bien $18 < 20$ et $26 < 40$).



Cependant on pourrait utiliser toute autre disposition tenant compte des moyens de vibration effectivement utilisés.

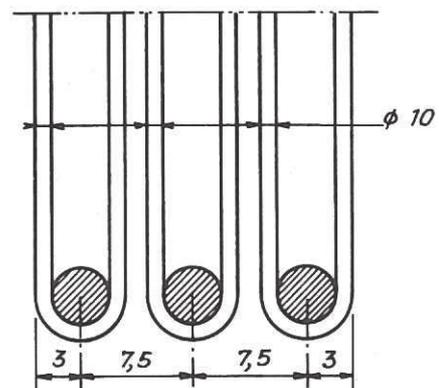
12,2 Disposition des armatures d'âme.

Les étriers $\Phi 12$ étant courbés sur mandrins de 40 mm, nous voyons que l'encombrement d'un système de 3 étriers bouclés autour des armatures de traction est de

$$2 (3 + 7,5) = 21 \text{ cm.}$$

soit en tenant compte du recouvrement de 2 cm sur les étriers, une âme d'épaisseur au moins égale à

$$21 + 2 \times 2 = 25 \text{ cm.}$$



12,3 Application de l'article (21 VII)

Cet article autorise de supposer concentrée en son centre de gravité l'aire d'acier d'un groupe de barres ; c'est ce que nous avons fait pour la section justifiée en 3,51 dont le talon est schématisé en 12,1. Ce talon comporte deux HA32 supplémentaires par rapport à la section A considérée en 3,51 ; ces deux HA32 sont destinés à compenser les coupures de barres nécessitées par le fait que les longueurs d'armatures mises en oeuvre sont matériellement limitées.

Cependant, il convient de s'assurer que le fait de supposer toutes les barres concentrées en leur centre de gravité introduit une erreur inférieure à 15 % (pour une barre tendue) ; c'est ce que nous faisons maintenant en supposant que les 26 HA32 considérés sont également répartis sur les quatre nappes (la position exacte des 2 barres coupées n'est pas ici prise en compte).

Le calcul exact tenant compte de l'emplacement de chaque nappe donne les résultats suivants : y_1 n'est pas modifié et reste égal à 68,13 cm.

La valeur de l'inertie change et sonne :

$$I = \frac{3,10}{3} \times \overline{0,6813^3} - \frac{2,94}{3} \times \overline{0,5113^3} + 15 \times \frac{0,02091}{4} (\overline{1,1437^2} + \overline{1,1037^2} + \overline{1,0337^2} + \overline{0,9937^2})$$

$$\text{soit } I = 0,5551 \text{ m}^4$$

On en déduit la contrainte des aciers de la nappe la plus basse.

$$\sigma_a = \frac{15 \times 114,37 \times 9 \times 10^7}{0,5551 \times 10^8} = 2781 \text{ bar}$$

$$\text{soit une erreur de } \frac{2781 - 2604}{2604} = 0,07 < 0,15$$

Remarque : Le calcul exact fait ici montre que l'on obtient une approximation largement suffisante en conservant le diagramme initial et en calculant la valeur qui lui correspond au niveau de la nappe la plus excentrée ; en effet ce calcul approché donne :

$$\sigma_a = 2604 \times \frac{114,37}{106,87} = 2787$$

Valeur qui ne diffère de 2781 que de très peu et dans le sens de la sécurité.

13 Calculs de scellements avec leurs coutures d'attache (articles 30,2 à 30,5)

13,1 Reprenons la diagonale tendue considérée en 8,43 où nous supposons les 4 T8 arrêtés en même temps et se recouvrant avec 4 autres T8 suivant une longueur de scellement droit.

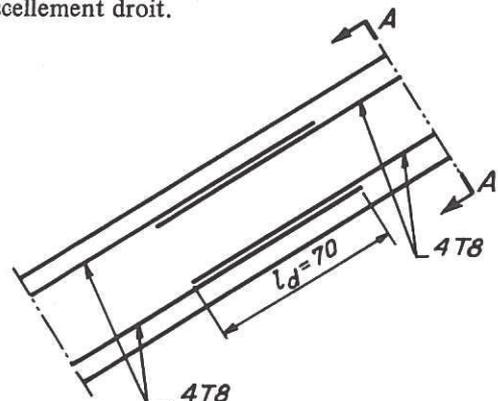
La longueur de scellement droit d'un T8 vaut :

$$l_d = \frac{\phi \bar{\sigma}_a}{4 \bar{\tau}_d}$$

$$\text{soit avec } \phi = 0,8 \text{ cm } \bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} 4120 = 2747$$

$$\psi_d = 1,5 \text{ et } \bar{\sigma}_b = 7,5$$

$$\bar{\tau}_d = 1,25 \psi_d^2 \bar{\sigma}_b = 1,25 \times 1,5^2 \times 7,5 = 21,1 \text{ bar}$$



(le coefficient $1,25 \psi_d^2 \bar{\sigma}_b$ est valable pour le scellement d'aciers à haute adhérence dans une zone d'ancrage normale)

$$l_d = \frac{0,8 \times 2\,747}{4 \times 21,1} = 26,0 \text{ soit } 30 \text{ cm}$$

Pour chaque recouvrement les plans à coudre sont les plans 1 et 2, la couture étant assurée par des cadres dont la section A_t et l'espacement t sont donnés par la relation :

$$\frac{A_t \bar{\sigma}_{at}}{t} = \frac{A \bar{\sigma}_a}{l_d}$$

avec $A = 0,503 \text{ cm}^2$ (section d'un $\varnothing 8$)

$\bar{\sigma}_a = 2\,747 \text{ bar}$ (contrainte admissible de l'armature ancrée)

$l_d = 30 \text{ cm}$

$\bar{\sigma}_{at} = \frac{2}{3} \sigma_e = 2\,747$ (avec des coutures en Fe 40)

pour le calcul de $\bar{\sigma}_{at}$ nous avons appliqué l'article 30,42 avec : proportion de barres ancrées (à haute adhérence) = 1, d'où :

$$\frac{\bar{\sigma}_{at}}{\sigma_{en}} = \frac{2}{3}$$

D'autre part, nous prenons des cadres en acier Fe 40 de $\sigma_{en} = 4\,120 \text{ bar}$

Il vient finalement $\frac{A_t}{t} = \frac{0,503 \times 2\,747}{30 \times 2\,747} = 0,0168 \text{ cm}^2/\text{cm}$

en prenant des cadres HA6 soit $A_t = 0,283 \text{ cm}^2$ on doit respecter :

$$t \leq \frac{0,283}{0,0168} = 16,8 \text{ cm}$$

On mettra donc sur toute la longueur de scellement des cadres HA6 espacés de 16 cm.

13,2 Scellement de barres dans un talon de poutre.

Soit un talon de poutre où les barres HA32 en cours de scellement sont portées en noir.

Avec le même béton de $\bar{\sigma}_b = 7,5 \text{ bars}$ on a $\bar{\tau}_d = 21,1 \text{ bar}$

d'où la longueur de scellement d'un HA32

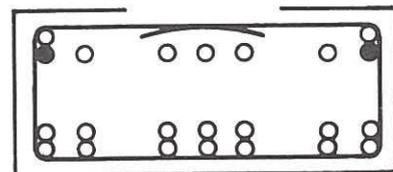
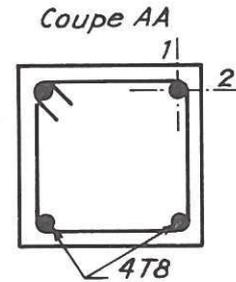
$$l_d = \frac{\varnothing \bar{\sigma}_a}{4 \bar{\tau}_d} = \frac{3,2 \times 2\,613}{4 \times 21,1} = 99,1 \text{ soit } 100 \text{ cm}$$

Proportion de barres à ancrer = $\frac{2}{23} < \frac{1}{3}$

d'où $\frac{\bar{\sigma}_{at}}{\sigma_{en}} = \frac{9}{10}$ (les barres à ancrer étant à haute adhérence).

Les cadres qui jouent ici le rôle de coutures d'attache des armatures de traction sont des HA10 de limite élastique égale à 4 120 bars, on adoptera cependant $\sigma_{en} = 3\,920$ car en application de l'article 30,42 la limite d'élasticité à prendre en compte pour le calcul des armatures de couture d'attache est au plus égale à celle des armatures à ancrer. Nous aurons donc :

$$\bar{\sigma}_{at} = \frac{9}{10} \times 3\,920 = 3\,528 \text{ bar}$$



L'écartement des cadres avec la même hypothèse que ci-dessus en 13,1 donne :

$$t \leq \frac{A_t \bar{\sigma}_{at} l_d}{A \bar{\sigma}_a} = \frac{0,785 \times 3 \times 528 \times 100}{8,042 \times 2 \times 613} = 8,3 \text{ cm}$$

Cependant il s'agit là de la couture complète valable pour un recouvrement de 2 barres ; ici l'effort apporté par les barres scellées se transmet à toutes les barres qui l'entourent, donc une diffusion de l'effort dans 3 directions ; il suffit de prendre le $\frac{1}{3}$ de la couture complète soit :

$$t = 3 \times 8,3 = 25 \text{ cm}$$

La section de cadre que nous venons de calculer ne se cumule pas avec celle déterminée en 11,15. Si donc les cadres de talon HA10 choisis en 11,15 sont espacés de plus de 25 cm il y aura lieu de renforcer en conséquence le ferrailage transversal du talon, soit en resserrant les cadres, soit en ajoutant d'autres aciers tracés de façon à pouvoir jouer le rôle de coutures d'attache.

13,3 Application de l'article 30,22 et 30,43

Les exemples précédents étaient relatifs à des scellements en zone d'ancrage normal, cas quasi général ; le règlement prévoit également un type d'ancrage en pleine masse, situation rarement réalisée, car il ne s'agit pas seulement de se trouver à une certaine distance des parois, mais il faut encore réaliser la condition essentielle suivante.

Sur deux plans orthogonaux contenant la barre scellée et tout le long de la zone d'ancrage il faut vérifier la relation :

$$\sigma'_b + \frac{2}{3} \sigma_e \tilde{\omega} \geq \bar{\tau}_d$$

avec σ'_b contrainte de compression minimale agissant sur le plan considéré

$\tilde{\omega}$ pourcentage des armatures perpendiculaires à ce plan

σ_e limite élastique de ces armatures.

$$\bar{\tau}_d = 2 \psi_d^2 \bar{\sigma}_b$$

Faisons une application numérique avec des barres à haute adhérence ($\psi_d = 1,5$ et $\sigma_e = 4 \text{ 120 bars}$) et $\bar{\sigma}_b = 7 \text{ bar}$;

il vient $\bar{\tau}_d = 2 \times 1,5 \times 7 = 31,5 \text{ bar}$

d'où $\sigma'_b \geq 31,5 \text{ bar}$ si $\tilde{\omega} = 0$

$\tilde{\omega} \geq 0,011$ si $\sigma'_b = 0$

Pour se trouver en pleine masse il faut donc, soit une compression suffisante (dans deux directions), soit un pourcentage d'armatures qui constitue un véritable frettage.

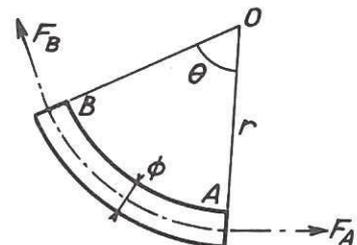
La longueur de scellement d'une barre à haute adhérence serait alors égale à :

$$l_d = \frac{\phi \bar{\sigma}_a}{4 \bar{\tau}_d} = \frac{\phi \times 2 \times 747}{4 \times 31,5} = 22 \phi$$

14 Scellement d'une barre courbe de diamètre nominal ϕ (application de l'article 30,6)

14,1 Les efforts admissible en A et B extrémités d'un arc de cercle de rayon r et d'angle au centre θ sont reliés par la relation : $\bar{F}_B = \chi \bar{F}_A - \chi' \pi \phi r \bar{\tau}_d$

χ et χ' ayant les valeurs du tableau page suivante, en fonction de l'angle θ



θ	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°	165°	180°
χ	0,90	0,81	0,73	0,66	0,59	0,53	0,48	0,43	0,39	0,35	0,32	0,28
χ'	0,25	0,47	0,67	0,86	1,02	1,17	1,30	1,42	1,53	1,62	1,71	1,79

14,2 Comme exemple nous prendrons les 7 Carons 32 de 11,1 qui doivent être ancrés au-delà de l'appui. Pour avoir le minimum d'encombrement au-delà de l'appui on scelle ces aciers par courbure en adoptant le rayon minimum.

Ce rayon doit d'abord satisfaire à la condition de non écrasement du béton (article 30,62).

$$r \geq 0,10 \phi \frac{\sigma_a}{\bar{\sigma}'_{bo}} \left(1 + \frac{\phi}{d}\right) \nu$$

avec ici : $\phi = 3,2$ cm

$\sigma_a = \bar{\sigma}_a = 2\ 613$ (la barre doit en effet être ancrée au-delà de l'appui vis-à-vis de l'effort admissible par la barre).

$\bar{\sigma}'_{bo} = 0,3 \times 300 = 90$ bars

$\nu = 1$ (une seule nappe de barres ancrées)

$d = 5$ cm (d est en effet la distance du centre de courbure O à la paroi la plus proche ; or, les barres sont ici relevées dans des plans verticaux et par conséquent la valeur de d à prendre est la distance de l'axe d'une file de barre à la paroi verticale la plus proche ; pour se placer dans le cas le plus défavorable on prend la file la plus proche de cette paroi verticale, soit 5 cm (voir en 12,1).

Remarque : On améliore la sécurité (voir commentaire de l'article 30,62) en inclinant le plan de courbure de la barre vers la masse du béton ; c'est ici impossible par suite du nombre de barres relevées qui sont serrées au maximum.

On trouve finalement :

$$r \geq 0,10 \times 3,2 \times \frac{2\ 613}{90} \left(1 + \frac{3,2}{5}\right) = 15,2 \text{ cm}$$

Mais il faut respecter également les diamètres minimaux des mandrins de cintrage figurant dans la fiche d'identification de l'acier.

Pour le Caron $\phi 32$ on lit dans la fiche d'identification n° 3 que le diamètre minimal de cintrage pour un ancrage est de 32 cm, d'où r au moins égal à 16 cm plus le rayon d'encombrement 1,8 cm, soit :

$$r \geq 17,8 \text{ cm que nous arrondissons à } 18 \text{ cm.}$$

L'ancrage comportera une courbure de rayon 18 cm et d'angle au centre 135° , courbure qui ne doit pas commencer avant le bord de l'appareil d'appui (bord côté opposé à la travée). Il reste à calculer la longueur droite l qui doit faire suite à la courbure pour assurer le scellement de la barre.

On trouve successivement :

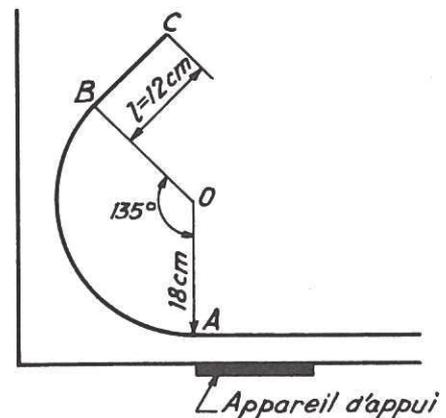
$$\bar{F}_A = \bar{\sigma}_a \frac{\pi \phi^2}{4}$$

$$\bar{F}_B = \chi \bar{F}_a - \chi' \pi \phi r \bar{\tau}_d = \pi \phi l \bar{\tau}_d$$

$$d'où l = \chi \frac{\phi \bar{\sigma}_a}{4 \bar{\tau}_d} - \chi' r = \chi l_d - \chi' r$$

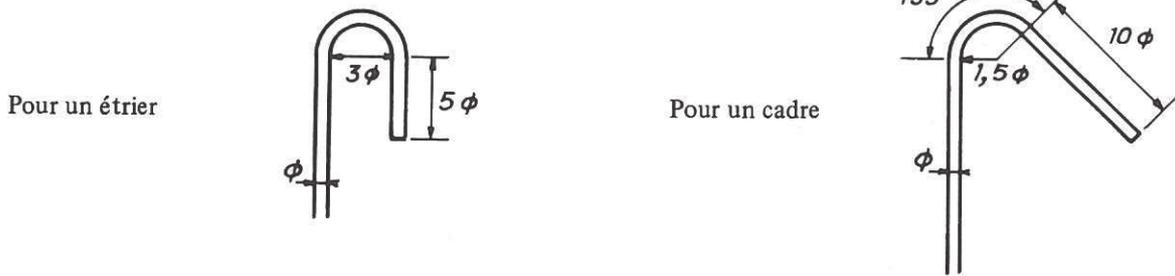
avec $l_d = 100$ cm (voir en 13,2) $\chi = 0,39$ et $\chi' = 1,53$

$$l = 0,39 \times 100 - 1,53 \times 18 = 11,5 \text{ soit } 12 \text{ cm}$$



14,3 Ancrages totaux des étriers et cadres (article 30,65)

Les extrémités des étriers et cadres doivent être ancrés de la façon suivante ; dans les schémas nous avons supposé que l'acier était courbé sur mandrin de 3ϕ , valeur minimale pour ce type d'armature, mais qui peut être insuffisante pour certaines barres à haute adhérence (voir fiches d'identification).



Remarque : En cas d'emploi de treillis soudé constitué en fils tréfilés, il y a lieu d'appliquer l'article 37,2.

15 Justification et ferrailage d'une pièce comprimée (application du chapitre VII et de l'article 36)

15,1 Soit un poteau de section constante supportant l'extrémité d'une travée de rive et soumis à une sollicitation de compression (1^{er} genre) égale à $N = 255\ 000$ daN

Le poteau a une section transversale de dimensions 80×40 , soit une surface $B' = 3200$ cm²

La hauteur est de 10 m (distance du niveau de l'appui de la poutre au niveau de l'encastrement du poteau dans sa semelle de fondation).

Béton utilisé : ciment 325 dosé à 350 kg/m³, contrôle strict ($\beta = 1$)

On peut adopter $\sigma_{28} = 270$ bar d'où $\bar{\sigma}_{bo} = 0,3 \times 270 = 81$ bar

Armatures longitudinales : barres à haute adhérence de limite élastique $\sigma_e = 3\ 920$ bar d'où $\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}_a = 2\ 613$ bar.

Armatures transversales : ronds lisses en Fe E 22.

15,11 Calcul de la longueur de flambement l_c , de l'élancement λ et des coefficients $\theta_1, \theta_2, \theta_3$.

Soit l_0 la longueur libre du poteau ; s'il n'existe aucun dispositif de construction susceptible de réduire la longueur de flambement, on prendra pour l_c :

$2 l_0$ si la pièce est libre à une extrémité et encadrée à l'autre ;

l_0 si la pièce est articulée aux deux extrémités ;

l_0 si la pièce est encadrée aux deux extrémités dans le cas où ces extrémités peuvent se déplacer l'une par rapport à l'autre suivant une direction perpendiculaire à l'axe longitudinal de la pièce et située dans le plan principal pour lequel on étudie le flambement.

$\frac{l_0}{\sqrt{2}}$ si la pièce est articulée à une extrémité et encadrée à l'autre.

$\frac{l_0}{2}$ si la pièce est encadrée aux deux extrémités dans le cas où ces deux extrémités sont empêchées de se déplacer l'une par rapport à l'autre suivant une direction perpendiculaire à l'axe longitudinal de la pièce et située dans le plan principal pour lequel on étudie le flambement.

Dans le cas présent le poteau est encastéré à une extrémité (fondation) et articulé à l'autre (appui de la poutre) : on aura donc :

$$l_c = \frac{l_0}{\sqrt{2}} = \frac{1\,000}{\sqrt{2}} = 707 \text{ cm}$$

D'autre part, pour une section rectangulaire de petit côté a, le rayon de giration i calculé dans le sens le plus défavorable sur la section du béton seul vaut :

$$i = \frac{a}{\sqrt{12}} = 0,2886 a$$

avec a = 40 cm on trouve finalement pour l'élancement :

$$\lambda = \frac{l_c}{i} = \frac{707}{0,2886 \times 40} = 61,24$$

Nous avons d'autre part :

$$\theta_1 = 1,4 \text{ (poteau de rive)}$$

Avec un enrobage minimal de 2 cm et des armatures transversales de diamètre au plus égal à 10 mm on trouve pour l'enrobage des armatures longitudinales c = 2 + 1 = 3 cm, d'où

$$\theta_2 = 1 + \frac{l_c}{4a - 2c} = \frac{707}{4 \times 40 - 2 \times 3} = 5,59$$

$$\theta_3 = 1 + \frac{2\,160}{\sigma_{en}} = 1 + \frac{2\,160}{3\,920} = 1,55$$

15,12 Détermination des armatures longitudinales.

Soit A leur section, on doit vérifier :

$$\tilde{\omega}' = \frac{A'}{B'} \geq \frac{1,25}{1\,000} \theta_1 \theta_2 \theta_3 \frac{\sigma'_m}{\bar{\sigma}'_{bo}} \text{ avec } \sigma'_m = \frac{N}{B}$$

$$\text{d'où } \tilde{\omega}' \geq \frac{1,25}{1\,000} \times 1,4 \times 5,59 \times 1,55 \times \frac{255\,000}{3\,200 \times 81} = 0,0149$$

$$A' \geq \tilde{\omega}' B' = 3\,200 \times 0,0149 = 47,7 \text{ cm}^2$$

ferrailage que l'on peut réaliser avec 6 HA 32, d'où A' = 48,25 cm². Nous constatons alors que l'enrobage c doit être au moins égal à 3,2 cm alors que nous avons pris 3 cm. Il s'agit là d'une correction minimale vis-à-vis de laquelle il est superflu de reprendre les calculs.

Nous avons finalement $\tilde{\omega}' = \frac{48,25}{3\,200} = 0,015$ pourcentage qu'il est possible de prendre en compte puisqu'il est inférieur à 0,05 (article 32,26).

On vérifie :

$$\sigma'_b = \frac{N}{B' (1 + n \tilde{\omega}')} = \frac{255\,000}{3\,200 (1 + 15 \times 0,015)} = 65 \text{ bar} < \bar{\sigma}'_{bo} = 81$$

et $\sigma'_a = n \sigma'_b = 15 \times 65 = 975 \text{ bar} < 2\,613 \text{ 1 min}$

15,13 Armatures transversales

Dans les zones courantes où la proportion d'armatures longitudinales présentant des jonctions par recouvrement est au plus égale à un demi, il faut vérifier que l'espacement t de deux cours consécutifs d'armatures transversales est au plus égal à la plus petite des deux valeurs.

$$t_1 = (100 \phi_t - 15 \phi_{1 \max}) \left(2 - \frac{\sigma'_b}{\bar{\sigma}'_{bo}}\right)$$

$$t_2 = 15 \left(2 - \frac{\sigma'_b}{\bar{\sigma}'_{bo}}\right) \phi_{1 \min}$$

Nous avons ici $\phi_{1 \min} = \phi_{1 \max} = 3,2 \text{ cm}$ $\frac{\sigma'_b}{\bar{\sigma}'_{bo}} = \frac{65}{81} = 0,8$

pour différentes valeurs de ϕ_t on trouve les valeurs du tableau suivant :

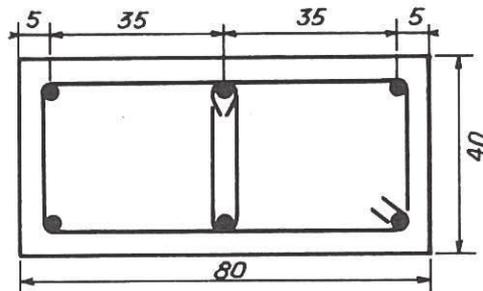
ϕ_t (mm)	5	6	8	10
t_1 (cm)	2,4	14,4	38,4	62,4

Il est sans intérêt de prendre $\phi_t > 8 \text{ mm}$ puisqu'on serait alors limité par la valeur t_2 . On peut donc adopter $\phi_t = 8$ avec $t = 38 \text{ cm}$.

Remarquons que cette dernière valeur satisfait largement à l'article 32,35 puisque même si le granulat est concassé on vérifie

$$38 > 0,8 + 3 \times 2,5 = 8,3 \text{ cm (avec } c_g = 25 \text{ mm)}$$

15,14 Disposition des armatures



Le schéma ci-dessus donne le tracé du ferrailage.

En application de 32,31 nous avons prévu :

- Un cadre formant ceinture continue,
- Un étrier qui maintient en place les deux barres longitudinales non tenues par le cadre.

En application de 32,23 nous disposons les armatures longitudinales au voisinage des parois, ce qui nous donne 5 cm (valeur arrondie) pour la distance d'un HA 32 à la paroi la plus proche. D'autre part, ces armatures doivent être bien réparties et on vérifie en particulier que la distance entre deux armatures voisines le long du grand côté est inférieure à la longueur du petit côté ($35 < 40$).

15,15 Recouvrement des armatures longitudinales (article 32,25 et 32,33).

avec $\bar{\sigma}_b = 7 \text{ bar}$ il vient $\bar{\tau}_d = 1,25 \psi_d^2 \bar{\sigma}_b = 1,25 \times 1,5^2 \times 7 = 19,7 \text{ bar}$

$$\text{d'où } l_d = \frac{\phi \bar{\sigma}_a}{4 \bar{\tau}_d} = \frac{2613 \phi}{4 \times 19,7} = 33,16 \phi$$

$$0,6 l_d = 19,9 \phi$$

En application de 32,25 nous retenons comme longueur de scellement droit (les recouvrements rectilignes sont obligatoires).

$$20 \phi = 20 \times 3,2 = 64, \text{ soit } 65 \text{ cm.}$$

Si la proportion des jonctions par recouvrement dépasse un demi, il faut vérifier que le nombre ν des cours d'armatures transversales disposées sur le recouvrement satisfait à :

$$\nu \geq 3 \quad \text{et} \quad \nu \geq 0,4 \frac{\phi_1^2 \sigma_{en l}}{\phi_t^2 \sigma_{en t}}$$

avec ici $\phi_1 = 3,2$ $\phi_t = 0,8$ $\sigma_{en l} = 3\,920$ $\sigma_{en t} = 2\,160$

il vient $\nu \geq 0,4 \times \left(\frac{3,2}{0,8}\right)^2 \times \frac{3\,920}{2\,160} = 11,6$ soit 12, valeur prohibitive.

Pour satisfaire au règlement nous pouvons jouer sur les facteurs suivants :

- la limite d'élasticité des armatures transversales
- leur diamètre
- la longueur de recouvrement

Adoptons par exemple $\sigma_{en t} = 4\,120$

Il vient $\nu \geq 0,4 \left(\frac{3,2}{0,8}\right)^2 \frac{3\,920}{4\,120} = 6$ soit 5 intervalles

sur la longueur de 65 cm, 5 intervalles aboutissent à $t = \frac{65}{5} = 13$ cm, solution qu'il est possible d'adopter vis-à-vis des règles de bétonnage.

Nous voyons donc qu'il y a lieu de renforcer sensiblement les armatures transversales dans les zones de jonction par recouvrement des armatures longitudinales.

15,2 Flambement d'un poteau chargé axialement (application de l'article 33,1)

Dans le cas d'un poteau chargé axialement, les justifications développées en 15,1 sont suffisantes si $\lambda \leq 50$.

si $50 < \lambda < 150$, ce qui est le cas ici, il faut en outre effectuer la justification suivante.

Admettons que l'effort $N = 255\,000$ daN se décompose en 125 000 dus aux surcharges (avant pondération) et 105 000 dus aux charges permanentes.

On vérifie bien $255\,000 = 1,2 \times 125\,000 + 105\,000$

Il y a lieu de justifier le poteau en flexion composée, l'effort normal exercé étant affecté de l'excentricité :

$$f_c = \frac{8 i^2}{v} (1 + \xi) 10^{-3} (\lambda - 50)^{\frac{3}{2}}$$

Le cas le plus défavorable est celui de la sollicitation du premier genre et nous n'avons à considérer le flambement que dans un seul sens (celui où $\lambda > 50$)

On a ici $\xi = \frac{105\,000}{255\,000} = 0,412$

$$i^2 = \frac{a^2}{12} \quad v = \frac{a}{2} \quad \text{soit avec } a = 40 \text{ cm}$$

$$\frac{i^2}{v} = \frac{a}{6} = 6,667 \text{ cm}$$

$$\lambda = 61,24 \text{ (voir en 15,11)}$$

$$f_c = 8 \times 6,667 \times 1,412 \times 10^{-3} (61,24 - 50)^{\frac{3}{2}} = 2,84 \text{ cm}$$

Les caractéristiques de la section schématisée ci-contre, sont :

- section homogène :

$$B'_1 = B' + nA' = 3200 + 15 \times 48,25 = 3924 \text{ cm}^2$$

- inertie homogène :

$$I = \frac{80 \times 40^3}{12} + 15 \times 48,25 \times (20 - 5)^2 = 589510 \text{ cm}^4$$

La distance du bord du noyau central au centre de gravité de la section est égale à

$$\frac{I}{B'_1 v} = \frac{589510}{3924 \times 20} = 7,51 \text{ cm} > f_c = 2,84 \text{ cm}$$

La section est donc entièrement comprimée.

Les contraintes admissibles sont :

$$\text{pour l'acier } \bar{\sigma}_a = 2613 \text{ bar}$$

pour le béton en flexion composée sur la fibre la plus comprimée :

$$\bar{\sigma}_b = \bar{\sigma}_{b0} \left(1 + \frac{e_0}{3e_1}\right)$$

$$\text{d'où avec } \bar{\sigma}_{b0} = 81 \text{ bar} \quad e_0 = 2,84 \text{ cm} \quad 3e_1 = \frac{a}{2} = 20 \text{ cm}$$

$$\bar{\sigma}_b = 81 \left(1 + \frac{2,84}{20}\right) = 92,5 \text{ bar}$$

On vérifie :

Contrainte du béton sur la fibre la plus comprimée :

$$\sigma'_b = \frac{N}{B'_1} + \frac{N f_c v}{I} = \frac{255000}{3924} + \frac{255000 \times 2,84 \times 20}{589510} = 65 + 24,6 = 89,6 < 92,5$$

Contrainte de compression de l'acier le plus comprimé :

$$\sigma'_a = 15 \left(65 + 24,6 \times \frac{15}{20}\right) = 1252 < 2613$$

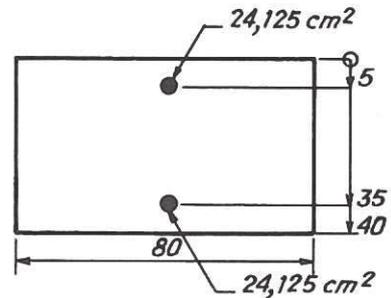
15,3 Flambement d'une pièce chargée de façon excentrée dans le plan de flambement (application de l'article 33,2).

Soit le même poteau qu'au paragraphe précédent mais avec les données nouvelles suivantes :

- longueur de flambement telle que $\lambda = 50,5$
- sollicitation pondérée du 1^{er} genre constituée par le même effort de compression que précédemment mais excentré de 2 cm.
(nous nous bornons à la sollicitation du 1^{er} genre supposée plus défavorable).

Il faut alors considérer l'élanement fictif

$$\lambda'^2 = \lambda^2 + \frac{33000}{1 + 0,6 \xi} \frac{e}{h_t}$$



avec $\lambda = 50,5$ $\xi = 0,412$ $e = 2 \text{ cm}$ $h_t = 40 \text{ cm}$

$$\lambda'^2 = 50,5^2 + \frac{33\,000}{1 + 0,6 \times 0,412} \times \frac{2}{40} = 3873,2$$

$$\lambda' = 62,24$$

On calcule ensuite successivement :

$f_c = 8 \times 6,667 \times 1,412 \times 10^{-3} (62,24 - 50)^{\frac{3}{2}} = 3,22 \text{ cm} < 7,51 \text{ cm}$ donc la section est entièrement comprimée.

$$\bar{\sigma}'_b = 81 \left(1 + \frac{3,22}{20}\right) = 94,0 \text{ bar}$$

$$\sigma'_b = \frac{255\,000}{3\,924} + \frac{255\,000 \times 3,22 \times 20}{589\,510} = 65,0 + 27,86 = 92,86 < 94$$

$$\sigma'_a = 15 \left(65,0 + 27,86 \times \frac{15}{20}\right) = 1\,288 < 2\,613$$

15,4 Application de l'article 36 à la section du paragraphe 4,432.

D'une façon générale les armatures comprimées doivent satisfaire à l'article 36. Dans le cas de la section rectangulaire étudiée en 4,432 les armatures comprimées doivent être ligaturées par des armatures transversales ; observons que si les HA20 comprimés n'étaient pas pris en compte (ils ne sont pas indispensables pour la résistance de la zone comprimée) il faudrait de toute façon les ligaturer car leur diamètre est égal à 20 mm et la contrainte du béton à leur niveau supérieure à :

$$\frac{\bar{\sigma}'_{bo}}{2} = \frac{81}{2} = 40,5 \text{ bar (article 36,2)}$$

L'espacement des ligatures doit être au plus égal à la plus faible des 2 valeurs :

$$t_1 = (100 \Phi_t - 15 \Phi_1) \left(2 - \frac{\sigma'_b}{\bar{\sigma}'_b}\right)$$

$$t_2 = 15 \left(2 - \frac{\sigma'_b}{\bar{\sigma}'_b}\right) \Phi_1$$

Nous avons ici $\Phi_1 = 2 \text{ cm}$

$$\bar{\sigma}'_b = \frac{1\,584}{15} = 105,6 \text{ (contrainte du béton au niveau des armatures comprimées)}$$

$$\sigma'_b = 162 \text{ bar}$$

d'où $t_1 = (100 \Phi_t - 30) 1,348$ (avec Φ_t en cm)

$$t_2 = 40 \text{ cm}$$

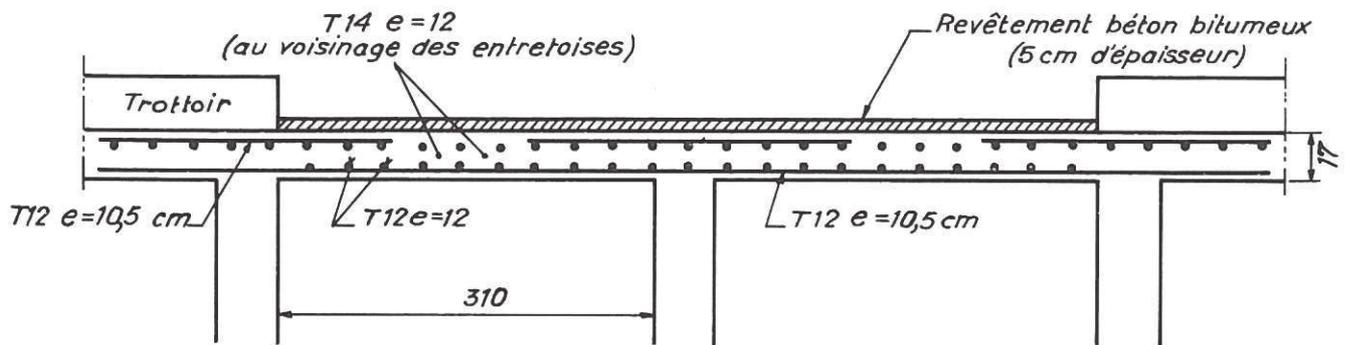
avec $\Phi_t = 0,6$ il vient $t_1 = 40 \text{ cm}$

On peut adopter des ligatures en $\Phi 6$ espacées de 40 cm.

16 Justification d'un hourdis sous chaussée

16,1 Données.

Soit la dalle sous chaussée figurée ci-après (qui comporte 2 dalles de rive).



cette dalle est appuyée sur trois poutres et sur des entretoises.

Dimensions de la dalle en plan (comptées entre nus et appuis)

- Sens transversal : 310 cm.
- Sens longitudinal : 730 cm.

Matériaux utilisés :

Ciment - 325 dosé à 400 kg/m^3 , béton strictement contrôlé ; nous avons déjà vu qu'avec $\sigma_{28} = 300 \text{ bars}$ il vient alors $\bar{\sigma}'_{bo} = 90$

$$\bar{\sigma}_b = 7,5 \text{ bar et } \bar{\sigma}'_b = 180 \text{ pour les sections rectangulaires simplement fléchies.}$$

Armatures à haute adhérence de $\sigma_{en} = 4\,120 \text{ bar}$ d'où $\bar{\sigma}_a = 2\,747 \text{ bar}$

Sollicitations appliquées

Nous ne donnons pas ici le calcul détaillé du coefficient de majoration dynamique (que nous prendrons égal à 1,42), ni la justification des moments fléchissants et efforts tranchants (obtenus par exemple par les abaques de THENOZ).

Supposons que l'on ait trouvé :

Moments non pondérés dans le hourdis supposé sur appuis libres (en daNm/m)

	Charges permanentes	Surcharges
Sens transversal	512	3 450
Sens longitudinal	140	2 900

Efforts tranchants (non pondérés) en daN/m)

	Charges permanentes	Surcharge B
Au milieu du grand côté	650	8 600
Au milieu du petit côté	530	8 600

Après pondération et en application de l'article 39,42 on trouve pour les sollicitations du premier genre :

	Dans le sens transversal	Dans le sens longitudinal
Moment de flexion maximal	$0,8 (512 + 1,2 \times 3\,450) = 3\,722$	$0,8 (140 + 1,2 \times 2\,900) = 2\,896$
Moment d'encastrement	$0,5 (512 + 1,2 \times 3\,450) = 2\,326$	* 2 326

* En application du dernier alinéa du commentaire de l'article 39,42, nous adoptons comme moment d'encastrement sur le petit côté le même que celui sur le grand côté.

Effort tranchant au milieu du grand côté :

$$650 + 1,2 \times 8\,600 = 10\,970 \text{ daN}$$

au milieu du petit côté :

$$530 + 1,2 \times 8\,600 = 10\,850 \text{ daN}$$

Nota : Dans certains cas de charges, les abaques Thenoz publiés dans le bulletin technique n° 1, permettent de calculer avec une meilleure précision, les moments dans les dalles partiellement ou parfaitement encastrees.

16,2 Justifications.

16,21 Condition de non poinçonnement

Elle consiste à vérifier l'inégalité

$$1,5 \frac{Q}{p_c h_t} \leq 1,2 \bar{\sigma}_b$$

Nous avons ici (pour la roue B_r de 10 t qui est la plus défavorable) :

$$Q = 10\,000 \times 1,42 \times 1,2 = 17\,000 \text{ (daN)}$$

(Poids de la roue X coefficient de majoration dynamique X coefficient de pondération des surcharges)

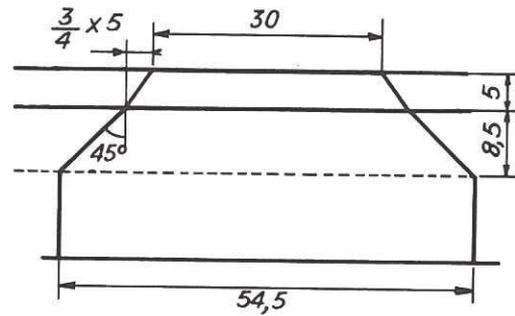
$$h_t = 17 \text{ cm}$$

L'impact sur la chaussée de la roue B₁ étant un carré de 30 cm de côté :

$$p_c = 4 \left(30 + 2 \times \frac{3}{4} \times 5 + 17 \right) = 218 \text{ cm}$$

on vérifie :

$$\frac{1,5 \times 17\,000}{218 \times 17} = 6,9 < 7,5 \times 1,2 = 9,0$$



16,22 Vérification des sections fléchies ou soumises à un effort tranchant.

Le tableau ci-dessous donne les principaux éléments de cette vérification.

Sens	Transversal	Longitudinal
Sections soumises aux moments fléchissants maximaux		
Section d'armatures tendues A (cm ²)	10,77 (1)	9,425
Hauteur utile h (cm)	14,4	12,98 (2)
Hauteur de béton comprimé y ₁ (cm)	5,40	4,807
Bras de levier z (cm)	12,60	11,38
Moment M (daNm)	3 722	2 896
Contrainte de compression du béton sur la fibre supérieure σ _b (daNm)	109,4 < 180	105,9 < 180
Contrainte de traction de l'acier σ _a (bar)	2 743 < 2 747	2 700 < 2 747

(1) $17 - 2 - \frac{1,2}{2} = 14,4 \text{ cm}$

(2) Hauteur utile pour la première nappe = 14,4 – diamètre d'encombrement du T 12 (1,42) = 12,98 cm.

Sens	Transversal	Longitudinal
Sections soumises au moment d'encastrement et à l'effort tranchant maximum		
A	10,77	12,83
h	14,4	12,86 (1)
y ₁	5,40	5,38
z	12,60	11,07
Moment d'encastrement (daNm)	2 326	2 326
σ _b '	68,4	78,1
σ _a	1 714	1 638
Effort tranchant T (daN)	10 970	10 850
Périmètre adhérent des armatures p _a (cm)	35,9	36,65
Contrainte d'adhérence : $\frac{T}{p_a z}$ (bar)	24,25 < $\bar{\tau}_d = 28,1$ (2)	26,74 < 28,1

(1) 12,86 = 14,4 – rayon d'encombrement du T 12 (0,71) – rayon d'encombrement du T 14 (0,83)

(2) La contrainte d'adhérence admissible pour l'entraînement des armatures à haute adhérence ($\psi_d = 1,5$) vaut dans le cas des dalles (article 29,11).

$$\bar{\tau}_d = 2,5 \psi_d \bar{\sigma}_b = 2,5 \times 1,5 \times 7,5 = 28,1 \text{ bar}$$

Remarques :

– Nous n'avons pas vérifié la contrainte tangente du plan neutre (donnée par la formule $\frac{T}{b z}$) la vérification de la condition de non poinçonnement étant suffisante vis-à-vis des efforts localisés (qui sont ici prépondérants).

Pour une dalle soumise à des efforts répartis il aurait fallu observer :

$$\frac{T}{b z} \leq 1,15 \bar{\sigma}_b$$

– Dans les sections d'encastrement les armatures sont très surabondantes vis-à-vis des moments appliqués ; elles sont dimensionnées en vu de limiter la contrainte d'adhérence à l'entraînement.

17 Plaque soumise à des efforts repartis

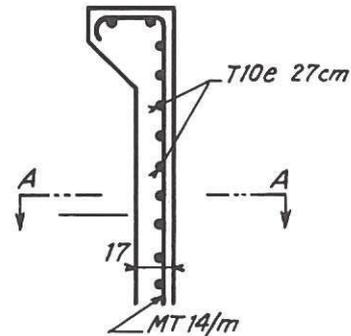
Soit par exemple un mur garde grève soumis à la poussée du remblai. Sur la section AA s'exercent les sollicitations du 1^{er} genre :

$$\begin{aligned} \text{Moment } M &= 3\,700 \text{ daNm} \\ \text{Effort tranchant } T &= 3\,000 \text{ daNm} \end{aligned}$$

Reprenant pour cette section rectangulaire les dimensions choisies en 3,4 on doit justifier vis-à-vis de l'effort tranchant (avec $\bar{\sigma}_b = 7,5 \text{ bar}$)

$$\frac{T}{b z} = \frac{3\,700}{100 \times 12,51} = 3,0 < 1,15 \times 7,5 = 8,63$$

$$\frac{T}{p z} = \frac{3\,700}{30,79 \times 12,51} = 9,6 < 3,75 \times 7,5 = 28,1$$



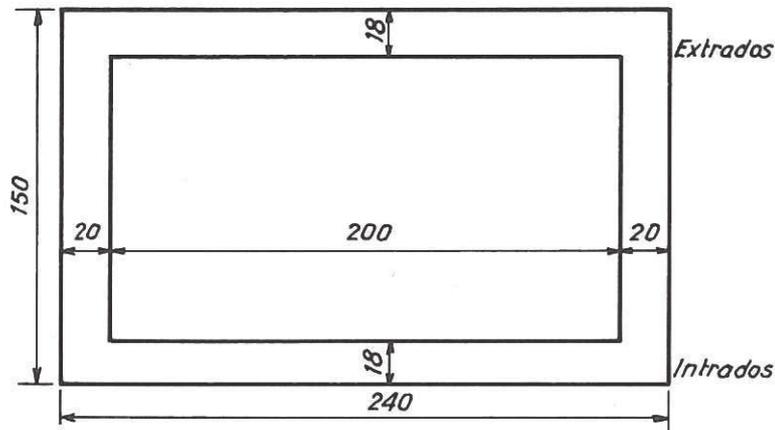
D'autre part, en application de l'article 27,13, le mur garde-grève doit comporter des armatures horizontales (perpendiculaires aux précédentes) susceptibles de résister à un moment égal à :

$$\frac{3\,700}{4} = 925 \text{ daNm/m}$$

ce qui peut être réalisé par exemple avec des T 10 espacés de 27 cm

18 Poussée au vide (application de l'article 45,3)

Soit un arc de section rectangulaire creuse figurée ci-dessous.



Le rayon de courbure de la fibre moyenne du hourdis côté extrados est $r = 60 \text{ m}$ et nous nous proposons de justifier ce hourdis supérieur qui est soumis à un effort de compression provoquant une contrainte moyenne sur le béton de 90 bar.

Du fait de la courbure de sa fibre moyenne, ce hourdis pousse au vide en section courante. Les efforts correspondants sont égaux à ceux créés dans un hourdis à courbure nulle par une charge normale au hourdis d'intensité égale à :

$$\frac{N}{r}, \text{ N étant l'effort normal dans le hourdis par unité de largeur.}$$

Le schéma ci-contre indique les efforts qui s'exercent sur un élément de hourdis de largeur et de longueur AB unités.

p étant le poids du hourdis au m^2 et θ l'angle de sa fibre moyenne avec l'horizontale, nous voyons que le hourdis est soumis à un effort normal d'intensité égale à :

$$q = \frac{N}{r} - p \cos \theta$$

Pour l'application numérique nous supposons $\cos \theta = 0,8$ et on trouve successivement :

$$N = 90 \times 18 \times 100 = 162\,000 \text{ daN (par mètre de largeur de hourdis)}$$

$$p = 2\,500 \times 0,18 = 450 \text{ daN/m}^2$$

$$q = \frac{162\,000}{60} - 450 \times 0,8 = 2\,340 \text{ daN/m}^2$$

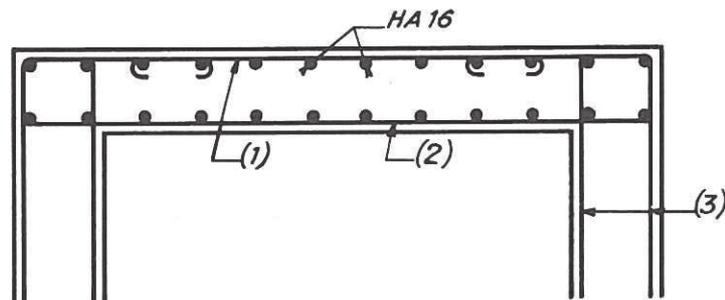
Le calcul exact devrait être conduit en prenant en compte la structure du cadre, les formules forfaitaires utilisées en 17 n'étant valable que dans le cas de nervures non reliées par un hourdis inférieur. Nous admettrons que le moment fléchissant maximal dans le sens transversal au milieu du hourdis supérieur peut être pris égal à :

$$0,80 \times 2\,340 \times \frac{2^2}{8} = 936 \text{ daNm/m}$$

la portée du hourdis étant prise entre nus des appuis intérieurs, et le moment calculé dans l'hypothèse d'un hourdis simplement appuyé étant réduit de 20 % pour tenir compte d'un encastrement sur les âmes.

Le moment d'encastrement sera alors évalué à :

$$0,5 \times 2\,340 \times \frac{2^2}{8} = 585 \text{ daNm/m}$$



D'autre part, le hourdis exerce sur chaque âme une réaction égale à :

$$2\,340 \times \frac{2}{2} = 2\,340 \text{ daN par mètre linéaire}$$

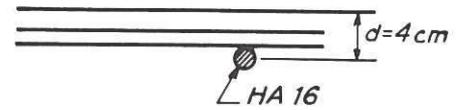
Cette réaction doit pouvoir être reprise par traction des armatures transversales des voiles verticaux.

Finalement les armatures doivent être dimensionnée :

- les armatures (1) pour résister à un moment fléchissant de 936 daNm/m
- les armatures (2) pour résister à un moment fléchissant de 585 daNm/m
- les armatures (3) pour résister à un effort de traction de 2 340 daNm/m s'ajoutant au moment de 585 daNm/m reporté par le hourdis supérieur sur l'âme verticale.

Enfin, le hourdis supérieur comporte deux nappes d'armatures longitudinales de 16 mm de diamètre. Ces armatures comprimées et non tenues par des ligatures poussent au vide vers le haut (dans notre cas de figure).

Remarquons que d'après l'article 36,2 il est possible de ne pas ligaturer ces HA 16 (leur diamètre est inférieur à 20 mm) dans la mesure où ils ne sont pas pris en compte dans le calcul en tant qu'armatures de compression.



La nappe la plus défavorable est la nappe supérieure dont l'axe est supposé distant de la paroi de 4 cm du côté où s'exerce la poussée au vide.

Il faut vérifier d'après l'article 45,32

$$\tau \geq 0,75 \phi \frac{\sigma}{\bar{\sigma}_b} \left(1 + 0,4 \frac{\phi}{d}\right)$$

soit avec $\phi = 1,6$ cm

$\sigma = 90 \times 15 = 1\,350$ bar (contrainte de compression de la barre évaluée égale à la contrainte de compression du béton multipliée par le coefficient d'équivalence n)

$\bar{\sigma}_b = 7,5$ bar (qualité de béton déjà utilisée dans d'autres exemples).

$d = 4$ cm.

$$6\,000 \text{ cm} \geq 0,75 \times 1,6 \times \frac{1\,350}{7,5} \left(1 + \frac{0,4 \times 1,6}{4}\right) = 251$$

19 Limitation de la contrainte de l'acier en raison de la fissuration (application de l'article 49)

19,1 19,1 Application à la section rectangulaire étudiée en 3,4

La sollicitation de service calculée en 5,3 vaut 3 200 daNm ce qui correspond à

$$\sigma_a = 2\,746 \times \frac{3\,200}{3\,700} = 2\,375 \text{ bars}$$

Prenons $k = 10^6$ en supposant la fissuration préjudiciable ; il vient successivement :

$\eta = 1,6$ (armatures à haute adhérence)

$\phi = 14$ mm

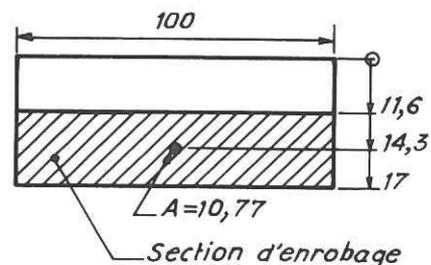
$A = 10,77 \text{ cm}^2$ $B_f = 100 \times 2 (17 - 14,3) = 540 \text{ cm}^2$

$$\tilde{\omega}_f = \frac{A}{B_f} = 0,02$$

$\bar{\sigma}_b = 7,5$ bar

$$\sigma_1 = 10^6 \frac{1,6}{14} \frac{0,02}{1 + 10 \times 0,02} = 1\,905 \text{ bar}$$

$$\sigma_2 = 2,4 \sqrt{\frac{1,6}{14} \times 10^6 \times 7,5} = 2\,222 \text{ bar}$$



La valeur à prendre en compte est la plus élevée des deux, soit 2 222 bar. Nous constatons alors que la contrainte de service dépasse d'environ 7 % la contrainte admissible ainsi obtenu, dépassement qui paraît difficilement admissible car il correspondrait à une valeur de k telle que :

$$2\,375 = 2,4 \sqrt{\frac{1,6}{14} k \times 7,5} \text{ soit } k = 1,14 \times 10^6$$

Valeur qui se rapproche de celle correspondant à une fissuration jugée peu nuisible.

Il conviendrait donc de redimensionner la section en prenant par exemple des HA 12 espacés de 10,5 cm, comme nous l'avons fait dans la dalle étudiée en 16.

Nous obtenons alors successivement :

$$\text{Contrainte sous sollicitation du 1}^{\text{er}} \text{ genre } \sigma_a = \frac{3\,700}{0,126 \times 10,77} = 2\,727 \text{ bar} < 2\,747$$

$$\text{Contrainte de service } 2\,727 \times \frac{3\,200}{3\,700} = 2\,358$$

$$\sigma_2 = 2,4 \sqrt{\frac{1,6}{12} \times 10^6 \times 7,5} = 2\,400$$

et nous vérifions que $2\,358 < 2\,400$

Nous constatons alors qu'avec la même section d'armatures on satisfait à la condition exigée pour la fissuration. D'une façon générale, lorsqu'on est gêné par cette condition, on peut soit diminuer le diamètre des barres, soit si cela est possible chercher à augmenter le pourcentage $\tilde{\omega}_f$.

19,2 Application à la section en T étudiée en 3,51

La sollicitation de service calculée en 5,4 vaut 820 000 daNm, ce qui correspond à :

$$\sigma_a = 2\,604 \times \frac{820}{900} = 2\,373 \text{ bar}$$

On a successivement avec $k = 10^6$

$$\eta = 1,6 \quad \Phi = 32 \text{ mm}$$

$$A = 209,09 \text{ cm}^2 \quad B_f = 25 \times 62 = 1\,550 \text{ cm}^2$$

$$\tilde{\omega}_f = \frac{209,09}{1\,550} = 0,135$$

Nous avons repris ici la section du talon dimensionné en 12,1 ; nous avons déjà indiqué en 12,3 que bien que le talon renferme 28 barres, il n'y en a que 26 à prendre en compte dans le calcul, les autres assurant les recouvrements imposés par l'arrêt de certaines barres. Pour le calcul de $\tilde{\omega}_f$ c'est la section des 26 barres qu'il y a lieu d'introduire.

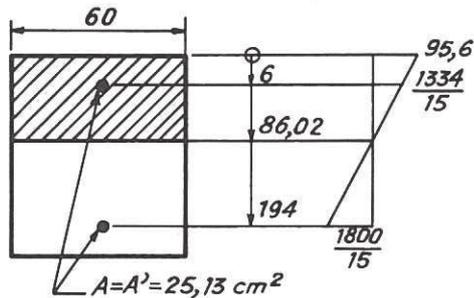
$$\sigma_1 = 10^6 \times \frac{1,6}{32} \times \frac{0,135}{1 + 1,35} = 2\,812$$

$$\sigma_2 = 2,4 \sqrt{\frac{1,6}{32} \times 10^6 \times 7,5} = 1\,470$$

On vérifie $2\,373 < 2\,812$

19,3 Application à la section rectangulaire étudiée en 4,431

La sollicitation de service la plus défavorable (S_f) a été calculée en 5,2



Comme nous sommes en flexion composée il nous faut recalculer la section, ce qui donne :

$$N = 235\,000 \quad M = 250\,000$$

Moment par rapport aux armatures tendues :

$$\mathcal{M} = 250\,000 + 0,94 \times 235\,000 = 470\,900 \text{ daNm}$$

Le tableau suivant résume la justification de la contrainte de service de l'acier.

$\frac{95,6}{86,02} = 1,111$		$\frac{1\,334}{15 \times 80,02}$		$\frac{1\,800}{15(194 - 86,02)} = 1,111$	
Sections (cm ²)	Contraintes (bar)	Efforts (daNm)	Bras de levier (m)	Moment par rapport à l'armature tendue (daNm)	
60 × 26,02 = 5 161,2	95,2/2	246 700	1,94 - $\frac{0,8602}{3} = 1,6533$	407 880	
25,13	1 334	33 520	1,88	63 080	
		280 220		470 900	

On vérifie $\frac{280\,200 - 235\,000}{25,13} = 1\,800$

d'autre part avec $k = 10^6$ $\eta = 1,6$ $\phi = 20 \text{ mm}$ $\bar{\sigma}_b = 7$

$$A = 25,13 \quad B_f = 60 \times 12 = 720 \text{ cm}^2$$

$$\tilde{\omega}_f = \frac{25,13}{720} = 0,035$$

Il vient $\sigma_1 = 10^6 \times \frac{1,6}{20} \times \frac{0,035}{1 + 10 \times 0,035} = 2\,074$

$$\sigma_2 = 2,4 \sqrt{\frac{1,6}{20} \times 10^6 \times 7} = 1\,796$$

On vérifie bien $1\,800 < 2\,074$

Notons d'ailleurs que si le fût de la pile est constamment immergé, il est possible de majorer la contrainte admissible de 300η bar, ce qui donnerait finalement :

$$2\,074 + 300 \times 1,6 = 2\,554 \text{ bar.}$$

19,4 Ouvrage en milieu agressif

En milieu agressif il faut prendre $k = 0,5 \times 10^6$

Reprenant l'exemple du 19,2 on trouverait :

$$\sigma_1 = 0,5 \times 10^6 \times \frac{1,6}{32} \times \frac{0,135}{2,35} = 1\,436$$

$$\sigma_2 = 2,4 \sqrt{\frac{1,6}{32} \times 0,5 \times 10^6 \times 7,5} = 1\,039$$

Nous trouvons alors que dans l'hypothèse du milieu agressif il y aurait lieu de redimensionner la poutre.

19,5 En conclusion on peut dire que d'une façon générale :

– Le coefficient $k = 1,5 \times 10^6$ ne limite guère la contrainte des barres en Fe E40. Pour les ouvrages dont la fissuration est considérée comme peu nuisible il serait donc possible d'augmenter les contraintes de service en ayant par exemple recours à des aciers de la nuance Fe E45 ou Fe E50.

– Le coefficient $k = 10^6$ (généralement utilisé) peut conduire à renforcer le ferrailage dans certaines zones, mais n'entraîne normalement pas une consommation accrue d'aciers, à condition de bien concevoir les ferrailages.

– Le coefficient $k = 0,5 \times 10^6$ aboutit à des consommations d'armatures nettement majorées ; il sera souvent préférable de renoncer à utiliser le béton armé dans de telles conditions.

20 Calcul de flèche pour une travée indépendante (application de l'article 50)

20,1 Principe du calcul et données

20,11 Les déformations verticales ou flèches φ sont calculées à partir de l'expression de leur dérivée seconde :

$$\varphi'' = \frac{1}{r} = \frac{\epsilon'_b + \epsilon_a}{h} \quad \text{où}$$

r = rayon de courbure de la déformée à l'abscisse x

ϵ'_b = raccourcissement relatif du béton sur la fibre extrême comprimée, à l'abscisse x

ϵ_a = allongement relatif des armatures tendues à l'abscisse x .

Les déformations sous charges permanentes sont calculées dans l'hypothèse de la construction de la travée complète sur cintre et servent à prévoir la contreflèche à donner en chaque point.

Les déformations sous charges permanentes et surcharges sont calculées uniquement aux appuis, en vue du dimensionnement des appareils d'appui.

20,12 Evaluation de ϵ'_b

20,121 La déformation ϵ'_{bs} due aux surcharges de courte durée d'application vaut :

$$\epsilon'_{bs} = \frac{\sigma'_{bs}}{E_i} \quad \text{où } E_i = 21\,000 \sqrt{1,2 \sigma'_{28}}$$

(pour un béton à base de ciment de la classe 325 on admet que pour les grandes valeurs de j on a $\sigma'_j = 1,2 \sigma'_{28}$)

σ'_{bs} désigne la contrainte de compression de la fibre extrême due aux surcharges seules non pondérées.

Avec $\sigma'_{28} = 300$ bar on trouve $E_i = 21\,000 \sqrt{360} = 400\,000$ bar

20,122 Pour les charges permanentes, la valeur de la déformation correspondante ϵ'_{bg} en fonction de σ'_{bg} (contrainte de compression sur la fibre extrême due à la charge permanente) est donnée par la courbe ci-contre qui tient compte à la fois du retrait et du fluage (pour l'évaluation des déformations, il n'est pas indispensable de cumuler les effets du retrait et du fluage).

Nous avons pris comme raccourcissement relatif dû au retrait 2×10^{-4} , valeur convenable pour un ouvrage situé dans la moitié nord ou le quart sud-ouest de la France (article 4).

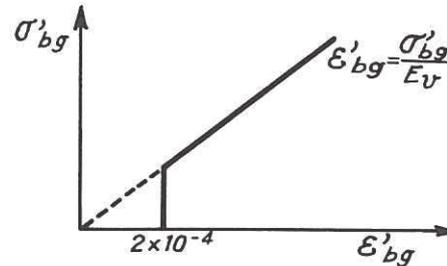
Le module E_v vaut :

$$7\,000 \sqrt{1,2 \sigma'_{28}} = 133\,000 \text{ bar}$$

On prendra donc :

$$\epsilon'_{bg} = 2 \times 10^{-4} \text{ si } \sigma'_{bg} \leq 133\,000 \times 2 \times 10^{-4} = 26,6 \text{ bar}$$

$$\text{et } \epsilon'_{bg} = \frac{\sigma'_{bg}}{133\,000} \text{ si } \sigma'_{bg} > 26,6 \text{ bar}$$



20,13 Evaluation de ϵ_a

ϵ_a comporte :

$$\epsilon_{ag} = \frac{\sigma_{ag}}{E_a} - \frac{\sigma_j}{2 E_a \tilde{\omega}_f} \text{ sous charge permanente seule et } \epsilon_{as} = \frac{\sigma_{as}}{E_a} \text{ sous surcharges}$$

avec $E_a = 2\,000\,000$ bar

$$\sigma_j = 7 + 0,06 \sigma'_j = 7 + 0,06 \times 360 = 28,6 \text{ (avec } \sigma'_j = 1,2 \times 300 = 360)$$

$\tilde{\omega}_f$ = Pourcentage de fissuration

σ_{ag} et σ_{as} = contraintes de traction des aciers dues respectivement à la charge permanente et aux surcharges non pondérées.

Le terme $\frac{\sigma_j}{2 E_a \tilde{\omega}_f}$ représente l'effet de l'adhérence que nous défalquons de ϵ_{ag} en supposant que la fissuration complète se produit sous charge permanente seule. Remarquons que ce terme n'est applicable qu'à la condition que $\tilde{\omega}_f > \frac{\sigma_j}{\sigma_a}$, condition effectivement réalisée sous la charge permanente seule dans le cas considéré.

20,14 Contraintes et caractéristiques des sections.

Supposons que le calcul ait donné les résultats suivants pour des sections régulièrement espacées (l désigne la portée de la travée qui vaut 28,80 m).

Sections	0,001	0,125 l	0,250 l	0,375 l	0,50 l
hauteur utile h (cm)	162	159	157	156	155,5
$\tilde{\omega}_f$	0,09	0,09	0,125	0,13	0,13
σ'_{bg} (bars)	0	23	36	45	48
σ_{ag} (bars)	0	1 060	1 100	1 140	1 140
σ'_{bs} (bars)	0	24	38	48	50
σ_{as} (bars)	0	1 100	1 160	1 210	1 210

On vérifie que, sauf sur l'appui on a bien $\tilde{\omega}_f > \frac{\sigma_j}{\sigma_a}$; en effet à la section 0,125 l (la plus défavorable en dehors de l'appui) on trouve :

$$0,09 > \frac{28,6}{1\,060} = 0,027$$

20,2 Déformations sous charges permanentes.

20,21 Déformations provenant du béton.

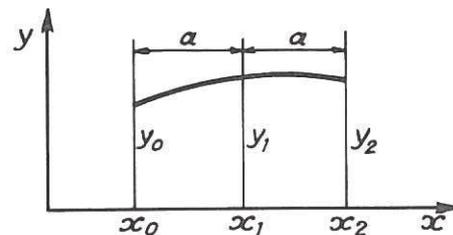
La fonction $\frac{\epsilon'_b}{h}$ représente les rotations angulaires par unité de longueur de fibre moyenne ; son intégrale donne les rotations α_b de chaque section, l'origine d'intégration étant la section médiane de la travée dont l'orientation ne change pas par raison de symétrie.

L'intégrale de α_b donne ensuite la flèche φ_b en chaque section, l'origine d'intégration étant la section d'appui pour laquelle $\varphi_b = 0$.

On utilise pour les intégrations les formules :

$$\int_{x_0}^{x_1} y \, dx = \frac{a}{3} (1,25 y_0 + 2 y_1 - 0,25 y_2)$$

$$\int_{x_0}^{x_2} y \, dx = \frac{a}{3} (y_0 + 4 y_1 + y_2)$$



Les calculs sont résumés au tableau suivant :

	0,01	0,125 l (3,6 m)	0,250 l (7,2 m)	0,375 l (10,8 m)	0,50 l (14,40m)
$10^4 \frac{\sigma'_{bg}}{E_v}$	0	1,729	2,707	3,383	3,609
$10^4 \epsilon'_{bg}$	2,0*	2,0*	2,707	3,383	3,609
$10^7 \frac{\epsilon'_{bg}}{h} (\text{cm}^{-1})$	12,346	12,579	17,242	21,686	23,209
$10^3 \alpha_{bg}$ (radian)	2,485	2,050	1,526	0,817	0
φ_{bg} (cm)	0	0,819	1,465	1,890	2,041

* Nous inscrivons 2 dans ces cases car $\sigma'_{bg} < 26,6$ bar (voir en 20,122).

20,22 Déformations provenant des aciers

Sections	0,01	0,1251	0,2501	0,3751	0,501
$\frac{\sigma_j}{2 \tilde{\omega}_f}$ (bar)	159	159	114	110	110
$10^4 \epsilon_{ag}$ avec ϵ_{ag} $= \frac{1}{E_a} (\sigma_{ag} - \frac{\sigma_j}{2 \tilde{\omega}_f})$	0	4,505	4,930	5,150	5,150
$10^7 \frac{\epsilon_{ag}}{h}$ (cm ⁻¹)	0	28,333	31,401	33,013	33,119
$10^3 \alpha_{ag}$ (radians)	4,096	3,510	2,359	1,195	0
φ_{ag} (cm)	0	1,386	2,459	3,100	3,316

20,23 Déformations totales sous charges permanentes

Sections	0,01	0,1251	0,2501	0,3751	0,501
Rotations des sections $10^3 \alpha$ $\alpha_g = \alpha_{ag} + \alpha_{bg}$	6,58	5,56	3,89	2,01	0
Flèches φ (cm) $\varphi_g = \varphi_{ag} + \varphi_{bg}$	0	2,21	3,92	4,99	5,36

La dernière ligne donne les contreflèches à donner à la construction.

20,3 Déplacements horizontaux des appuis

Nous supposons que la travée est appuyée d'un côté sur un appui fixe, de l'autre sur un appui mobile et nous calculerons donc les déplacements horizontaux relatifs à l'appui mobile. Si les deux appuis étaient constitués par des plaques de néoprène les déplacements se répartiraient également entre les deux, et il faudrait prendre pour chaque appui la moitié des valeurs que nous allons calculer.

Sous l'effet de l'allongement des armatures principales et des variations de température, l'appui mobile subit un déplacement horizontal égal à :

$$U = \int_0^l \epsilon_a dx \pm \lambda_t l$$

λ_t désignant la variation de longueur relative due à la température.

20,31 Allongement des armatures de traction.

20,311 Dû à la charge permanente.

Sections	0,01 (appui fixe)	0,125 l	0,250 l	0,375 l	0,50 l
$10^4 \epsilon_{ag}$	0	4,505	4,930	5,150	5,150
$\int_0^{\frac{1}{2}} \epsilon_{ag} dx$	0	-	-	-	0,6436 cm

soit pour la travée entière par raison de symétrie :

$$U_g = 2 \times 0,6436 = 1,287 \text{ cm}$$

20,312 Dû aux surcharges.

Sections	0,01	0,125 l	0,250 l	0,375 l	0,50 l
$10^4 \epsilon_{as} = 10^4 \frac{\sigma_{as}}{E_a}$	0	5,50	5,80	6,05	6,05
$\int_0^{\frac{1}{2}} \epsilon_{as} dx$	0	-	-	-	0,7662 cm

soit pour la travée entière :

$$U_g = 2 \times 0,7662 = 1,532 \text{ cm}$$

20,32 Allongement dû à la température.

Sous climat tempéré (France) on prend $\lambda_t = \pm 2 \times 10^{-4}$ (voir commentaire de l'article 4,4)

d'où $U_t = \pm \lambda_t l = \pm 2 \times 10^{-4} \times 2880 = \pm 0,576 \text{ cm}$

20,33 Déplacements totaux de l'appareil d'appui mobile.

Les valeurs extrêmes sont les suivantes :

- travée non surchargée, température minimale $U = 1,287 - 0,576 = 0,711 \text{ cm}$
- travée surchargée, température maximale $U = 1,287 + 1,532 + 0,576 = 3,395 \text{ cm}$

20,4 Rotations de la section d'appui.

20,41 Rotation due à la charge permanente.

$$10^3 \alpha_g = 6,58 \text{ (voir en 20,23)}$$

20,42 Rotation due aux surcharges.

Elle est calculée à partir de :

$$\frac{d\alpha_s}{dx} = \frac{1}{h} (\epsilon'_{bs} + \epsilon_{as})$$

Sections	0,01	0,1251	0,2501	0,3751	0,501
$10^4 \epsilon'_{bs} = 10^4 \frac{\sigma'_{bs}}{E_i}$	0	0,600	0,950	1,200	1,250
$10^4 \epsilon_{as}$	0	5,50	5,80	6,05	6,05
$10^7 \frac{\epsilon'_{bs} + \epsilon_{as}}{h} \text{ (cm}^{-1}\text{)}$	0	38,365	42,994	46,474	46,945
$10^3 \alpha_s \text{ (radian)}$	5,667	-	-	-	0

20,43 Rotations totales.

Les valeurs extrêmes sont les suivantes :

– sous charge permanente : $\alpha = 6,58 \times 10^{-3}$ radian

– travée surchargée : $\alpha = (6,58 + 5,67) 10^{-3} = 12,25 \times 10^{-3}$ radian

21 Dimensionnement et justification des appareils d'appui de la travée utilisée en 20 (application de l'article 42).

La réaction maximale (pondérée) de l'appui d'une poutre vaut : $N = 140\,000$ daN et l'appui se fait sur toute la largeur du talon de la poutre, soit 62 cm.

21,1 Appareil d'appui fixe.

L'appui fixe est constitué par une section de béton rétrécie dont la contrainte moyenne doit être inférieure à $2\sigma'_{28} = 600$ bar.

Cette section doit avoir une surface supérieure à $\frac{140\,000}{600} = 233 \text{ cm}^2$, soit une largeur supérieure à $\frac{233}{62} = 3,8$ cm.

Pour des raisons d'exécution (bétonnage), nous adopterons comme plus petite dimension transversale du noyau 7 cm. de sorte que la contrainte moyenne de celui-ci atteindra seulement :

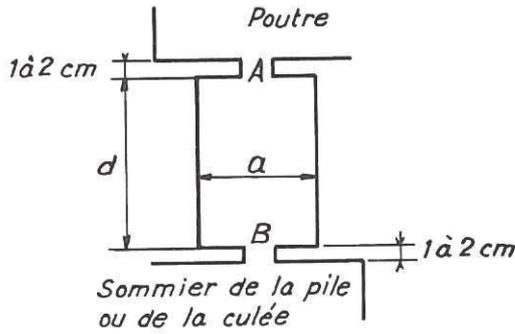
$$\sigma'_{m, \text{noy}} = \frac{140\,000}{62 \times 7} = 323,6 \text{ bar}$$

Il faut limiter d'autre part le déplacement angulaire relatif des deux pièces de l'articulation à partir de la position initiale à la plus petite des 2 valeurs :

$$\frac{1}{20} \text{ et } \frac{\sigma'_{28}}{20 \sigma'_{m, \text{noy}}} = \frac{300}{20 \times 323,6} = 0,046$$

Ce déplacement angulaire est ici : $\alpha = 0,0123 < 0,046$

21,2 Appareil d'appui mobile.



Cet appareil d'appui mobile comporte un pendule de hauteur d et de section rectangulaire $62 \times a$, la dimension de 62 cm étant la largeur du talon de la poutre. Le pendule est articulé avec la poutre et le sommier de la pile ou de la culée par l'intermédiaire de noyaux de béton rétrécis ayant les dimensions choisies en 21,1.

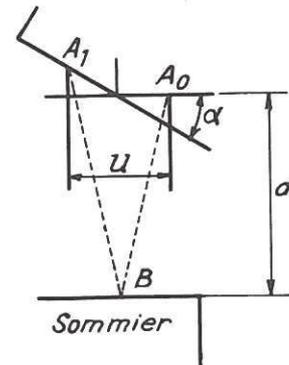
21,21 Détermination de la hauteur du pendule.

A partir de leur position initiale, les déplacements relatifs des pièces articulées sont ceux figurant au schéma ci-contre.

Le noyau supérieur A passe de la position A_0 à la position A_1 (avec $A_1 A_0 = U$ calculé en 20,33) et l'axe du pendule passe de $A_0 B$ en $A_1 B$, soit une variation angulaire de $\frac{U}{d}$.

Quant à la poutre, son déplacement angulaire vaut α .

Finalement, les deux pièces articulées en B subissent un déplacement angulaire relatif égal à $\frac{U}{d} + \alpha$ (U et α étant comptés en valeur algébrique suivant les sens indiqués sur le schéma).



Le déplacement angulaire le plus fort est celui de l'articulation A et vaut dans le cas le plus défavorable :

$$0,0123 + \frac{3,4}{d}$$

Il faut vérifier :

$$0,0123 + \frac{3,4}{d} \leq \frac{\sigma'_{28}}{20 \sigma'_{m, \text{noy}}} = 0,046 \text{ d'où } d \geq 101 \text{ cm.}$$

$$\text{et } 0,0123 + \frac{3,4}{d} \leq \frac{\bar{\sigma}'_{bo}}{25 \sigma'_m}$$

soit avec $\bar{\sigma}'_{bo} = 90 \text{ bar}$ et $d = 105 \text{ cm}$ (qui satisfait à la première condition).

$$\sigma'_m \leq 80,6 \text{ bar}$$

Nous voyons ici que pour ne pas allonger le pendule il est nécessaire de limiter les valeurs de $\sigma'_{m, \text{noy}}$ et de σ'_m .

21,22 Détermination de la largeur du pendule a et des armatures longitudinales.

Il faut vérifier :

$$\sigma'_m = \frac{N}{B'} \leq 80,6 \text{ bar d'où } B' \geq \frac{140\,000}{80,6} = 1\,737$$

On en déduit la valeur du côté a = $\frac{1\,737}{62} = 28$ cm d'où finalement $\sigma'_m = \frac{140\,000}{62 \times 28} = 80,6$

Il faut d'autre part (article 32,2) $\tilde{\omega} \geq \frac{1,25}{1000} \theta_1 \theta_2 \theta_3 \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{bn}}$

d'où successivement :

$$\theta_1 = 1,4 \text{ (pendule assimilé à un poteau de rive)}$$

$$l_c = 105 \text{ cm (pièce articulée aux deux extrémités)}$$

$$\theta_2 = 1 + \frac{l_c}{4a - 2c} = 1 + \frac{105}{4 \times 28 - 2 \times 3} = 1,99 \text{ (en admettant } c = 3 \text{ cm)}$$

$$\theta_3 = 1 + \frac{2\,160}{4\,120} = 1,524 \text{ (armatures à haute adhérence de } \sigma_{en} = 4\,120 \text{ bars.)}$$

$$\tilde{\omega} \geq \frac{1,25}{1000} \times 1,4 \times 1,99 \times 1,524 \times \frac{80,5}{90} = 0,475 \%$$

Les armatures longitudinales devront avoir une section :

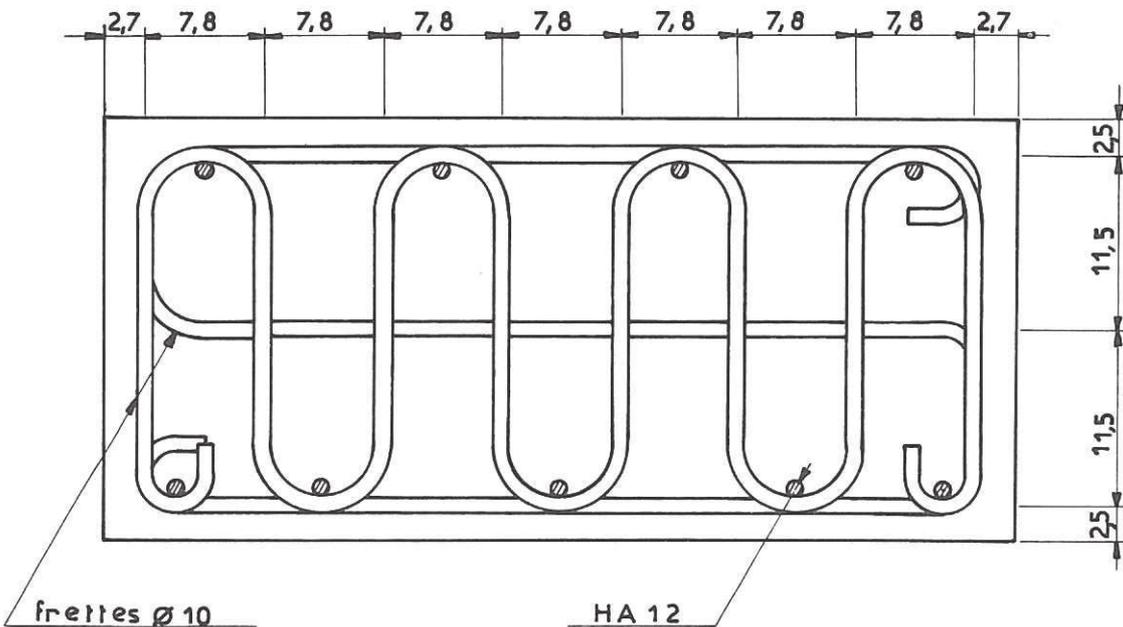
$$A' \geq 28 \times 62 \times \frac{0,475}{100} = 8,2 \text{ cm}^2$$

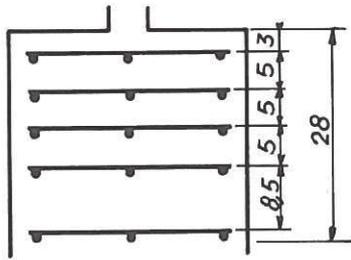
Pour avoir des armatures distantes le long du grand côté de moins de a = 28 cm, il faut au moins 6 barres longitudinales, soit finalement 6 HA 14 ou 8 HA 12 ; nous adoptons 8 HA 12.

21,23 Armatures transversales du pendule.

Le pendule doit être fretté sur une profondeur à partir de l'articulation au moins égale à la largeur minimale de la pièce (conséquence de l'article 42,21).

Les nappes de frettage pourront avoir la disposition figurée ci-dessous.





A partir de chaque articulation, il faudra fretter sur une profondeur au moins égale à 29 cm.

Sur les $\frac{6}{10}$ de cette profondeur soit 16,8 cm, le volume relatif des frettes doit atteindre au moins 2 % normalement à l'axe de l'articulation ; soit t la distance entre deux nappes de même direction consécutives ; le frettage dans la direction considérée étant constitué par 8 Φ 10, on doit avoir :

$$\frac{8 \times 0,785}{62 t} \geq 0,02 \text{ d'où } t \leq 5,07 \text{ cm}$$

avec $t = 5$ cm on vérifie le frettage dans le sens parallèle à l'axe de l'articulation

$$\frac{3 \times 0,785}{28 \times 5} = 1,68 \% > 1,2 \%$$

Au-delà de 16,8 cm on peut réduire le frettage de 40 %, c'est-à-dire adopter un espacement :

$$t \leq \frac{5,07}{0,6} = 8,45 \text{ cm soit } t = 8,5 \text{ cm.}$$

Nous aurons finalement au voisinage de chaque articulation le frettage représenté ci-dessus.

Sur la hauteur restante $105 - 2 \times 28 = 49$ cm le frettage n'est pas obligatoire et on peut adopter le pourcentage d'armatures transversales résultant de l'application de l'article 32,3.

22 Treillis soudés constitués par des fils tréfilés.

Nous avons utilisé pour nos exemples des barres à haute adhérence ; nous rappelons ici les règles particulières concernant les treillis soudés constitués par des fils tréfilés.

22,1 en attendant la parution d'un texte réglementaire les caractères mécaniques et géométriques de ces treillis soudés sont donnés par l'annexe B₁ du règlement.

22,2 application de l'article 18

On doit avoir $\bar{\sigma}'_{bo} \geq 50$ ce qui élimine les bétons dosés à 250 kg/m³ et soumis à contrôle atténué ($\beta = \frac{5}{6}$)

22,3 application de l'article 29,21

Soit un treillis constitué par des fils Φ 8 porteurs, les fils de répartition étant espacés de $t = 15$ cm.

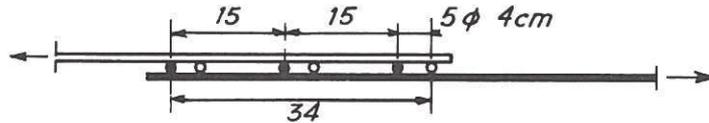
Ces Φ 8 sont soumis chacun à un effort d'entraînement égal à 30 daN/cm. La limite élastique de ces aciers vaut $\sigma_e = 4\,410$ bars (voir l'annexe en B 14) d'où $\bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \times 4\,410 = 2\,940$ bar.

Il s'agit de vérifier :

$$30 < \frac{\pi \Phi^2 \bar{\sigma}_a}{4} \times \frac{1}{3 t} = \frac{0,503 \times 2\,940}{3 \times 15} = 32,9$$

22,4 Application de l'article 31.

La jonction par recouvrement des $\varnothing 8$ porteurs du treillis précédent doit être conforme à la figure ci-dessous.



22,5 Application de l'article 32,34

Reprenons le recouvrement des armatures longitudinales d'un poteau étudié en 15,15 ; constituons les armatures transversales par les $\varnothing 8$ d'un treillis soudé plié, l'espacement t de ces $\varnothing 8$ doit satisfaire à :

$$t \leq 2,5 l_r \frac{\varnothing_t^2}{\varnothing_l^2} \frac{\sigma_{en t}}{\sigma_{en l}}$$

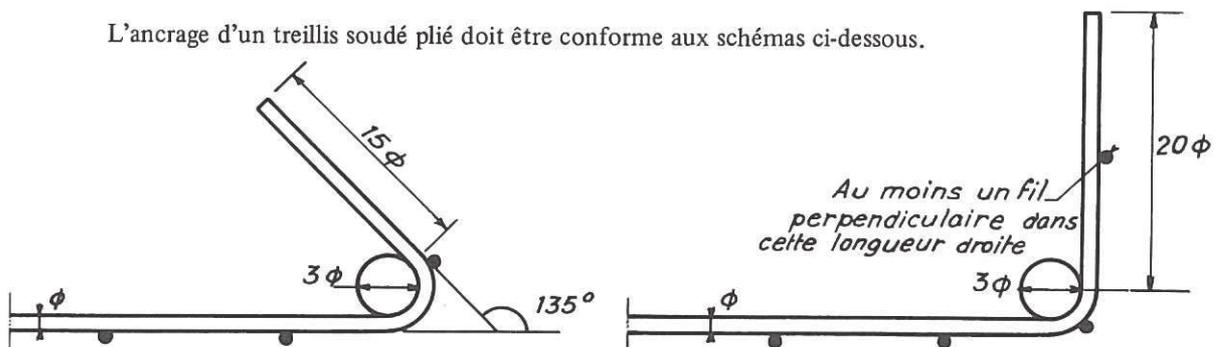
avec ici $l_r = 65 \text{ cm}$ $\varnothing_l = 3,2 \text{ cm}$ $\sigma_{en l} = 3\,920 \text{ bar}$ (voir en 15,15)

$\varnothing_t = 0,8 \text{ cm}$ $\sigma_{en t} = 4\,410 \text{ bars}$

on trouve $t \leq 2,5 \times 65 \left(\frac{0,8}{3,2}\right)^2 \frac{4\,410}{3\,920} = 11,4$ soit $t = 11 \text{ cm}$.

22,6 Application de 37,2

L'ancrage d'un treillis soudé plié doit être conforme aux schémas ci-dessous.



23 Torsion (application de l'annexe A 5)

Cette annexe donne des règles de calcul relatives aux sections circulaires ou rectangulaires soumises à des moments de torsion.

Soit par exemple un poteau circulaire de $a = 50 \text{ cm}$ de diamètre soumis à un effort normal centré de $140\,000 \text{ daN}$ et à un moment de torsion de $3\,000 \text{ daNm}$

On trouve en négligeant les armatures comprimées :

$$\sigma'_b = \frac{140\,000}{\pi \times 25^2} = \frac{140\,000}{1963,5} = 71,3 \text{ bar}$$

$$\tau_b = 5,09 \frac{M_t}{a^3} = 5,09 \times \frac{3 \times 10^5}{50^3} = 12,2 \text{ bar}$$

Supposons que notre béton ait un $\bar{\sigma}'_{bo} = 81 \text{ bar}$ d'où $\bar{\sigma}_b = 7 \text{ bar}$

Comme $\sigma'_b < \bar{\sigma}'_{bo}$ on doit vérifier (article 25,12)

$$\tau_b = 12,2 < 3,5 \bar{\sigma}_b = 24,5$$

Il faut d'autre part $\sigma'_b \leq \bar{\sigma}'_{bo} - \frac{\tau_b^2}{\bar{\sigma}'_{bo}}$

$$\text{soit } 71,3 < 81 - \frac{12,2^2}{81} = 79,2 \text{ bar}$$

Pourcentages d'armatures nécessaires : $\tilde{\omega}_1 = \tilde{\omega}_t = \frac{2}{3} \frac{\tau_b}{\bar{\sigma}_a}$

soit avec des aciers à haute adhérence de diamètre inférieur à 20 mm, $\sigma_e = 4120$ $\bar{\sigma}_a = 2747$

$$\text{d'où } \tilde{\omega}_1 = \tilde{\omega}_t = \frac{2 \times 12,2}{3 \times 2747} = 0,003$$

On en déduit la section d'armatures longitudinales

$$A \geq 0,003 B = 0,003 \times 1963,5 = 5,9 \text{ cm}^2$$

réalisable avec 8 HA 10 par exemple.

Les armatures transversales sont constituées par des spires de diamètre A_t et de pas t enroulées suivant un diamètre moyen que l'on peut évaluer à environ $50 - 2 \times 2,5 = 45 \text{ cm}$.

$$\text{On doit avoir } \frac{\pi 45 A_t}{\pi a^2 t} \geq \tilde{\omega}_t = 0,003$$

$$\text{d'où } \frac{A_t}{t} \geq \frac{0,003 \times 50^2}{45} = 0,167 \text{ cm}$$

$$\text{avec } A_t = 2 \text{ cm}^2 (\varnothing 16) \text{ il vient } t \leq \frac{2}{0,167} = 12 \text{ cm}$$

$$\text{comme } 12 < \frac{a}{2} = 25 \text{ on peut adopter } t = 12 \text{ cm.}$$

Remarque : les aciers que nous venons de déterminer doivent être cumulés avec ceux qui auraient été calculés pour résister à d'autres sollicitations.